

### ขั้นตอนที่ 5

ครูใช้การถามตอบประกอบคำอธิบายเพื่อให้นักเรียนสรุปทนิยามของลำดับเรขาคณิตดังนี้

5.1 เมื่อนำพจน์ที่ สอง หารด้วยพจน์ที่หนึ่ง มีค่าเท่าใด

ตอบ มีค่าเท่ากับ 3

5.2 เมื่อนำพจน์ที่ สาม หารด้วยพจน์ที่สอง มีค่าเท่าใด

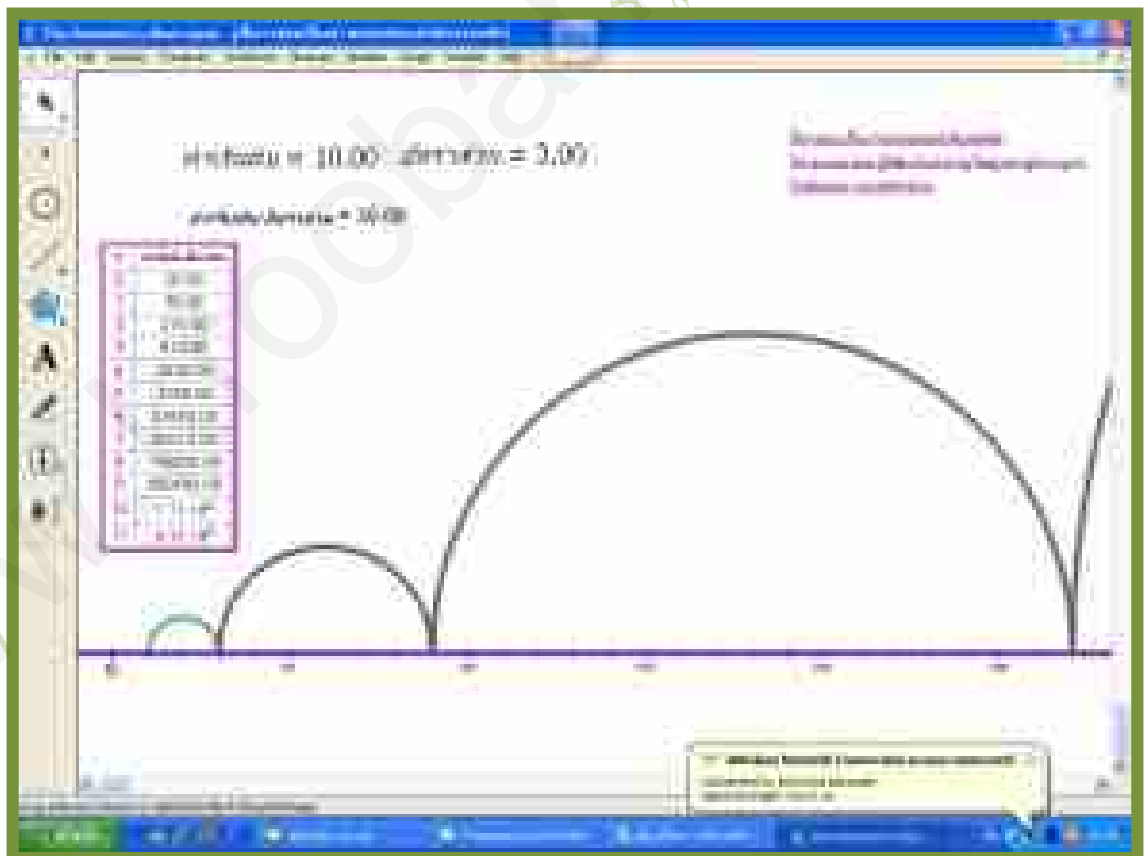
ตอบ มีค่าเท่ากับ 3

5.3 เมื่อนำพจน์ที่ สี่ หารด้วยพจน์ที่สาม มีค่าเท่าใด

ตอบ มีค่าเท่ากับ 3

5.4 เมื่อนำพจน์ที่  $n+1$  หารด้วยพจน์ที่  $n$  จะมีค่าเป็นอย่างไร

ตอบ จะมีค่าคงที่





## บัตรเนื้อหา

## เรื่อง การเขียนลำดับเรขาคณิต

## สาระสำคัญ

ให้  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  คือแต่ละพจน์ของลำดับ เรียกลำดับที่มี  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  เป็นค่าคงที่ทุกค่าของจำนวนนับ  $n$  ว่า **ลำดับเรขาคณิต (Geometric sequence)** และเรียกค่าคงที่นี้ว่า **อัตราส่วนร่วม (common ratio)**

ในกรณีทั่วไป ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตโดยที่  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม ซึ่ง  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$  จะได้ พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตนี้คือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

**ตัวอย่างที่ 1** จงพิจารณาลำดับต่อไปนี้ว่าเป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่

(1)  $1, 3, 9, 27, 81, \dots$

(2)  $16, 8, 4, 2, 1, \dots$

(3)  $-1, 4, -16, 64, -256, \dots$

**วิธีทำ** ข้อ (1)  $1, 3, 9, 27, 81, \dots$

เนื่องจากลำดับนี้มี  $\frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{27}{9} = \frac{81}{27} = 3$  เป็นอัตราส่วนร่วม ดังนั้นลำดับนี้เป็นลำดับเรขาคณิต





ข้อ (2) 16, 8, 4, 2, 1, ...

เนื่องจากลำดับนี้มี  $\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  เป็นอัตราส่วนร่วม ดังนั้นลำดับนี้เป็น ลำดับเรขาคณิต

ข้อ (3) -1, 4, -16, 64, -256, ...

เนื่องจากลำดับนี้มี  $-\left(\frac{4}{1}\right) = -\left(\frac{16}{4}\right) = -\left(\frac{64}{16}\right) = -\left(\frac{256}{64}\right) = -(4)$  เป็นอัตราส่วนร่วม

ดังนั้นลำดับนี้เป็นลำดับเรขาคณิต

ในกรณีทั่วไป ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตโดยที่  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม จะเขียนพจน์ต่างๆของลำดับเรขาคณิตในรูปของ  $a_1$  และ  $r$  ได้ดังนี้

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

ดังนั้น เมื่อกำหนด  $a_1$  เป็นพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  เท่ากับ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม จะได้ พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตนี้คือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

การหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) หรือพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต สามารถทำได้โดยการคูณพจน์ที่หนึ่งด้วยอัตราส่วนร่วมในแต่ละครั้งดังตัวอย่างต่อไปนี้





ตัวอย่างที่ 2 จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

2.1  $2, 4, 8, 16, \dots$

วิธีทำ อัตราส่วนร่วม คือ  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

$$r = \frac{4}{2}$$

$$r = 2$$

2.2  $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \dots$

วิธีทำ อัตราส่วนร่วม คือ  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

$$r = \frac{4}{3} \div \frac{2}{3}$$

$$r = 2$$

2.3  $10, \frac{10a}{3}, \frac{10a^2}{9}, \frac{10a^3}{27}, \dots$

วิธีทำ อัตราส่วนร่วม คือ  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

$$r = \frac{10a}{3} \div \frac{10}{1}$$

$$r = \frac{a}{3}$$





ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = \frac{2}{3}$  และ  $r = 3$

วิธีทำ

$$a_1 = \frac{2}{3}$$

$$a_2 = a_1 r = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

$$a_3 = a_2 r = 2 \times 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 r = 6 \times 3 = 18$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้คือ  $\frac{2}{3}, 2, 6, 18$

ตัวอย่างที่ 4 ในลำดับเรขาคณิต ถ้า

$$a_6 - a_3 = 48$$

$$a_5 - a_2 = 24$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้  $a_6 - a_3 = 48$  ..... สมการที่ 1  
 $a_5 - a_2 = 24$  ..... สมการที่ 2

นำสมการที่ 1 หารด้วยสมการที่ 2 จะได้ว่า

$$\frac{a_6 - a_3}{a_5 - a_2} = \frac{48}{24}$$

$$\frac{a_1 r^5 - a_1 r^2}{a_1 r^4 - a_1 r} = \frac{48}{24}$$

$$\frac{a_1 r^2 (r^3 - 1)}{a_1 r (r^3 - 1)} = 2$$

$$r = 2$$





ตัวอย่างที่ 5 ในลำดับเรขาคณิต ถ้า

$$a_6 - a_4 = 216$$

$$a_3 - a_1 = 8 \text{ แล้วพจน์ที่ 1 มีค่าเท่าใด}$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้  $a_6 - a_4 = 216$  ..... สมการที่ 1

$$a_3 - a_1 = 8 \text{ ..... สมการที่ 2}$$

นำสมการที่ 1 ทหารด้วยสมการที่ 2 จะได้ว่า

$$\frac{a_6 - a_4}{a_3 - a_1} = \frac{216}{8}$$

$$\frac{a_1 r^5 - a_1 r^3}{a_1 r^2 - a_1} = \frac{216}{8}$$

$$\frac{a_1 r^3 (r^2 - 1)}{a_1 (r^2 - 1)} = 27$$

$$r = 3$$

พจน์ที่ 1 มีค่า จาก  $a_3 - a_1 = 8$

$$a_1 r^2 - a_1 = 8$$

$$a_1 (r^2 - 1) = 8$$

$$a_1 (3^2 - 1) = 8$$

$$a_1 = 1$$

ดังนั้นพจน์ที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1





## เอกสารแนบแนวทาง เรื่อง การเขียนลำดับเรขาคณิต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อ ที่	ลำดับ	อัตรา ส่วนร่วม (r)	ลำดับเรขาคณิต		พจน์แรก ( $a_1$ )	สองพจน์ถัดไปของ ลำดับเรขาคณิต
			เป็น	ไม่เป็น		
1	1, 3, 9, 27, ...	3	✓		1	81, 243
2	7, 21, 38, 48, ...	-		✓	7	-
3	-5, 25, -125, ...	-5	✓		-5	625, 3125
4	15, 30, 60, 120, ...					
5	2, -1, -4, -7, ...					
6	15, 30, 45, 60, ...					
7	$10, 5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \dots$					
8	$\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{25}{2}, \frac{125}{2}, \dots$					
9	360, 90, 30, 15, ...					
10	$75, 15, 3, \frac{3}{5}, \dots$					
<b>สรุป</b> อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะต้องมีค่า..... การหาอัตราส่วนร่วมหาได้จาก.....						





11. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

8, 24, 72, 216 , ...

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = \frac{8}{9}$  และ  $r = 9$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....







13. ในลำดับเรขาคณิต ถ้า

$$a_6 - a_3 = 96$$

$$a_5 - a_2 = 48$$

Blank handwriting practice paper with horizontal dotted lines.





14. ในลำดับเรขาคณิต ถ้า

$$a_6 - a_3 = 120$$

$$a_5 - a_2 = 30$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

15. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}, \frac{16}{5}, \dots$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





## เฉลยเอกสารแนวทางการ เรื่อง การเขียนลำดับเรขาคณิต

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

### คำชี้แจง

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อ ที่	ลำดับ	อัตราส่วน รวม (r)	ลำดับเรขาคณิต		พจน์แรก ( $a_1$ )	สองพจน์ถัดไป ของลำดับเรขาคณิต
			เป็น	ไม่เป็น		
1	1, 3, 9, 27, ...	3	✓		1	81 , 243
2	7, 21, 38, 48, ...	-		✓	-	-
3	-5, 25, -125, ...	-5	✓		-5	625 , -3125
4	15, 30, 60, 120, ...	2	✓		15	240 , 480
5	2, -1, -4, -7, ...	-		✓	-	-
6	15, 30, 45, 60, ...	-		✓	-	-
7	10, 5, $\frac{5}{2}$ , $\frac{5}{4}$ , ...	$\frac{1}{2}$	✓		10	$\frac{5}{8}$ , $\frac{5}{16}$
8	$\frac{1}{2}$ , $\frac{5}{2}$ , $\frac{25}{2}$ , $\frac{125}{2}$ , ...	5	✓		$\frac{1}{2}$	$\frac{625}{2}$ , $\frac{3,125}{2}$
9	360, 90, 30, 15, ...	-	-	✓	360	-
10	75, 15, 3, $\frac{3}{5}$ , ...	$\frac{1}{5}$	✓		75	$\frac{3}{25}$ , $\frac{3}{125}$
สรุป อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะต้องมีค่า.....คงที่.....						
การหาอัตราส่วนร่วมหาได้จาก.....นำพจน์ที่ $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ .....						





11. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

8, 24, 72, 216, ...

**วิธีทำ** อัตราส่วนร่วม คือ  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

$$r = \frac{216}{72}$$

$$r = 3$$

ดังนั้นอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตคือ 3

12. จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = \frac{8}{9}$  และ  $r = 9$

**วิธีทำ**

$$a_1 = \frac{8}{9}$$

$$a_2 = a_1 r = \frac{8}{9} \times 9 = 8$$

$$a_3 = a_2 r = 8 \times 9 = 72$$

$$a_4 = a_3 r = 72 \times 9 = 648$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้คือ  $\frac{8}{9}, 8, 72, 648$





13. ในลำดับเรขาคณิต ถ้า

$$a_6 - a_3 = 96$$

$$a_5 - a_2 = 48$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้  $a_6 - a_3 = 96$  ..... สมการที่ 1

$$a_5 - a_2 = 48 \quad \text{..... สมการที่ 2}$$

นำสมการที่ 1 หาด้วยสมการที่ 2 จะได้ว่า

$$\frac{a_6 - a_3}{a_5 - a_2} = \frac{96}{48}$$

$$\frac{a_1 r^5 - a_1 r^2}{a_1 r^4 - a_1 r} = \frac{96}{48}$$

$$\frac{a_1 r^2 (r^3 - 1)}{a_1 r (r^3 - 1)} = 2$$

$$r = 2$$





14. ในลำดับเรขาคณิต ถ้า

$$a_6 - a_3 = 120$$

$$a_5 - a_2 = 30$$

**วิธีทำ** จากโจทย์กำหนดให้  $a_6 - a_3 = 120$  ..... สมการที่ 1

$a_5 - a_2 = 30$  ..... สมการที่ 2

นำสมการที่ 1 หารด้วยสมการที่ 2 จะได้ว่า

$$\frac{a_6 - a_3}{a_5 - a_2} = \frac{120}{30}$$

$$\frac{a_1 r^5 - a_1 r^2}{a_1 r^4 - a_1 r} = \frac{120}{30}$$

$$\frac{a_1 r^2 (r^3 - 1)}{a_1 r (r^3 - 1)} = 4$$

$$r = 4$$

15. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}, \frac{16}{5}, \dots$$

**วิธีทำ** อัตราส่วนร่วม คือ  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

$$r = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{5}}$$

$$r = 2$$

ดังนั้นอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตคือ 2



## บัณฑิตกรรมการใช้สื่อการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง การหาพจน์ที่ $n$ ของลำดับเรขาคณิต

**จุดประสงค์** ครูและนักเรียนร่วมกันศึกษาขั้นตอนการหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต  
 โดยวิธีการแสดงวิธีทำและพิสูจน์คำตอบจาก โปรแกรม The Geometry's Sketchpad



ครูให้เวลานักเรียนคิดแล้ว กดปุ่มวิธีทำจะเป็นแนวทางการแก้ปัญหาโจทย์

**การหาพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต**

จงหาว่า 128 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ...

**วิธีทำ**

ลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ... มี  $a_1 = 2$ ,  $r = 2$  และ  $a_n = 128$

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $128 = (2)(2)^{n-1}$


$128 = (2)^{n-1+1}$

$128 = (2)^n$

$2^7 = 2^n$

$n = 7$

ดังนั้น 128 เป็นพจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิต



ครูใช้การถามตอบประกอบคำอธิบายถึงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา



ครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์คำตอบที่ได้ว่า เมื่อ พจน์ที่ 1 คือ 2 อัตราส่วนร่วม  
คือ 2 จะได้พจน์ที่ 7 คือ 128





## บัตรกิจกรรม

เรื่อง การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

เกมส์

ไฮปรีสนาสำนวนไทย

ด้วย พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบจากข้อ 1 ถึง 5 แล้วนำคำตอบที่ได้ มาเทียบกับรหัสคำว่าตรงกับสำนวนไทยว่าอะไร

โดยกำหนดรหัสคำดังนี้

343=กัน

9= เกลือ

8=ต่าง

 $-8 =$  ไว้

512=ดี

5 = ไกล

0=กิน

 $-45 =$  นก

10=กว่า

 $-43 =$  หู

3=แก้

154 = ต่อ

1. พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 1 , 7, 49 , ...

2. พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 1 , -2, 4 , ...

3. พจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16,...

4. ลำดับเรขาคณิต 1, 10, 100, 1000, ... มีพจน์ที่สองคือเท่าใด

5. อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต 2 ,  $2\sqrt{3}$  , 6 , ... มีค่าเท่าใด

สำนวนไทย.....





## บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

เกมส์

ไขปริศนาสำนวนไทย

ด้วย พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบจากข้อ 1 ถึง 5 แล้วนำคำตอบที่ได้ มาเทียบกับรหัสคำว่าตรงกับสำนวนไทยว่าอะไร

โดยกำหนดรหัสคำดังนี้

343=กัน

9= เกลือ

8=ต่าง

 $-8 =$  ไว้

512=ดี

5 = ไกล

0=กิน

 $-45=$  นก

10=กว่า

 $-43=$  หนู

3=แก้

154 = ต่อ

1. พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 1 , 7, 49 , ...

2. พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 1 , -2, 4 , ...

3. พจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16,...

4. ลำดับเรขาคณิต 1, 10, 100, 1000, ... มีพจน์ที่สองคือเท่าใด

5. อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต 2 ,  $2\sqrt{3}$  , 6 , ... มีค่าเท่าใด

สำนวนโวหารคือ กันไว้ดีกว่าแก้





## บัตรเนื้อหา

เรื่อง การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

## สาระสำคัญ

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต หรือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$  การหาพจน์ที่ 1 อัตราส่วนร่วม หรือจำนวนพจน์ของลำดับเรขาคณิต สามารถหาได้โดยใช้สูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$

## สาระการเรียนรู้

การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ที่ 4 ของลำดับเรขาคณิต เมื่อ  $a_1 = 7$  และ  $r = 4$

วิธีทำ จากโจทย์  $a_1 = 7$  และ  $r = 4$

และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $a_4 = 7(4)^{4-1}$

$$= 7(4)^3$$

$$a_4 = 448$$

ดังนั้น พจน์ที่ 4 ของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_1 = 7$  และ  $r = 4$  คือ 448





ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิต 4, 20, 100, ...

วิธีทำ เนื่องจาก  $a_1 = 4$ ,  $r = \frac{20}{4} = 5$  และ  $n = 7$

จาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $a_7 = 4(5)^{7-1}$   
 $= 4(5)^6$   
 $= 4(15,625)$

$$a_7 = 62,500$$

ดังนั้น พจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ 62,500

### การหาพจน์ที่ 1 อัตราส่วนร่วม หรือจำนวนพจน์ของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 18 เป็นพจน์ที่สี่ และมี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม

วิธีทำ เนื่องจาก  $a_4 = 18$  และ  $r = 3$

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $18 = a_1(3)^{4-1}$

$$18 = a_1(3)^3$$

$$18 = 27a_1$$

$$a_1 = \frac{18}{27}$$

$$a_1 = \frac{2}{3}$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้มีพจน์แรกคือ  $\frac{2}{3}$





ตัวอย่างที่ 4 จงหาว่า -6,561 เป็นพจน์ที่เท่าใด ของลำดับเรขาคณิต -9, 27, -81,...

วิธีทำ ลำดับเรขาคณิต -9, 27, -81,... มี  $a_1 = -9$  ,  $r = -3$  และ  $a_n = -6561$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } -6561 = (-9)(-3)^{n-1}$$

$$729 = (-3)^{n-1}$$

$$(-3)^6 = (-3)^{n-1}$$

$$6 = n-1$$

$$n = 7$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้ มีจำนวน 7 พจน์

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดลำดับเป็น 1,  $\sqrt{2}$  , 2,  $2\sqrt{2}$  , ... แล้ว  $a_{10} \cdot a_{20}$  มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า  $a_1 = 1$  และ  $r = \sqrt{2}$

$$\text{ดังนั้น } a_{10} \cdot a_{20} = (a_1 r^9)(a_1 r^{19})$$

$$= (a_1)^2 \cdot r^{28}$$

$$= (1)^2 \cdot (\sqrt{2})^{28}$$

$$= 2^{14}$$





## เอกสารฝึกหัด

เรื่อง การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำให้ถูกต้อง

1. จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต เมื่อ  $a_1 = -3$  และ  $r = \frac{1}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





3. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี  $\frac{32}{3}$  เป็นพจน์ที่ห้า และมี 2 เป็นอัตราส่วนร่วม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาว่า 162 เป็นพจน์ที่เท่าใด ของลำดับเรขาคณิต 2, -6, 18, -54,...

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....







5. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกคือ -4 และมีพจน์ที่ 8 คือ  $-\frac{1}{32}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 5,250 เป็นพจน์ที่สี่ และมี 5เป็นอัตราส่วนร่วม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





7 จงหาว่า  $-2,048$  เป็นพจน์ที่เท่าใด ของลำดับเรขาคณิต  $-8, 16, -32, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8 กำหนดลำดับเป็น  $1, \sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, \dots$  แล้ว  $a_{10} \cdot a_{20}$  มีค่าเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





9. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 13, 122 เป็นพจน์ที่เก้าและมี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10 จงหาว่า 4374 เป็นพจน์ที่เท่าใด ของลำดับเรขาคณิต 6, 18, 54 , ...

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





## บัตรเฉลย เอกสารฝึกหัด

### เรื่อง การหาพจน์ที่ $n$ ของลำดับเรขาคณิต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำให้ถูกต้อง

1. จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต เมื่อ  $a_1 = -3$  และ  $r = \frac{1}{3}$

วิธีทำ

จากโจทย์  $a_1 = -3$  และ  $r = \frac{1}{3}$

และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $a_6 = -3 \left(\frac{1}{3}\right)^{6-1}$   
 $= -3 \left(\frac{1}{3}\right)^5$   
 $a_6 = -\frac{1}{81}$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = -3$  และ  $r = \frac{1}{3}$  คือ

$$-\frac{1}{81}$$

2. จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}$

วิธีทำ

จากโจทย์  $a_1 = \frac{1}{2}$  และ  $r = \frac{1}{3}$

และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $a_8 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{8-1}$   
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^7$   
 $a_8 = \frac{1}{3474}$

ดังนั้น พจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = \frac{1}{2}$  และ  $r = \frac{1}{3}$  คือ  $\frac{1}{3474}$





3. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี  $\frac{32}{3}$  เป็นพจน์ที่ห้า และมี 2 เป็นอัตราส่วนร่วม

วิธีทำ

เนื่องจาก  $a_5 = \frac{32}{3}$  และ  $r = 2$

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $\frac{32}{3} = a_1 (2)^{5-1}$

$$\frac{32}{3} = a_1 (2)^4$$

$$\frac{32}{3} = 16a_1$$

$$a_1 = \frac{2}{3}$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้มีพจน์แรกคือ  $\frac{2}{3}$

4. จงหาว่า 162 เป็นพจน์ที่เท่าใด ของลำดับเรขาคณิต 2, -6, 18, -54,...

วิธีทำ ลำดับเรขาคณิต 2, -6, 18, -54,... มี  $a_1 = 2$ ,  $r = -3$  และ  $a_n = 162$

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $162 = (2)(-3)^{n-1}$

$$81 = (-3)^{n-1}$$

$$(-3)^4 = (-3)^{n-1}$$

$$4 = n-1$$

$$n = 5$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้มีจำนวน 5 พจน์





5. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกคือ -4 และมีพจน์ที่ 8 คือ  $-\frac{1}{32}$

วิธีทำ

เนื่องจาก  $a_8 = -\frac{1}{32}$  และ  $a_1 = -4$

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $a_8 = a_1(r)^{8-1}$

$$-\frac{1}{32} = -4(r)^7$$

$$-\frac{1}{32} \times \frac{1}{-4} = r^7$$

$$r = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้มีพจน์แรกคือ  $\frac{1}{2}$

6 จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 5,250 เป็นพจน์ที่สี่ และมี 5 เป็นอัตราส่วนร่วม

วิธีทำ

เนื่องจาก  $a_4 = 5250$  และ  $r = 5$

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $5250 = a_1(5)^{4-1}$

$$5250 = a_1(5)^3$$

$$5250 = 125a_1$$

$$a_1 = \frac{5250}{125}$$

$$a_1 = 42$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้มีพจน์แรกคือ 42





7 จงหาว่า  $-2,048$  เป็นพจน์ที่เท่าใด ของลำดับเรขาคณิต  $-8, 16, -32, \dots$

**วิธีทำ** ลำดับเรขาคณิต  $-8, 24, -72, \dots$  มี  $a_1 = -8$ ,  $r = -2$  และ  $a_n = -2,048$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } -2,048 = (-8)(-2)^{n-1}$$

$$256 = (-2)^{n-1}$$

$$(-2)^8 = (-2)^{n-1}$$

$$8 = n-1$$

$$n = 9$$

ดังนั้น  $-2,048$  เป็นพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต

8 กำหนดลำดับเป็น  $1, \sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, \dots$  แล้ว  $a_{10} \cdot a_{20}$  มีค่าเท่าใด

**วิธีทำ** จากโจทย์จะได้ว่า  $a_1 = 1$  และ  $r = \sqrt{3}$

$$\text{ดังนั้น } a_{10} \cdot a_{20} = (a_1 r^9)(a_1 r^{19})$$

$$= (a_1)^2 \cdot r^{28}$$

$$= (1)^2 \cdot (\sqrt{3})^{28}$$

$$= 3^{14}$$





9. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 13,122 เป็นพจน์ที่เก้าและมี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม

**วิธีทำ** เนื่องจาก  $a_9 = 13122$  และ  $r = 3$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } 13122 = a_1 (3)^{9-1}$$

$$13122 = a_1 (3)^8$$

$$13122 = 6561 a_1$$

$$a_1 = 2$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้มีพจน์แรกคือ 2

10. จงหาว่า 4374 เป็นพจน์ที่เท่าใด ของลำดับเรขาคณิต 6, 18, 54, ...

**วิธีทำ** ลำดับเรขาคณิต 6, 18, 54, ... มี  $a_1 = 6$ ,  $r = 3$  และ  $a_n = 4374$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } 4374 = (6)(3)^{n-1}$$

$$729 = (3)^{n-1}$$

$$(3)^6 = (3)^{n-1}$$

$$6 = n-1$$

$$n = 7$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้มีจำนวน 7 พจน์







## บัตรสรุปเนื้อหา ชุดการเรียนรู้การสอนชุดที่ 5 เรื่อง การเขียนลำดับเรขาคณิต การหาพจน์ที่ $n$ ของลำดับเรขาคณิต

ให้  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  คือแต่ละพจน์ของลำดับ เรียกลำดับที่มี  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  เป็นค่าคงที่ทุกค่าของจำนวนนับ  $n$  ว่า ลำดับเรขาคณิต (Geometric sequence) และเรียกค่าคงที่นี้ว่า อัตราส่วนร่วม (common ratio)

ในกรณีทั่วไป ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตโดยที่  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม ซึ่ง  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$  จะได้ พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตนี้คือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต หรือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$  การหาพจน์ที่ 1 อัตราส่วนร่วม หรือจำนวนพจน์ของลำดับเรขาคณิต สามารถหาได้โดยใช้สูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$





## บัตรทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 5

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้
- 2) ระบุลำดับที่เป็นลำดับเรขาคณิตได้ เมื่อกำหนดลำดับให้
- 3) หาอัตราส่วนร่วมและพจน์ที่ 1 ของลำดับเรขาคณิตได้
- 4) หาพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิตได้
- 5) หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้

คำชี้แจง บัตรทดสอบก่อนเรียน ชุดที่ 5 มีจำนวน 10 ข้อ ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท × ในข้อที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว ใช้เวลาทดสอบ 10 นาที

1. พจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, 24 เท่ากับข้อใด

- ก. 512
- ข. 1366
- ค. 240
- ง. 1536

2. อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{8}{3}$ ,  $\frac{16}{3}$ , ... มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 8
- ข. 5
- ค. 2
- ง. 9





3. ถ้า  $a$  เป็นอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต  $18, 6, 2, \frac{2}{3}, \dots$  จงหาค่าของ  $a + \frac{2}{3}$

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

4. ลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \dots, 729$  มีทั้งหมดกี่พจน์

ก. 8

ข. 9

ค. 10

ง. 11

5. ลำดับเรขาคณิต ถ้ามี  $a_1=7$  และ  $a_n=81$  และ  $a_{n-1}=27$  แล้ว พจน์ที่ 10 มีค่าเท่ากับ

ข้อใด

ก.  $7(2^{10})$

ข.  $7(3^9)$

ค.  $7(3^{10})$

ง.  $7(5^9)$

6. ข้อใดคือพจน์ที่ 5 ของลำดับเรขาคณิต  $2, 4, 8, 16, \dots$

ก. 32

ข. 18

ค. 20

ง. 17





7. -1 เป็นอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต ข้อใด

ก. 1 , 2 , 4 , 8 , 16

ข. -1 , 1 , -1 , 1 , -1

ค.  $\frac{1}{x}$  ,  $\frac{1}{x^2}$  ,  $\frac{1}{x^3}$  ,  $\frac{1}{x^4}$

ง. -5 , -10 , -20 , -30

8. อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16,... เท่ากับข้อใด

ก. 5

ข. 6

ค. 2

ง. 4

9. กำหนดให้  $a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก.  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  มีค่าคงที่เสมอ

ข. เรียก  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  ว่าอัตราส่วนร่วม

ค. พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

ง. อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตมีค่าไม่คงที่เสมอ

10. ลำดับเรขาคณิต 512, -256, 128, ..., -1 มีทั้งหมดกี่พจน์

ก. 8 พจน์

ข. 9 พจน์

ค. 10 พจน์

ง. 11 พจน์





## กระดาษคำตอบ บัตรทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 5

เรื่อง การเขียนลำดับเรขาคณิต การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

ชื่อ.....สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ตัวเลือก ข้อที่	ก	ข	ค	ง	คะแนนที่ได้ / คะแนนเต็ม
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

(.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. ....



บัตรเฉลยแบบทดสอบหลังเรียนชุดที่ 5  
เรื่อง การเขียนลำดับเรขาคณิต การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

ข้อ 1	ตอบ ง
ข้อ 2	ตอบ ค
ข้อ 3	ตอบ ก
ข้อ 4	ตอบ ค
ข้อ 5	ตอบ ข
ข้อ 6	ตอบ ก
ข้อ 7	ตอบ ข
ข้อ 8	ตอบ ค
ข้อ 9	ตอบ ง
ข้อ 10	ตอบ ค



## บัตรบันทึกหลังเรียนของนักเรียน

คำชี้แจง ให้นักเรียนบันทึกเกี่ยวกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน  
ชุดที่ 5 เรื่อง การเขียนลำดับเรขาคณิต การหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

1.การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนการสอนกับครูผู้สอน

.....  
.....  
.....

2. การทำงานกับเพื่อน

.....  
.....  
.....

3.ความรู้ที่ได้จากการเรียน

.....  
.....  
.....

4.ข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....  
.....  
.....



ความพยายามอยู่ที่ไหน ความสำเร็จอยู่ที่นั่น 😊



## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ,สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน,สำนักวิชาการและมาตรฐาน การศึกษา. (2551). **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- \_\_\_\_\_. (2553). **แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาทักษะการคิด ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา**. กรุงเทพฯ : ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- เกริก ท่วมกลางและจินตนา ท่วมกลาง. (2555). **การพัฒนาสื่อ/นวัตกรรมทางการศึกษาเพื่อเลื่อนวิทยฐานะ**. กรุงเทพฯ . เพลิดเพลินการพิมพ์(1988).
- เจริญ ภูจักรพงศ์และศรีลัดดา ภูจักรพงศ์. (ม.ป.ป.). **คู่มือคณิตคิดลัดและเทคนิคการทำโจทย์ เร็วคณิตศาสตร์พื้นฐานเข้ม ม.5 เล่ม 2**. กรุงเทพฯ : SCIENCE CENTER.
- บัญชา ธนบุญสมบัติ. (2552). **คณิตกล-คณิตกวน**. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิสิทธ์เซ็นเตอร์.
- ศักดิ์ดา บุญโต. (ม.ป.ป.). **ไขปริศนาสำนวนไทยด้วยคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ศิลปะการพิมพ์.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2552ก). **หนังสือเรียนวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2552ข). **การสำรวจPRECALCULUS ด้วยTHE GEOMETER'S SKETCHPAD**. กรุงเทพฯ . เจริญรัฐการพิมพ์.



ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2549). **คู่มือการดำเนินการ  
อบรมครูเพื่อใช้ THE GEOMETER'S SKETCHPAD(เบื้องต้น).**

กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.

\_\_\_\_\_. (2553). **คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน  
พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สิริพร กุลวงศ์และสุภาวดี ตันวงศ์แก้ว. (2556). **เกมคณิตศาสตร์ Thinking Map  
Thinking Math.** กรุงเทพฯ : เป็น ภาษาและศิลปะ.

สุวัฒนา เอี่ยมอพรพรรณ. (2556). **กิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการ  
ทางคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ . สหมิตรพรินติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง.

สุวิทย์ มูลคำและอรทัยมูลคำ. (ม.ป.ป.). **21 วิธีการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด.  
พิมพ์ครั้งที่ 9.** กรุงเทพฯ : สหมิตรพรินติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง.