

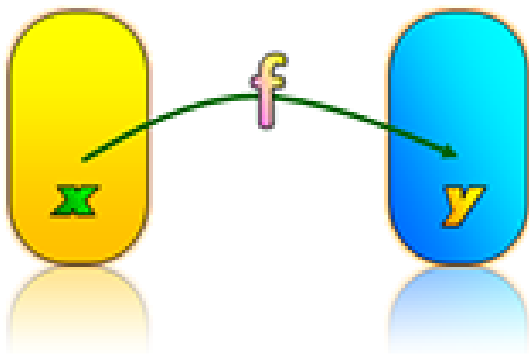
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้

ฟังก์ชัน

เล่มที่ 1

เรื่อง ความสัมพันธ์



จัดทำโดย

นางลัดดาวัลย์ กิन्नารัตน์

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนตราษตระการคุณ

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 เรื่อง **ความสัมพันธ์** หน่วยการเรียนรู้ “ฟังก์ชัน” ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบฝึกทักษะเล่มนี้ประกอบด้วย แบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ ตัวอย่าง แบบฝึกทักษะและแบบทดสอบหลังเรียน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้ ฝึกทักษะ และประเมินผลการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้

ผู้เรียนสามารถใช้แบบฝึกทักษะทั้งในชั้นเรียนและศึกษาเพิ่มเติมด้วยตนเองได้ และผู้สอนควรใช้แบบฝึกทักษะควบคู่ไปกับแผนการจัดการเรียนรู้ โดยให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำแบบทดสอบก่อนเรียน ศึกษาใบความรู้ ศึกษาตัวอย่าง ทำแบบฝึกทักษะและทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนให้สามารถศึกษาเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง และเพื่อเป็นสื่อการสอนที่ใช้ได้ดีมีประสิทธิภาพ สามารถอำนวยความสะดวกต่อการเรียนการสอนให้บรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตรได้เป็นอย่างดี และส่งผลให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน หรือในการประกอบวิชาชีพในอนาคตได้

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะชุดนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้สอนและผู้เรียน รวมถึงผู้ที่สนใจจะศึกษาค้นคว้าต่อไป

ลัดดาวัลย์ กิณนาร์ตัน



สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ.....	ก
สารบัญ.....	ข
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ.....	ค
คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู.....	ง
คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน.....	จ
ลำดับชั้นการเรียนรู้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์.....	ฉ
จุดประสงค์ของการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ “ฟังก์ชัน”.....	ช
สาระสำคัญ/สาระการเรียนรู้/จุดประสงค์การเรียนรู้/ผลการเรียนรู้ประจำหน่วย.....	ซ
แบบทดสอบก่อนเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์.....	1
ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับ (Order Pairs).....	3
แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง คู่อันดับ.....	5
ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product).....	7
แบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน.....	10
ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ (Relation).....	12
แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์.....	14
แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์.....	16
กระดาษคำตอบ.....	18
ตารางบันทึกคะแนน.....	19
เกณฑ์การให้คะแนน.....	20
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์.....	23
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง คู่อันดับ.....	24
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน.....	26
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์.....	28
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์.....	30
บรรณานุกรม.....	31



คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ



แบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 (ค31203) หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชัน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จัดทำขึ้นจำนวน 9 เล่ม เล่มนี้เป็น เล่มที่ 1 ความสัมพันธ์ ประกอบด้วย

1. คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ
2. คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู
3. คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน
4. ลำดับขั้นการเรียนรู้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์
5. จุดประสงค์ของการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์หน่วยการเรียนรู้ “ฟังก์ชัน”
เรื่อง ความสัมพันธ์
5. สารสำคัญ / สารการเรียนรู้ / จุดประสงค์การเรียนรู้ /
ผลการเรียนรู้ประจำหน่วย
6. แบบทดสอบก่อนเรียน
7. ใบความรู้
8. แบบฝึกทักษะ
9. แบบทดสอบหลังเรียน
10. กระดาษคำตอบและตารางบันทึกคะแนน
11. เกณฑ์การให้คะแนน
12. เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
13. เฉลยแบบฝึกทักษะ
14. เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชัน เล่มที่ 1 ความสัมพันธ์

ใช้ประกอบในการเรียนรู้ 2 ชั่วโมง นักเรียนสามารถทำแบบฝึกทักษะได้ตามลำดับที่กำหนดไว้ โดยมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้รับประโยชน์ต่อตนเองและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้



คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู



แบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 (ค31203) หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชัน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 1 เรื่อง ความสัมพันธ์ จัดทำขึ้นเพื่อฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ให้กับ
นักเรียน เพื่อช่วยให้การเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุจุดประสงค์ ใช้เวลาเรียน 2 ชั่วโมง ครูควรปฏิบัติ
ตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาวิธีการใช้แบบฝึกทักษะ วิธีการวัดผลและประเมินผลให้เข้าใจ
2. เตรียมเครื่องมือวัดผลและประเมินผล เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
3. แนะนำวิธีการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเข้าใจ โดยก่อนลงมือปฏิบัติ
ต้องอาศัยความซื่อสัตย์สุจริต ได้แก่ การทำแบบฝึกทักษะด้วยตนเอง ไม่ลอกคำตอบ
จากเพื่อน ไม่เปิดดูเฉลยก่อนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
4. แจ้งให้นักเรียนทำกิจกรรมด้วยความรอบคอบ มีวินัย และรับผิดชอบต่องานที่ได้รับ
มอบหมาย
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ด้วยความซื่อสัตย์เปลี่ยนกันตรวจคำตอบ
แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน
6. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
7. เตรียมใบความรู้ และแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ให้ครบตามจำนวนนักเรียน
8. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เรื่อง
ความสัมพันธ์ ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3
รหัสวิชา ค31203
9. ครูผู้สอนควบคุมดูแล ให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด เปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจ
หรือสงสัยได้ซักถาม และให้กำลังใจกับนักเรียน
10. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน ด้วยความซื่อสัตย์เปลี่ยนกันตรวจคำตอบ
แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน
11. ในกรณีที่นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ 75% ครูผู้สอนให้
นักเรียนย้อนกลับไปศึกษาเอกสารอีกครั้ง แล้วทำข้อสอบให้ได้คะแนนตามเกณฑ์
ที่กำหนด



คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 เรื่อง **ความสัมพันธ์** หน่วยการเรียนรู้ “ฟังก์ชัน” ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบฝึกทักษะที่นักเรียนสามารถศึกษาเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ขอให้ นักเรียนอ่านคำชี้แจงและปฏิบัติตามขั้นตอน ดังนี้

1. อ่านคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจอย่างละเอียด และศึกษาผลการเรียนรู้ เพื่อจะได้ทราบว่า เมื่อเรียนจบแบบฝึกทักษะนี้แล้วนักเรียนจะได้รับความรู้อะไรบ้าง
2. แบบฝึกทักษะนี้ใช้เวลาศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมทั้งหมด 3 ชั่วโมง ปฏิบัติกิจกรรมตามลำดับ ดังนี้

2.1 ทำแบบทดสอบก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ ด้วยความซื่อสัตย์เปลี่ยนกันตรวจคำตอบ แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน

2.2 ศึกษาใบความรู้ที่ 1

2.3 ทำแบบฝึกทักษะที่ 1.1

2.4 ทำแบบฝึกทักษะที่ 1.2

2.5 ศึกษาใบความรู้ที่ 2

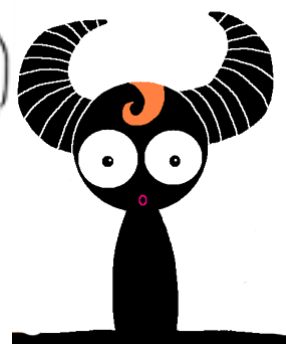
2.6 ทำแบบฝึกทักษะที่ 2.1

2.7 ศึกษาใบความรู้ที่ 3

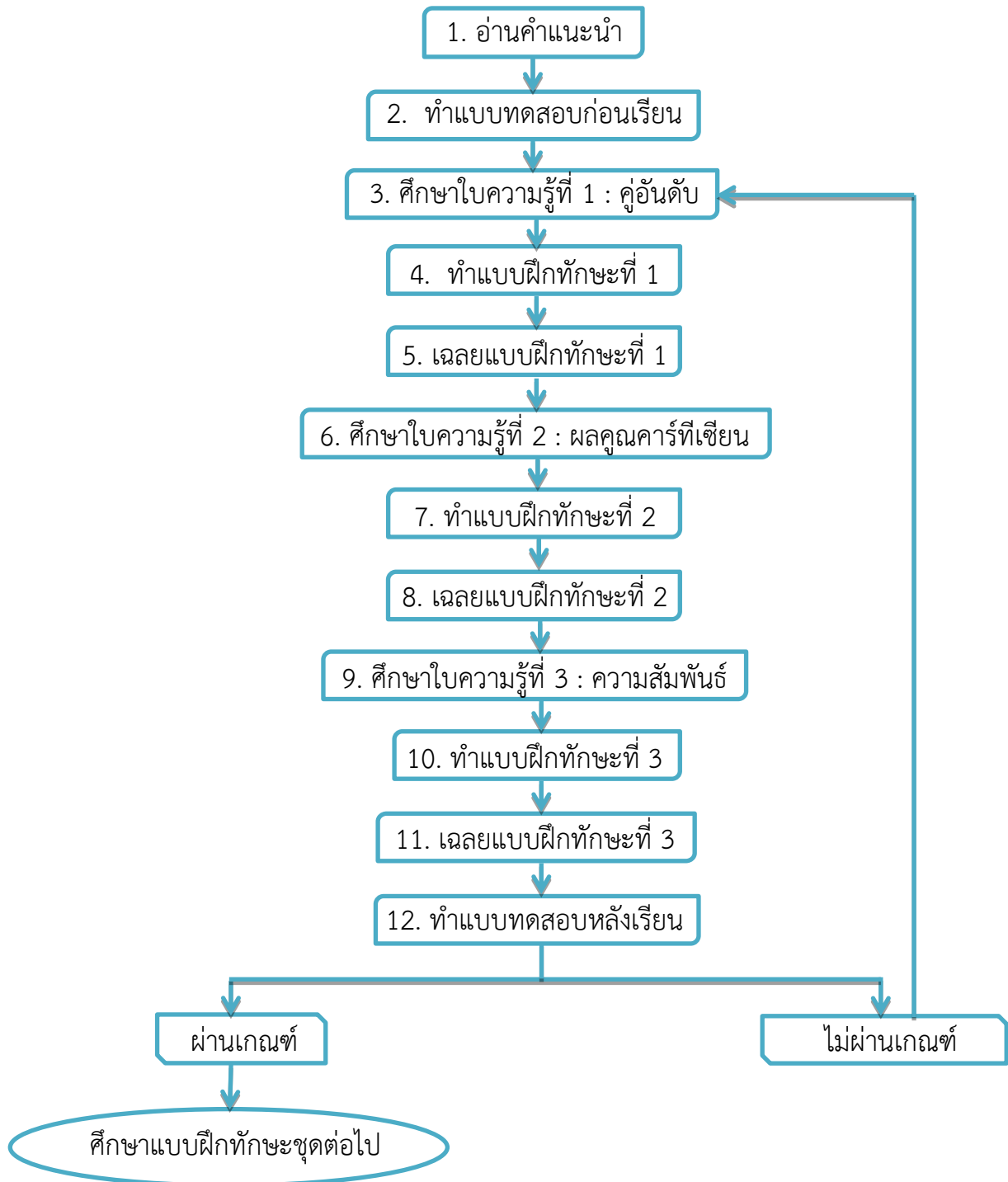
2.8 ทำแบบฝึกทักษะที่ 3.1

3. ในแต่ละแบบฝึกทักษะเมื่อทำเสร็จแล้วจึงตรวจสอบความถูกต้องจากเฉลย แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน

4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ ด้วยความซื่อสัตย์เปลี่ยนกันตรวจคำตอบ แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน เพื่อเปรียบเทียบกับคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน หากคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 นักเรียนควรย้อนกลับไปศึกษาเนื้อหาซ้ำอีกรอบ



ลำดับขั้นการเรียนรู้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์



จุดประสงค์ของการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
หน่วยการเรียนรู้ “ฟังก์ชัน”
เรื่อง ความสัมพันธ์

1. เพื่อส่งเสริมการอ่านและพัฒนาทักษะกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน
2. เพื่อส่งเสริมสนับสนุนให้นักเรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ก้าวหน้าไปตามศักยภาพของตน และได้รับความรู้ตรงตามจุดประสงค์ที่ผู้จัดทำกำหนดไว้
3. เพื่อหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ “ฟังก์ชัน” เรื่อง ความสัมพันธ์
4. เพื่อหาค่าดัชนีประสิทธิผลของการพัฒนาทักษะกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้สื่อการเรียนรู้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ “ฟังก์ชัน” เรื่อง ความสัมพันธ์



สาระสำคัญ/สาระการเรียนรู้/ จุดประสงค์การเรียนรู้/ผลการเรียนรู้ประจำหน่วย

สาระสำคัญ

1. ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B หรือ $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$
2. ความสัมพันธ์ เป็นเซตซึ่งมีสมาชิกในเซตเป็นคู่อันดับ การเขียนแสดงความสัมพันธ์จะเขียนได้แบบแจกแจงสมาชิก หรือจะเขียนแบบบอกเงื่อนไขก็ได้

สาระการเรียนรู้

1. คู่อันดับ
2. ผลคูณคาร์ทีเซียน
3. ความสัมพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ (Knowledge) นักเรียนสามารถ
 - 1.1 บอกการเท่ากันของคู่อันดับและนำไปใช้ได้
 - 1.2 เขียนผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตที่กำหนดให้ได้
 - 1.3 เขียนความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
2. ด้านทักษะกระบวนการ (Process) นักเรียนมีความสามารถ
 - 2.1 ทำความเข้าใจกับปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร (การแก้ปัญหา)
 - 2.2 เห็นตัวอย่างการเชื่อมโยงหรือการประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับ ผลคูณคาร์ทีเซียน สมการ อสมการ และความสัมพันธ์ (การเชื่อมโยงความรู้)
 - 2.3 เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป (การให้เหตุผล)
 - 2.4 สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากใบความรู้ และการทำแบบฝึกทักษะ (การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ)
 - 2.5 เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา (การเชื่อมโยงความรู้)

3. ด้านคุณลักษณะ (Attitude) นักเรียน

- 3.1 มีความกระตือรือร้นในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย
- 3.2 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย
- 3.3 มีความตรงต่อเวลาในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย
- 3.4 มีส่วนร่วมในการอภิปรายของชั้นเรียน

ผลการเรียนรู้ประจำหน่วย

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้



แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง ความสัมพันธ์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 10 นาที
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นแล้วทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ

① ถ้า $(-5, b) = (a, 4)$ แล้วข้อใดคือ a และ b

ก. $a = 5$ และ $b = 4$

ข. $a = -5$ และ $b = 4$

ค. $a = 5$ และ $b = -4$

ง. $a = -5$ และ $b = -4$

② ให้ $(x + y, 1)$ และ $(3, x - y)$ เป็นคู่อันดับที่เท่ากันแล้ว xy มีค่าเท่าใด

ก. $xy = 1$

ข. $xy = 2$

ค. $xy = -1$

ง. $xy = -2$

③ ให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{3, 6\}$ แล้ว $A \times B$ คือข้อใด

ก. $\{(1, 3), (1, 6), (2, 3), (2, 6)\}$

ข. $\{(3, 1), (3, 2), (6, 1), (6, 2)\}$

ค. $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (6, 6)\}$

ง. $\{(1, 2), (3, 6)\}$

④ ให้ $A = \{1, 2\}$ แล้ว $A \times A$ คือข้อใด

ก. $\{1, 2\}$

ข. $\{(1, 1), (2, 2)\}$

ค. $\{(2, 1), (2, 2)\}$

ง. $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

⑤ ให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \emptyset$ แล้ว $B \times A$ คือข้อใด

ก. $\emptyset$

ข. $\{(\emptyset, \emptyset)\}$

ค. $\{(a, \emptyset), (b, \emptyset), (c, \emptyset)\}$

ง. $\{(\emptyset, a), (\emptyset, b), (\emptyset, c)\}$

⑥ ให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ และ $C = \{4, 5\}$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$

ข. $(A \times B) \cup (A \times C) = A \times (B \cup C)$

ค. $(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$

ง. $(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$

⑦ กำหนดให้ $A = \{a, b, c, d, e\}$ และ $B = \{5, 7, 9, 11\}$ แล้ว $n(AXB)$ เท่ากับข้อใด

ก. $n(AXB) = 4$

ข. $n(AXB) = 5$

ค. $n(AXB) = 20$

ง. $n(AXB) = 25$

⑧ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. ถ้า $n(AXB) = 2$ และ $n(B) = 2$ แล้ว $n(A) = 2$

ข. ถ้า $n(A) = 3$ และ $n(B) = 2$ แล้ว จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B จะมีทั้งหมด 6 ความสัมพันธ์

ค. ถ้า $n(AXB) = 2$ แล้ว จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B จะมีทั้งหมด 4 ความสัมพันธ์

ง. ถ้า $n(A) = 3$ แล้ว จะมี B ที่สามารถสร้างความสัมพันธ์จาก A ไป B ได้ทั้งหมด 9 ความสัมพันธ์

⑨ ให้ $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ และ $r = \{(x, y) \in AXB \mid x < y\}$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $r = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$

ข. $r = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (0, 4), (1, 4), (2, 4)\}$

ค. $r = \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$

ง. $r = \{(0, 1), (0, 2)\}$

⑩ ให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ข้อใดเป็นเซตว่าง

ก. $r = \{(x, y) \in AXA \mid x - y = 6\}$

ข. $r = \{(x, y) \in AXA \mid x + y = 6\}$

ค. $r = \{(x, y) \in AXA \mid \frac{x}{y} = 3\}$

ง. $r = \{(x, y) \in AXA \mid xy = y\}$



ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง คู่อันดับ (Order Pairs)

สิ่งหนึ่งที่เป็นพื้นฐานสำคัญในเรื่องของความสัมพันธ์คือ “**คู่อันดับ**” ทบทวนและทำความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับกันก่อน

“**คู่อันดับ a, b**” เป็นการจับคู่ระหว่าง a กับ b โดยมี a เป็นสมาชิกตัวหน้า และ b เป็นสมาชิกตัวหลัง เขียนแทนด้วย (a, b)

ตัวอย่างเช่น ไข่ 1 ฟอง ราคา 3 บาท จะเขียนแทนด้วย (a, b) ซึ่งกำหนด a เป็นจำนวนไข่ และ b เป็นราคาไข่ ได้เป็น (1, 3) แต่ถ้าเปลี่ยนเป็น (3, 1) หมายถึง ไข่ 3 ฟอง ราคา 1 บาท

จากตัวอย่างจะเห็นว่า คู่อันดับจะถืออันดับเป็นสำคัญ ถ้าเราสลับที่ระหว่างสมาชิกตัวหน้าและตัวหลัง คู่อันดับใหม่ อาจจะมี ความแตกต่างจากคู่อันดับเดิม



บทนิยาม $(a, b) = (c, d)$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x และ y ที่ทำให้ $(x, 3) = (4, y)$

วิธีทำ

พิจารณา $(x, 3) = (4, y)$

ดังนั้น $x = 4$ และ $y = 3$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $(3^x, y) = (27, -2)$ จงหาค่า x และ y

วิธีทำ

พิจารณา $(3^x, y) = (27, -2)$

จะได้ $3^x = 27$ และ $y = -2$

$3^x = 3^3$ และ $y = -2$

ดังนั้น $x = 3$ และ $y = -2$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $(x + 5, 8) = (-3, 2y)$ จงหาค่า x และ y

วิธีทำ

พิจารณา $(x + 5, 8) = (-3, 2y)$

จะได้ $x + 5 = -3$ และ $2y = 8$

$$x = -3 - 5 \quad \text{และ} \quad y = \frac{8}{2}$$

$$x = -8 \quad \text{และ} \quad y = 4$$

ดังนั้น $x = -8$ และ $y = 4$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $(2x - y, -2) = (3, x + 3y)$ จงหาค่า x และ y

วิธีทำ

พิจารณา $(2x - y, -2) = (3, x + 3y)$

จะได้ $2x - y = 3$ ----- ①

$$x + 3y = -2$$
 ----- ②

$$\textcircled{2} \times 2; \quad 2x + 6y = -4$$
 ----- ③

$$\textcircled{1} - \textcircled{3}; \quad -7y = 7$$

$$y = \frac{-7}{7} = -1$$

$$\text{แทน } y = -1 \text{ ลงใน } \textcircled{2}; \quad x + 3(-1) = -2$$

$$x - 3 = -2$$

$$x = -2 + 3 = 1$$

ดังนั้น $x = 1$ และ $y = -1$



เป็นขงใจบ้างตะ
ฝึกหัดอย่างนี้ด่ง่าย
มากเลยใช้ไหมตะ

แบบฝึกทักษะที่ 1

เรื่อง คู่อันดับ

คำชี้แจง จากบทนิยามของการเท่ากันของคู่อันดับ ให้ผู้เรียนหาค่า x และ y จาก

ข้อกำหนด

ข้อ 1 กำหนด $(x, y) = (-1, 6)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ

.....

ข้อ 2 กำหนด $(-x, -y) = (6, 9)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ

.....

ข้อ 3 กำหนด $(x^3, y^3) = (8, 64)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ

.....

ข้อ 4 กำหนด $(2^x, y) = (16, 2)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ

.....

ข้อ 5 กำหนด $(x + 2, y + 10) = (6, 12)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

ข้อ 6 กำหนด $(x - 2, 4) = (8, y + 2)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

ข้อ 7 กำหนด $(x + y, x - y) = (6, 4)$

(2 คะแนน)

วิธีทำ

.....

.....

.....

ข้อ 8 กำหนด $(2x + 1, 13) = (2x - y, x + 3y)$

(2 คะแนน)

วิธีทำ

.....

.....

.....



ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product)

บทนิยาม ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B

คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด

โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B

ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B เขียนแทนด้วย AXB



AXB อ่านว่า เอ คูณ บี

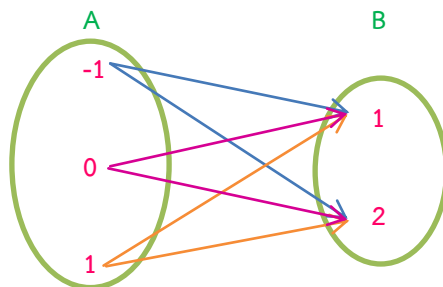
เขียน AXB ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข ได้ดังนี้

$$AXB = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$$

ตัวอย่างที่ 5 ให้ $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$ และ $C = \{3, 4\}$ จงหาผลคูณคาร์ทีเซียนของ

1. AXB

วิธีทำ จากแผนภาพ



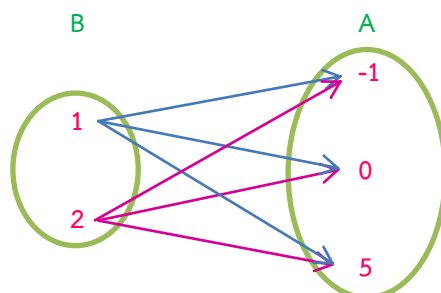
AXB มีสมาชิก
6 คู่อันดับ

$$\text{จะได้ว่า } AXB = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$$

$$n(AXB) = 6$$

2. BXA

วิธีทำ จากแผนภาพ



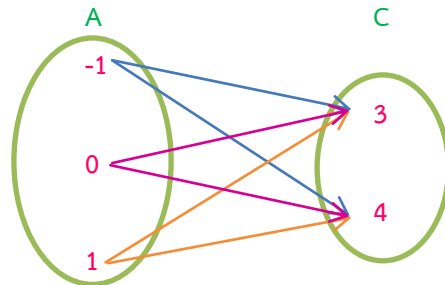
BXA ก็มีสมาชิก
6 คู่อันดับด้วย

จะได้ว่า $BXA = \{(1, -1), (1, 0), (1, 5), (2, -1), (2, 0), (2, 5)\}$

$$n(AXB) = 6$$

3. AXC

วิธีทำ จากแผนภาพ



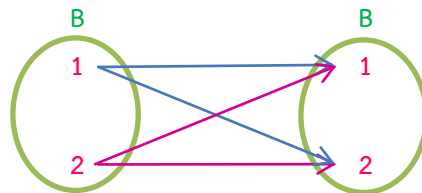
*AXC มีสมาชิก
6 คู่อันดับ*

จะได้ว่า $AXC = \{(-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$

$$n(AXC) = 6$$

4. BXB

วิธีทำ จากแผนภาพ



*BXB มีสมาชิก
4 คู่อันดับ*

จะได้ว่า $BXB = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

$$n(BXB) = 4$$

5. $(AXB) \cup (AXC)$

วิธีทำ จากข้อ 1 $AXB = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$

ข้อ 2 $AXC = \{(-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$

จะได้ว่า $(AXB) \cup (AXC) = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2),$
 $(-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$

$$n((AXB) \cup (AXC)) = 12$$

6. $AX(B \cup C)$

วิธีทำ จากโจทย์ $A = \{-1, 0, 1\}$

$$B \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$$

จะได้ว่า $AX(B \cup C) = \{(-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (-1, 4), (0, 1), (0, 2),$
 $(0, 3), (0, 4), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$$n(AX(B \cup C)) = 12$$

7. $AX(B \cap C)$

วิธีทำ จากโจทย์ $A = \{-1, 0, 1\}$

$$B \cap C = \emptyset$$

จะได้ว่า $AX(B \cap C) = \emptyset$

$$n(AX(B \cap C)) = 0$$

8. $(AXB) \cap (AXC)$

วิธีทำ จากข้อ 1 $AXB = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$

ข้อ 2 $AXC = \{(-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$

จะได้ว่า $(AXB) \cap (AXC) = \emptyset$

$$n((AXB) \cap (AXC)) = 0$$

9. $AX\emptyset$

วิธีทำ จะได้ว่า $AX\emptyset = \emptyset$

$$n(AX\emptyset) = 0$$

10. $\emptyset \times \emptyset$

วิธีทำ จะได้ว่า $\emptyset \times \emptyset = \emptyset$

$$n(\emptyset \times \emptyset) = 0$$

เราคงไม่มีสมาธิ
ทำให้ไม่มีการจับคู่



ข้อสังเกต

ผลคูณคาร์ทีเซียน

1. $AXB \neq BXA$

2. ให้ $n(A) = n$ และ $n(B) = m$

จะได้ว่า $n(AXB) = nm$

3. $AX\emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$

4. $AX(B \cup C) = (AXB) \cup (AXC)$

5. $AX(B \cap C) = (AXB) \cap (AXC)$

แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน

คำชี้แจง

ข้อ 1 จงหา $A \times B$ และ $n(A \times B)$ เมื่อกำหนด A และ B ดังต่อไปนี้ (ข้อละ 1.5 คะแนน)

1.1 $A = \{1, 2\}, B = \{3, 6, 7\}$

ตอบ $A \times B = \dots\dots\dots$

$n(A \times B) = \dots\dots\dots$

1.2 $A = \{-1, 0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$

ตอบ $A \times B = \dots\dots\dots$

$n(A \times B) = \dots\dots\dots$

1.3 $A = \{a, b, c\}, B = \{e, f\}$

ตอบ $A \times B = \dots\dots\dots$

$n(A \times B) = \dots\dots\dots$

1.4 $A = \{-3, -2, -1\}, B = \{1, 2, 3\}$

ตอบ $A \times B = \dots\dots\dots$

$n(A \times B) = \dots\dots\dots$

ข้อ 2 กำหนดให้ $M = \{1, 2\}, N = \{2, 3\}$ และ $P = \{4, 5\}$

จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

2.1 $(M \times N) \cup (M \times P)$ (2 คะแนน)

ตอบ $M \times N = \dots\dots\dots$

$M \times P = \dots\dots\dots$

$(M \times N) \cup (M \times P) = \dots\dots\dots$

$n((M \times N) \cup (M \times P)) = \dots\dots\dots$

2.2 $M \times (N \cup P)$ (1.5 คะแนน)

ตอบ $N \cup P = \dots\dots\dots$

$M \times (N \cup P) = \dots\dots\dots$

$n(M \times (N \cup P)) = \dots\dots\dots$

2.3 $MX(N \cap P)$

(1.5 คะแนน)

ตอบ $N \cap P = \dots\dots\dots$ $MX(N \cap P) = \dots\dots\dots$ $n(MX(N \cap P)) = \dots\dots\dots$ 2.4 $(MXN) \cap (MXP)$

(2 คะแนน)

ตอบ $MXN = \dots\dots\dots$ $MXP = \dots\dots\dots$ $(MXN) \cap (MXP) = \dots\dots\dots$ $n((MXN) \cap (MXP)) = \dots\dots\dots$

ข้อ 3 กำหนด A, B, C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

(ข้อละ 1 คะแนน)

.....3.1 ถ้า $A \cup B = \emptyset$ แล้ว $AXB = \emptyset$3.2 ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $AXB = \emptyset$3.3 ถ้า $A \subset B$ แล้ว $AXC \subset BXC$3.4 ถ้า $AXC \subset BXC$ แล้ว $A \subset B$3.5 ถ้า A เป็นเซตอนันต์, B เป็นเซตจำกัด แล้ว AXB เป็นเซตอนันต์.....3.6 ถ้า AXB เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตจำกัด.....3.7 ถ้า AXB เป็นเซตอนันต์ แล้ว A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตอนันต์

ใบความรู้ที่ 3

เรื่อง ความสัมพันธ์ (Relation)

ความสัมพันธ์ (Relation) เป็นความเกี่ยวข้องกันของสิ่งสองสิ่งภายใต้กฎเกณฑ์
เงื่อนไขอย่างใดอย่างหนึ่ง



บทนิยาม r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$

เขียนแทนด้วย $r \subset A \times B$ เรียก r ว่า **ความสัมพันธ์จาก A ไป B**

ถ้า $r \subset A \times A$ เรียก r ว่า **ความสัมพันธ์ใน A**

ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ อาจเขียนแทน $(x, y) \in r$ ด้วย “ $x r y$ ”

อ่านว่า x มีความสัมพันธ์ r กับ y

ถ้า $(x, y) \notin r$ ด้วย “ $x \not r y$ ” อ่านว่า x **ไม่**มีความสัมพันธ์ r กับ y

ตัวอย่างที่ 6 ถ้า $A = \{1, 3\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ จงหาความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. r_1 เป็นความสัมพันธ์แบบ “มากกว่า” จาก A ไป B
2. r_2 เป็นความสัมพันธ์แบบ “มากกว่าอยู่ 1” จาก B ไป A
3. r_3 เป็นความสัมพันธ์แบบ “เป็นสองเท่า” ใน A

วิธีทำ

1. เนื่องจาก r_1 เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เราจึงต้องหา $A \times B$ ก่อน

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$$

r_1 เป็นความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก A ไป B

$$\text{จะได้ว่า } r_1 = \{(3, 2)\}$$

หรืออาจเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้ คือ $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x > y\}$

$$\text{หรือ } r_1 = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B \text{ และ } x > y\}$$

2. เนื่องจาก r_2 เป็นความสัมพันธ์จาก B ไป A เราจึงต้องหา $B \times A$ ก่อน

$$B \times A = \{(2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 3)\}$$

r_2 เป็นความสัมพันธ์ “มากกว่าอยู่ 1” จาก B ไป A

$$\text{จะได้ว่า } r_2 = \{(2, 1)\}$$

หรืออาจเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้ คือ $r_2 = \{(x, y) \in B \times A \mid x = y + 1\}$

$$\text{หรือ } r_2 = \{(x, y) \mid x \in B, y \in A \text{ และ } x = y + 1\}$$

3. เนื่องจาก r_3 เป็นความสัมพันธ์ใน A เราจึงต้องหา AXA ก่อน

$$AXA = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3)\}$$

r_3 เป็นความสัมพันธ์ “เป็น 2 เท่า” ใน A

$$\text{จะได้ว่า } r_3 = \{ \}$$

หรืออาจเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้ คือ $r_3 = \{(x, y) \in AXA \mid x = 2y\}$

$$\text{หรือ } r_3 = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A \text{ และ } x = 2y\}$$

ข้อสรุป

1. ความสัมพันธ์เป็นเซต
 2. $\emptyset$ เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เพราะ $\emptyset \subset AXB$
 3. ถ้าจำนวนสมาชิกของ A เท่ากับ x ตัว และจำนวนสมาชิก B เท่ากับ y ตัว
จะได้
 - 3.1 จำนวนสมาชิกของ AXB เท่ากับ xy ตัว
 - 3.2 จำนวนสับเซตของ AXB เท่ากับ 2^{xy} เซต
- ดังนั้น จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B เท่ากับ 2^{xy} เซต



ตัวอย่างที่ 7 ถ้า $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{4\}$ จงหาความสัมพันธ์จาก A ไป B ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

วิธีทำ เนื่องจาก $AXB = \{(1, 4), (2, 4)\}$

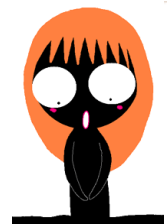
ดังนั้นความสัมพันธ์จาก A ไป $B = 2^2 = 4$ เซต ซึ่งมีดังนี้

$$r_1 = \{ \}$$

$$r_2 = \{(1, 4)\}$$

$$r_3 = \{(2, 4)\}$$

$$r_4 = \{(1, 4), (2, 4)\}$$



จะหาไปเรื่อย ๆ
ความสัมพันธ์
ก็หาจนครบ
(~o~)

ตัวอย่างที่ 8 กำหนด $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$ และ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}\}$

ถ้า $r = \{(x, y) \in AXB \mid x^2 + y^2 = 4\}$ จงเขียน r แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ

เนื่องจาก $A = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ และ $B = \{1, 2, 3, \dots\}$

พิจารณาเงื่อนไขของความสัมพันธ์จาก A ไป B คือ $x^2 + y^2 = 4$

สมาชิกใน A และสมาชิกใน B ที่ทำให้เงื่อนไขเป็นจริง ซึ่งมีดังนี้

$$r_1 = \{ \}$$

$$r_2 = \{(0, 2)\}$$

หมายเหตุ

ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ในรูป $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 4\}$ อาจเขียนในรูป $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4\}$ ก็ได้

แบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่อง ความสัมพันธ์

คำชี้แจง

ข้อ 1 กำหนดให้ $A = \{2, 3, 4\}$ และ $B = \{6, 8, 9, 12, 16\}$ ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไข

1.1 ถ้า r_1 คือ ความสัมพันธ์แบบ “มากกว่า” จาก A ไป B (1 คะแนน)

ดังนั้น $r_1 =$

หรือ $r_1 =$

1.2 ถ้า r_2 คือความสัมพันธ์แบบ “หารลงตัว” จาก A ไป B (1 คะแนน)

ดังนั้น $r_2 =$

หรือ $r_2 =$

1.3 ถ้า r_3 คือความสัมพันธ์แบบ “ต่างกันอยู่ 4” ใน B (1 คะแนน)

ดังนั้น $r_3 =$

หรือ $r_3 =$

1.4 ถ้า r_4 คือความสัมพันธ์แบบ “เป็นสามเท่า” จาก B ไป A (1 คะแนน)

ดังนั้น $r_4 =$

หรือ $r_4 =$

1.5 ถ้า r_5 คือความสัมพันธ์แบบ “ผลบวกไม่เกิน 5” ใน B (1 คะแนน)

ดังนั้น $r_5 =$

หรือ $r_5 =$

ข้อ 2 กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2\}$ และ $B = \{1, 4\}$ จงหาจำนวนความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในแต่ละข้อ

2.1 ความสัมพันธ์จาก A ไป B (1 คะแนน)

ตอบ

2.2 ความสัมพันธ์จาก B ไป A (1 คะแนน)

ตอบ

2.3 ความสัมพันธ์ใน A (1 คะแนน)

ตอบ.....

2.4 ความสัมพันธ์จาก $A \cap B$ ไป A (1 คะแนน)

ตอบ.....

2.5 ความสัมพันธ์จาก $A - B$ ไป $A \cup B$ (1 คะแนน)

ตอบ.....

ข้อ 3 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

จงเขียนความสัมพันธ์ต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

3.1 ถ้า $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \geq y\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_1 =$

3.2 ถ้า $r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid x + 1 < y\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_2 =$

3.3 ถ้า $r_3 = \{(x, y) \in B \times A \mid x = y^2\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_3 =$

3.4 ถ้า $r_4 = \{(x, y) \in B \times B \mid x \text{ หาร } y \text{ เหลือเศษ } 1\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_4 =$

3.5 ถ้า $r_5 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \text{ เป็นรากที่ 2 ของ } y\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_5 =$

แบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง ความสัมพันธ์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 20 นาที
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นแล้วทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ

① ถ้า $(-a, 5) = (4, b)$ แล้วข้อใดคือ a และ b

ก. $a = 4$ และ $b = 5$

ข. $a = 4$ และ $b = -5$

ค. $a = -4$ และ $b = 5$

ง. $a = -4$ และ $b = -5$

② ให้ $(x - y, 3) = (1, x + y)$ แล้ว xy มีค่าเท่าใด

ก. $xy = 1$

ข. $xy = -1$

ค. $xy = 2$

ง. $xy = -2$

③ ให้ $A = \{3, 6\}$ และ $B = \{1, 2\}$ แล้ว $A \times B$ คือข้อใด

ก. $\{(2, 1), (6, 3)\}$

ข. $\{(3, 1), (3, 2), (6, 1), (6, 2)\}$

ค. $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (6, 6)\}$

ง. $\{(1, 3), (1, 6), (2, 3), (2, 6)\}$

④ ให้ $B = \{a, b\}$ แล้ว $B \times B$ คือข้อใด

ก. $\{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)\}$

ข. $\{(a, a), (b, b)\}$

ค. $\{(a, b), (b, a)\}$

ง. $\{(a, b)\}$

⑤ ให้ $A = \emptyset$ และ $B = \{1, 2, 3\}$ แล้ว $A \times B$ คือข้อใด

ก. $\emptyset$

ข. $\{(\emptyset, \emptyset)\}$

ค. $\{(1, \emptyset), (2, \emptyset), (3, \emptyset)\}$

ง. $\{(\emptyset, 1), (\emptyset, 2), (\emptyset, 3)\}$

⑥ ให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ และ $C = \{4, 5\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. $(B \cup C) \times A = A \times (B \cup C)$

ข. $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$

ค. $(A \cap B) \times C = A \times (B \cap C)$

ง. $(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$

⑦ กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{4, 5, 6, 7\}$ แล้ว $n(B \times A)$ เท่ากับข้อใด

ก. $n(B \times A) = 3$

ข. $n(B \times A) = 4$

ค. $n(B \times A) = 7$

ง. $n(B \times A) = 12$

⑧ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. ถ้า $n(A \times B) = 2$ และ $n(B) = 2$ แล้ว $n(A) = 1$

ข. ถ้า $n(A) = 4$ และ $n(B) = 2$ แล้ว จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B จะมีทั้งหมด 8 ความสัมพันธ์

ค. ถ้า $n(A \times B) = 2$ แล้ว จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B จะมีทั้งหมด 4 ความสัมพันธ์

ง. ถ้า $n(A) = 2$ แล้ว จะมี B ที่สามารถสร้างความสัมพันธ์จาก A ไป B ได้ทั้งหมด 16 ความสัมพันธ์

⑨ ให้ $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid x > y\}$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $r = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$

ข. $r = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (0, 4), (1, 4), (2, 4)\}$

ค. $r = \{(2, 0), (2, 1), (4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$

ง. $r = \{(0, 1), (0, 2)\}$

⑩ ให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ข้อใดไม่เป็นเซตว่าง

ก. $r = \{(x, y) \in A \times A \mid x - y = 7\}$

ข. $r = \{(x, y) \in A \times A \mid x + y = 1\}$

ค. $r = \{(x, y) \in A \times A \mid \frac{x}{y} = 6\}$

ง. $r = \{(x, y) \in A \times A \mid xy = y\}$



กระดาษคำตอบ

ชื่อ - สกุล เลขที่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ก่อนเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

หลังเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ตารางบันทึกคะแนน

แบบทดสอบ/ แบบฝึกทักษะ	คะแนน เต็ม	เกณฑ์การ ผ่าน ร้อยละ 75	คะแนนที่ ได้	สรุปผล	
				ผ่านเกณฑ์	ไม่ผ่านเกณฑ์
ก่อนเรียน	10	7.5			
หลังเรียน	10	7.5			
แบบฝึกทักษะที่ 1	10	7.5			
แบบฝึกทักษะที่ 2	20	15			
แบบฝึกทักษะที่ 3	15	11.25			

เกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 - 10	1	เลือกคำตอบถูกต้อง
	0	เลือกคำตอบไม่ถูกต้อง

แบบฝึกทักษะที่ 1

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 - 6	1	ตอบค่า x และ y ถูกต้อง
	0.5	ตอบค่า x หรือ y ถูกต้องเพียงค่าเดียว
	0	ตอบค่า x และ y ไม่ถูกต้อง
7 - 8	2	สร้างระบบสมการ ดำเนินการระหว่างสมการ และหาค่า x และ y ได้ถูกต้อง
	1.5	สร้างระบบสมการ ดำเนินการระหว่างสมการ และหาค่า x ได้ถูกต้อง
	1	สร้างระบบสมการและดำเนินการระหว่างสมการถูกต้อง
	0.5	สร้างระบบสมการได้ถูกต้อง
	0	สร้างระบบสมการไม่ถูกต้อง

แบบฝึกทักษะที่ 2

(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1		
1.1 - 1.4	1.5	ตอบ $A \times B$ และ $n(A \times B)$ ถูกต้อง
	1	ตอบ $A \times B$ ถูกต้อง แต่ $n(A \times B)$ ไม่ถูกต้อง
	0.5	ตอบ $n(A \times B)$ ถูกต้อง แต่ $A \times B$ ไม่ถูกต้อง
	0	ตอบ $A \times B$ และ $n(A \times B)$ ไม่ถูกต้อง

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2		
2.1	2	ตอบ MXN , MXP , $(MXN) \cup (MXP)$ และ $n((MXN) \cup (MXP))$ ถูกต้อง
	1.5	ตอบ MXN , MXP , $(MXN) \cup (MXP)$ หรือ $n((MXN) \cup (MXP))$ ถูกต้อง 3 อย่าง
	1	ตอบ MXN , MXP , $(MXN) \cup (MXP)$ หรือ $n((MXN) \cup (MXP))$ ถูกต้อง 2 อย่าง
	0.5	ตอบ MXN , MXP , $(MXN) \cup (MXP)$ หรือ $n((MXN) \cup (MXP))$ ถูกต้องเพียง 1 อย่าง
	0	ตอบ MXN , MXP , $(MXN) \cup (MXP)$ และ $n((MXN) \cup (MXP))$ ไม่ถูกต้อง
2.2	1.5	ตอบ $N \cup P$, $MX(N \cup P)$ และ $n(MX(N \cup P))$ ถูกต้อง
	1	ตอบ $N \cup P$, $MX(N \cup P)$ หรือ $n(MX(N \cup P))$ ถูกต้อง 2 อย่าง
	0.5	ตอบ $N \cup P$, $MX(N \cup P)$ หรือ $n(MX(N \cup P))$ ถูกต้องเพียง 1 อย่าง
	0	ตอบ $N \cup P$, $MX(N \cup P)$ และ $n(MX(N \cup P))$ ไม่ถูกต้อง
2.3	1.5	ตอบ $N \cap P$, $MX(N \cap P)$ และ $n(MX(N \cap P))$ ถูกต้อง
	1	ตอบ $N \cap P$, $MX(N \cap P)$ หรือ $n(MX(N \cap P))$ ถูกต้อง 2 อย่าง
	0.5	ตอบ $N \cap P$, $MX(N \cap P)$ หรือ $n(MX(N \cap P))$ ถูกต้องเพียง 1 อย่าง
	0	ตอบ $N \cap P$, $MX(N \cap P)$ และ $n(MX(N \cap P))$ ไม่ถูกต้อง

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2.4	2	ตอบ MXN, MXP, $(MXN) \cap (MXP)$ และ $n((MXN) \cap (MXP))$ ถูกต้อง
	1.5	ตอบ MXN, MXP, $(MXN) \cap (MXP)$ หรือ $n((MXN) \cap (MXP))$ ถูกต้อง 3 อย่าง
	1	ตอบ MXN, MXP, $(MXN) \cap (MXP)$ หรือ $n((MXN) \cap (MXP))$ ถูกต้อง 2 อย่าง
	0.5	ตอบ MXN, MXP, $(MXN) \cap (MXP)$ หรือ $n((MXN) \cap (MXP))$ ถูกต้องเพียง 1 อย่าง
	0	ตอบ MXN, MXP, $(MXN) \cap (MXP)$ และ $n((MXN) \cap (MXP))$ ไม่ถูกต้อง
3		
3.1 – 3.7	1	ตอบถูกต้อง
	0	ตอบไม่ถูกต้อง

แบบฝึกทักษะที่ 3

(คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1.1 – 1.3	1	เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไขของความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง
	0.5	เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก หรือแบบบอกเงื่อนไขของความสัมพันธ์ได้ถูกต้องเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง
	0	เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไขของความสัมพันธ์ไม่ถูกต้อง
2.1 – 2.5	1	เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกของความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง
	0	เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกของความสัมพันธ์ไม่ถูกต้อง

เฉลยคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง ความสัมพันธ์

ข้อ	ก	ข	ค	ง
①		X		
②		X		
③	X			
④				X
⑤	X			

ข้อ	ก	ข	ค	ง
⑥			X	
⑦			X	
⑧			X	
⑨				X
⑩	X			

คะแนนเต็ม	10
คะแนนที่ได้	

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1

เรื่อง คู่อันดับ

คำชี้แจง จากบทนิยามของการเท่ากันของคู่อันดับ ให้ผู้เรียนหาค่า x และ y จากข้อกำหนด

ข้อ 1 กำหนด $(x, y) = (-1, 6)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(x, y) = (-1, 6)$
 ดังนั้น $x = -1$ และ $y = 6$

ข้อ 2 กำหนด $(-x, -y) = (6, 9)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(-x, -y) = (6, 9)$
 $-x = 6$ และ $-y = 9$
 ดังนั้น $x = -6$ และ $y = -9$

ข้อ 3 กำหนด $(x^3, y^3) = (8, 64)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(x^3, y^3) = (8, 64)$
 $x^3 = 8$ และ $y^3 = 64$
 ดังนั้น $x = 2$ และ $y = 4$

ข้อ 4 กำหนด $(2^x, y) = (16, 2)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(2^x, y) = (16, 2)$
 $2^x = 16$ และ $y = 2$
 ดังนั้น $x = 4$ และ $y = 2$

ข้อ 5 กำหนด $(x + 2, y + 10) = (6, 12)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(x + 2, y + 10) = (6, 12)$
 $x + 2 = 6$ และ $y + 10 = 12$
 ดังนั้น $x = 4$ และ $y = 2$

ข้อ 6 กำหนด $(x - 2, 4) = (8, y + 2)$ (1 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(x - 2, 4) = (8, y + 2)$
 $x - 2 = 8$ และ $4 = y + 2$
 ดังนั้น $x = 10$ และ $y = 2$

ข้อ 7 กำหนด $(x + y, x - y) = (6, 4)$

(2 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(x + y, x - y) = (6, 4)$

จะได้ $x + y = 6$ ----- ①

$x - y = 4$ ----- ②

① + ②: $2x = 10$

$x = \frac{10}{2} = 5$

แทน $x = 5$ ลงใน ①: $5 + y = 6$

$y = 1$

ดังนั้น $x = 5$ และ $y = 1$

ข้อ 8 กำหนด $(2x + 1, 13) = (2x - y, x + 3y)$

(2 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(2x + 1, 13) = (2x - y, x + 3y)$

จะได้ $2x + 1 = 2x - y$ ----- ①

$x + 3y = 13$ ----- ②

จัดรูปสมการที่ ①: $y = -1$

แทน $y = -1$ ลงใน ②: $x + 3(-1) = 13$

$x = 16$

ดังนั้น $x = 16$ และ $y = -1$



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน

คำชี้แจง

ข้อ 1 จงหา $A \times B$ และ $n(A \times B)$ เมื่อกำหนด A และ B ดังต่อไปนี้

1.1 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 6, 7\}$ (1.5 คะแนน)

ตอบ $A \times B = \{(1, 3), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 6), (2, 7)\}$

$n(A \times B) = 6$

1.2 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ (1.5 คะแนน)

ตอบ $A \times B = \{(-1, 0), (-1, 1), (-1, 2), (0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2)\}$

$n(A \times B) = 9$

1.3 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{e, f\}$ (1.5 คะแนน)

ตอบ $A \times B = \{(a, e), (a, f), (b, e), (b, f), (c, e), (c, f)\}$

$n(A \times B) = 6$

1.4 $A = \{-3, -2, -1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ (1.5 คะแนน)

ตอบ $A \times B = \{(-3, 1), (-3, 2), (-3, 3), (-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3)\}$

$n(A \times B) = 9$

ข้อ 2 กำหนดให้ $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$ และ $P = \{4, 5\}$

จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

2.1 $(MXN) \cup (MXP)$ (2 คะแนน)

ตอบ $MXN = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$

$MXP = \{(1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5)\}$

$(MXN) \cup (MXP) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$

$n((MXN) \cup (MXP)) = 8$

2.2 $MX(N \cup P)$

(1.5 คะแนน)

ตอบ $N \cup P = \{2, 3, 4, 5\}$

$MX(N \cup P) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$

$n(MX(N \cup P)) = 8$

2.3 $MX(N \cap P)$

(1.5 คะแนน)

ตอบ $N \cap P = \emptyset$

$MX(N \cap P) = \emptyset$

$n(MX(N \cap P)) = 0$

2.4 $(MXN) \cap (MXP)$

(2 คะแนน)

ตอบ $MXN = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$

$MXP = \{(1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5)\}$

$(MXN) \cap (MXP) = \emptyset$

$n((MXN) \cap (MXP)) = 0$

ข้อ 3 กำหนด A, B, C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

(ข้อละ 1 คะแนน)

✓ 3.1 ถ้า $A \cup B = \emptyset$ แล้ว $A \times B = \emptyset$

✗ 3.2 ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A \times B = \emptyset$

✓ 3.3 ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \times C \subset B \times C$

✗ 3.4 ถ้า $A \times C \subset B \times C$ แล้ว $A \subset B$

✗ 3.5 ถ้า A เป็นเซตอนันต์, B เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \times B$ เป็นเซตอนันต์

✗ 3.6 ถ้า $A \times B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตจำกัด

✗ 3.7 ถ้า $A \times B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตอนันต์



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่อง ความสัมพันธ์

คำชี้แจง

ข้อ 1 กำหนดให้ $A = \{2, 3, 4\}$ และ $B = \{6, 8, 9, 12, 16\}$ ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไข

1.1 ถ้า r_1 คือ ความสัมพันธ์แบบ “มากกว่า” จาก A ไป B (2 คะแนน)

ดังนั้น $r_1 = \emptyset$

หรือ $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x > y\}$

1.2 ถ้า r_2 คือความสัมพันธ์แบบ “หารลงตัว” จาก A ไป B (2 คะแนน)

ดังนั้น $r_2 = \{(2, 6), (2, 8), (2, 12), (2, 16), (3, 6), (3, 9), (3, 12), (4, 6), (4, 8), (4, 12), (4, 16)\}$

หรือ $r_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \mid y\}$

1.3 ถ้า r_3 คือความสัมพันธ์แบบ “ต่างกันอยู่ 4” ใน B (2 คะแนน)

ดังนั้น $r_3 = \{(8, 12), (12, 8), (12, 16), (16, 12)\}$

หรือ $r_3 = \{(x, y) \in B \times B \mid |x - y| = 4\}$

1.4 ถ้า r_4 คือความสัมพันธ์แบบ “เป็นสามเท่า” จาก B ไป A (2 คะแนน)

ดังนั้น $r_4 = \{(6, 2), (9, 3), (12, 4)\}$

หรือ $r_4 = \{(x, y) \in B \times A \mid x = 3y\}$

1.5 ถ้า r_5 คือความสัมพันธ์แบบ “ผลบวกไม่เกิน 5” ใน B (2 คะแนน)

ดังนั้น $r_5 = \emptyset$

หรือ $r_5 = \{(x, y) \in B \times B \mid x + y \leq 5\}$

ข้อ 2 กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2\}$ และ $B = \{1, 4\}$ จงหาจำนวนความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในแต่ละข้อ

2.1 ความสัมพันธ์จาก A ไป B (ข้อละ 1 คะแนน)

ตอบ $2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$

2.2 ความสัมพันธ์จาก B ไป A

ตอบ $2^{2 \times 3} = 2^6 = 64$

2.3 ความสัมพันธ์ใน A

ตอบ $2^{3 \times 3} = 2^9 = 512$

2.4 ความสัมพันธ์จาก $A \cap B$ ไป A

ตอบ $2^{1 \times 3} = 2^3 = 8$

2.5 ความสัมพันธ์จาก $A - B$ ไป $A \cup B$

ตอบ $2^{2 \times 4} = 2^8 = 256$

ข้อ 3 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

จงเขียนความสัมพันธ์ต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

3.1 ถ้า $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \geq y\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_1 = \{(4, 4)\}$

3.2 ถ้า $r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid x + 1 < y\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_2 = \{(1, 3), (1, 4), (2, 4)\}$

3.3 ถ้า $r_3 = \{(x, y) \in B \times A \mid x = y^2\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_3 = \{(4, 2)\}$

3.4 ถ้า $r_4 = \{(x, y) \in B \times B \mid x \text{ หาร } y \text{ เหลือเศษ } 1\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_4 = \{(4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8)\}$

3.5 ถ้า $r_5 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \text{ เป็นรากที่ 2 ของ } y\}$ (1 คะแนน)

ตอบ $r_5 = \{(2, 4)\}$

เฉลยคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง ความสัมพันธ์

ข้อ	ก	ข	ค	ง
①			X	
②			X	
③		X		
④	X			
⑤	X			

ข้อ	ก	ข	ค	ง
⑥		X		
⑦				X
⑧		X		
⑨			X	
⑩				X

คะแนนเต็ม	10
คะแนนที่ได้	

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

เราต้องทำแบบฝึกทักษะ
ให้เข้าใจมากกว่าเดิม



เป็นยังไงบ้าง
ได้คะแนนเท่าไรล่ะ



บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.

_____. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.

_____. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ก. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551 ก.

_____. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551 ข.

_____. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. Mini คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 – 6 เล่ม 2 ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ.พัฒนา จำกัด, 2554.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ : แม็ค, 2555.

ธนวัฒน์ สันทราพรพล. คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (4 – 6) เล่ม 2 สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ Science Center, ม.ป.พ.

เลิศ สิทธิโกศล. Math Review คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 2 รายวิชาเพิ่มเติม. กรุงเทพฯ : บริษัท ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง จำกัด, 2554.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. Hi-ED's Mathematics คณิตศาสตร์ ม.4-6 เล่ม 2 (รายวิชาพื้นฐานและเพิ่มเติม). กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง, 2554.