

ชุดที่ 1

โรงเรียนพรานกระต่ายพิทยาคม
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 41
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำนำ

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกลุ่มสาระวิชาที่ต้องอาศัยเทคนิคการคิดวิเคราะห์ ดังนั้น กระบวนการถ่ายทอดความรู้ให้นักเรียน ครูผู้สอนจึงต้องหาวิธีและรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนให้เกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง **ปฏิกิริยาพันธ** ที่ครูผู้สอนได้สร้างขึ้นเป็นสื่อชนิดหนึ่งที่มุ่งหวังจะแก้ปัญหาให้นักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา เพราะได้จัดเนื้อหาจากง่ายไปหายากให้นักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาแต่ละตอน โดยให้นักเรียนได้ทำใบกิจกรรม ใบงาน พร้อมทั้งให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้อง จึงเป็นการเสริมแรงให้นักเรียนรู้ผลทันที

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เล่มนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับครูผู้สอนและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้เรียนตามศักยภาพของตนเองได้อย่างมีความสุข สามารถเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

อัครเดช รักสิงห์



สารบัญ

คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำชี้แจงประกอบใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้	ค
รายละเอียดของชุดกิจกรรมการเรียนรู้	ง
คู่มือสำหรับนักเรียน	1
สื่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ปฏิยานุพันธ์.....	3
แบบฝึกทักษะชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 1 เรื่อง ปฏิยานุพันธ์.....	24
บรรณานุกรม.....	29



คำชี้แจงประกอบการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับครูผู้สอนรายวิชา ค33201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. หาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. หาปริพันธ์จำกัดเขตของฟังก์ชันบนช่วงที่กำหนดให้และหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งบนช่วงที่กำหนดให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาปริยานุพันธ์ได้
2. หาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันได้
3. หาสมการเส้นโค้งได้
4. หาสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุได้
5. หาปริพันธ์จำกัดเขตของฟังก์ชันบนช่วงที่กำหนดให้ได้
6. หาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

จำนวนชุดกิจกรรมการเรียนรู้

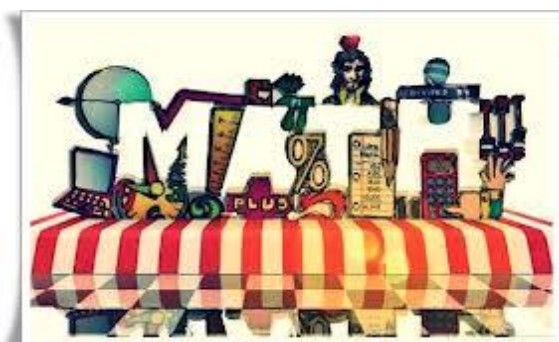
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ รายวิชา ค33201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีดังนี้

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1 เรื่อง ปริยานุพันธ์ (กระบวนการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์)

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 2 เรื่อง ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต (อินทิกรัลไม่จำกัดเขต)

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 3 เรื่อง ปริพันธ์จำกัดเขต (อินทิกรัลจำกัดเขต)

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 4 เรื่อง พื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง



รายละเอียดของชุดกิจกรรมการเรียนรู้

เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น จำนวน 15 ชั่วโมง

รายวิชา ค33201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชุดที่	เรื่อง	สื่อการเรียนการสอน	การวัดและประเมินผล	จำนวนชั่วโมง
	ประเมินผลก่อนเรียน	แบบทดสอบ		1
1.	ปฏิยานุพันธ์ (กระบวนการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์)	<ul style="list-style-type: none"> - กิจกรรมลึบสมองกับคณิตศาสตร์ - แบบทดสอบก่อนเรียน - ใบความรู้ - แบบฝึกแนะนำแนวทาง - แบบฝึกทักษะ - แบบฝึกเสริมทักษะ - แบบทดสอบหลังเรียน 		2
2.	ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต (อินทิกรัลไม่จำกัดเขต)	<ul style="list-style-type: none"> - กิจกรรมลึบสมองกับคณิตศาสตร์ - แบบทดสอบก่อนเรียน - ใบความรู้ - แบบฝึกแนะนำแนวทาง - แบบฝึกทักษะ - แบบฝึกเสริมทักษะ - สื่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม - แผนภูมิการประยุกต์ในเรื่องเรขาคณิต - แผนภูมิการประยุกต์ในเรื่องการเคลื่อนที่ของวัตถุ - แบบทดสอบหลังเรียน 		6
รวม				9

รายละเอียดของชุดกิจกรรมการเรียนรู้

เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น จำนวน 15 ชั่วโมง

รายวิชา ค33201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชุดที่	เรื่อง	สื่อการเรียนการสอน	การวัดและประเมินผล	จำนวนชั่วโมง
3.	ปริพันธ์จำกัดเขต (อินทิกรัลจำกัดเขต)	<ul style="list-style-type: none"> - แบบทดสอบก่อนเรียน - ใบความรู้ - แบบฝึกแนแนแนวทาง - แบบฝึกทักษะ - แบบฝึกเสริมทักษะ - เกมจับคู่ - วิดีทัศน์ เรื่อง ปริพันธ์จำกัดเขต - แบบทดสอบหลังเรียน 	1. สังเกตการปฏิบัติกิจกรรม	2
4.	พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง	<ul style="list-style-type: none"> - แบบทดสอบก่อนเรียน - ใบความรู้ - แบบฝึกแนแนแนวทาง - แบบฝึกทักษะ - แบบฝึกเสริมทักษะ - วิดีทัศน์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง - แผนภูมิสรุปขั้นตอนการหาพื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง - แบบทดสอบหลังเรียน 	2. แบบฝึกแนแนแนวทาง 3. แบบฝึกทักษะ 4. แบบทดสอบ	3
ประเมินผลหลังเรียน		แบบทดสอบ		1
รวม				6
รวมทั้งสิ้น				15



คู่มือสำหรับนักเรียน
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1 เรื่อง ปรียนานพนธ์

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1 มีกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติเป็นรายบุคคลและกลุ่ม ใบบางให้ทำเป็นรายบุคคล ใบบางกิจกรรมสำหรับกิจกรรมกลุ่ม
2. บทบาทของการเรียนเป็นกลุ่ม ให้ปฏิบัติดังนี้
 - 2.1 นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมตลอดทุกหน่วยการเรียนรู้ โดยต้องสลับเปลี่ยนหมุนเวียนบทบาทกันในแต่ละกลุ่ม เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนรู้แต่ละชุดกิจกรรมการเรียนรู้
 - 2.2 เมื่อนักเรียนเข้ากลุ่มเรียบร้อยแล้ว ให้เลือกประธานกลุ่ม เลขานุการกลุ่ม สมาชิกที่เหลือช่วยกันควบคุมเวลาการทำงาน และร่วมกิจกรรมกลุ่มอย่างเคร่งครัด
 - 2.3 นักเรียนรับผิดชอบร่วมกันและช่วยเหลือซึ่งกันและกันขณะปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม
 - 2.4 ผลงานของกลุ่มคือผลงานของนักเรียนทุกคนในกลุ่ม
 - 2.5 การทำใบบางเป็นรายบุคคลนักเรียนต้องทำด้วยตนเองแล้วเก็บเข้าแฟ้มสะสมงานของนักเรียนเป็นรายบุคคล
 - 2.6 กลุ่มต้องรวบรวมผลงานของกลุ่มเข้าแฟ้มหลังสิ้นสุดกิจกรรม
3. ศึกษารายละเอียดของบัตรคำสั่งให้เข้าใจ เมื่อมีข้อสงสัยควรซักถามครูผู้สอน ก่อนดำเนินกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนในบัตรคำสั่ง
4. นักเรียนควรปฏิบัติตนเป็นผู้ปฏิบัติที่ดี คือ ไม่ส่งเสียงดังรบกวนกลุ่มอื่น ๆ ให้ความร่วมมือปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มทุกกิจกรรม และต้องมีความซื่อสัตย์



วัตถุประสงค์

1. เมื่อนักเรียนเรียนชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 1 เรื่อง ปริยานุพันธ์ จบแล้ว นักเรียนเป็นผู้มีความรู้ในเรื่องต่อไปนี้
 - 1.1 นักเรียนสามารถหาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้ (กระบวนการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์)
2. นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม
3. นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรมและใบงานได้ถูกต้อง





สื่อ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1

เรื่อง

ปญานุพันธ์

แบบทดสอบก่อนเรียน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เวลา 20 นาที

จำนวน 10 ข้อ

เรื่อง การหาปริพันธ์

ชุดที่ 1 เรื่อง ปฏิยานุพันธ์

คะแนน 10 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องโดยทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบ

1. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^2$ ตรงกับข้อใด

ก. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + c$

ข. $F(x) = \frac{1}{4}x^3 + c$

ค. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$

ง. $F(x) = \frac{1}{2}x^3 + c$

2. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 4x^3$ ตรงกับข้อใด

ก. $F(x) = x^4 + c$

ข. $F(x) = 3x^3 + c$

ค. $F(x) = x^3 + c$

ง. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$

3. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 + 2x$ ตรงกับข้อใด

ก. $F(x) = x^4 + c$

ข. $F(x) = 3x^3 + 2 + c$

ค. $F(x) = x^3 + c$

ง. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + c$

4. กำหนด $f'(x) = 3x^2 + 5x - 1$ แล้ว $f(x)$ คือข้อใด

ก. $x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x + c$

ข. $3x^3 + 5x^2 - x + c$

ค. $5x^3 + 10x^2 - x + c$

ง. $5x^3 + 2x^2 - x + c$

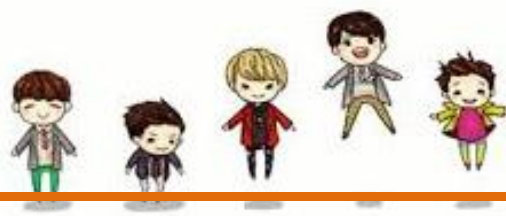
5. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{1}{x^5}$ ตรงกับข้อใด

ก. $F(x) = \frac{1}{4x^4} + c$

ข. $F(x) = -\frac{1}{4x^4} + c$

ค. $F(x) = \frac{1}{5x^4} + c$

ง. $F(x) = -\frac{1}{5x^4} + c$



แบบทดสอบก่อนเรียน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เวลา 20 นาที

จำนวน 10 ข้อ

เรื่อง การหาปริพันธ์

ชุดที่ 1 เรื่อง ปฏิยานุพันธ์

คะแนน 10 คะแนน

6. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 3x^2$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{3x^2}{2} + c$

ข. $x^3 + c$

ค. $-\frac{3x^2}{2} + c$

ง. $-x^3 + c$

7. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 2x + 1$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{2x^3}{3} + 2x + c$

ข. $2x^2 + x + c$

ค. $\frac{2x^2}{2} + 2x + c$

ง. $x^2 + x + c$

8. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{1}{3}x^3 + c$

ข. $\frac{1}{5}x^5 + c$

ค. $\frac{1}{4}x^4 + c$

ง. $\frac{1}{6}x^6 + c$

9. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{1}{x^3}$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{1}{2x^2} + c$

ข. $\frac{1}{3x^3} + c$

ค. $-\frac{1}{2x^2} + c$

ง. $-\frac{1}{3x^3} + c$

10. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{4}{5}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 + c$

ข. $\frac{4}{5}x^5 + \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + c$

ค. $-\frac{4}{5}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 + c$

ง. $-\frac{4}{5}x^5 + \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + c$



วิธีทำ เติมตัวเลข 1 – 9 ลงในตารางโดยที่ในแต่ละแถว แต่ละคอลัมน์และในกรอบสี่เหลี่ยมย่อยมีเลข 1 – 9 ไม่ซ้ำกันเลย

Instruction Fill in the grid with divites 1 to 9 so that each digit appears exactity one in each row, colume and marked box.

5		2	1	6	3	4		
	3	9	8	5	2		1	6
8	6			7			2	5
6	9	4	2	3			5	8
	8	3	4		5	6	9	7
7	1			8		2	3	4
1	4			9		5	6	2
	2	6	5	4	1	8	7	
	5	8	7		6	9		



วิธีทำ เติมตัวเลข 1 – 9 ลงในตารางโดยที่ในแต่ละแถว แต่ละคอลัมน์และในกรอบสี่เหลี่ยมย่อยมีเลข 1 – 9 ไม่ซ้ำกันเลย

Instruction Fill in the grid with digits 1 to 9 so that each digit appears exactly once in each row, column and marked box.

5	7	2	1	6	3	4	8	9
4	3	9	8	5	2	7	1	6
8	6	1	9	7	4	3	2	5
6	9	4	2	3	7	1	5	8
2	8	3	4	1	5	6	9	7
7	1	5	6	8	9	2	3	4
1	4	7	3	9	8	5	6	2
9	2	6	5	4	1	8	7	3
3	5	8	7	2	6	9	4	1

ใบความรู้ 1.1
เรื่อง ปริยานุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

ปริยานุพันธ์ (กระบวนการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์)

กระบวนการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์ คือ การหาฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อกำหนด $f'(x)$ มาให้ ซึ่งเรียกว่า การหาปริยานุพันธ์

โดยทั่วไปจะนิยามปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ใด ๆ ได้ดังนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน F เป็นปริยานุพันธ์หนึ่งของ f เมื่อ $F'(x) = f(x)$
สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f
ดังนั้น รูปทั่วไปของการหาปริยานุพันธ์ของ $f(x)$ คือ $F(x) + c$
เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ นั่นคือ $f(x) = F(x) + c$

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดง $F(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ เป็นปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

วิธีทำ จาก $F(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$$\text{จะได้ } F'(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}(2x)$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\text{นั่นคือ } F'(x) = f(x)$$

ดังนั้น $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ เป็นปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$



ใบความรู้ที่ 1.1
เรื่อง อนุพันธ์

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f(x) = 2x$ จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f

วิธีทำ ให้

$F_1(x) = x^3$	จะได้ $F_1'(x) = 3x^2$
$F_2(x) = x^2$	จะได้ $F_2'(x) = 2x$
$F_3(x) = x^2 + 3$	จะได้ $F_2'(x) = 2x$
$F_4(x) = x^2 + 1$	จะได้ $F_2'(x) = 2x$

นั่นคือ F_2, F_3, F_4 ต่างก็เป็นอนุพันธ์ของ $f(x) = 2x$

จะเห็นว่า ถ้าให้ $F(x) = x^2 + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

จะได้ $F'(x) = 2x$

ดังนั้น $F(x) = x^2 + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว เป็นรูปทั่วไป

ของอนุพันธ์ของ $f(x) = 2x$

- หมายเหตุ
1. ถ้า F เป็นอนุพันธ์หนึ่งของ f แล้วฟังก์ชัน G ที่นิยามโดย $G(x) = F(x) + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว จะเป็นอนุพันธ์ของ f ด้วย
 2. ในคณิตศาสตร์ระดับสูงขึ้นไปมีการพิสูจน์โดยชัดเจนว่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันเดียวกันจะต่างกันเพียงค่าคงตัวเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอนุพันธ์ของ f เมื่อ $f(x) = 3x^2 + x$

วิธีทำ กำหนดให้ $f(x) = 3x^2 + x$

จะหา $F(x)$ ที่ $F'(x) = 3x^2 + x$

ลองให้ $F(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2$

จะได้ $F'(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}(2x)$

$= 3x^2 + x$

ดังนั้น อนุพันธ์ของ $f(x) = 3x^2 + x$ คือ $F(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

แบบฝึกหัดแนวทางที่ 1.1
เรื่อง ปฏิยานุพันธ์



จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

กลุ่มที่.....ชื่อสมาชิก 1.....
2.....
3.....
4.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาและหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ต่าง ๆ ต่อไปนี้ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด ๆ

ข้อที่	ฟังก์ชัน $f(x)$	ปฏิยานุพันธ์ $F(x)$	ตรวจคำตอบ $F'(x)=f(x)$
1	5	$5x + c$	$\frac{d}{dx}(5x + c) = 5$
2	3		
3	a เมื่อ a เป็นค่าคงตัว		
4	x^3	$\frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^4}{4} + c$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^4}{4} + c\right) = x^3$
5	x^{-7}		
6	$\frac{1}{x^6}$		
7	$x^2 + 1$		

เฉลยแบบฝึกหัดแนวทางที่ 1.1
เรื่อง อนุพันธ์



จุดประสงค์การเรียนรู้ หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้

กลุ่มที่.....ชื่อสมาชิก 1.....
2.....
3.....
4.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาและหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ต่าง ๆ ต่อไปนี้ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด ๆ

ข้อที่	ฟังก์ชัน $f(x)$	อนุพันธ์ $F(x)$	ตรวจคำตอบ $F'(x)=f(x)$
1	5	$5x + c$	$\frac{d}{dx}(5x + c) = 5$
2	3	$3x + c$	$\frac{d}{dx}(3x + c) = 3$
3	a เมื่อ a เป็นค่าคงตัว	$ax + c$	$\frac{d}{dx}(ax + c) = a$
4	x^3	$\frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^4}{4} + c$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^4}{4} + c\right) = x^3$
5	x^{-7}	$\frac{x^{-8+1}}{-8} + c = \frac{x^{-7}}{-7} + c$ $= -\frac{1}{7x^7} + c$	$\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{7x^7} + c\right) = x^{-7}$
6	$\frac{1}{x^6}$	$x^{-6} + c = \frac{x^{-6+1}}{-6+1} + c$ $= \frac{x^{-5}}{-5} + c$ $= -\frac{1}{5x^5} + c$	$\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{5x^5} + c\right) = x^{-6}$
7	$x^2 + 1$	$\frac{x^{2+1}}{2+1} + x + c = \frac{x^3}{3} + x + c$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^3}{3} + x + c\right) = x^2 + 1$

ใบความรู้ที่ 1.2
เรื่อง อนุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้

กระบวนการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์

พิจารณาการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ต่อไปนี้

ถ้า $f(x) = 3x$ จะได้ $f'(x) = 3$

ถ้า $f(x) = 3x + 6$ จะได้ $f'(x) = 3$

ถ้า $f(x) = 3x - 5$ จะได้ $f'(x) = 3$



หมายเหตุ มีบางฟังก์ชันไม่สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้ ถ้า $y = f(x)$ ไม่ต่อเนื่อง ที่ $x = x_0$

แล้ว f จะหาอนุพันธ์ไม่ได้ที่ $x = x_0$ เช่น $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชันมาให้ก็จะสามารถกระทำการย้อนกลับไปหาฟังก์ชันได้เช่นกัน

กล่าวคือถ้า $f'(x) = 4$ จะได้ $f(x) = 4x$ หรือ $f(x) = 4x + 2$

หรือ $f(x) = 4x + 5$ หรือ $f(x) = 4x - 8$

หรือ $f(x) = 4x - 6$

หรือ $f(x) = 4x + c$ เมื่อ c คือค่าคงตัว

การกระทำการย้อนกลับไปหาฟังก์ชันเช่นนี้ เรียกว่า การหาอนุพันธ์ (Antiderivative) ซึ่งเป็นกระบวนการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์

บทนิยาม ฟังก์ชัน F เป็นอนุพันธ์หนึ่งของ f เมื่อ $F'(x) = f(x)$
สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f

จากบทนิยามแสดงว่า ถ้า $f'(x) = 4$ จะได้ $f(x) = 4x$ หรือ $f(x) = 4x + 2$ หรือ $f(x) = 4x + 5$ หรือ $f(x) = 4x - 8$ หรือ $f(x) = 4x - 6$ หรือ $f(x) = 4x + c$ ซึ่งล้วนแต่เป็นอนุพันธ์ของ $f'(x) = 4$ ทั้งสิ้น และเรียก $f(x) = 4x + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว ว่ารูปทั่วไปของอนุพันธ์ของ $f'(x) = 4$

นั่นคือ ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f มีได้มากมายหลายคำตอบ และคำตอบเหล่านี้จะต่างกันเพียงพจน์คงตัวเท่านั้น ดังนั้นจึงนิยมใช้ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่เป็นรูปทั่วไปเป็นคำตอบ ดังนั้น จากตัวอย่างข้างต้น ปฏิยานุพันธ์ของ $f'(x)=4$ คือ $f(x)=4x+c$ นั่นเอง

1. ถ้า $f'(x)=a$ แล้ว $F(x)=ax+c$ เมื่อ a, c เป็นค่าคงตัว
2. ถ้า $f'(x)=x^n$ แล้ว $F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว
3. ถ้า $f'(x)=ax^n$ แล้ว $F(x)=\frac{ax^{n+1}}{n+1}+c$ เมื่อ a, c เป็นค่าคงตัว

ตัวอย่าง จงหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f เมื่อกำหนดให้

$$(1) \quad f(x) = \frac{3}{5}$$

$$(2) \quad f(x) = 5x^9$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

วิธีทำ

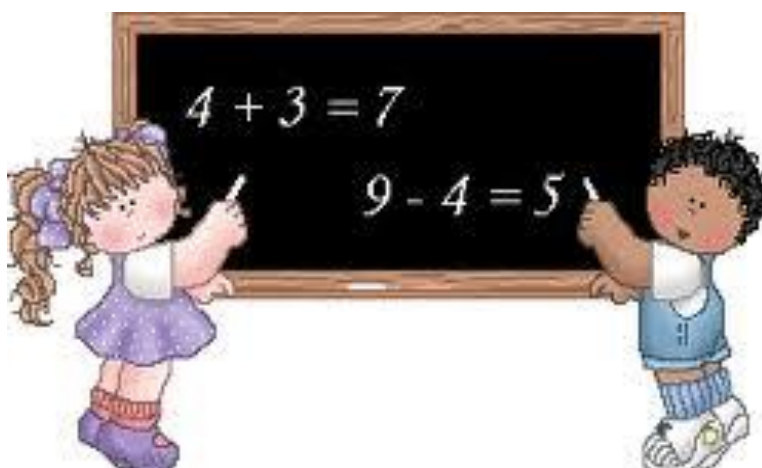
$$(1) \quad f(x) = \frac{3}{5}$$

$$F(x) = \frac{3}{5}x + 1$$

$$F(x) = \frac{3}{5}x - 2$$

$$F(x) = \frac{3}{5}x + 3$$

ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x)=\frac{3}{5}x+c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด



ใบความรู้ที่ 1.2
เรื่อง ปฏิยานุพันธ์

วิธีทำ

$$(2) \quad f(x) = 5x^9$$

ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ
$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{5x^{9+1}}{9+1} + c \\ &= \frac{5x^{10}}{10} + c \\ &= \frac{x^{10}}{2} + c \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัวใด ๆ} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$(3) \quad f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{(x)\left(x^{\frac{1}{2}}\right)}$$

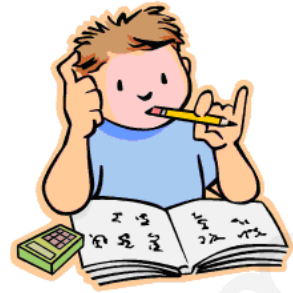
$$= \frac{1}{x^{1+\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$$

ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ
$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} + c \\ &= \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + c \\ &= \frac{-2}{\sqrt{x}} + c \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัวใด ๆ} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$



แบบฝึกหัดแนวทางที่ 1.2
เรื่อง ปฏิยานุพันธ์



จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

กลุ่มที่.....ชื่อสมาชิก 1.....
2.....
3.....
4.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาและหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ต่าง ๆ ต่อไปนี้ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด ๆ

ข้อที่	ฟังก์ชัน $f(x)$	ปฏิยานุพันธ์ $F(x)$	ตรวจคำตอบ $F'(x)=f(x)$
1	$\frac{1}{x^5} = x^{-5}$	$\frac{x^{-5+1}}{-5+1} + c = \frac{x^{-4}}{-4} + c$ $= -\frac{1}{4x^4} + c$	$\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{4x^4} + c \right) = \frac{1}{x^5}$
2	$\frac{1}{x^8} = x^{-8}$		
3	x^n		
4	$8x^3$	$\frac{8x^{3+1}}{3+1} + c = 2x^4 + c$	$\frac{d}{dx} (2x^4 + c) = 8x^3$
5	$5x^4$		
6	$\frac{4}{x^3} = 4x^{-3}$		
7	ax^n เมื่อ n เป็นค่าคงตัว		

เฉลยแบบฝึกหัดแนวทางที่ 1.2
เรื่อง ปริยานุพันธ์



จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

กลุ่มที่.....ชื่อสมาชิก 1.....
2.....
3.....
4.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาและหาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ต่าง ๆ ต่อไปนี้ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด ๆ

ข้อที่	ฟังก์ชัน $f(x)$	ปริยานุพันธ์ $F(x)$	ตรวจคำตอบ $F'(x)=f(x)$
1	$\frac{1}{x^5} = x^{-5}$	$\frac{x^{-5+1}}{-5+1} + c = \frac{x^{-4}}{-4} + c$ $= -\frac{1}{4x^4} + c$	$\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{4x^4} + c \right) = \frac{1}{x^5}$
2	$\frac{1}{x^8} = x^{-8}$	$\frac{x^{-8+1}}{-8+1} + c = \frac{x^{-7}}{-7} + c$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^{-7}}{-7} + c \right) = x^{-8}$
3	x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} + c \right) = x^n$
4	$8x^3$	$\frac{8x^{3+1}}{3+1} + c = 2x^4 + c$	$\frac{d}{dx} (2x^4 + c) = 8x^3$
5	$5x^4$	$\frac{5x^{4+1}}{4+1} + c = x^5 + c$	$\frac{d}{dx} (x^5 + c) = 5x^4$
6	$\frac{4}{x^3} = 4x^{-3}$	$\frac{4x^{-3+1}}{-3+1} + c = -2x^{-2} + c$	$\frac{d}{dx} (-2x^{-2} + c) = 4x^{-3}$
7	ax^n	$\frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{ax^{n+1}}{n+1} + c \right) = ax^n$

	เมื่อ n เป็นค่าคงตัว		
--	------------------------	--	--

แบบฝึกเสริมทักษะ
เรื่อง อนุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ต่าง ๆ ต่อไปนี้ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด

1. $f(x) = 5$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

2. $f(x) = x^3$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

3. $f(x) = \frac{1}{x^5}$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

4. $f(x) = x\sqrt{x}$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

5. $f(x) = x^6$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

6. $f(x) = x^{10}$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

7. $f(x) = x^{-4}$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

8. $f(x) = 3x^2 + 7$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

9. $f(x) = 6x^5 - 4$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

10. $f(x) = x^{-4} - \frac{2}{x^2}$ อนุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \dots\dots\dots$

เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะ
เรื่อง ปฏิยานุพันธ์



จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ต่าง ๆ ต่อไปนี้ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด

1. $f(x) = 5$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = 5x + c$
2. $f(x) = x^3$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \frac{x^4}{4} + c$
3. $f(x) = \frac{1}{x^5}$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = -\frac{1}{4x^4} + c$
4. $f(x) = x\sqrt{x}$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$
5. $f(x) = x^6$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \frac{x^7}{7} + c$
6. $f(x) = x^{10}$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = \frac{x^{11}}{11} + c$
7. $f(x) = x^{-4}$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = -\frac{1}{3x^3} + c$
8. $f(x) = 3x^2 + 7$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = x^3 + 7x + c$
9. $f(x) = 6x^5 - 4$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = x^6 - 4x + c$

10. $f(x) = x^{-4} - \frac{2}{x^2}$ ปฏิยานุพันธ์ของ f คือ $F(x) = -\frac{1}{3x^3} + \frac{2}{x} + c$

แบบทดสอบหลังเรียน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เวลา 20 นาที

จำนวน 10 ข้อ

เรื่อง การหาปริพันธ์

ชุดที่ 1 เรื่อง ปฏิยานุพันธ์

คะแนน 10 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องโดยทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบ

1. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 4x^3$ ตรงกับข้อใด

ก. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$

ข. $F(x) = 3x^3 + c$

ค. $F(x) = x^3 + c$

ง. $F(x) = x^4 + c$

2. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f'(x) = 3x^2 + 5x - 1$ ตรงกับข้อใด

ก. $x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x + c$

ข. $3x^3 + 5x^2 - x + c$

ค. $5x^3 + 10x^2 - x + c$

ง. $5x^3 + 2x^2 - x + c$

3. ปฏิยานุพันธ์ของ $\frac{1}{x^5}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{4x^4} + c$

ข. $-\frac{1}{4x^4} + c$

ค. $\frac{1}{5x^4} + c$

ง. $-\frac{1}{5x^4} + c$

4. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^2$ ตรงกับข้อใด

ก. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + c$

ข. $F(x) = \frac{1}{4}x^3 + c$

ค. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$

ง. $F(x) = \frac{1}{2}x^3 + c$

5. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 + 2x$ ตรงกับข้อใด

ก. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + c$

ข. $F(x) = x^4 + c$

ก. $F(x) = x^3 + c$

ง. $F(x) = 3x^3 + 2 + c$

แบบทดสอบหลังเรียน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เวลา 20 นาที

เรื่อง การหาปริพันธ์

ชุดที่ 1 เรื่อง ปฏิยานุพันธ์

คะแนน 10 คะแนน

จำนวน 10 ข้อ

6. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)$ ตรงกับข้อใด

ก. $x^2 + \frac{1}{x} + c$

ข. $-x^2 + \frac{1}{x} + c$

ค. $x^3 + \frac{1}{x^2} + c$

ง. $-x^3 + \frac{1}{x^2} + c$

7. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 - 2$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{5x^3}{3} + 3x + c$

ข. $-\frac{5x^3}{3} - 3x + c$

ค. $x^5 + x^3 - 2x + c$

ง. $-x^5 - x^3 - 2x + c$

8. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \left(x^{10} - \frac{1}{x^3}\right)$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{x^{11}}{11} + \frac{1}{2x^2} + c$

ข. $\frac{x^9}{9} + \frac{1}{2x^2} + c$

ค. $\frac{x^8}{8} + \frac{1}{2x^2} + c$

ง. $\frac{x^7}{7} + \frac{1}{2x^2} + c$

9. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^2(x-3)$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{x^3}{3} - x^3 + c$

ข. $\frac{x^4}{4} - x^3 + c$

ค. $\frac{x^5}{5} - x^3 + c$

ง. $\frac{x^6}{6} - x^3 + c$

10. ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \sqrt{x}$ ตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{2x\sqrt{x}}{3} + c$

ข. $-\frac{4x\sqrt{x}}{3} + c$

ก. $\frac{2x\sqrt{x}}{3} + c$

ง. $\frac{4x\sqrt{x}}{3} + c$

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

1. ก

2. ก

3. ง

4. ก

5. ข

6. ก

7. ง

8. ข

9. ก

10. ก

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

1. ค

2. ก

3. ง

4. ก

5. ข

6. ก

7. ค

8. ข

9. ค

10. ก

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

ชุดที่ 1 เรื่อง ปริยานุพันธ์

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วเลือกเครื่องหมาย x ลงในช่องที่เห็นว่าถูกต้องเพียงข้อเดียว

แบบทดสอบก่อนเรียน									
ข้อ	ก	ข	ค	ง	ข้อ	ก	ข	ค	ง
1					6				
2					7				
3					8				
4					9				
5					10				
คะแนนที่ได้									

แบบทดสอบหลังเรียน									
ข้อ	ก	ข	ค	ง	ข้อ	ก	ข	ค	ง
1					6				
2					7				
3					8				
4					9				
5					10				
คะแนนที่ได้									

สรุปผลการเรียน

คะแนนแบบทดสอบ		การพัฒนา	หมายเหตุ
ก่อนเรียน (10 คะแนน)	หลังเรียน (10 คะแนน)		

หมายเหตุ คะแนนหลังเรียนเพิ่มขึ้นให้ใส่เครื่องหมาย ✓ ในช่องการพัฒนาคะแนนหลังเรียนไม่เพิ่มขึ้นหรือน้อยกว่าใส่เครื่องหมาย x ในช่องการพัฒนา



แบบฝึกทักษะ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1

เรื่อง

ปฏิกิริยาพันธะ

แบบฝึกทักษะที่ 1.1
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1
เรื่อง ปริยานุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. $f(x) = 5x$



2. $f(x) = x^6$



3. $f(x) = \frac{1}{x^6}$



4. $f(x) = x\sqrt{x}$



5. $f(x) = x^2$



6. $f(x) = x^{10}$



7. $f(x) = x^4$



8. $f(x) = 3x^2 + 7$



9. $f(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$



10. $f(x) = x^2 - 4x$



แบบฝึกทักษะที่ 1.2
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1
เรื่อง การหาปริยานุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. $f(x) = 6$



2. $f(x) = -1$



3. $f(x) = 10$



4. $f(x) = -4x$



5. $f(x) = 6x^2$



6. $f(x) = 2 + 8x^3$



7. $f(x) = 6x^2 - 9$



8. $f(x) = (x^2 - 1)(4 - x^2)$



9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$



10. $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2}$



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ปฏิยานุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

$$1. f(x) = 5x$$



$$\frac{5}{2}x^2 + c$$

$$2. f(x) = x^6$$



$$\frac{x^7}{7} + c$$

$$3. f(x) = \frac{1}{x^6}$$



$$-\frac{1}{5X^5} + c$$

$$4. f(x) = x\sqrt{x}$$



$$\frac{2}{5}X^{\frac{5}{2}} + c$$

$$5. f(x) = x^2$$



$$\frac{X^3}{3} + c$$

$$6. f(x) = x^{10}$$



$$\frac{X^{11}}{11} + c$$

$$7. f(x) = x^4$$



$$-\frac{1}{3X^3} + c$$

$$8. f(x) = 3x^2 + 7$$



$$X^3 + 7X + c$$

$$9. f(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$$



$$-\frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + c$$

$$10. f(x) = x^2 - 4x$$



$$-\frac{X^3}{3} - 2X^2 + c$$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ปฏิยานุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. $f(x) = 8$



$F(x) = 8x + c$

2. $f(x) = -1$



$F(x) = -x + c$

3. $f(x) = 10x$



$F(x) = 5x^2 + c$

4. $f(x) = -4x$



$F(x) = -2x^2 + c$

5. $f(x) = 6x^2$



$F(x) = 2x^3 + c$

6. $f(x) = 2 + 8x^3$



$F(x) = 2x + 2x^4 + c$

7. $f(x) = 6x^2 - 9$



$F(x) = 2x^3 - 9x + c$

8. $f(x) = (x^2 - 1)(4 - x^2)$



$F(x) = -\frac{1}{5}x^5 + \frac{5}{3}x^3 - 4x + c$

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$



$F(x) = 2\sqrt{x} + c$

10. $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2}$



$F(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + c$

บรรณานุกรม

กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 เล่ม 6. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์, 2554.

กวิษา เนาวประทีป. เทคนิคการเรียนคณิตศาสตร์ : แคลคูลัสเบื้องต้น. กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์, 2548.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 6. ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.

____. คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.

____. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด. 2553.

____. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ), 2551.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท), สถาบัน. การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2553



www.kroobannok.com

www.kroobannok.com

