

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ



ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เล่มที่ 11

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง

และ

ความสูงที่มีขนาดมุมก้ม



ว่าที่ร.ต.สง่า จุราเพชร
ครูชำนาญการ

โรงเรียนเสริมงามวิทยาคม

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 35
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ



คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ จัดทำขึ้นโดยสอดคล้องกับหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์นี้มีทั้งหมด 12 เล่ม ได้แก่

- เล่มที่ 1 รูปสามเหลี่ยมคล้าย
- เล่มที่ 2 ข้อด้านที่สัมพันธ์กับมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- เล่มที่ 3 ความหมายและการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ
- เล่มที่ 4 การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของมุมที่กำหนดให้
- เล่มที่ 5 ความหมายและการหาค่าอัตราส่วนของโคไซน์แคนต์ ซีแคนต์ และโคแทนเจนต์
- เล่มที่ 6 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60°
- เล่มที่ 7 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° ไปใช้
- เล่มที่ 8 การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 0° ถึง 90° โดยใช้ตาราง
- เล่มที่ 9 การนำค่าโดยประมาณของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมที่ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับด้านและมุม
- เล่มที่ 10 การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้ความสัมพันธ์ของด้านและมุม
- เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม
- เล่มที่ 12 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมเงย

สำหรับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เล่มที่ 11 การแก้ปัญหา เกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม ประกอบด้วยคำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน บันทึกระยะแบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ แบบฝึก ทักษะ บันทึกระยะแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบหลังเรียน บันทึกระยะแบบทดสอบหลังเรียน บรรณานุกรม เกณฑ์การ ให้คะแนน เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เฉลยแนวคิดแบบทดสอบก่อนเรียน เฉลยแบบฝึกทักษะ เฉลยแบบทดสอบหลัง เรียน เฉลยแนวคิดแบบทดสอบหลังเรียน และแบบสรุปผลการประเมิน ซึ่งนอกจากจะใช้ประกอบการสอน ในห้องเรียน แล้วยังใช้เป็นแบบฝึกเสริมนอกเวลาเรียนได้ด้วย

การทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มนี้ หวังว่าจะเป็นประโยชน์กับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการนำไปใช้เพื่อเป็นแบบฝึกทักษะในการเรียนให้กับนักเรียนต่อไป ช่วยพัฒนาให้นักเรียนได้เกิดการ เรียนรู้อย่างเป็นระบบ และเพื่อยกระดับคุณภาพการศึกษาให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สง่า จุราเพชร





สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	๗
คำชี้แจงในการทำแบบฝึกทักษะ	1
มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด	2
จุดประสงค์การเรียนรู้	2
สาระการเรียนรู้	2
แบบทดสอบก่อนเรียน	3
บันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน	5
ใบความรู้ที่ 11	6
แบบฝึกทักษะที่ 11.1	11
บันทึกคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 11.1	15
แบบฝึกทักษะที่ 11.2	16
บันทึกคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 11.2	20
แบบทดสอบหลังเรียน	21
บันทึกคะแนนแบบทดสอบหลังเรียน	23
บรรณานุกรม	24
ภาคผนวก	25
เกณฑ์การให้คะแนน	26
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	27
เฉลยแนวคิดแบบทดสอบก่อนเรียน	28
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 11.1	35
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 11.2	39
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	43
เฉลยแนวคิดแบบทดสอบหลังเรียน	44
แบบสรุปผลการประเมิน	52





คำชี้แจงในการทำแบบฝึกทักษะ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม ใช้ประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แบบฝึกทักษะเล่มนี้ประกอบด้วย คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน บันทึกระยะแนแบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ แบบฝึกทักษะ บันทึกระยะแนแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบหลังเรียน บันทึกระยะแนแบบทดสอบหลังเรียน บรรณานุกรม เกณฑ์การให้คะแนน เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เฉลยแนวคิดแบบทดสอบก่อนเรียน เฉลยแบบฝึกทักษะ เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน เฉลยแนวคิดแบบทดสอบหลังเรียน และแบบสรุปผลการประเมิน

ในการทำแบบฝึกทักษะให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน
2. ตรวจสอบคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
3. บันทึกระยะแนแบบทดสอบก่อนเรียน
4. ศึกษาใบความรู้
5. ทำแบบฝึกทักษะ
6. ตรวจสอบคำตอบแบบฝึกทักษะ
7. บันทึกระยะแนแบบฝึกทักษะ
8. ทำแบบทดสอบหลังเรียน
9. ตรวจสอบคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
10. บันทึกระยะแนแบบทดสอบหลังเรียน
11. สรุปการประเมินผลการเรียนรู้

ก่อนการทำแบบฝึกทักษะนักเรียนควรศึกษาใบความรู้ที่มีเนื้อหาและตัวอย่างของแบบฝึกให้เข้าใจ ก่อนทำแบบฝึกทักษะ และควรทำแบบฝึกทักษะด้วยตนเอง ต้องปฏิบัติตามขั้นตอนในแบบฝึกด้วยความซื่อสัตย์ ไม่ดูเฉลยก่อน ถ้าหากแบบฝึกทักษะใดที่นักเรียนได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 60 นักเรียนควรศึกษาเนื้อหานั้นซ้ำอีกหรือขอคำแนะนำจากครูผู้สอน





แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง และความสูงที่มีขนาดมุมก้ม (2 ชั่วโมง)



มาตรฐาน ค 2.1

เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.4-6/1

ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง

มาตรฐาน ค 6.1

มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม. 4-6/1

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา



ด้านความรู้

นักเรียนสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทางและความสูงของสิ่งต่างๆที่มีขนาดของมุมก้มเข้ามาเกี่ยวข้องได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

นักเรียนมีวิจารณญาณ



1. การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง และความสูงที่มีขนาดมุมก้ม





แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 15 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ทับตัวอักษร ก, ข, ค, ง หน้าคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

- จากจุดชมวิวย่านยอดหน้าผาซึ่งตั้งตรงในแนวตั้ง เมื่อมองไปที่เรือลำหนึ่งซึ่งลอยล้าอยู่ในทะเลพบว่าแนวที่มองเรือเป็นมุมก้ม 30° ถ้าหน้าผาสูง 45 เมตร จากระดับน้ำทะเล แล้วระยะทางระหว่างเรือถึงหน้าผาเท่ากับข้อใด
 - $45\sqrt{2}$ เมตร
 - $45\sqrt{3}$ เมตร
 - $30\sqrt{3}$ เมตร
 - $25\sqrt{2}$ เมตร
- สุวิทย์ยืนอยู่บนหน้าผาริมทะเล ซึ่งวัดจากตาของสุวิทย์อยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 950 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 30° ถ้าต้องการหาระยะห่างของเรือกับตำแหน่งที่เขายืนอยู่เขาควรใช้ความรู้เรื่องใดจึงจะเหมาะสมที่สุด
 - มุมก้ม 30° กับ $\tan 30^\circ$
 - มุมก้ม 30° กับ $\cos 30^\circ$
 - มุมก้ม 30° กับ $\sec 30^\circ$
 - มุมก้ม 30° กับ $\sin 30^\circ$
- ณ จุดสังเกตบนเขื่อนสูงจากระดับน้ำ 9 เมตรมองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 60° ข้อใดเป็นระยะห่างระหว่างเรือกับเขื่อน
 - $2\sqrt{3}$ เมตร
 - $4\sqrt{3}$ เมตร
 - $3\sqrt{3}$ เมตร
 - $6\sqrt{3}$ เมตร
- ชายคนหนึ่งอยู่บนดาดฟ้าตึกหลังหนึ่งซึ่งสูง 65 เมตร มองเห็นรถยนต์คันหนึ่งจอดอยู่ที่ลานจอดรถเป็นมุมก้ม 30° รถยนต์อยู่ห่างจากตึกกี่เมตร
 - $65\sqrt{3}$ เมตร
 - $55\sqrt{3}$ เมตร
 - $45\sqrt{3}$ เมตร
 - $30\sqrt{3}$ เมตร



5. วรวิทย์ยืนอยู่บนหน้าผาแห่งหนึ่ง อยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 65 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังเรือลำหนึ่งกลางทะเลโดยมุมที่แนวเส้นระดับสายตา กับแนวสายตาเป็นมุมก้มมีขนาด 60° เรือลำนี้ อยู่ห่างจากหน้าผาประมาณกี่เมตร (กำหนดให้ $\sqrt{3}=1.732$)

ก. 28 เมตร	ข. 29 เมตร
ค. 35 เมตร	ง. 38 เมตร

 6. ปรากฏวิทย์ยืนอยู่บนยอดประภาคารสูงจากระดับน้ำทะเล 90 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 45° จงหาว่าเรืออยู่ห่างประภาคารกี่เมตร

ก. 70 เมตร	ข. 85 เมตร
ค. 90 เมตร	ง. 95 เมตร

 7. ชายคนหนึ่งจอดเรือไว้ที่หาดทรายห่างจากหน้าผา 45 เมตรเมื่อปีนขึ้นไปบนยอดหน้าผามองลงมาเห็นเรือของตนเองด้วยมุมก้ม 30° หน้าผาแห่งนี้สูงกี่เมตร

ก. $15\sqrt{3}$ เมตร	ข. $10\sqrt{3}$ เมตร
ค. $9\sqrt{3}$ เมตร	ง. $6\sqrt{3}$ เมตร

 8. มินตราอยู่บนยอดตึกมองเห็นรถยนต์ของตนเองที่จอดอยู่ในลาดจอดรถยนต์ ซึ่งอยู่ห่างจากตึก 55 เมตร ด้วยมุมก้ม 45° จากข้อมูลที่ได้ตึกมีความสูงกี่เมตร

ก. $\frac{45\sqrt{2}}{2}$ เมตร	ข. 45 เมตร
ค. $45\sqrt{2}$ เมตร	ง. 55 เมตร

 9. จากจุดยอดตึกแห่งหนึ่งสูง 90 เมตร จากพื้นดินถ้ามองไปเห็นรถยนต์สองคันที่จอดอยู่ในลานจอดรถในแนวเส้นเดียวกัน พบว่าต้องมองเป็นมุมก้ม 35° และ 48° ตามลำดับ รถยนต์สองคันอยู่ห่างกันประมาณกี่เมตร (กำหนดให้ $\tan 35^\circ=0.700$ และ $\tan 48^\circ=1.111$)

ก. 38 เมตร	ข. 48 เมตร
ค. 58 เมตร	ง. 68 เมตร



- [illegible]



บันทึกผลคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน

คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
10	





ใบความรู้ที่ 11

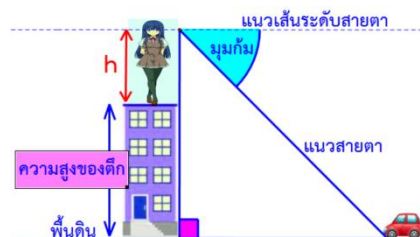
การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้มเข้ามาเกี่ยวข้องโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง ซึ่งบางครั้งใช้เครื่องมือวัดโดยตรงไม่ได้ เช่นการวัดความสูงของภูเขา การหาความกว้างของแม่น้ำ ฯลฯ สามารถทำได้โดยอาศัยความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งมีขนาดของมุมก้มเข้ามาเกี่ยวข้องและมุมก้มมีความหมายดังนี้

มุมก้ม (Angle of depression) เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตาและแนวสายตาที่มองวัตถุเมื่อวัตถุอยู่ใต้เส้นระดับสายตา



ในโจทย์ปัญหาบางข้อมีการนำความสูงของระดับสายตาเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย เช่นความสูงของคน ความสูงของขาตั้งกล้อง ฯลฯ ดังรูป h แทนความสูงของแนวเส้นระดับสายตา การคำนวณหาความสูงของวัตถุที่มองต้องนำค่า h มาเกี่ยวข้องด้วย



การแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจ วิเคราะห์ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และมีข้อมูลใดเกี่ยวข้อง เมื่อวิเคราะห์แล้วจึงดำเนินการต่อไปนี้

1. วาดภาพจำลองให้สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนด โดยกำหนดจุดและมุมต่างๆ ให้ถูกต้อง
2. คำนวณหาข้อมูลบางอย่างที่เกี่ยวข้อง
3. คำนวณสิ่งที่โจทย์ต้องการหา โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ
 - 3.1 สร้างสมการอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่โจทย์กำหนด
 - 3.2 แก้สมการ
4. สรุปคำตอบให้ตรงกับที่โจทย์ต้องการ



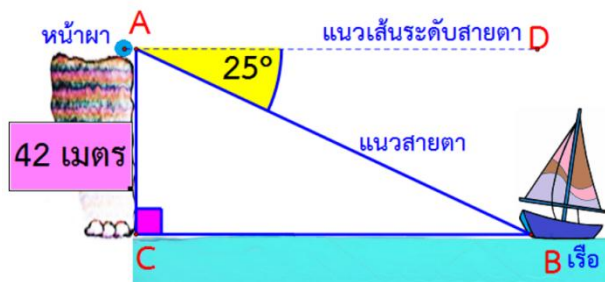


ตัวอย่างที่ 1

จากจุดบนยอดหน้าผาซึ่งตั้งแตตรงในแนวดิ่ง ถ้ามองไปที่เรือลำหนึ่งซึ่งลอยลำอยู่ในทะเลพบว่าแนวที่มองเรือเป็นมุมก้ม 25° ถ้าน้ำผาสูง 42 เมตร จากระดับน้ำทะเล จงหาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา

วิธีทำ

1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
B แทนตำแหน่งของเรือ
C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel BC$ ดังนั้น $\hat{B}AD = \hat{A}BC = 25^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 25^\circ &= \frac{CA}{BC} \\ \text{จาก} \quad \tan 25^\circ &\approx 0.466 \quad (\text{จากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ}) \\ BC &= \frac{CA}{\tan 25^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{42}{0.466} \\ &\approx 90.129 \end{aligned}$$

4. สรุปคำตอบ

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผาห่างกันประมาณ 90 เมตร **ตอบ**



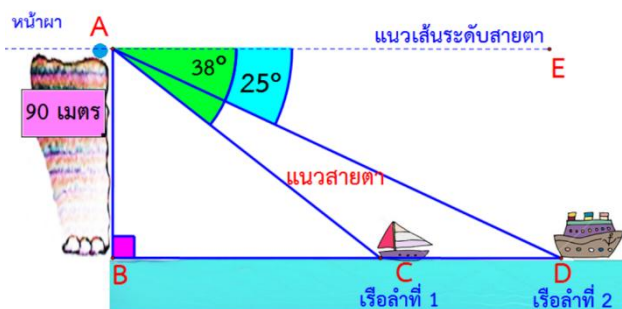


ตัวอย่างที่ 2

จากจุดยอดบนหน้าผาแห่งหนึ่งซึ่งสูง 90 เมตร สองลำที่จอดอยู่ในทะเลในแนวเส้นตรงเดียวกันพบว่าต้องมองเป็นมุมก้ม 25° และ 38° ตามลำดับ จงหาว่าระยะห่างระหว่างเรือสองลำ (ตอบค่าประมาณเป็นจำนวนเต็ม)

วิธีทำ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เขียนเป็นรูปได้ดังนี้

1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งหน้าผากับระดับน้ำทะเล
- C แทนตำแหน่งเรือลำที่ 1
- D แทนตำแหน่งเรือลำที่ 2

2. หาระยะห่างระหว่างหน้าผากับเรือลำที่ 1 (BC)

เนื่องจาก $CB \parallel AE$ ดังนั้น $\angle ACB = \angle CAE = 38^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก CBA

$$\text{จะได้ } \tan 38^\circ = \frac{BA}{CB}$$

$$CB = \frac{BA}{\tan 38^\circ}$$

$\tan 38^\circ \approx 0.781$ (จากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ)

$BA = 90$ (ความสูงของหน้าผา)

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } CB &= \frac{90}{0.781} \\ &\approx 115.24 \end{aligned}$$

3. หาระยะห่างระหว่างหน้าผากับเรือลำที่ 2 (DB)

เนื่องจาก $DB \parallel AE$ ดังนั้น $\angle ADC = \angle DAE = 25^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DBA

$$\text{จะได้ } \tan 25^\circ = \frac{BA}{DB}$$





$$DB = \frac{BA}{\tan 25^\circ}$$

$\tan 25^\circ \approx 0.466$ (จากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ)

$BA = 90$ (ความสูงของหน้าผา)

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad DB &= \frac{90}{0.466} \\ &\approx 193.13 \end{aligned}$$

4. หาระยะห่างระหว่าง เรือลำที่ 1 และ เรือลำที่ 2

จาก เรือลำที่ 1 ห่างจากหน้าผา = 115.24 เมตร

เรือลำที่ 2 ห่างจากหน้าผา = 193.13 เมตร

ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกัน $193.13 - 115.24 = 77.89$ เมตร

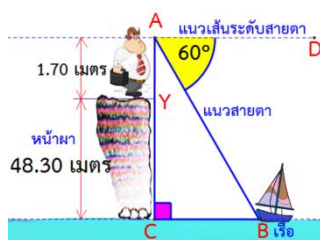
ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกันประมาณ 78 เมตร

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3

มาวินยืนอยู่ตรงหน้าผาแห่งหนึ่งซึ่งอยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 48.30 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังเรือลำหนึ่งกลางทะเล โดยมุมที่แนวสายตาทำกับแนวระดับเป็นมุมก้มมีขนาด 60° ถ้าความสูงจากพื้นถึงตาของมาวินเท่ากับ 1.70 เมตร อยากทราบว่าเรือลำนี้อยู่ห่างจากเชิงหน้าผาประมาณกี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้



จากรูปกำหนดให้

YA แทนความสูงของพื้นหน้าผาถึงระดับสายตาของมาวิน

CA แทนความสูงของหน้าผาถึงระดับน้ำทะเล

AD แทนเส้นแนวระดับสายตา

BC แทนระยะที่เรืออยู่ห่างจากเชิงหน้าผา

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $BC \parallel AD$ ดังนั้น $\angle \hat{ABC} = \angle \hat{BAD} = 60^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 60^\circ = \frac{CA}{BC}$$

$$\text{เนื่องจาก} \quad CA = YA + CY$$

$$\text{แทนค่า} \quad CA = 1.70 + 48.30 = 50$$





$$BC \approx \frac{CA}{\tan 60^\circ}$$

(จากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\tan 60^\circ \approx 1.732$)

แทนค่า

$$BC \approx \frac{50}{1.732}$$
$$BC \approx 28.87$$

3. สรุปคำตอบ

ดังนั้น เรืออยู่ห่างจากเชิงหน้าผาประมาณ 28.87 เมตร

ตอบ





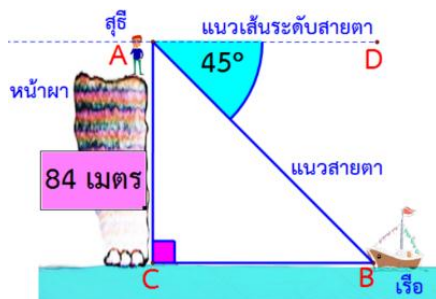
แบบฝึกหัดที่ 11.1

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้ พร้อมเติมคำตอบในแต่ละข้อ (30 คะแนน)

1. สุธียืนอยู่บนหน้าผาริมทะเลซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 84 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 45° จงหาว่าเรืออยู่ห่างจากหน้าผากี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
B แทนตำแหน่งเรือ
C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

จะได้ $\tan 45^\circ =$

$= \frac{AC}{\tan 45^\circ}$

แทนค่า BC $=$

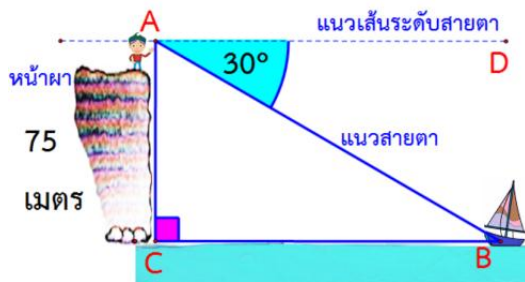
ดังนั้น เรืออยู่ห่างจากหน้าผา เมตร **ตอบ**





2. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาริมทะเล ซึ่งอยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 75 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 30° จงหาว่าเรืออยู่ห่างหน้าผาประมาณกี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลองกำหนดมุม และจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)
เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

จะได้ $\tan 30^\circ =$

BC =

แทนค่า BC =

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผาประมาณ ตอบ





3. จากจุดยอดบนหน้าผาซึ่งตั้งตัวในแนวดิ่ง ถ้ามองไปที่เรือลำหนึ่งซึ่งลอยอยู่ในทะเล พบว่าแนวที่มองเรือเป็นมุมก้ม 25° ถ้าหน้าผาสูง 42 เมตร จากระดับน้ำทะเล จงหาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

จะได้

$$\boxed{} = \frac{AC}{BC}$$

BC

=

แทนค่า

BC

=

ดังนั้น

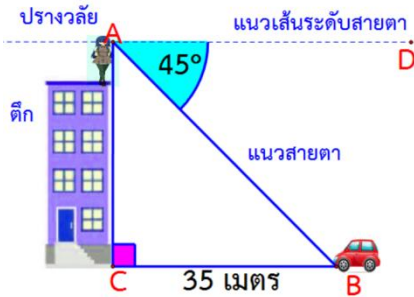
ตอบ





4. ปราวงวลัยยืนอยู่บนยอดตึกมองเห็นรถยนต์ของตนเองที่จอดอยู่ในลาดจอดรถยนต์ ซึ่งอยู่ห่างจากตึก 35 เมตร ด้วยมุมก้ม 45° จากข้อมูลที่ได้ตึกมีความสูงกี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดตึก

B แทนตำแหน่งรถยนต์

C

2. หาความสูงของตึก (AC)

เนื่องจาก

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

จะได้

$$\boxed{} = \frac{AC}{BC}$$

AC

=

แทนค่า

AC

=

ดังนั้น

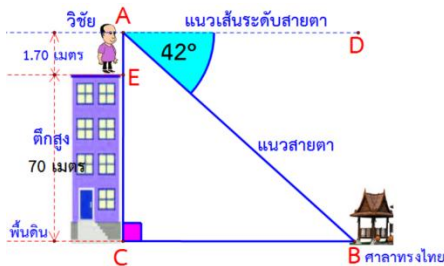
ตอบ





5. วันชัยยืนอยู่ตรงบนดาดฟ้าตึกที่มีความสูง 70 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังศาลาทรงไทยเป็นมุมก้มมีขนาด 42° ถ้าความสูงจากพื้นดาดฟ้าถึงแนวเส้นระดับสายตาของวันชัยเท่ากับ 1.70 เมตร อยากทราบว่าศาลาทรงไทยอยู่ห่าง จากตึกประมาณกี่เมตร (กำหนดให้ $\tan 42^\circ \approx 0.900$)

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้



จากรูปกำหนดให้

AE แทนความสูงของพื้นดาดฟ้าถึงแนวเส้นระดับสายตา

AC แทนความสูงของตึกถึงแนวเส้นระดับสายตา

AD แทน

BC แทน

2. หาระยะห่างระหว่างตึกถึงศาลาทรงไทย (BC)

เนื่องจาก

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

จะได้

$$\frac{AC}{BC}$$

เนื่องจาก

AC

=

แทนค่า

AC

=

BC

=

แทนค่า

BC

=

3. สรุปคำตอบ

ดังนั้น

ตอบ



บันทึกผลคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 11.1

คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
30	





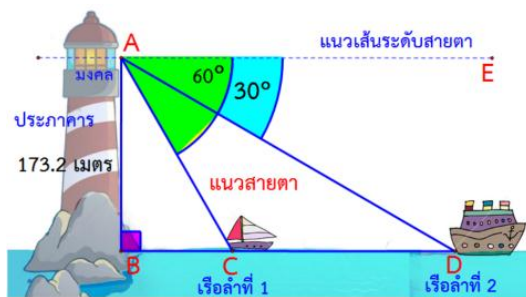
แบบฝึกหัดที่ 11.2

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้ พร้อมเติมคำตอบในแต่ละข้อ (30 คะแนน)

1. มงคloyอยู่บนประภาคารสังเกตเห็นเรือสองลำจอดอยู่ในทะเลทางทิศตะวันออกของประภาคารในแนวเส้นตรงเดียวกัน ทำมุมก้ม 30° และ 60° กับแนวระดับ ประภาคารนี้มีความสูงจากน้ำทะเลประมาณ 173.2 เมตร เรือสองลำอยู่ห่างกันกี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งประภาคารกับระดับน้ำทะเล
- C แทนตำแหน่งเรือลำที่ 1
- D แทนตำแหน่งเรือลำที่ 2

2. หาระยะห่างระหว่างเรือลำที่ 1 กับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AE \parallel CB$ ดังนั้น $\angle CAE = \angle BCA = 60^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

จะได้

$$\tan 60^\circ =$$

=

$$BC =$$

=

แทนค่า





3. หาระยะห่างของเรือลำที่ 2 กับหน้าผา(BC)

เนื่องจาก $BD \parallel AE$ ดังนั้น

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DBA

จะได้

$$\frac{BD}{AB} = \frac{AE}{AB}$$

BD

=

แทนค่า

4. หาระยะห่างระหว่าง เรือลำที่ 1 และ เรือลำที่ 2

จาก เรือลำที่ 1 ห่างจากประภาคาร

=

เรือลำที่ 2 ห่างจากประภาคาร

=

ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกัน $300 - 100 = 200$ เมตร

ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกัน

เมตร

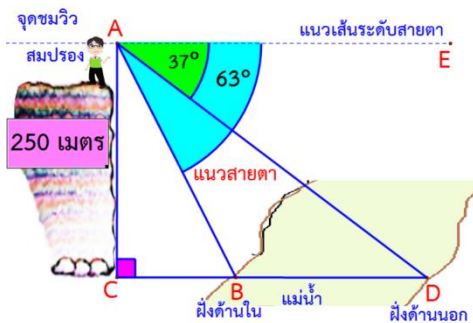
ตอบ





2. สมพรยืนอยู่จุดชมวิวบนหน้าผาแห่งหนึ่งซึ่งสูงจากพื้นดิน 250 เมตร ถ้ามองลงไปเห็นแม่น้ำในแนวเส้นเดียวกันของสองฝั่งแม่น้ำพบว่าต้องมองเป็นมุมก้ม 37° และ 63° ตามลำดับ จงหาว่าแม่น้ำมีความกว้างจุดนี้ประมาณกี่เมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนจุดชมวิว
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับพื้นดิน
- B แทนตำแหน่งฝั่งด้านในของแม่น้ำ
- D แทนตำแหน่งฝั่งด้านนอกของแม่น้ำ

2. หาระยะห่างระหว่างฝั่งด้านในของแม่น้ำกับหน้าผากับ (BC)
เนื่องจาก $BC \parallel AE$ ดังนั้น $\angle CBA = \angle BAE = 63^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACB

จะได้

$$\tan 63^\circ =$$

$$BC =$$

แทนค่า

3. หาระยะห่างระหว่างฝั่งด้านนอกของแม่น้ำกับหน้าผากับ (DC)
เนื่องจาก $BD \parallel AE$ ดังนั้น $\angle CDA = \angle DAE = 37^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACD

จะได้

$$\frac{\text{AC}}{\text{DC}} =$$

$$DC =$$





แทนค่า

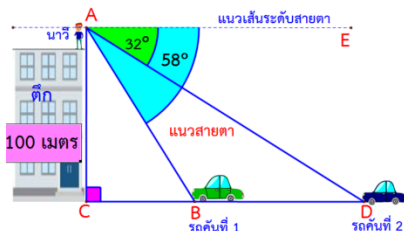
4. หาระยะห่างระหว่าง ฝั่งด้านใน และฝั่งด้านนอกของแม่น้ำ

จาก จุดฝั่งด้านนอกของแม่น้ำกับหน้าผา = จุดฝั่งด้านนอกของแม่น้ำกับหน้าผา = ดังนั้น แม่น้ำกว้าง เมตร

ตอบ

3. นาวิยีนอยู่บนยอดตึกแห่งหนึ่งซึ่งสูงจากพื้นดิน 100 เมตร ถ้ามองลงไปเห็นรถยนต์สองคันที่จอดอยู่ในลานจอดรถ ในแนวเส้นเดียวกันพบว่าต้องมองเป็นมุมก้ม 32° และ 58° ตามลำดับ จงหาระยะห่างระหว่างสองคันอยู่ห่างกันประมาณกี่เมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งประภาคารกับระดับน้ำทะเล
- C แทนตำแหน่งเรือลำที่ 1
- D แทนตำแหน่งเรือลำที่ 2

2. หาระยะห่างระหว่างตึกกับรถยนต์คันที่ 1 (BC)

เนื่องจาก $BC \parallel AE$ ดังนั้น $\angle BCA = \angle CAE = 58^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

จะได้ $\tan 58^\circ =$ BC = 



แทนค่า

3. หาระยะห่างระหว่างตึกกับรถยนต์คันที่ 2 (BC)

เนื่องจาก

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

จะได้

แทนค่า

4. หาระยะห่างระหว่าง รถคันที่ 1 และ รถคันที่ 2

จาก

ดังนั้น รถทั้งสองคันห่างกัน

เมตร

ตอบ

บันทึกผลคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 11.2

คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
30	





แบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 15 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ทับตัวอักษร ก, ข, ค, ง หน้าคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

- จากจุดชมวิบบนยอดหน้าผาซึ่งตั้งตรงในแนวดิ่ง เมื่อมองไปที่เรือลำหนึ่งซึ่งลอยลำนอยู่ในทะเลพบว่าแนวที่มองเรือเป็นมุมก้ม 30° ถ้าหน้าผาสูง 40 เมตร จากระดับน้ำทะเล แล้วระยะทางระหว่างเรือถึงหน้าผาเท่ากับข้อใด
 - $40\sqrt{3}$ เมตร
 - $40\sqrt{2}$ เมตร
 - $20\sqrt{3}$ เมตร
 - $20\sqrt{2}$ เมตร
- สุวิทย์ยืนอยู่บนหน้าผาริมทะเลซึ่งอยู่ห่างจากระดับน้ำทะเล 1,000 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 30° ถ้าสุวิทย์ต้องการหาระยะห่างของเรือกับตำแหน่งที่เขายืนอยู่เขาควรใช้ความรู้เรื่องใดจึงจะเหมาะสมที่สุด
 - มุมก้ม 30° กับ $\tan 30^\circ$
 - มุมก้ม 30° กับ $\cos 30^\circ$
 - มุมก้ม 30° กับ $\sin 30^\circ$
 - มุมก้ม 30° กับ $\sec 30^\circ$
- ณ จุดสังเกตบนเขื่อนสูงจากระดับน้ำ 6 เมตรมองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 60° ข้อใดเป็นระยะห่างระหว่างเรือกับเขื่อน
 - $2\sqrt{3}$ เมตร
 - $4\sqrt{3}$ เมตร
 - $3\sqrt{3}$ เมตร
 - $6\sqrt{3}$ เมตร
- ชายคนหนึ่งอยู่บนดาดฟ้าตึกหลังหนึ่ง ซึ่งสูง 45 เมตร มองเห็นรถยนต์คันหนึ่งจอดอยู่ที่ลานจอดรถเป็นมุมก้ม 30° รถยนต์อยู่ห่างจากตึกกี่เมตร
 - $45\sqrt{3}$ เมตร
 - $30\sqrt{3}$ เมตร
 - $15\sqrt{3}$ เมตร
 - $10\sqrt{3}$ เมตร





5. สุปจน์ยืนอยู่บนหน้าผาแห่งหนึ่ง อยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 50 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังเรือลำหนึ่งกลางทะเลโดยมุมที่แนวเส้นระดับสายตา กับแนวสายตาเป็นมุมก้มมีขนาด 60° เรือลำนี้อยู่ห่างจากหน้าผาประมาณกี่เมตร (กำหนดให้ $\sqrt{3}=1.732$)
- | | |
|------------|------------|
| ก. 28 เมตร | ข. 29 เมตร |
| ค. 30 เมตร | ง. 31 เมตร |
6. ปราสาทพิมายยืนอยู่บนยอดประภาคารสูงจากระดับน้ำทะเล 80 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 45° จงหาว่าเรืออยู่ห่างประภาคารกี่เมตร
- | | |
|------------|------------|
| ก. 70 เมตร | ข. 75 เมตร |
| ค. 80 เมตร | ง. 85 เมตร |
7. ชายคนหนึ่งจอดเรือไว้ที่หาดทรายห่างจากหน้าผา 30 เมตรเมื่อปีนขึ้นไปบนยอดหน้าผามองลงมาเห็นเรือของตนเองด้วยมุมก้ม 30° หน้าผาแห่งนี้สูงกี่เมตร
- | | |
|---------------------|----------------------|
| ก. $3\sqrt{3}$ เมตร | ข. $6\sqrt{3}$ เมตร |
| ค. $9\sqrt{3}$ เมตร | ง. $10\sqrt{3}$ เมตร |
8. นาริอยู่บนยอดดึกมองเห็นรถยนต์ของตนเองที่จอดอยู่ในลาดจอดรถยนต์ ซึ่งอยู่ห่างจากดึก 45 เมตร ด้วยมุมก้ม 45° จากข้อมูลที่ได้ดึกมีความสูงกี่เมตร
- | | |
|--------------------------------|------------|
| ก. $\frac{45\sqrt{2}}{2}$ เมตร | ข. 45 เมตร |
| ค. $45\sqrt{2}$ เมตร | ง. 50 เมตร |
9. จากจุดยอดดึกแห่งหนึ่งสูง 90 เมตร จากพื้นดินถ้ามองไปเห็นรถยนต์สองคันที่จอดอยู่ในลานจอดรถในแนวเส้นเดียวกัน พบว่าต้องมองเป็นมุมก้ม 25° และ 38° ตามลำดับ รถยนต์สองคันอยู่ห่างกันประมาณกี่เมตร (กำหนดให้ $\tan 25^\circ=0.466$ และ $\tan 38^\circ=0.781$)
- | | |
|------------|------------|
| ก. 98 เมตร | ข. 87 เมตร |
| ค. 85 เมตร | ง. 65 เมตร |



10. อนุชายืนอยู่บนหน้าผาแห่งหนึ่ง ซึ่งสูง 200 เมตร จากระดับน้ำทะเล อนุชาวัดมุมก้มของเรือสองลำได้ 45° และ 30° ตามลำดับจงหาว่าเรือสองลำนี้ห่างกันเท่าไร (กำหนดให้ $\sqrt{3}=1.732$)
- ก. 173.20 เมตร
ข. 146.40 เมตร
ค. 131.28 เมตร
ง. 85.31 เมตร



บันทึกผลคะแนนแบบทดสอบหลังเรียน

คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
10	





บรรณานุกรม

กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์ . แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

พื้นฐาน ม.4-6 เล่ม 2 . กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์ , 2553 .

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ . คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 4 – 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้น

พื้นฐานพุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : องค์การค้ำของ สกสศ. , 2553 .

..... หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 กลุ่มสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช

2551. กรุงเทพฯ : องค์การค้ำของ สกสศ. , 2553 .

..... หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2544 . กรุงเทพฯ : องค์การค้ำของ สกสศ. , 2552 .

โชคชัย สิริหาญอุดม . แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 รายวิชาพื้นฐาน . กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์ ,

2554.

สำนักทดสอบทางการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ.

คู่มือประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานตามหลักสูตร

แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. กรุงเทพฯ :

โรงพิมพ์สำนักงานพระพุทธศาสนาแห่งชาติ , 2555 .







เกณฑ์การให้คะแนน

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม

1. แบบทดสอบ

1.1 แบบทดสอบก่อนเรียน

เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ 10 คะแนน

ข้อละ 1 คะแนน ให้คะแนนดังนี้

ได้ 1 คะแนน : คำตอบถูกต้อง

ได้ 0 คะแนน : ไม่ตอบ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง

1.2 แบบทดสอบหลังเรียน

เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ 10 คะแนน

ข้อละ 1 คะแนน ให้คะแนนดังนี้

ได้ 1 คะแนน : คำตอบถูกต้อง

ได้ 0 คะแนน : ไม่ตอบ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง

2. แบบฝึกทักษะ

2.1 แบบฝึกทักษะที่ 11.1 เป็นแบบเติมคำตอบ จำนวน 30 ช่อง ช่องละ 1 คะแนน
ให้คะแนนดังนี้

ได้ 1 คะแนน : เติมคำตอบได้ถูกต้อง

ได้ 0 คะแนน : ไม่เติมคำตอบ หรือเติมคำตอบได้ไม่ถูกต้อง

2.2 แบบฝึกทักษะที่ 11.2 เป็นแบบเติมคำตอบ จำนวน 30 ช่อง ช่องละ 1 คะแนน
ให้คะแนนดังนี้

ได้ 1 คะแนน : เติมคำตอบได้ถูกต้อง

ได้ 0 คะแนน : ไม่เติมคำตอบ หรือเติมคำตอบได้ไม่ถูกต้อง



**เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน**

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมกัม
คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลา 15 นาที

ข้อ	คำตอบ
1	ง
2	ง
3	ก
4	ง
5	ง
6	ค
7	ค
8	ข
9	ข
10	ข

ตรวจจากเฉลยตรงนี้ก่อนนะครับ ถ้ายังไม่เข้าใจ
สามารถไปดูเฉลยแนวคิดหน้าถัดไปได้เลยครับ

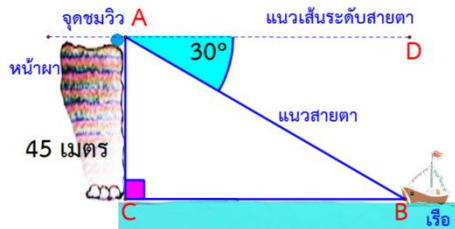




เฉลยแนวคิดแบบทดสอบก่อนเรียน

1. เฉลย ข. $45\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดชมวิบบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 30^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\text{จะได้} \quad \tan 30^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 30^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{45}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

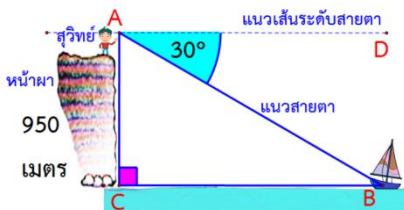
$$BC = 45 \times \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$BC = 45\sqrt{3}$$

ดังนั้น ระยะทางระหว่างเรือกับหน้าผา เท่ากับ $45\sqrt{3}$ เมตร

2. เฉลย ง. มุมก้ม 30° กับ $\sin 30^\circ$

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล





2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับตำแหน่งที่เขายืน (AB)

จากรูปคือ ระยะทางของ AB

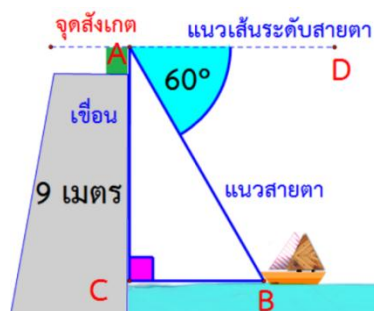
เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC}$

ความสัมพันธ์ของด้านที่ต้องการหา กับ ด้านที่ทราบความยาวคือ AC คือ $\sin 30^\circ = \frac{AC}{AB}$

ดังนั้น ถ้าต้องการหาความยาวของ AB ต้องให้ความรู้เรื่อง มุมก้ม 30° กับ $\sin 30^\circ$

3. เฉลย ค. $3\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนเขื่อน
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งเขื่อนที่ระดับน้ำ

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 60^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 60^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 60^\circ}$$

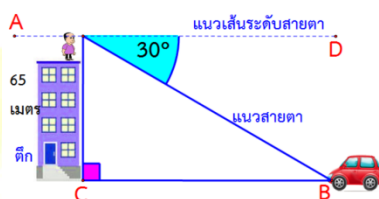
$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{9}{\sqrt{3}}$$

$$BC = 3\sqrt{3}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับเขื่อนเท่ากับ $3\sqrt{3}$ เมตร

4. เฉลย ข. $55\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนตึก
- B แทนตำแหน่งรถยนต์
- C แทนตำแหน่งตึกที่ระดับพื้นดิน





2. หาระยะห่างระหว่างรถยนต์กับตึก (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 30^\circ$

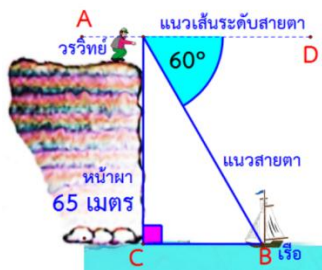
จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad \tan 30^\circ &= \frac{AC}{BC} \\ BC &= \frac{AC}{\tan 30^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{55}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \\ BC &= 55 \times \sqrt{3} \\ BC &= 55\sqrt{3}\end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างรถยนต์กับตึก เท่ากับ $55\sqrt{3}$ เมตร

5. เฉลย จ. 38 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 60^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad \tan 60^\circ &= \frac{AC}{BC} \\ BC &= \frac{AC}{\tan 60^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{65}{1.732} \\ BC &\approx 37.53 \\ BC &\approx 38\end{aligned}$$

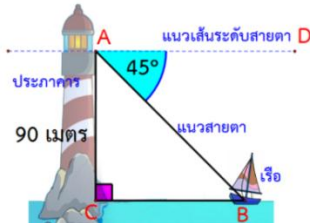
ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผาประมาณ 38 เมตร





6. เฉลย ค. 90 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดประภาคาร
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งประภาคารที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับประภาคาร (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 45^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 45^\circ &= \frac{AC}{BC} \\ BC &= \frac{AC}{\tan 45^\circ} \end{aligned}$$

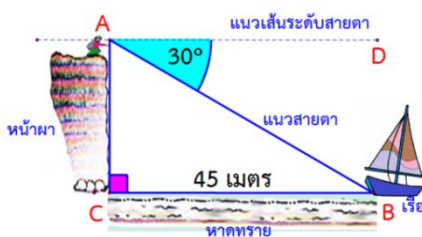
$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{90}{1}$$

$$\text{จะได้} \quad BC = 90$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับประภาคารเท่ากับ 90 เมตร

7. เฉลย ก. $15\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่หาดทราย

2. หาความสูงของหน้าผา (AC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 30^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 30^\circ &= \frac{AC}{BC} \\ AC &= \tan 30^\circ \times CB \end{aligned}$$

$$\text{แทนค่า} \quad AC = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 45$$

$$AC = 15\sqrt{3}$$

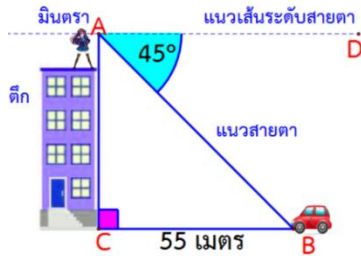
ดังนั้น หน้าผามีความสูงเท่ากับ $15\sqrt{3}$ เมตร





8. เฉลย จ. 55 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดตึก
- B แทนตำแหน่งรถยนต์
- C แทนตำแหน่งตึกที่ระดับพื้นดิน

2. หาคความสูงของตึก (AC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 45^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\text{จะได้} \quad \tan 45^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$AC = \tan 45^\circ \times BC$$

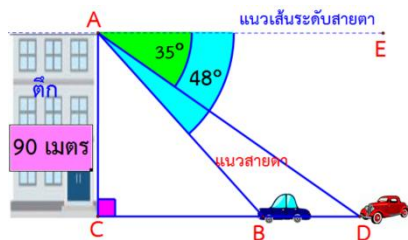
$$\text{แทนค่า} \quad AC = 1 \times 55$$

$$AC = 55$$

ดังนั้น ตึกสูงเท่ากับ 55 เมตร

9. เฉลย ข. 48 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดตึก
- B แทนตำแหน่งรถยนต์คันที่ 1
- C แทนตำแหน่งรถยนต์คันที่ 2

2. หาระยะห่างระหว่างรถยนต์คันที่ 1 กับตึก (BC)

เนื่องจาก $AE \parallel BC$ ดังนั้น $\hat{CAE} = \hat{ACB} = 48^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\text{จะได้} \quad \tan 48^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$BC = \frac{AB}{\tan 48^\circ}$$





$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{90}{1.111} \\ BC &= 81.01 \\ BC &\approx 81 \end{aligned}$$

ดังนั้น รอยนตฺคนที่ 1 ห่างจากตึกประมาณ 81 เมตร

3. หาระยะห่างระหว่างรอยนตฺคนที่ 2 กับตึก (BD)

เนื่องจาก $AE \parallel BC$ ดังนั้น $\angle CAE = \angle BDA = 35^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก AB

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 35^\circ &= \frac{AB}{BD} \\ BD &= \frac{AB}{\tan 35^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad BD &= \frac{90}{0.700} \\ BD &= 128.57 \\ BD &\approx 129 \end{aligned}$$

ดังนั้น รอยนตฺคนที่ 2 ห่างจากตึกประมาณ 129 เมตร

4. หาระยะห่างระหว่างรอยนตฺคนที่ 1 และคนที่ 2

จาก รอยนตฺคนที่ 1 ห่างจากตึกประมาณ 81 เมตร

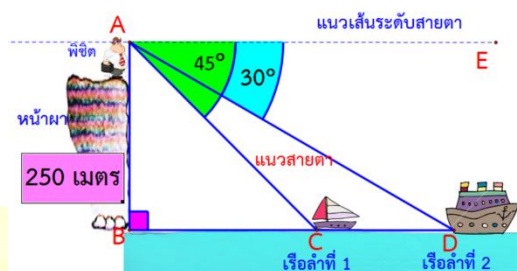
รอยนตฺคนที่ 2 ห่างจากตึกประมาณ 129 เมตร

ดังนั้น รอยนตฺทั้งสองห่างกัน $129 - 81 = 48$ เมตร

ดังนั้น รอยนตฺสองคนนี้ห่างกัน 48 เมตร

10. เฉลย ข. 146.40 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล
- C แทนตำแหน่งเรือลำที่ 1
- D แทนตำแหน่งเรือลำที่ 2





2. หาระยะห่างระหว่างเรือลำที่ 1 กับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AE \parallel BC$ ดังนั้น $\angle CAE = \angle ACB = 45^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\text{จะได้} \quad \tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$BC = \frac{AB}{\tan 45^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{250}{1}$$

$$BC = 250$$

ดังนั้น เรือลำที่ 1 ห่างจากหน้าผา 250 เมตร

3. หาระยะห่างระหว่างเรือลำที่ 2 กับหน้าผา (BD)

เนื่องจาก $AE \parallel BD$ ดังนั้น $\angle CAE = \angle BDA = 30^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABD

$$\text{จะได้} \quad \tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$BD = \frac{AB}{\tan 30^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BD = \frac{250}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$BD = 250 \times \sqrt{3}$$

$$BD = 250 \times 1.732$$

$$BD = 433$$

ดังนั้น เรือลำที่ 2 ห่างจากหน้าผา 433 เมตร

4. หาระยะห่างระหว่างเรือลำที่ 1 และเรือลำที่ 2 (CD)

จาก เรือลำที่ 1 ห่างจากหน้าผา 250 เมตร

เรือลำที่ 2 ห่างจากหน้าผา 433 เมตร

ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกัน $433 - 250 = 183$ เมตร

ดังนั้น เรือสองลำอยู่ห่างกัน 183 เมตร





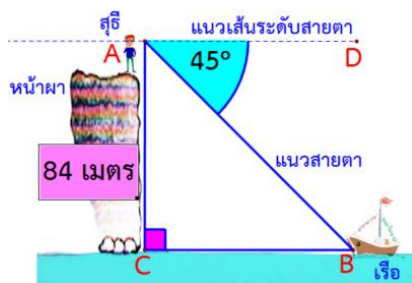
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 11.1



คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้ พร้อมเติมคำตอบในแต่ละข้อ (30 คะแนน)

1. สุธียืนอยู่บนหน้าผาริมทะเลซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 84 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 45° จงหาว่าเรืออยู่ห่างจากหน้าผากี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\angle BAD = \angle CBA = 45^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\text{จะได้} \quad \tan 45^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 45^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{84}{1} = 84$$

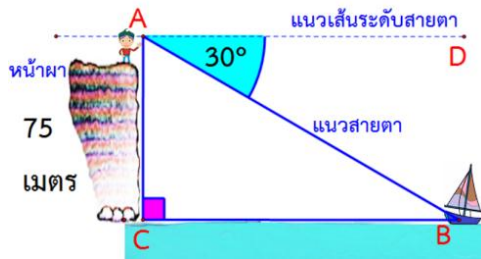
ดังนั้น เรืออยู่ห่างจากหน้าผา 84 เมตร

ตอบ

2. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาริมทะเล ซึ่งอยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 75 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 30° จงหาว่าเรืออยู่ห่างจากหน้าผาประมาณกี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลองกำหนดมุม และจุดต่างๆ





จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{CBA} = 30^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 30^\circ &= \frac{AC}{BC} \\ BC &= \frac{AC}{\tan 30^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{75}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= 75 \times \sqrt{3} \approx 129.982 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผาประมาณ 130 เมตร **ตอบ**

3. จากจุดยอดบนหน้าผาซึ่งตั้งตัวในแนวตั้ง ถ้ามองไปที่เรือลำหนึ่ง ซึ่งลอยอยู่ในทะเล พบว่าแนวที่มองเรือเป็นมุมก้ม 25° ถ้าหน้าผาสูง 42 เมตร จากระดับน้ำทะเล จงหาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel BC$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 25^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA





$$\text{จะได้} \quad \tan 25^\circ = \frac{AC}{BC}$$

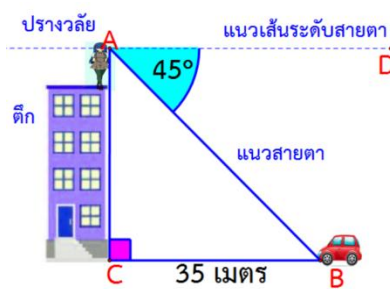
$$BC = \frac{AC}{\tan 25^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{42}{0.466} \approx 90.13$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผาประมาณ 90.13 เมตร **ตอบ**

4. ปราสาทขลุ่ยยืนอยู่บนยอดตึกมองเห็นรถยนต์ของตนเองที่จอดอยู่ในลาดจอดรถยนต์ ซึ่งอยู่ห่างจากตึก 35 เมตรด้วยมุมก้ม 45° จากข้อมูลที่ได้นี้ตึกมีความสูงกี่เมตร

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดตึก
- B แทนตำแหน่งรถยนต์
- C แทนตำแหน่งตึกที่ระดับพื้นดิน

2. หาความสูงของตึก (AC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 45^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BAC

$$\text{จะได้} \quad \tan 45^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$AC = \tan 45^\circ \times BC$$

$$\text{แทนค่า} \quad AC = 1 \times 35 = 35$$

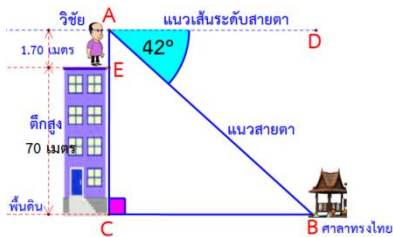
ดังนั้น ตึกสูงเท่ากับ 35 เมตร **ตอบ**





5. วันชัยยืนอยู่ตรงบนดาดฟ้าตึกที่มีความสูง 70 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังศาลาทรงไทยเป็นมุมก้มมีขนาด 42° ถ้าความสูงจากพื้นดาดฟ้าถึงแนวเส้นระดับสายตาของวันชัยเท่ากับ 1.70 เมตร อยากทราบว่าศาลาทรงไทยอยู่ห่าง จากตึกประมาณกี่เมตร (กำหนดให้ $\tan 42^\circ \approx 0.900$)

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้



จากรูปกำหนดให้

AE แทนความสูงของพื้นดาดฟ้าถึงแนวเส้นระดับสายตา

AC แทนความสูงของตึกถึงแนวเส้นระดับสายตา

AD แทนเส้นแนวระดับสายตา

BC แทนระยะห่างระหว่างตึกถึงศาลาทรงไทย

2. หาระยะห่างระหว่างตึกถึงศาลาทรงไทย (BC)

เนื่องจาก $BC \parallel AD$ ดังนั้น $\angle CBA = \angle BAD = 42^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\text{จะได้} \quad \tan 42^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{เนื่องจาก} \quad AC = AE + EC$$

$$\text{แทนค่า} \quad AC = 1.70 + 70 = 71.70$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 42^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{71.70}{0.900} \approx 79.67$$

3. สรุปคำตอบ

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างตึกถึงศาลาทรงไทย 79.67 เมตร

ตอบ





เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 11.2

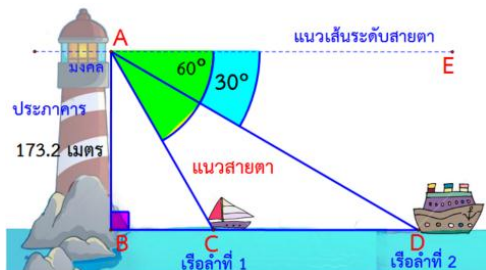


คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้ พร้อมเติมคำตอบในแต่ละข้อ (30 คะแนน)

1. มงคลอยุ่บนประภาคารสังเกตเห็นเรือสองลำจอดอยู่ในทะเลทางทิศตะวันออกของประภาคารในแนวเส้นตรงเดียวกัน ทำมุมก้ม 30° และ 60° กับแนวระดับ ประภาคารนี้มีความสูงจากน้ำทะเลประมาณ 173.2 เมตร เรือสองลำอยู่ห่างกันกี่เมตร

วิธีทำ

1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งประภาคารกับระดับน้ำทะเล
- C แทนตำแหน่งเรือลำที่ 1
- D แทนตำแหน่งเรือลำที่ 2

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AE \parallel CB$ ดังนั้น $\angle CAE = \angle BCA = 60^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก CBA

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 60^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ BC &= \frac{AB}{\tan 60^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{173.2}{1.732} \\ &= 100 \end{aligned}$$

3. หาระยะห่างของเรือลำที่ 2 กับหน้าผา (BD)

เนื่องจาก $BD \parallel AE$ ดังนั้น $\angle DAE = \angle BDA = 30^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DBA

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 30^\circ &= \frac{AB}{BD} \\ BD &= \frac{AB}{\tan 30^\circ} \end{aligned}$$





$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad BD &= \frac{173.2}{0.577} \\ &\approx 300 \end{aligned}$$

4. ทหารยะห่างระหว่าง เรือลำที่ 1 และ เรือลำที่ 2

จาก เรือลำที่ 1 ห่างจากประภาคาร = 100 เมตร

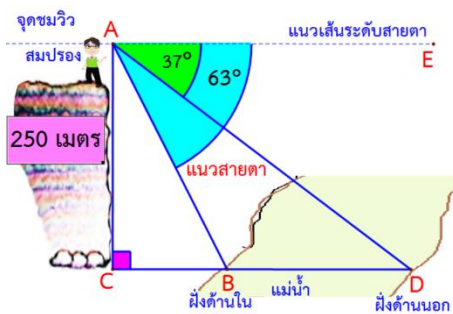
เรือลำที่ 2 ห่างจากประภาคาร = 300 เมตร

ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกัน $300 - 100 = 200$ เมตร

ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกัน **200** เมตร **ตอบ**

2. สมพร่องยืนอยู่จุดชมวิวบนหน้าผาแห่งหนึ่งซึ่งสูงจากพื้นดิน 250 เมตร ถ้ามองลงไปเห็นแม่น้ำ ในแนวเส้นเดียวกันของสองฝั่งแม่น้ำพบว่าต้องมองเป็นมุมก้ม 37° และ 63° ตามลำดับ จงหาว่าแม่น้ำมีความกว้างจุดนี้ประมาณกี่เมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

วิธีทำ 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนจุดชมวิว
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับพื้นดิน
- B แทนตำแหน่งฝั่งด้านในของแม่น้ำ
- D แทนตำแหน่งฝั่งด้านนอกของแม่น้ำ

2. ทหารยะห่างระหว่างฝั่งด้านในของแม่น้ำกับหน้าผากับ (BC)

เนื่องจาก $BC \parallel AE$ ดังนั้น $\angle ABC = \angle BAE = 63^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 63^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 63^\circ}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{250}{1.963} \\ &\approx 127.36 \end{aligned}$$





3. ทหาระยะห่างระหว่างฝั่งด้านนอกของแม่น้ำกับหน้าผากับ (DC)

เนื่องจาก $BD \parallel AE$ ดังนั้น $\hat{ADC} = \hat{DAE} = 37^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DCA

$$\text{จะได้ } \tan 37^\circ = \frac{AC}{DC}$$

$$DC = \frac{AC}{\tan 37^\circ}$$

$$\text{แทนค่า } DC = \frac{250}{0.754} \approx 331.56$$

4. ทหาระยะห่างระหว่าง ฝั่งด้านใน และฝั่งด้านนอกของแม่น้ำ

จาก จุดฝั่งด้านนอกของแม่น้ำกับหน้าผา = 127.36 เมตร

จุดฝั่งด้านนอกของแม่น้ำกับหน้าผา = 331.56 เมตร

ดังนั้น แม่น้ำกว้าง $331.56 - 127.36 = 204.20$ เมตร

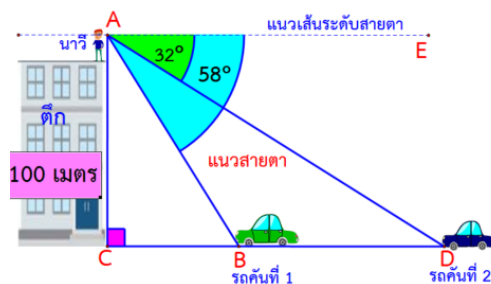
ดังนั้น แม่น้ำกว้างประมาณ 204 เมตร

ตอบ

3. นาวิยืนอยู่บนยอดตึกแห่งหนึ่งซึ่งสูงจากพื้นดิน 100 เมตร ถ้ามองลงไปเห็นรถยนต์สองคันที่จอดอยู่ในลานจอดรถ ในแนวเส้นเดียวกันพบว่าต้องมองเป็นมุมก้ม 32° และ 58° ตามลำดับ จงหารถยนต์ทั้งสองคันอยู่ห่างกันประมาณกี่เมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

วิธีทำ

1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนหน้าผา
- B แทนตำแหน่งประภาคารกับระดับน้ำทะเล
- C แทนตำแหน่งเรือลำที่ 1
- D แทนตำแหน่งเรือลำที่ 2

2. ทหาระยะห่างระหว่างตึกกับรถยนต์คันที่ 1 (BC)

เนื่องจาก $BC \parallel AE$ ดังนั้น $\hat{BCA} = \hat{CAE} = 58^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้ } \tan 58^\circ = \frac{AB}{BC}$$





$$BC = \frac{AB}{\tan 58^\circ}$$

แทนค่า

$$BC = \frac{100}{1.600}$$
$$\approx 62.5$$

3. หาระยะห่างระหว่างตึกกับรถยนต์คันที่ 2 (BC)

เนื่องจาก $BD \parallel AE$ ดังนั้น $\angle CDA = \angle EAD = 32^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

จะได้

$$\tan 32^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$BD = \frac{AB}{\tan 32^\circ}$$

แทนค่า

$$BD = \frac{100}{0.625}$$
$$\approx 160$$

4. หาระยะห่างระหว่าง รถคันที่ 1 และ รถคันที่ 2

จาก รถคันที่ 1 ห่างจากตึก = 62.5 เมตร

รถคันที่ 2 ห่างจากตึก = 160 เมตร

ดังนั้น รถทั้งสองคันห่างกัน $160 - 62.5 = 97.5$ เมตร

ดังนั้น รถทั้งสองคันห่างกันประมาณ 98 เมตร ตอบ





เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมมกัม
คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลา 15 นาที

ข้อ	คำตอบ
1	ก
2	ค
3	ก
4	ก
5	ก
6	ค
7	ง
8	ข
9	ข
10	ข

ตรวจจากเฉลยก่อนนะครับ
ถ้ายังไม่เข้าใจ สามารถไปดูเฉลย
แนวคิดหน้าถัดไปได้เลยครับ



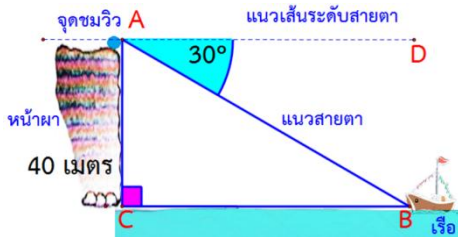


เฉลยแนวคิดแบบทดสอบหลังเรียน

1. เฉลย ก. $40\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด

1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดชมวิวบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะทางระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 30^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 30^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 30^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{40}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$BC = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{1}$$

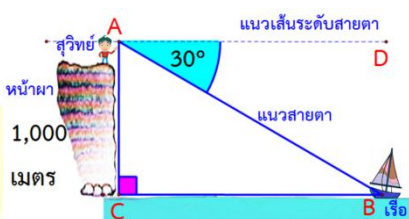
$$BC = 40\sqrt{3}$$

ดังนั้น ระยะทางระหว่างเรือกับหน้าผา เท่ากับ $40\sqrt{3}$ เมตร

2. เฉลย ค. มุมก้ม 30° กับ $\sin 30^\circ$

แนวคิด

1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล





2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับตำแหน่งที่เขายืน (AB)

จากรูปคือ ระยะทางของ AB

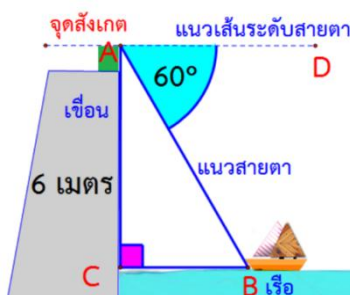
เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC}$

ความสัมพันธ์ของด้านที่ต้องการหา กับ ด้านที่ทราบความยาวคือ AC คือ $\sin 30^\circ = \frac{AC}{AB}$

ดังนั้น ถ้าต้องการหาความยาวของ AC ต้องให้ความรู้เรื่อง มุมก้ม 30° กับ $\sin 30^\circ$

3. เฉลย ก. $2\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนเขื่อน
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งเขื่อนที่ระดับน้ำ

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 60^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 60^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 60^\circ}$$

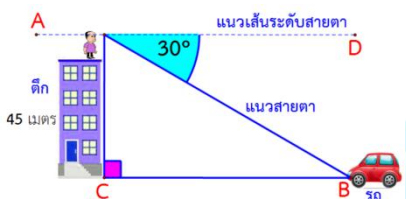
$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$BC = 2\sqrt{3}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับเขื่อนเท่ากับ $2\sqrt{3}$ เมตร

4. เฉลย ก. $45\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนตึก
- B แทนตำแหน่งรถยนต์
- C แทนตำแหน่งตึกที่ระดับพื้นดิน





2. หาระยะห่างระหว่างรถยนต์กับตึก (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 30^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 30^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 30^\circ}$$

$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{45}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

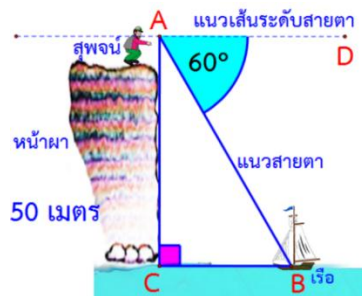
$$BC = 45 \times \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$BC = 45\sqrt{3}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างรถยนต์กับตึก เท่ากับ $45\sqrt{3}$ เมตร

5. เฉลย ก. 29 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 60^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 60^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\tan 60^\circ}$$



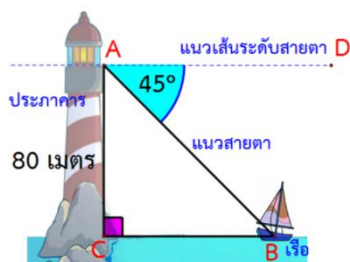


$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{50}{1.732} \\ BC &= 28.86 \\ &\approx 29 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผาประมาณ 29 เมตร

6. เฉลย ค. 80 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดประภาคาร
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล

2. หาระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 45^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 45^\circ &= \frac{AC}{BC} \\ BC &= \frac{AC}{\tan 45^\circ} \end{aligned}$$

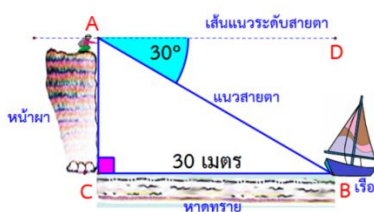
$$\text{แทนค่า} \quad BC = \frac{80}{1}$$

$$\text{จะได้} \quad BC = 80$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเรือกับประภาคารเท่ากับ 80 เมตร

7. เฉลย ง. $10\sqrt{3}$ เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งเรือ
- C แทนตำแหน่งหน้าผาที่หาดทราย





2. หาความสูงของหน้าผา(AC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 30^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 30^\circ = \frac{AC}{BC}$$

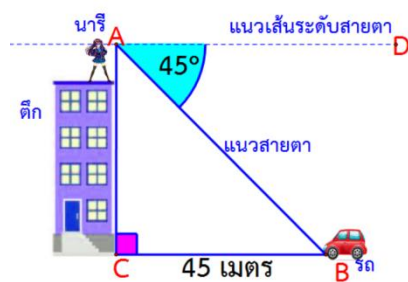
$$AC = \tan 30^\circ \times CB$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad AC &= \frac{\sqrt{3}}{3} \times 30 \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น หน้าผามีความสูงเท่ากับ $10\sqrt{3}$ เมตร

8. เฉลย ข. 45 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดตึก

B แทนตำแหน่งรถยนต์

C แทนตำแหน่งตึกที่ระดับพื้นดิน

2. หาความสูงของตึก (AC)

เนื่องจาก $AD \parallel CB$ ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{ABC} = 45^\circ$

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCA

$$\text{จะได้} \quad \tan 45^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$AC = \tan 45^\circ \times BC$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad AC &= 1 \times 45 \\ &= 45 \end{aligned}$$

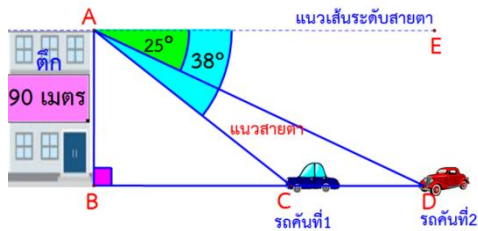
ดังนั้น ตึกสูงเท่ากับ 45 เมตร





9. เฉลย ข. 87 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดตึก
- C แทนตำแหน่งรถยนต์คันที่ 1
- D แทนตำแหน่งรถยนต์คันที่ 2

2. หาระยะห่างระหว่างรถยนต์คันที่ 1 กับตึก (BC)

เนื่องจาก $AE \parallel BC$ ดังนั้น $\angle CAE = \angle ACB = 38^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก CBA

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 38^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ BC &= \frac{AB}{\tan 38^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{90}{0.781} \\ BC &= 115.23 \\ &\approx 115 \end{aligned}$$

ดังนั้น รถยนต์คันที่ 1 ห่างจากตึกประมาณ 115 เมตร

3. หาระยะห่างระหว่างรถยนต์คันที่ 2 กับตึก (CD)

เนื่องจาก $AE \parallel BD$ ดังนั้น $\angle DAE = \angle ADB = 25^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DBA

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 25^\circ &= \frac{AB}{BD} \\ BD &= \frac{AB}{\tan 25^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BD &= \frac{90}{0.446} \\ BD &= 201.79 \\ &\approx 202 \end{aligned}$$





ดังนั้น รอยนตค์คนที่ 2 ห่างจากตึกประมาณ 202 เมตร

4. หาระยะห่างระหว่างรอยนตค์คนที่ 1 และคนที่ 2

จาก รอยนตค์คนที่ 1 ห่างจากตึกประมาณ 115 เมตร

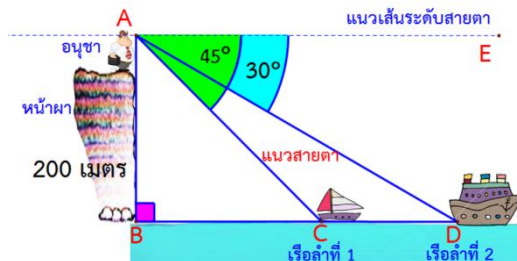
รอยนตค์คนที่ 2 ห่างจากตึกประมาณ 202 เมตร

ดังนั้น รอยนตค์ทั้งสองห่างกัน $202 - 115 = 87$ เมตร

ดังนั้น รอยนตค์สองคนนี้ห่างกัน 87 เมตร

10. เฉลย ข. 146.40 เมตร

แนวคิด 1. วาดภาพจำลอง กำหนดมุมและจุดต่างๆ



จากรูปกำหนดให้

- A แทนตำแหน่งจุดมองบนยอดหน้าผา
- B แทนตำแหน่งหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล
- C แทนตำแหน่งเรือลำที่ 1
- D แทนตำแหน่งเรือลำที่ 2

2. หาระยะห่างระหว่างเรือลำที่ 1 กับหน้าผา (BC)

เนื่องจาก $AE \parallel BC$ ดังนั้น $\angle CAE = \angle ACB = 45^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \tan 45^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ BC &= \frac{AB}{\tan 45^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BC &= \frac{200}{1} \\ BC &= 200 \end{aligned}$$

ดังนั้น เรือลำที่ 1 ห่างจากหน้าผา 200 เมตร

3. หาระยะห่างระหว่างเรือลำที่ 2 กับหน้าผา (BD)

เนื่องจาก $AE \parallel BD$ ดังนั้น $\angle DAE = \angle BDA = 30^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DBA

$$\text{จะได้} \quad \tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$





$$\begin{aligned} BD &= \frac{AB}{\tan 30^\circ} \\ \text{แทนค่า} \quad BD &= \frac{200}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \\ BD &= 200 \times \sqrt{3} \\ BD &= 200 \times 1.732 \\ BD &= 346.4 \end{aligned}$$

ดังนั้น เรือลำที่ 2 ห่างจากหน้าผา 346.4 เมตร

4. หาระยะห่างระหว่างเรือลำที่ 1 และเรือลำที่ 2 (CD)

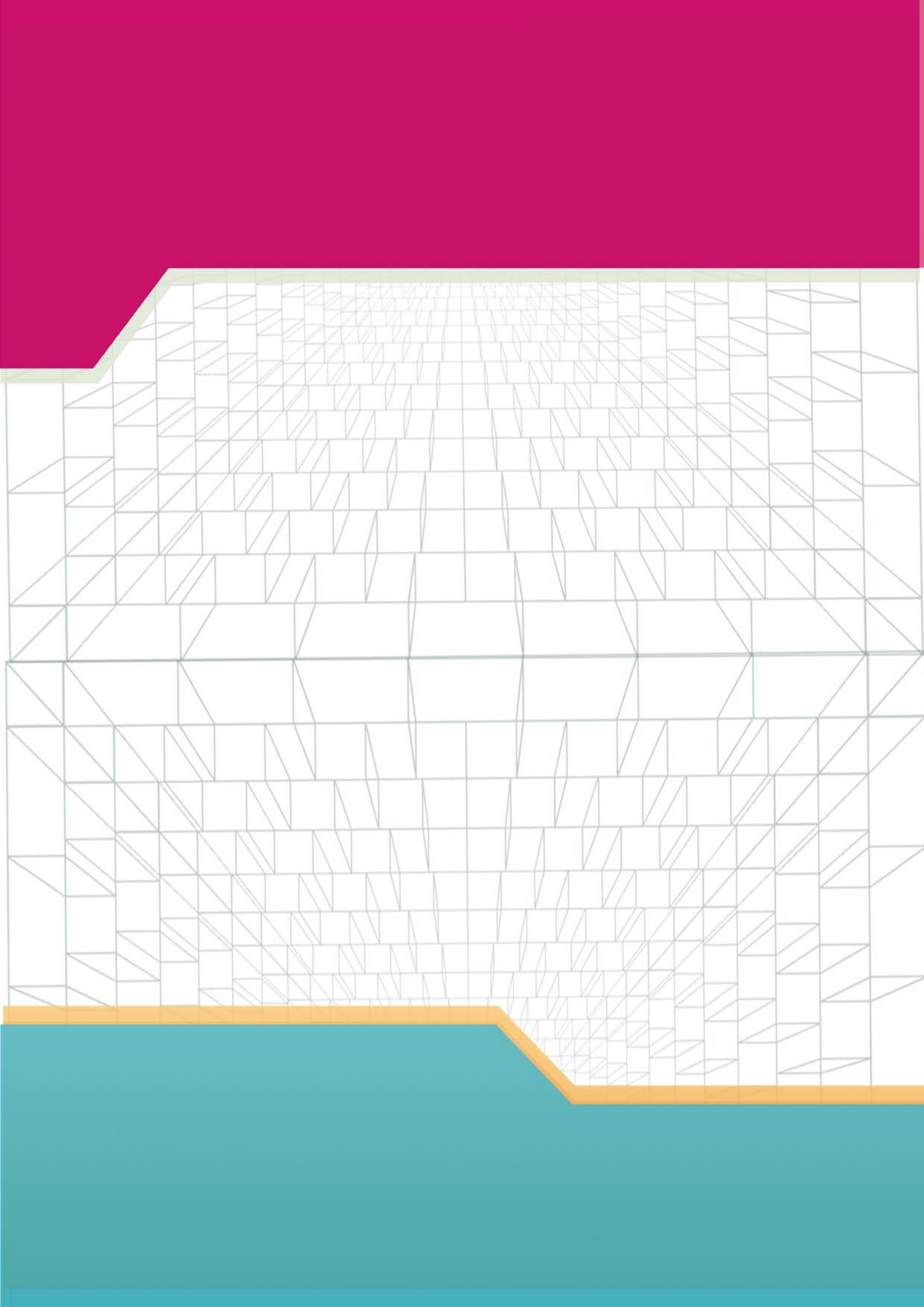
จาก เรือลำที่ 1 ห่างจากหน้าผา 200 เมตร

เรือลำที่ 2 ห่างจากหน้าผา 346.4 เมตร

ดังนั้น เรือทั้งสองลำห่างกัน $346.4 - 200 = 146.4$ เมตร

ดังนั้น เรือสองลำอยู่ห่างกัน 146.4 เมตร







แบบสรุปผลการประเมิน

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เล่มที่ 11 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงที่มีขนาดมุมก้ม

ชื่อ - สกุลเลขที่.....

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ร้อยละ	ผลการประเมิน
แบบทดสอบก่อนเรียน	10			
แบบทดสอบหลังเรียน	10			

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ร้อยละ	ผลการประเมิน
แบบฝึกทักษะที่ 11.1	30			
แบบฝึกทักษะที่ 11.2	30			
รวมแบบฝึกทักษะ	60			



1. แบบทดสอบก่อนเรียนที่มี 10 ข้อ นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 40 ถือว่า ผ่านเกณฑ์การประเมิน
2. แบบทดสอบหลังเรียนที่มี 10 ข้อ นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ข้อ ถือว่า ผ่านเกณฑ์การประเมิน
3. แบบฝึกทักษะ นักเรียนทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ถือว่า ผ่านเกณฑ์การประเมิน

(หมายเหตุ การคิดค่าร้อยละ ให้นำคะแนนที่ได้หารด้วยคะแนนเต็มแล้วคูณด้วย 100)

