



คำนำ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จัดทำขึ้นตามเนื้อหาสาระมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยพยายามปรับเนื้อหาและกิจกรรมให้มีความเหมาะสมกับผู้เรียนมากที่สุด สำหรับใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องลำดับและอนุกรม เพื่อแก้ไขปัญหาการเรียนรู้ของนักเรียนที่ขาดทักษะกระบวนการคิด การคำนวณ และการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ โดยจัดทำทั้งหมด 5 ชุด ชุดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละชุดประกอบด้วยคำชี้แจง แบบทดสอบก่อนเรียน เกมคณิตคิดสนุก เอกสารแนะนำแนวทาง ใบความรู้ แบบฝึกกิจกรรม และแบบทดสอบหลังเรียน ซึ่งมีการนำเสนอให้นักเรียนได้เรียนรู้จากง่ายไปหายาก แบ่งเนื้อหาเป็นขั้นตอน นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติไปตามลำดับ สามารถสร้างองค์ความรู้ได้จากการศึกษาเนื้อหา ตัวอย่าง ด้วยกระบวนการเรียนรู้ที่หลากหลาย สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง เป็นการส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญได้เป็นอย่างดี พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ตามความถนัดของตนเองทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น ส่งผลกระตุ้นให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตระหนักและเห็นคุณค่าของการเรียน อันนำไปสู่การบรรลุผลตามมาตรฐานการเรียนรู้ของ หลักสูตรคณิตศาสตร์

ผู้จัดทำหวังว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ จะเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้เป็นอย่างดี และทำให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และมีเจตคติที่ดีต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น

วิภาภรณ์ สุเทวี

โรงเรียนดอนเมืองทหารอากาศบำรุง



สารบัญ

	หน้า
คำนำ.....	ก
สารบัญ	๗
คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้.....	1
คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับครู.....	2
คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับนักเรียน	3
มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	4
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1	5
แบบทดสอบก่อนเรียน	6
คณิตคิดสนุก 1	9
เอกสารแนบแนวทางที่ 1.1	10
ใบความรู้ที่ 1.1	11
แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.1	13
เอกสารแนบแนวทางที่ 1.2.....	15
ใบความรู้ที่ 1.2	16
แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.2.....	20
คณิตคิดสนุก 2.....	22
เอกสารแนบแนวทางที่ 1.3.....	23
ใบความรู้ที่ 1.3	24
แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.3	27
คณิตคิดสนุก 3.....	29
เอกสารแนบแนวทางที่ 1.4	30
ใบความรู้ที่ 1.4	32
แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.4	36
แบบทดสอบหลังเรียน.....	37
บรรณานุกรม	40



สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก	41
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	42
เฉลยคณิตคิดสนุก 1	43
เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1.1	44
เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.1	45
เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1.2	47
เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.2	48
เฉลยคณิตคิดสนุก 2	50
เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1.3	51
เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.3	52
เฉลยคณิตคิดสนุก 3	54
เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1.4	55
เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.4	57
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	60
ที่มาภาพประกอบ	61



คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

- เอกสารฉบับนี้เป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ประกอบด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 5 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 เรื่อง ลำดับ	จำนวน 4 คาบ
ชุดที่ 2 เรื่อง ลำดับเลขคณิต	จำนวน 4 คาบ
ชุดที่ 3 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต	จำนวน 4 คาบ
ชุดที่ 4 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต	จำนวน 3 คาบ
ชุดที่ 5 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต	จำนวน 3 คาบ
- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดนี้ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีกิจกรรมและแบบฝึกกิจกรรมที่หลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจและสามารถฝึกฝนได้ด้วยตนเอง
- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดนี้เป็น ชุดที่ 1 เรื่อง ลำดับ ประกอบด้วย
 - คำชี้แจงในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
 - คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับครู
 - คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับนักเรียน
 - มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้
 - ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม
 - แบบทดสอบก่อนเรียน
 - คณิตคิดสนุก เอกสารแนะแนวทาง ใบความรู้ แบบฝึกกิจกรรม
 - แบบทดสอบหลังเรียน



คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับครู

การใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ครูผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ครูผู้สอนจึงควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1. ครูต้องศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ และอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาเพื่อนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ไปใช้

2. ครูต้องเตรียมชุดกิจกรรมใช้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน

3. ครูเตรียมเครื่องมือวัดผลและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน

4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ และวิธีการใช้ชุดกิจกรรมอย่างชัดเจนตั้งแต่ต้น

จนจบ

5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียน ในการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้เข้าใจและเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์โดยไม่ลอกเพื่อน หรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำด้วยตนเอง

6. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดความรู้พื้นฐานและดูผลการพัฒนาเมื่อเรียนเรื่องนี้จบ

7. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

8. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

9. ในกรณีที่นักเรียนมีปัญหาข้อสงสัยในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูต้องดูแลและให้คำปรึกษาแก่นักเรียนทันที

10. ครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน พร้อมทั้งสังเกต คอยให้คำปรึกษากระตุ้นและเสริมแรงในโอกาสที่เหมาะสม

11. เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้ตรวจคำตอบจากเฉลยใบกิจกรรม ซึ่งอยู่ในภาคผนวก

12. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน

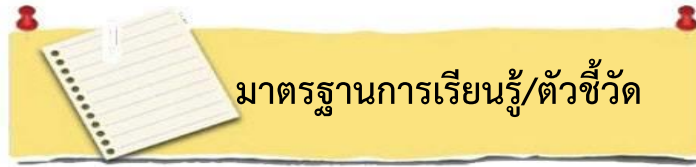
14. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกคน



คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับนักเรียน

ในการศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้เข้าใจก่อนลงมือปฏิบัติกิจกรรมหรือทำการศึกษทุกครั้ง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน ซึ่งมีลักษณะเป็นปรนัยชนิดเลือกตอบจำนวน 10 ข้อ ลงในกระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
3. นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในชุดกิจกรรม โดยไม่ข้ามขั้นตอน และสรุปความรู้ที่ได้จากกิจกรรมที่ปฏิบัติ โดยมีครูเป็นที่ปรึกษาในการปฏิบัติกิจกรรม
4. นักเรียนศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยศึกษาและปฏิบัติเอกสารแนะนำแนวทาง ศึกษาใบความรู้และทำแบบฝึกกิจกรรมตามลำดับ
5. ในระหว่างการทำกิจกรรมแต่ละชุดนั้น นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ห้ามเปิดดูเฉลยคำตอบก่อน
6. ถ้านักเรียนมีปัญหาข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจให้สอบถามครูทันที
7. ตรวจสอบคำตอบในใบเฉลยกิจกรรมแต่ละกิจกรรม ซึ่งอยู่ในภาคผนวก แล้วบันทึกคะแนนไว้ที่ได้ จากนั้นร่วมกันสรุปองค์ความรู้ โดยครูคอยชี้แนะแนวทาง และอธิบายเพิ่มเติม
8. ทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเองหลังจากศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1 จบแล้วซึ่งมีลักษณะเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ ลงในกระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อทราบผลการพัฒนาหลังการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
9. ตรวจสอบคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนจากเฉลยท้ายเล่ม แล้วบันทึกผลลงในแบบบันทึกคะแนน ซึ่งอยู่ในภาคผนวก เพื่อทราบผลการเรียนและการพัฒนา



สาระที่ 4 พิชคณิต

มาตรฐาน ค.4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป(pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
ตัวชี้วัด ม.4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย
ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และ
เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบกาตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการ
นำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K)

1. อธิบายความหมายของลำดับได้
2. บอกได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
3. เขียนลำดับในรูปแจกพจน์ได้
4. หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะกระบวนการ(P)

1. ในการให้เหตุผล
2. การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

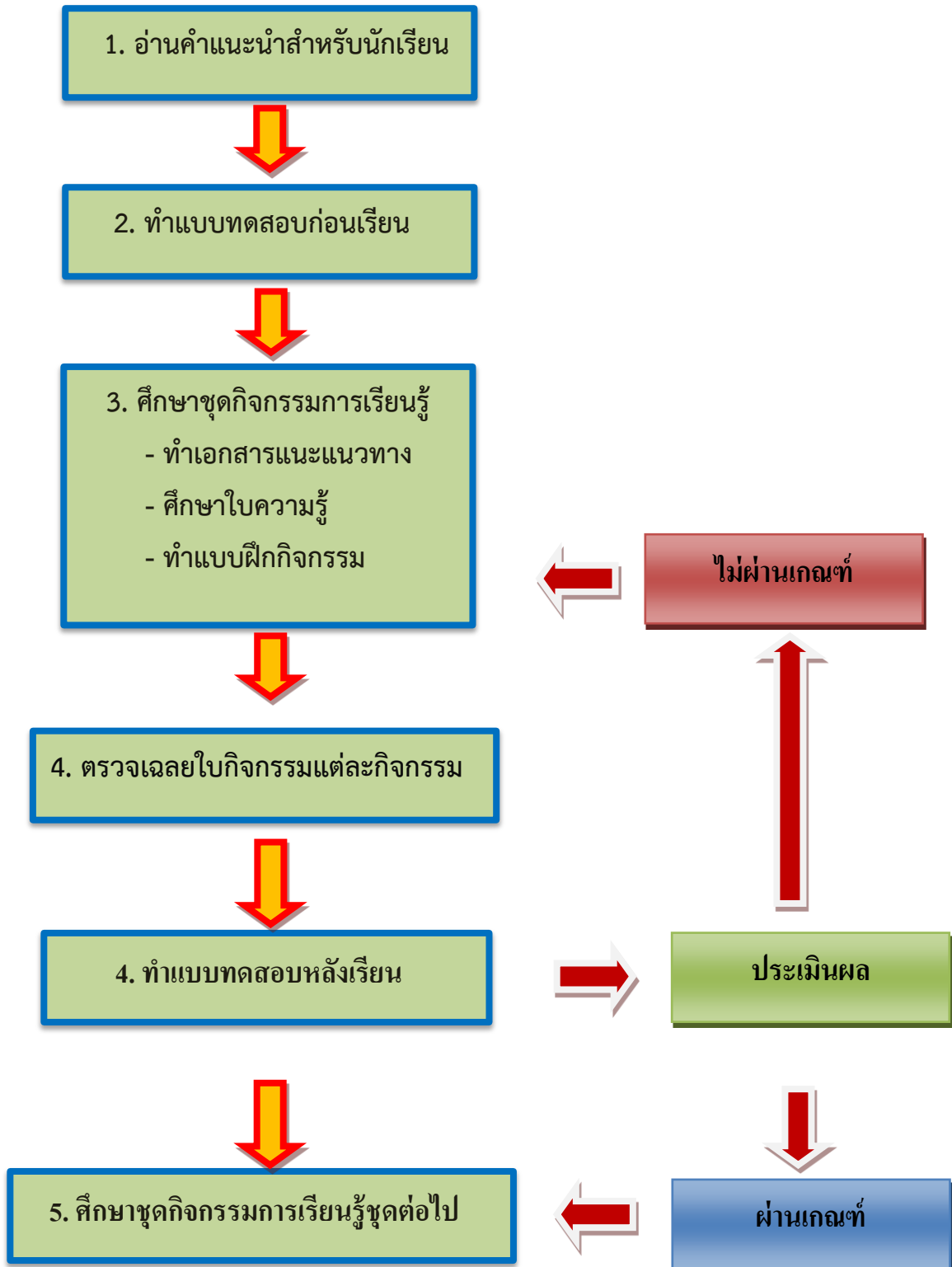
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

1. มีระเบียบวินัย
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีความซื่อสัตย์
4. มีความตรงต่อเวลา





ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
ชุดที่ 1 เรื่อง ลำดับ





แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ลำดับ

คำชี้แจง แบบทดสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลาสอบ 20 นาที

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด จาก ก, ข, ค และ ง แล้วทำเครื่องหมาย × ลงในช่อง บนกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดถูกต้อง

- ก. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็ม
- ข. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
- ค. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มลบ
- ง. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนจริงบวก

2. ข้อใดเป็นลำดับ

- ก. $\{(3,1), (4,2), (5,3), (6,4)\}$
- ข. $\{(2,3), (4,6), (8,9), (16,12)\}$
- ค. $\{(2,1), (3,2), (4,3), (5,4), (6,5), (7,6)\}$
- ง. $\{(1,2), (2,4), (3,5), \dots, (8,10)\}$

3. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. $a^n = 2^n - 1$ เป็นลำดับจำกัด
- ข. $a^n = (-1)^n + 2$ เป็นลำดับอนันต์
- ค. $1, 3, 9, \dots, 3^n - 1, \dots$ เป็นลำดับจำกัด
- ง. $1, 2, 3, 4, \dots, n$ เป็นลำดับอนันต์

4. ฟังก์ชันในข้อใดเป็นลำดับจำกัด

- ก. $\{(2,4), (4,6), (6,8), \dots\}$
- ข. $\{(2,1), (4,2), (8,3), (16,4)\}$
- ค. $\{(1,5), (2,7), (3,12), (4,17), (5,22)\}$
- ง. $\{(a,1), (b,2), (c,3), (d,4), (e,5), (f,6)\}$

5. ฟังก์ชันในข้อใดเป็นลำดับอนันต์

- ก. $\{(x,y) | y = 5x + 2, x \in \mathbb{I}^+\}$
- ข. $\{(x,y) | y = 3x - 1, x \in \mathbb{I}^-\}$
- ค. $\{(x,y) | y = 4x, x = 1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$
- ง. $\{(x,y) | y = 3x^2 + 1, x = 1, 2, 3, 4\}$



6. ข้อใดคือสี่พจน์แรกของลำดับ $a^n = 3n - 2$

ก. 1, 2, 3, 4

ข. 1, 4, 7, 10

ค. 1, 3, 6, 9

ง. 3, 6, 9, 12

7. ลำดับ $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \frac{3}{32}$ คือสี่พจน์แรกของลำดับข้อใด

ก. $a^n = \frac{1}{2n}$

ข. $a^n = \frac{1}{2^n}$

ค. $a^n = \frac{3}{2n}$

ง. $a^n = \frac{3}{2^{n+1}}$

8. สองพจน์ถัดไปของลำดับ 15, 30, 60, 120 คือข้อใด

ก. 180, 240

ข. 240, 360

ค. 240, 480

ง. 360, 480

9. สองพจน์ถัดไปของลำดับ $24, 8, \frac{8}{3}, \frac{8}{9}, \dots$ คือข้อใด

ก. $\frac{8}{27}, \frac{8}{81}$

ข. $\frac{8}{18}, \frac{8}{27}$

ค. $\frac{8}{18}, \frac{8}{81}$

ง. $\frac{8}{12}, \frac{8}{15}$

10. พจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 9, 15, ... คือข้อใด

ก. $a_n = n^2 + n$

ข. $a_n = 3n^2 - n + 1$

ค. $a_n = n^2 - n + 3$

ง. $a_n = (n + 1)^2$

ไม่ต้องกังวลใจว่าจะตอบผิด เพราะนี่เป็นเพียง
แบบทดสอบเพื่อประเมินว่า เพื่อนๆ มีความรู้
เรื่อง ลำดับ มาแล้วมากน้อยเพียงใดจ้า





กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ลำดับ

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ
(.....)

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน
(นางสาววิภาภรณ์ สุเทวี)




คณิตคิดสนุก 1
ตามหาฉันให้เจอ

ชุดที่ 1

95 85 65 55

ตัวเลขที่หายไป คือ

ชุดที่ 2

7 21 28 35

ตัวเลขที่หายไป คือ

ชุดที่ 3

..... 18 -36 72 -144

ตัวเลขที่หายไป คือ

ชุดที่ 4

1 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

ตัวเลขที่หายไป คือ

ง่ายใช่ไหมคะ เพื่อนๆ

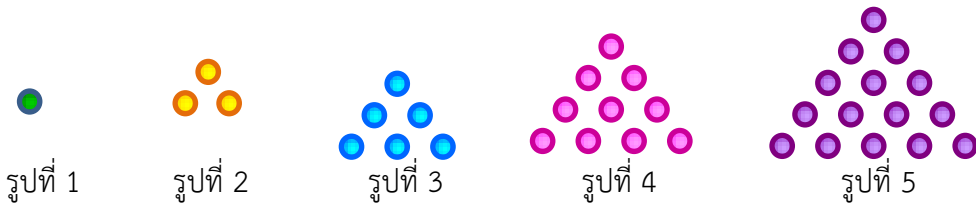




เอกสารแนวทางการที่ 1.1
เรื่อง ความหมายของลำดับ

1) ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้พร้อมเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1.1



ในแบบรูปข้างต้นพบว่า ลำดับของรูปและจำนวนจุดในรูป มีความสัมพันธ์กันดังนี้

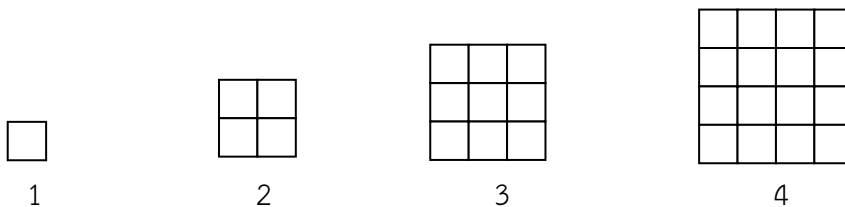
รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนจุด					

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนจุดคือ.....

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่.....

มีโดเมนคือและมีเรนจ์คือ.....

1.2



ในแบบรูปข้างต้น ลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่ในรูปมีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนพื้นที่(ตารางหน่วย)				

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่คือ

เป็นฟังก์ชันหรือไม่

มีโดเมนคือ และมีเรนจ์คือ

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เช่นเดียวกับฟังก์ชันในข้อ 1.1 , 1.2 เรียกว่า ลำดับ

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือ
ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1



ใบความรู้ที่ 1.1

เรื่องความหมายของลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของ
2. บอกได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์

ความหมายของลำดับ

ลำดับ (Sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรกหรือ โดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามากโดยเริ่มตั้งแต่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นลำดับ

- 1) $f = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16)\}$ เป็นลำดับ
เพราะ มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก 4 ตัวแรก
- 2) $g = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), \dots, (10,20)\}$ เป็นลำดับ
เพราะ มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots, 10\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก 10 ตัวแรก
- 3) $h = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4), \dots\}$ เป็นลำดับ
เพราะ มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1
- 4) $t = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), \dots\}$ เป็นลำดับ
เพราะ มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1
- 5) $h = \{(2,6), (3,8), (4,10), (5,12), \dots\}$ ไม่เป็นลำดับ
เพราะ มีโดเมนเป็น $\{2,3,4,5, \dots\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่เริ่มต้นด้วย 1
- 6) $\{(x,y) | y = 3x - 1, x \in I\}$ ไม่เป็นลำดับ
เพราะ มีโดเมนเป็น $\{I\}$ หรือ $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่เริ่มต้นด้วย 1

ในกรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มี โดเมนเป็น $\{1,2,3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด ในกรณีที่ฟังก์ชัน

เป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เรียกว่า ลำดับอนันต์ ในกรณีที่ไม่ระบุสมาชิกในโดเมนให้ถือว่าเป็นลำดับอนันต์



ความหมายของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

ลำดับจำกัด (finite sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก
ลำดับอนันต์ (infinite sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามากโดยเริ่มตั้งแต่ 1

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ เป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์

- 1) $\{(1,3), (2,4), (3,5), (4,6), (5,7)\}$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4,5\}$ เป็นลำดับจำกัด
- 2) $\{(1,4), (2,5), (3,6), (4,7), \dots, (n, n+3), \dots\}$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์
- 3) $7, 14, 21, 28, 35, 42$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4,5,6\}$ เป็นลำดับจำกัด
- 4) $4, 9, 16, 25, 35, \dots, (n+1)2, \dots$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์
- 5) $4, 8, \dots, 2n, \dots$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์
- 6) $a_n = 2n+1, n \in \{1,2,3, \dots, 20\}$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots, 20\}$ เป็นลำดับจำกัด
- 7) $a_n = \frac{1}{n^2}$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์
- 8) $a_n = 2n-1$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์
- 9) $\{(x,y) | y = 3x^2, x \in I^+\}$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์
- 10) $\{(n, a_n) | a_n = 2^{n-1}, n \in \{1,2,3, \dots, 15\}\}$
มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,4, \dots, 15\}$ เป็นลำดับจำกัด

จากตัวอย่างสังเกตได้ว่าถ้าลำดับใดสามารถบอกจำนวนพจน์ได้ เรียกว่าลำดับจำกัด แต่ถ้าลำดับใดไม่สามารถบอกไม่ได้ว่ามีพจน์ เรียกว่าลำดับอนันต์ ไม่ยากเลยใช่ไหมคะ





แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.1

เรื่อง : ความหมายของลำดับ

1. คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างพร้อมทั้งพิจารณาว่า ข้อใดเป็นลำดับหรือไม่เป็นลำดับ โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงคำตอบที่ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	ลำดับ	
			เป็น	ไม่เป็น
1	$f = \{(1,1), (2,4), (3,9)\}$			
2	$f = \{(0,2), (1,3), (2,4), (3,5)\}$			
3	$f = \{(2,4), (4,8), (6,12), (8,16), \dots\}$			
4	$f = \{(1,a), (3,b), (5,c), (7,d)\}$			
5	$f = \{(1,x), (2,y), (3,z), (4,w)\}$			
6	$f = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4), \dots\}$			
7	$f = \{(a,1), (1,2), (b,3), (2,1), (c,3), (3,3)\}$			
8	$a_n = n^2 - 1$ เมื่อ $n \in \{3,4,5,6\}$			
9	$f = \{(x,y) \mid y = 4x\}$ เมื่อ $x = 1,2,3,\dots,10$			
10	$f = \{(x,y) \mid y = x^2 + x, x \in I \text{ และ } x < 4\}$			
11	$f = \{(x,y) \mid y = \frac{x+1}{2}, x \in I^+ \text{ และ } x \geq 1\}$			
12	$f = \{(x,y) \mid y = 2x - 1 \text{ และ } x \geq 3\}$			
13	$f = \{(x,y) \mid y = 2x + 1, x \in I^+\}$			
14	$f = \{(n, a_n) \mid a_n = 2^{n-1}, n \in I^+\}$			
15	$f = \{(x,y) \mid y = 3x, x \in R\}$			

ง่ายมากเลยใช่ไหมคะ ฝึกทำเยอะๆนะคะ
จะได้เข้าใจมากยิ่งขึ้น นั่นไปทำ
แบบฝึกกิจกรรมต่ออีกสักข้อนะคะ





2. คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างและทำเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงช่องลำดับที่ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	$\{(1,3), (2,4), (3,5), (4,6)\}$			
2	$\{(1,1), (2,2), (3,4), (4,8), \dots\}$			
3	$\{(1,5), (2,25), (3,125), \dots\}$			
4	$\{(1,0.1), (2,0.01), (3,0.001)\}$			
5	$\{(1,-2), (2,-4), (3,-6), \dots, (10,-20)\}$			
6	$\{(1,1), (2,4), (3,8), \dots, (n, 2^{n-1})\}$			
7	7, 14, 21, 28, 35, 42, ...			
8	0, -5, -10, -15, ..., -100			
9	$\{(1,3), (2,4), (3,5), \dots, (n, n+2), \dots\}$			
10	$a_n = 2n+1, n \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$			
11	$\{(x, y) \mid y = 3a^2 - 5\}$ เมื่อ $x = \{1, 2, 3, 4, 5\}$			
12	$\{(x, y) \mid y = 2x, x \in \mathbb{I}^+\}$			
13	$\{(n, n^2 + 3n) \mid n \in \mathbb{I}^+, n < 4\}$			
14	$\{(x, y) \mid y = x+1, x \in \mathbb{I}\}$ เมื่อ $0 < x \leq 8$			
15	$\{(x, y) \mid y = x+2\}$ เมื่อ $x = 1, 2, 3, \dots, 15$			

ลำดับจำกัด คือ

ลำดับอนันต์ คือ

อย่าลืมตรวจ
คำตอบนะคะ





เอกสารแนะแนวทางที่ 1.2

เรื่อง การเขียนลำดับ

คำชี้แจง พิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้พร้อมเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. ให้ $f(x) = x+2$ เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ถ้า $x = 1$ จะได้ $f(1) = 1 + 2 = 3$
- ถ้า $x = 2$ จะได้ $f(2) = 2 + 2 = 4$
- ถ้า $x = 3$ จะได้ $f(3) = \dots\dots\dots$
- ถ้า $x = 4$ จะได้ $f(4) = \dots\dots\dots$
- ถ้า $x = 5$ จะได้ $f(5) = \dots\dots\dots$

ลองทำดูก่อนศึกษา
เนื้อหาต่อไป เชื่อว่า
ทุกคนทำได้ค่ะ



ฟังก์ชันดังกล่าวเป็น ลำดับ $\dots\dots\dots$ (จำกัด / อนันต์)

เมื่อนำค่า $f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ มาเขียนเรียงกัน จะได้ $\dots, \dots, \dots, \dots, \dots$

การเรียงลำดับในลักษณะนี้ เรียกว่า การเขียนลำดับโดยการแจกพจน์

เนื่องจากโดเมน คือ $\dots\dots\dots$ เรนจ์ คือ $\dots\dots\dots$

นั่นคือ การนำสมาชิกของเรนจ์มาเขียนเรียงลำดับกันไป เรียกว่า $\dots\dots\dots$

และเรียก $f(1)$ ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ

$f(2)$ ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ

$f(3)$ ว่า $\dots\dots\dots$

$f(4)$ ว่า $\dots\dots\dots$

$f(5)$ ว่า $\dots\dots\dots$

2. ถ้า $f(n) = 10 - 2n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

จาก $f(n) = 10 - 2n$

$$f(1) = 10 - 2(1) = 10 - 2 = \dots\dots\dots$$

$$f(2) = 10 - 2(2) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$f(3) = 10 - 2(3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$f(9) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

ถ้าเขียนลำดับโดยการแจกพจน์จะได้ลำดับ คือ $\dots\dots\dots$

เป็นลำดับ $\dots\dots\dots$ (จำกัด / อนันต์)



ใบความรู้ที่ 1.2

เรื่อง การเขียนลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- เขียนลำดับในรูปแฉกแจงพจน์เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปได้
- หาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

การเขียนลำดับ

ในการเขียนลำดับใดๆ โดยทั่วไปนิยมเขียนได้ 2 แบบ คือ

- เขียนแบบแฉกแจงพจน์
- เขียนแบบพจน์ทั่วไป

1) เขียนแบบแฉกแจงพจน์ คือ เขียนเฉพาะค่าสมาชิกของเรขาคณิตหรือพิกัดหลังของคู่อันดับเรียงกันไป กล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

ในกรณีที่ a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ (first term)

a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ (second term)

a_3 ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ (third term)

⋮

a_n ว่า พจน์ที่ n ของลำดับหรือพจน์ทั่วไป (General Term) ของลำดับ

เช่น 1. $\{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16), (5,25)\}$

เขียนลำดับโดยการแฉกแจงพจน์ได้ 1, 4, 9, 16, 25 เป็นลำดับจำกัด

มี $a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 9, a_4 = 16, a_5 = 25$

2. $\{(1,1), (2,2), (3,4), (4,8), (5,16), \dots\}$

เขียนลำดับโดยการแฉกแจงพจน์ได้ 1, 2, 4, 8, 16, ..., 2^{n-1} , ... เป็นลำดับอนันต์

มี $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 4, a_4 = 8, a_5 = 16, a_n = 2^{n-1}$

3. $\{(1,3), (2,4), (3,5), (4,6), (5,7)\}$

เขียนลำดับโดยการแฉกแจงพจน์ได้ 3, 4, 5, 6, 7 เป็นลำดับจำกัด

มี $a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 5, a_4 = 6, a_5 = 7$

4. $\{(1,10), (2,20), (3,30), (4,40), \dots, (99,990)\}$

เขียนลำดับโดยการแฉกแจงพจน์ได้ 10, 20, 30, 40, ..., 990 เป็นลำดับจำกัด

มี $a_1 = 10, a_2 = 20, a_3 = 30, a_4 = 40, \dots, a_{99} = 990$

$$\begin{aligned} a_1 &= 1^{\text{st}} \text{ term} \\ a_2 &= 2^{\text{nd}} \text{ term} \\ a_3 &= 3^{\text{rd}} \text{ term} \\ a_4 &= 4^{\text{th}} \text{ term} \\ a_n &= n^{\text{th}} \text{ term} \end{aligned}$$





2. เขียนแบบพจน์ทั่วไป คือ เขียนในรูปของฟังก์ชัน ซึ่งอาจจะระบุโดเมนด้วยก็ได้ เช่น

เช่น 1. ลำดับ 1, 4, 9, 16, 25

เขียนแบบพจน์ทั่วไป ได้ $a_n = n^2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. ลำดับ 1, 2, 4, 8, 16, ...

เขียนแบบพจน์ทั่วไป ได้ $a_n = 2^{n-1}$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

3. ลำดับ 1, 2, 3, 4, 5, ...

เขียนแบบพจน์ทั่วไป ได้ $a_n = n+1$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

4. ลำดับ 1, 4, 9, 16, 25, 36, ..., 100

เขียนแบบพจน์ทั่วไป ได้ $a_n = n^2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

ในกรณีที่เขียนลำดับในรูปพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ระบุโดเมน ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์นะ



หมายเหตุ การเขียนลำดับในรูปพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ระบุโดเมน ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

การหาพจน์ใด ๆ จากพจน์ทั่วไป

การหาพจน์ใด ๆ ของลำดับเมื่อกำหนดพจน์ทั่วไป (a_n) มาให้ ทำได้โดยแทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วยจำนวนที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $f(n) = 2n - 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ จงเขียนลำดับในรูปแฉงพจน์

วิธีทำ จาก $f(n) = 2n - 1$ จะได้ $a_n = 2n - 1$

ให้ $n = 1$ จะได้ $a_1 = f(1) = 2(1) - 1 = 1$

$n = 2$ จะได้ $a_2 = f(2) = 2(2) - 1 = 3$

$n = 3$ จะได้ $a_3 = f(3) = 2(3) - 1 = 5$

$n = 4$ จะได้ $a_4 = f(4) = 2(4) - 1 = 7$

ตอบ ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ 1, 3, 5, 7

ตัวอย่างที่ 2 จงหา 3 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3n+1$ แล้วเขียนลำดับนี้โดยการแฉงพจน์

วิธีทำ จาก $a_n = 3n+1$

$a_1 = 3(1)+1 = 4$

$a_2 = 3(2)+1 = 7$

$a_3 = 3(3)+1 = 10$

ตอบ ลำดับนี้คือ 4, 7, 10, ... $3n+1$, ...

ไม่ยากเลย ลองดู ตัวอย่างหน้าถัดไปอีกนะคะ





ตัวอย่างที่ 3 จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

วิธีทำ จาก $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$a_1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

$$a_3 = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

$$a_4 = \frac{4(4+1)}{2} = 10$$

ตอบ สี่พจน์แรกของลำดับนี้ คือ 1 , 3 , 6 , 10

เข้าใจไหมคะ งั้นลองมาศึกษา
ตัวอย่างเพิ่มเติมต่อนะคะ



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ที่ 5 ของลำดับ $a_n = 2n+1$

วิธีทำ จากพจน์ทั่วไป $a_n = 2n+1$
จะได้ $a_5 = 2(5)+1$
 $= 10 + 1$
 $= 11$

ตอบ พจน์ที่ 5 (a_5) ของลำดับนี้มีค่าเท่ากับ 11

นี่ลำดับอนันต์นะจ๊ะ



ตัวอย่างที่ 5 กำหนดลำดับ $a_n = 3n + 4$ จงหาค่าของ $2a_5 - 3a_2$

วิธีทำ จากพจน์ทั่วไป $a_n = 3n + 4$
จะได้ $a_5 = 3(5) + 4$
 $= 15 + 4$
 $= 19$
และ $a_2 = 3(2) + 4$
 $= 6 + 4$
 $= 10$
นั่นคือ $2a_5 - 3a_2 = 2(19) - 3(10)$
 $= 38 - 30$
 $= 8$

ตอบ $2a_5 - 3a_2$ ที่ได้จากลำดับ $a_n = 3n + 4$ มีค่าเท่ากับ

เข้าใจแล้วนะจ๊ะ





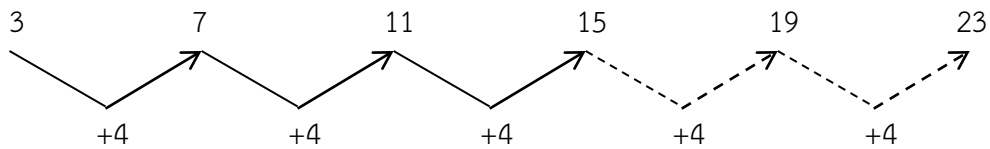
การหาพจน์ถัดไปของลำดับแบบแฉงพจน์

หลักการ จากลำดับแบบแฉงพจน์ที่กำหนดให้ ต้องทำการหารูปแบบการเปลี่ยนแปลงของพจน์ในลำดับ

- 1 จากพจน์ที่ 1 มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรจึงได้พจน์ที่ 2
- 2 จากพจน์ที่ 2 มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรจึงได้พจน์ที่ 3 ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบทุกพจน์ในลำดับ
- 3 พจน์ถัดไปในลำดับก็จะเปลี่ยนแปลงค่าในลักษณะเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 3 , 7 , 11 , 15

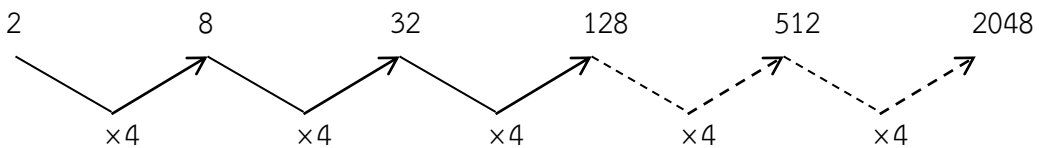
วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มขึ้นทีละ 4 ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับคือ 19 และ 23

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 2 , 8 , 32 , 128

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ

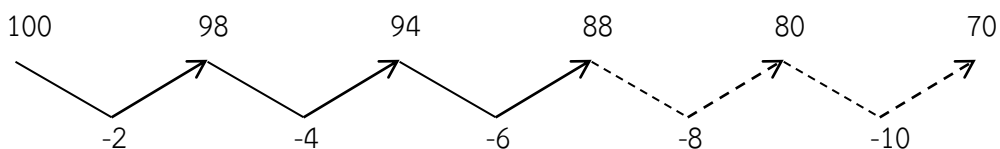


จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปจะเป็น 4 เท่าของพจน์ที่อยู่ข้างหน้า ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับคือ

512 และ 2048

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับ 100 , 98 , 94 , 88

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปของลำดับนี้จะลดลง 2 , 4 , 6 ตามลำดับ ดังนั้น พจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับนี้

จะลดลง 8 และ 10 ตามลำดับ จะได้ 80 และ 70 เป็นพจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้

สนุกจังเลยคะ
อยากลอง
ทำแบบฝึกหัดแล้วสิ...





แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.2

เรื่อง การเขียนลำดับ

1. จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ฟังก์ชัน	เขียนแบบแจกแจงพจน์ ($a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$)
1. $\{(1,-1), (2,5), (3,11), (4,17)\}$	
2. $\{(1,0), (2,1), (3,2), (4,3), \dots\}$	
3. $\{(1,4), (2,6), (3,8), (4,10), \dots, (7,16)\}$	
4. $\{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8)\}$	

2. หาพจน์ต่างๆ ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

ตอบ $a_2 = \dots$ $a_4 = \dots$ $a_6 = \dots$

2) -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10

ตอบ $a_1 = \dots$ $a_2 = \dots$ $a_7 = \dots$

3) 7, 14, 21, 28, 35, 42

ตอบ $a_2 = \dots$ $a_5 = \dots$ $a_6 = \dots$

4) 4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n+1), \dots$

ตอบ $a_3 = \dots$ $a_4 = \dots$ $a_5 = \dots$

3. จงเขียนลำดับต่อไปนี้ในรูปแจกแจงพจน์ โดยการเติมคำตอบให้สมบูรณ์

1) กำหนดลำดับ $f(n) = 10 - 2n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3\}$

$f(1) = \dots$

$f(2) = \dots$

$f(3) = \dots$

ดังนั้น ลำดับในรูปแจกแจงพจน์ คือ

2) กำหนดลำดับ $a_n = 2n^2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 8\}$

$a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

\vdots

\vdots

$a_8 = \dots$

ดังนั้น ลำดับในรูปแจกแจงพจน์ คือ

ลงมือทำกัน
เลยคะ ผู้ๆ





4. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

1) $a_n = 3 + (-1)^n$

$a_1 = \dots = \dots = \dots$
 $a_2 = \dots = \dots = \dots$
 $a_3 = \dots = \dots = \dots$
 $a_4 = \dots = \dots = \dots$

2) $a_n = n(n-1)$

$a_1 = \dots = \dots = \dots$
 $a_2 = \dots = \dots = \dots$
 $a_3 = \dots = \dots = \dots$
 $a_4 = \dots = \dots = \dots$

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ

3) $a_n = n^2 - 2n + 1$

$a_1 = \dots = \dots = \dots$
 $a_2 = \dots = \dots = \dots$
 $a_3 = \dots = \dots = \dots$
 $a_4 = \dots = \dots = \dots$

4) $a_n = \frac{1+2n}{1-3n}$

$a_1 = \dots = \dots = \dots$
 $a_2 = \dots = \dots = \dots$
 $a_3 = \dots = \dots = \dots$
 $a_4 = \dots = \dots = \dots$

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ

5. จงหาพจน์ที่ 10 และพจน์ที่ 20 ของลำดับ $a_n = (n - 1)(n + 1)$

.....
.....
.....
.....

6. กำหนดลำดับ $a_n = 2^n + 1$ จงหาค่าของ $5a_4 + \frac{a_3}{3}$

.....
.....
.....
.....

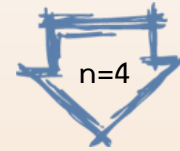
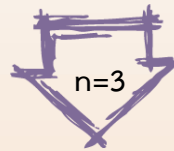
7. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับต่อไปนี้

- 1) 26 , 22 , 18, 14 ตอบ
- 2) 1 , 3 , 7 , 13 ตอบ
- 3) 1 , 4 , 9 , 16 ตอบ
- 4) 5 , 10 , 30 , 120 ตอบ
- 5) 4 , 6 , 10 , 16 ตอบ



คณิตคิดสนุก 2 ค้นหาอัจฉริยะ

ตารางจำนวนด้านล่างนี้ แต่ละแถวจะเป็นไปตามกฎที่อยู่ในรูปลูกโป่งสีม่วงซ้ายสุดของแถว
ที่หัวของแต่ละคอลัมน์เป็นค่าของจำนวน (n) ที่จะใช้ให้เติมคำตอบที่มีความสอดคล้องกับกฎทางซ้าย
และค่า n ที่หัวของแต่ละคอลัมน์ (จำไว้ว่าให้คำนวณค่าที่อยู่ในวงเล็บก่อน)



1.

$n+5$

2.

$n-3$

3.

$2n-1$

4.

$n(n+2)$

5.

n^2+3



เอกสารแนะแนวทาง 1.3

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้พร้อมเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. ถ้าลำดับ คือ 3, 4, 5, 6, 7

จะได้ $a_1 = 3 = 1 + 2$

$$a_2 = 4 = 2 + 2$$

$$a_3 = 5 = \dots\dots\dots$$

$$a_4 = 6 = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = 7 = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $a_n = n + \dots$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

2. ถ้าลำดับ คือ 2, 4, 6, 8, 10

จะได้ $a_1 = 2 = 1 \times 2$

$$a_2 = 4 = 2 \times 2$$

$$a_3 = 6 = \dots\dots\dots$$

$$a_4 = 8 = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = 10 = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $a_n = n \times 2 = 2n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

3. ถ้าลำดับ คือ 1, 3, 5, 7, 9

จะได้ $a_1 = 1 = (1 \times 2) - 1$

$$a_2 = 3 = (2 \times 2) - 1$$

$$a_3 = 5 = \dots\dots\dots$$

$$a_4 = 7 = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = 9 = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $a_n = (n \times 2) - 1 = 2n - 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

4. ถ้าลำดับ คือ 2, 4, 8, 16, 32

จะได้ $a_1 = 2 = 2^1$

$$a_2 = 4 = 2^2$$

$$a_3 = 8 = \dots\dots\dots$$

$$a_4 = 16 = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = 32 = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $a_n = 2^n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ไม่ยากใช่ไหมล่ะ....
ถ้าตั้งใจทำก็ทำได้
นะจะบอกให้



ทำแบบฝึกหัดกิจกรรม
ไม่ยากอย่างที่คิด





ใบความรู้ที่ 1.3

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

พจน์ทั่วไปหรือพจน์ที่ n ของลำดับ เขียนแทนด้วย a_n เช่น $a_n = 4n + 2$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, n, \dots$ ซึ่งในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับจะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง a_n กับ n แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์

การหาพจน์ทั่วไป โดยใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่ของพจน์

- 1 เขียนตำแหน่งของลำดับแต่ละค่าไว้
- 2 หาค่าของลำดับในแต่ละค่ามีการเปลี่ยนแปลงค่าจากค่าตำแหน่งอย่างไร (ซึ่งอาจจะเปลี่ยนแปลงได้หลายแบบเช่น บวกเพิ่ม ลบออก คูณเข้า หายกกำลังด้วยจำนวนใดจำนวนหนึ่ง)
- 3 จากรูปแบบการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดที่ได้ในข้อ 2 ให้เลือกเอารูปแบบการเปลี่ยนแปลงค่าในลักษณะเดียวกัน
- 4 นำผลที่ได้จาก 3 มาเปลี่ยนค่าตำแหน่งด้วย n จะได้พจน์ทั่วไปหรือพจน์ที่ n ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 6 , 7 , 8 , 9 , 10

วิธีทำ จากลำดับจำกัด 6 , 7 , 8 , 9 , 10

$$\text{จะได้ } a_1 = 6 = 1 + 5$$

$$a_2 = 7 = 2 + 5$$

$$a_3 = 8 = 3 + 5$$

$$a_4 = 9 = 4 + 5$$

$$a_5 = 10 = 5 + 5$$

$$a_n = n + 5$$

ตอบ พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้ คือ $a_n = n + 5$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ดูตัวอย่างหน้าถัดไป
ดีกว่า....





ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 3, 5, 7, 9, 11

วิธีทำ จะได้

$$\begin{aligned}a_1 &= 3 = 2 + 1 = 2(1) + 1 \\a_2 &= 5 = 4 + 1 = 2(2) + 1 \\a_3 &= 7 = 6 + 1 = 2(3) + 1 \\a_4 &= 9 = 8 + 1 = 2(4) + 1 \\a_5 &= 11 = 10 + 1 = 2(5) + 1 \\a_n &= 2n + 1\end{aligned}$$

ตอบ พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้คือ $2n + 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}$

วิธีทำ จะได้

$$\begin{aligned}a_1 &= \sqrt{5} = \sqrt{1+4} \\a_2 &= \sqrt{6} = \sqrt{2+4} \\a_3 &= \sqrt{7} = \sqrt{3+4} \\a_4 &= \sqrt{8} = \sqrt{4+4} \\a_5 &= \sqrt{9} = \sqrt{5+4} \\a_n &= \sqrt{n+4}\end{aligned}$$

ตอบ พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้คือ $2n + 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับอนันต์ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$

วิธีทำ จะได้

$$\begin{aligned}a_1 &= 1 = \frac{1}{2^{1-1}} \\a_2 &= \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{2-1}} \\a_3 &= \frac{1}{4} = \frac{1}{2^{3-1}} \\a_4 &= \frac{1}{8} = \frac{1}{2^{4-1}} \\a_5 &= \frac{1}{16} = \frac{1}{2^{5-1}}\end{aligned}$$

ตอบ พจน์ทั่วไปของลำดับอนันต์นี้คือ $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

ต่อไปเราจะต้องศึกษาให้มากขึ้น
จะได้ทำข้อสอบผ่านทุกข้อ





ตัวอย่างที่ 5 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}$

วิธีทำ จากลำดับจำกัด $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}$

$$\text{จะได้ } a_1 = \frac{2}{3} = \frac{2(1)}{2(1)+1}$$

$$a_2 = \frac{4}{5} = \frac{2(2)}{2(2)+1}$$

$$a_3 = \frac{6}{7} = \frac{2(3)}{2(3)+1}$$

$$a_4 = \frac{8}{9} = \frac{2(4)}{2(4)+1}$$

ตอบ พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้ คือ $a_n = \frac{2n}{2n+1}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{3}{1000}, \frac{3}{10000}$

วิธีทำ จากลำดับจำกัด $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{3}{1000}, \frac{3}{10000}$

$$a_1 = \frac{3}{10} = \frac{3}{10^1}$$

$$a_2 = \frac{3}{100} = \frac{3}{10^2}$$

$$a_3 = \frac{3}{1000} = \frac{3}{10^3}$$

$$a_4 = \frac{3}{10000} = \frac{3}{10^4}$$

ตอบ พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้ คือ $a_n = \frac{3}{10^n}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$

เข้าใจแล้วก็ไปทำ

แบบฝึกกิจกรรมกัน





แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.3
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดต่อไปนี้

1) ถ้าลำดับ คือ $-5, -2, 1, 4, \dots$

จะได้ $a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

ดังนั้น $a_n = \dots$

2) ถ้าลำดับ คือ $8, 9, 10, 11, 12$

จะได้ $a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

$a_5 = \dots$

ดังนั้น $a_n = \dots$

3) ถ้าลำดับ คือ $4, 8, 12, 16, 20$

จะได้ $a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

$a_5 = \dots$

ดังนั้น $a_n = \dots$



4) ถ้าลำดับ คือ 3 , 9 , 27 , 81 , 243

จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $a_n = \dots\dots\dots$

5) ถ้าลำดับ คือ 0.2 , 0.02 , 0.002 , 0.0002 , 0.00002

จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $a_n = \dots\dots\dots$

6) ถ้าลำดับ คือ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $a_n = \dots\dots\dots$

7) ถ้าลำดับ คือ $-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{5}{6}$

จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $a_n = \dots\dots\dots$

ตอบเสร็จแล้ว
ตรวจคำตอบกับ
เฉลยท้ายเล่มด้วย
นะจ๊ะ

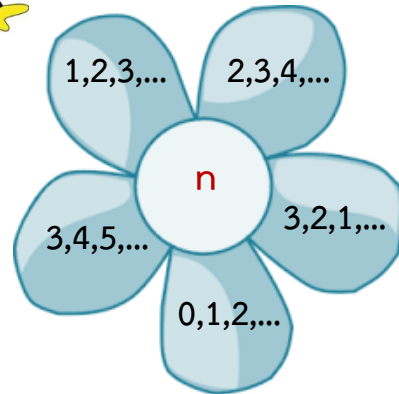
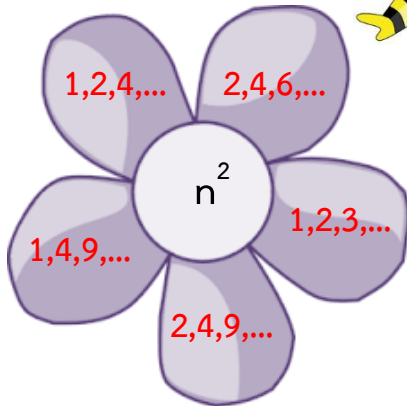
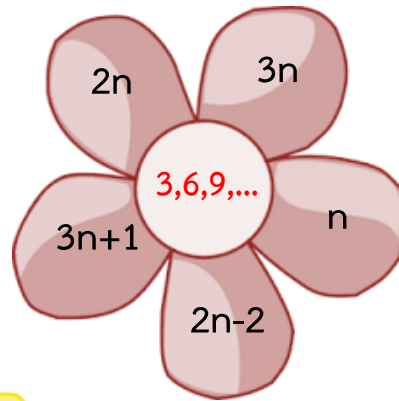
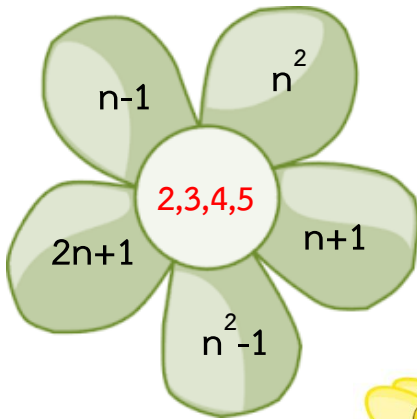




คณิตคิดสนุก 3
ดอกไม้ของความเท่ากัน



จงขีดเส้นใต้จำนวนที่อยู่ในกลีบดอกไม้ที่มีค่าเท่ากับลำดับตรงกลางของดอกไม้





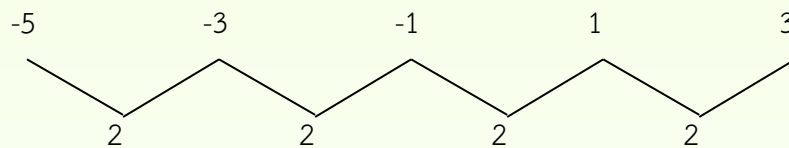
เอกสารแนะนำแนวทาง 1.4

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติม จำนวน ข้อความ หรือประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้องลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-5, -3, -1, 1, 3$

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่าผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย $1, 2, 3, 4, 5$

จาก	a_n	=	$an + b$	
จะได้	a_1	=	$a + b =$	-5 _____ (1)
	a_2	=	$2a + b =$	-3 _____ (2)
	a_3	=	$3a + b =$ _____ (3)
	a_4	= = _____ (4)
	a_5	= = _____ (5)

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหา a, b

จาก (1) จะได้	a	=	$-5 - b$	
แทนค่า	a	=	$-5 - b$	ในสมการ(2)

จะได้	$2(-5-b)+b$	=	-3
	=
	=
	=
	=

จาก	a	=	$-5 - b$	แทนค่า b
-----	-----	---	----------	------------

จะได้	a	=
		=

แทนค่า $a =$, $b =$ ในฟังก์ชันพหุนาม $a_n = an + b$

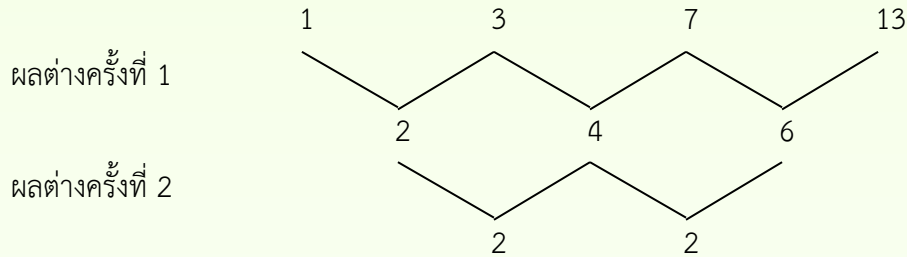
จะได้	a_n	=
-------	-------	---	-------

ดังนั้นพจน์ทั่วไป หรือ $a_n =$ เมื่อ



2) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, ...

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่าผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4

จาก $a_n = an^2 + bn + c$

จะได้ $a_1 = a + b + c = 1$ _____ (1)

$a_2 = 4a + 2b + c = \dots$ _____ (2)

$a_3 = \dots = \dots$ _____ (3)

$a_4 = \dots = \dots$ _____ (4)

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าของ a, b และ c

(2) - (1) จะได้ = _____ (5)

(3) - (2) จะได้ = _____ (6)

(6) - (5) จะได้ = _____

..... =

แทนค่า $a = \dots$ ใน (5) จะได้ $b = \dots$

แทนค่า $a = \dots$ และ $b = \dots$ ใน (1) จะได้ $\dots = \dots$

$a_n = \dots$

เมื่อแทน n ด้วย 1, 2, 3 จะได้ a_1, a_2, a_3, a_4 เท่ากับค่าที่กำหนดให้

แสดงว่า $a_n = \dots$ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้

ความพยายามอยู่ที่ไหน
ความสำเร็จอยู่ที่นั่นนะคะเพื่อน





ใบความรู้ที่ 1.4

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

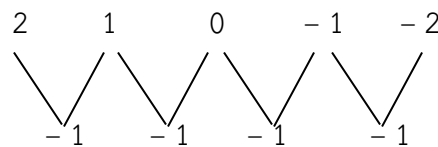
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กล่าวมาตามหัวข้อ 1.3 เป็นการหาโดยใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์กับลำดับของพจน์ ซึ่งในบางครั้งอาจจะไม่สะดวกที่จะใช้วิธีการดังกล่าว อีกวิธีหนึ่งที่ยอมรับใช้กันคือ การใช้ฟังก์ชันพหุนามหาพจน์ทั่วไปดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 2, 1, 0, -1, -2

วิธีทำ จะได้ผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกัน ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงที่เท่ากับ -1

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4, 5

$$\text{จะได้ } a_1 = a + b = 2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 2a + b = 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$a_3 = 3a + b = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$a_4 = 4a + b = -1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$a_5 = 5a + b = -2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{จาก (1) จะได้ } a = 2 - b \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{แทนค่า } a \text{ ในสมการ (2) จะได้ } 2(2 - b) + b = 1$$

$$4 - 2b + b = 1$$

$$b = 3$$

$$\text{แทนค่า } b \text{ ในสมการ (6) จะได้ } a = -1$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = -n + 3 \quad \text{หรือ} \quad a_n = 3 - n$$

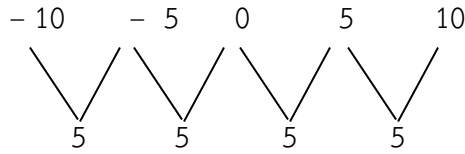
ในหัวข้อนี้ต้องอาศัยความรู้เรื่อง การแก้ระบบสมการน่ะคะเพื่อนๆ





ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $-10, -5, 0, 5, 10$

วิธีทำ จะได้ผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกัน ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงที่เท่ากับ 5

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย $1, 2, 3, 4, 5$

$$\text{จะได้ } a_1 = a + b = -10 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 2a + b = -5 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$a_3 = 3a + b = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$a_4 = 4a + b = 5 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$a_5 = 5a + b = 10 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{จาก (1) จะได้ } a = -10 - b \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{แทนค่า } a \text{ ในสมการ (2) จะได้ } 2(-10 - b) + b = -5$$

$$-20 - 2b + b = -5$$

$$-b = 15$$

$$b = -15$$

$$\text{แทนค่า } b \text{ ในสมการ (6) จะได้ } a = 5$$

$$\text{ตอบ } a_n = 5n - 15$$



โดยลำดับบางลำดับผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันอาจจะไม่คงตัว แต่ถ้านำผลต่างดังกล่าวมาหาผลต่างของพจน์ทางขวา ลบ ด้วยพจน์ทางซ้ายที่อยู่ติดกันอีกครั้ง พบว่ามีค่าคงตัวจะทำให้ได้ว่าพจน์ทั่วไปของลำดับนี้เป็น พหุนามของ n ที่มีดีกรี 2 ดังตัวอย่างหน้าถัดไปนะคะ

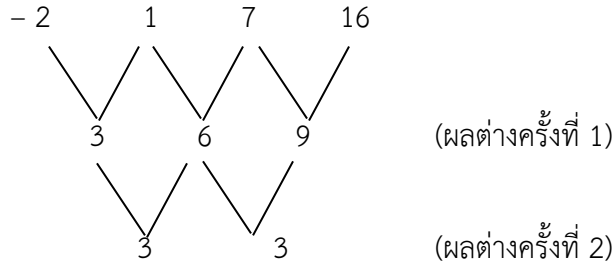




ตัวอย่างที่ 3

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $-2, 1, 7, 16$

วิธีทำ จะได้ผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกัน ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 มีค่าคงที่เท่ากับ 3

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย $1, 2, 3, 4$

จะได้ $a_1 = a + b + c = -2$ (1)

$a_2 = 4a + 2b + c = 1$ (2)

$a_3 = 9a + 3b + c = 7$ (3)

$a_4 = 16a + 4b + c = 16$ (4)

(2) - (1) จะได้ $3a + b = 3$ (5)

(3) - (2) จะได้ $5a + b = 6$ (6)

(6) - (5) จะได้ $3 = 2a$ นั่นคือ $a = \frac{3}{2}$

แทนค่า a ในสมการ (5) จะได้ $b = 3 - \frac{9}{2} = -\frac{3}{2}$

แทนค่า $a = \frac{3}{2}$ และ $b = -\frac{3}{2}$ ในสมการ (1) จะได้ $c = -2 - \frac{3}{2} - (-\frac{3}{2}) = -2$

ดังนั้น $a_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{3}{2}n - 2$

การเรียนรู้...เป็นสะพาน
ไปสู่บัณฑิต



วิธีลัด

สูตร $a_n = a_1 + d_{11}(n-1) + \frac{d_{21}(n-1)(n-2)}{2!} + \dots + \frac{d_k(n-1)(n-2)\dots(n-k)}{k!}$

โดยที่ d_{11} เป็นผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันครั้งที่ 1 คู่แรก

d_{21} เป็นผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันครั้งที่ 2 คู่แรก

⋮

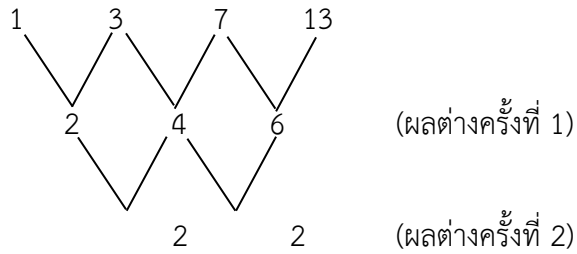
d_k เป็นค่าคงที่ (ผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันครั้งที่ k)

โดยมีแบบรูปสมการ ดังนี้ $a_n = an^2 + bn + c$ เมื่อ $a = \frac{d}{2}$, $b = d_1 - \frac{3d}{2}$, $c = a_1 - b_1 + d$



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, ...

วิธีทำ พิจารณาผลต่างของสองพจน์ที่อยู่ติดกันจะพบว่า



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 มีค่าคงที่เท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4

จะได้ $a_1 = a + b + c = 1$ (1)

$a_2 = 4a + 2b + c = 3$ (2)

$a_3 = 9a + 3b + c = 7$ (3)

$a_4 = 16a + 4b + c = 13$ (4)

(2) - (1) จะได้ $3a + b = 2$ (5)

(3) - (2) จะได้ $5a + b = 4$ (6)

(6) - (5) จะได้ $2 = 2a$ นั่นคือ $a = 1$

แทนค่า $a = 1$ ในสมการ (5) จะได้ $2 = 3(1) + b$
 $b = -1$

แทนค่า $a = 1$ และ $b = -1$ ในสมการ (2) จะได้ $c = 1$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับคือ $a_n = an^2 + bn + c$

วิธีทำ 2 (วิธีลัด)

จากสูตร $a_n = an^2 + bn + c$
เมื่อ

$a = \frac{d}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$b = b_1 - \frac{3d}{2} = 2 - \frac{3(2)}{2} = -1$

$c = a_1 - b_1 + d = 1 - 2 + 2 = 1$



ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับคือ $a_n = n^2 - n + 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$

ยากไหมแต่
คงไม่เกิน
ความ
พยายาม





แบบฝึกกิจกรรมที่ 1.4
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำการหาพจน์ของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนามต่อไปนี้

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 2 , 5 , 8 , 11 , 14

Blank writing area for problem 1, featuring horizontal dotted lines on a light orange background.

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2 , 10 , 26 , 50 , ...

Blank writing area for problem 2, featuring horizontal dotted lines on a light green background.

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5 , 9 , 16 , 26 , ...

Blank writing area for problem 3, featuring horizontal dotted lines on a light blue background.



แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ลำดับ

คำชี้แจง แบบทดสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลาสอบ 20 นาที

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด จาก ก, ข, ค และ ง แล้วทำเครื่องหมาย × ลงในช่อง บนกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดถูกต้อง

- ก. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มลบ
- ข. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนจริงบวก
- ค. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็ม
- ง. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

2. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. $1, 3, 9, \dots, 3^n - 1, \dots$ เป็นลำดับจำกัด
- ข. $a^n = 2^n - 1$ เป็นลำดับจำกัด
- ค. $a^n = (-1)^n + 2$ เป็นลำดับอนันต์
- ง. $1, 2, 3, 4, \dots, n$ เป็นลำดับอนันต์

3. ข้อใดเป็นลำดับ

- ก. $\{(2,1), (3,2), (4,3), (5,4), (6,5), (7,6)\}$
- ข. $\{(3,1), (4,2), (5,3), (6,4)\}$
- ค. $\{(1,2), (2,4), (3,5), \dots, (8,10)\}$
- ง. $\{(2,3), (4,6), (8,9), (16,12)\}$

4. ฟังก์ชันในข้อใดเป็นลำดับอนันต์

- ก. $\{(x,y) | y = 4x, x = 1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$
- ข. $\{(x,y) | y = 5x + 2, x \in \mathbb{I}^+\}$
- ค. $\{(x,y) | y = 3x - 1, x \in \mathbb{I}^-\}$
- ง. $\{(x,y) | y = 3x^2 + 1, x = 1, 2, 3, 4\}$

5. ฟังก์ชันในข้อใดเป็นลำดับจำกัด

- ก. $\{(1,5), (2,7), (3,12), (4,17), (5,22)\}$
- ข. $\{(2,4), (4,6), (6,8), \dots\}$
- ค. $\{(2,1), (4,2), (8,3), (16,4)\}$
- ง. $\{(a,1), (b,2), (c,3), (d,4), (e,5), (f,6)\}$



6. ลำดับ $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \frac{3}{32}$ คือสัณฐานแรกของลำดับข้อใด

ก. $a^n = \frac{1}{2n}$

ข. $a^n = \frac{3}{2^{n+1}}$

ค. $a^n = \frac{1}{2^n}$

ง. $a^n = \frac{3}{2n}$

7. ข้อใดคือสัณฐานแรกของลำดับ $a^n = 3n - 2$

ก. 1, 4, 7, 10

ข. 1, 2, 3, 4

ค. 3, 6, 9, 12

ง. 1, 3, 6, 9

8. พจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 9, 15,... คือข้อใด

ก. $a_n = (n + 1)^2$

ข. $a_n = n^2 - n + 3$

ค. $a_n = 3n^2 - n + 1$

ง. $a_n = n^2 + n$

9. สองพจน์ถัดไปของลำดับ $24, 8, \frac{8}{3}, \frac{8}{9}, \dots$ คือข้อใด

ก. $\frac{8}{12}, \frac{8}{15}$

ข. $\frac{8}{18}, \frac{8}{27}$

ค. $\frac{8}{18}, \frac{8}{81}$

ง. $\frac{8}{27}, \frac{8}{81}$

10. สองพจน์ถัดไปของลำดับ 15, 30, 60, 120 คือข้อใด

ก. 180, 240

ข. 360, 480

ค. 240, 360

ง. 240, 480

หวังว่าทุกคนจะทำข้อสอบด้วยความตั้งใจ
ได้คะแนนเต็มแน่นอน..... ๕๕๕ นะ





กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ลำดับ

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ
(.....)

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน
(นางสาววิภาภรณ์ สุเทวี)



- กนกวลี อุษณกรกุลและรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2548). **คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติมเรื่องลำดับและอนุกรม ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6)**. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา.
- ณรงค์ ปั่นน้อมและคณะ. (2546). **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์รวม ม.4-5-6**. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร. (2554). **คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.4-6 เล่ม 3**. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์ จำกัด.
- วิทย์ สุวรรณธาดา. (2552). **New สรุปเข้มคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5**. กรุงเทพฯ : แม็ค.
- ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. (2554). **หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม. 5 ภาคเรียนที่ 1**. กรุงเทพฯ : แม็ค.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). **คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา.
- _____ . (2554). **หนังสือเรียนเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่มที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา.
- _____ . (2554). **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- อเนก หิรัญ และกวียา เนาวประทีป. (2547). **คณิตศาสตร์พื้นฐาน 5 ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1**. กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.



ภาคผนวก



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ลำดับ



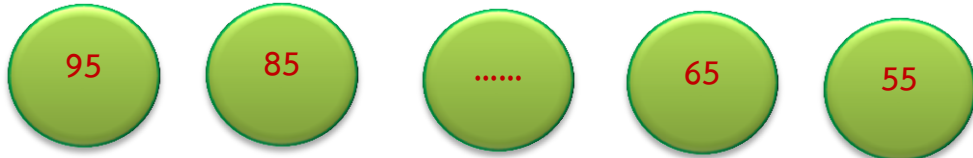
ข้อ	ก	ข	ค	ง
1		×		
2				×
3		×		
4			×	
5	×			
6		×		
7				×
8			×	
9	×			
10			×	

เป็นไงบ้างทำถูกกัน
หมดเลยใช่ไหมคะ



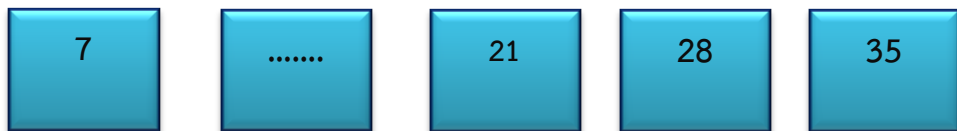


ชุดที่ 1



ตัวเลขที่หายไป คือ75.....

ชุดที่ 2



ตัวเลขที่หายไป คือ14.....

ชุดที่ 3



ตัวเลขที่หายไป คือ-9.....

ชุดที่ 4



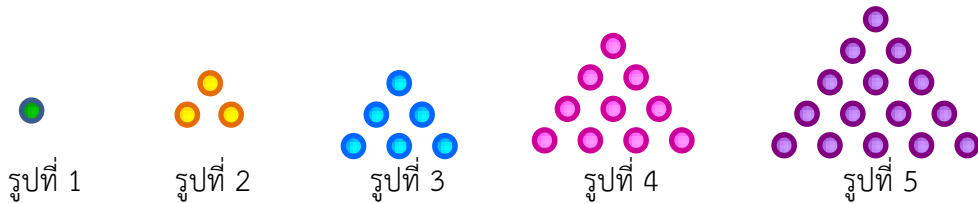
ตัวเลขที่หายไป คือ ... $\frac{1}{2}$, ... $\frac{1}{16}$



เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1.1

เรื่อง ความหมายของลำดับ

- 1) ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้พร้อมเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์
- 1.1



ในแบบรูปข้างต้นพบว่า ลำดับของรูปและจำนวนจุดในรูป มีความสัมพันธ์กันดังนี้

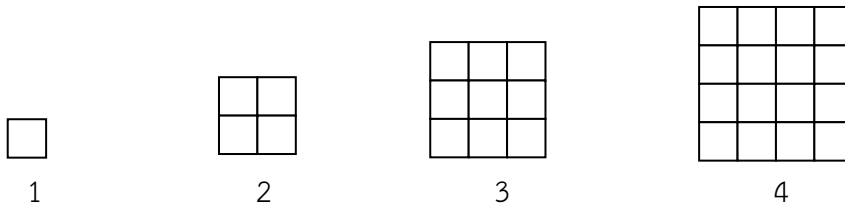
รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนจุด	1	3	6	10	15

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนจุดคือ $f = \{(1,1), (2,3), (3,6), (4,10), (5,15)\}$

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่.....เป็น.....

มีโดเมนคือ{1,2,3,4,5}.....และมีเรนจ์คือ.....{1,3,6,10,15}.....

1.2



ในแบบรูปข้างต้น ลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่ในรูปมีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนพื้นที่(ตารางหน่วย)	1	4	9	16

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่คือ $f = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16)\}$

เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็น.....

มีโดเมนคือ{1,2,3,4,5}..... และมีเรนจ์คือ{1,4,9,16}.....

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เช่นเดียวกับฟังก์ชันในข้อ 1.1 , 1.2 เรียกว่า ลำดับ

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือ

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1



เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.1

เรื่อง : ความหมายของลำดับ

1. คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างพร้อมทั้งพิจารณาว่า ข้อใดเป็นลำดับหรือไม่เป็นลำดับ โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงคำตอบที่ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	ลำดับ	
			เป็น	ไม่เป็น
1	$f = \{(1,1), (2,4), (3,9)\}$	$\{1,2,3\}$	✓	
2	$f = \{(0,2), (1,3), (2,4), (3,5)\}$	$\{0,1,2,3\}$		✓
3	$f = \{(2,4), (4,8), (6,12), (8,16), \dots\}$	$\{2,4,6,8,\dots\}$		✓
4	$f = \{(1,a), (3,b), (5,c), (7,d)\}$	$\{1,3,5,7\}$		✓
5	$f = \{(1,x), (2,y), (3,z), (4,w)\}$	$\{1,2,3,4\}$	✓	
6	$f = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4), \dots\}$	$\{1,2,3,4,\dots\}$	✓	
7	$f = \{(a,1), (1,2), (b,3), (2,1), (c,3), (3,3)\}$	$\{a,1,b,2,c,3\}$		✓
8	$a_n = n^2 - 1$ เมื่อ $n \in \{3,4,5,6\}$	$\{3,4,5,6\}$		✓
9	$f = \{(x,y) \mid y = 4x\}$ เมื่อ $x = 1,2,3,\dots,10$	$\{1,2,3,4,\dots,10\}$	✓	
10	$f = \{(x,y) \mid y = x^2 + x, x \in I \text{ และ } x < 4\}$	$\{3,2,1,0,-1,-2,\dots\}$		✓
11	$f = \{(x,y) \mid y = \frac{x+1}{2}, x \in I^+ \text{ และ } x \geq 1\}$	$\{1,2,3,4,\dots\}$	✓	
12	$f = \{(x,y) \mid y = 2x - 1 \text{ และ } x \geq 3\}$	จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3		✓
13	$f = \{(x,y) \mid y = 2x + 1, x \in I^+\}$	$\{1,2,3,4,\dots\}$	✓	
14	$f = \{(n,a_n) \mid a_n = 2^{n-1}, n \in I\}$	$\{-1,-2,-3,-4,\dots\}$		✓
15	$f = \{(x,y) \mid y = 3x, x \in R\}$	R		✓



2. คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างและทำเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงช่องลำดับที่ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	$\{(1,3), (2,4), (3,5), (4,6)\}$	$\{1,2,3,4\}$	✓	
2	$\{(1,1), (2,2), (3,4), (4,8), \dots\}$	$\{1,2,3,4,\dots\}$		✓
3	$\{(1,5), (2,25), (3,125), \dots\}$	$\{1,2,3,4,\dots\}$		✓
4	$\{(1,0.1), (2,0.01), (3,0.001)\}$	$\{1,2,3\}$	✓	
5	$\{(1,-2), (2,-4), (3,-6), \dots, (10,-20)\}$	$\{1,2,3,4,\dots,10\}$	✓	
6	$\{(1,1), (2,4), (3,8), \dots, (n,2^{n-1})\}$	$\{1,2,3,4,\dots,n\}$	✓	
7	$7, 14, 21, 28, 35, 42, \dots$	$\{1,2,3,4,\dots\}$		✓
8	$0, -5, -10, -15, \dots, -100$	$\{1,2,3,4,\dots,21\}$	✓	
9	$\{(1,3), (2,4), (3,5), \dots, (n,n+2), \dots\}$	$\{1,2,3,4,\dots,n,\dots\}$		✓
10	$a_n = 2n+1, n \in \{1,2,3,\dots,20\}$	$\{1,2,3,4,\dots,20\}$	✓	
11	$\{(x,y) \mid y = 3a^2 - 5\}$ เมื่อ $x = \{1,2,3,4,5\}$	$\{1,2,3,4,5\}$	✓	
12	$\{(x,y) \mid y = 2x, x \in I^+\}$	$\{1,2,3,4,\dots\}$		✓
13	$\{(n,n^2 + 3n) \mid n \in I^+, n < 4\}$	$\{1,2,3\}$	✓	
14	$\{(x,y) \mid y = x+1, x \in I\}$ เมื่อ $0 < x \leq 8$	$\{1,2,3,\dots,8\}$	✓	
15	$\{(x,y) \mid y = x+2$ เมื่อ $x = 1,2,3,\dots,15$	$\{1,2,3,\dots,15\}$	✓	

ลำดับจำกัด คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก

ลำดับอนันต์ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก



เฉลยเอกสารแนวทางการที่ 1.2

เรื่อง การเขียนลำดับ

คำชี้แจง พิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้พร้อมเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. ให้ $f(x) = x+2$ เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ถ้า $x = 1$ จะได้ $f(1) = 1 + 2 = 3$

ถ้า $x = 2$ จะได้ $f(2) = 2 + 2 = 4$

ถ้า $x = 3$ จะได้ $f(3) = 3 + 2 = 5$

ถ้า $x = 4$ จะได้ $f(4) = 4 + 2 = 6$

ถ้า $x = 5$ จะได้ $f(5) = 5 + 2 = 7$

ฟังก์ชันดังกล่าวเป็น ลำดับจำกัด..... (จำกัด / อนันต์)

เมื่อนำค่า $f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ มาเขียนเรียงกัน จะได้ 3,4,5,6,7

การเรียงลำดับในลักษณะนี้ เรียกว่า การเขียนลำดับโดยการแจกพจน์

เนื่องจากโดเมน คือ {1,2,3,4,5} เรนจ์ คือ {3,4,5,6,7}

นั่นคือ การนำสมาชิกของเรนจ์มาเขียนเรียงลำดับกันไป เรียกว่า ลำดับ

และเรียก $f(1)$ ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ

$f(2)$ ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ

$f(3)$ ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ

$f(4)$ ว่า พจน์ที่ 4 ของลำดับ

$f(5)$ ว่า พจน์ที่ 5 ของลำดับ

2. ถ้า $f(n) = 10 - 2n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

จาก $f(n) = 10 - 2n$

$f(1) = 10 - 2(1) = 10 - 2 = 8$

$f(2) = 10 - 2(2) = 10 - 4 = 6$

$f(3) = 10 - 2(3) = 10 - 6 = 4$

\vdots

$f(9) = 10 - 2(9) = 10 - 18 = -8$

ถ้าเขียนลำดับโดยการแจกพจน์จะได้ลำดับ คือ {8, 6, 4, ..., -8}

เป็นลำดับ จำกัด (จำกัด / อนันต์)



เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.2

เรื่อง การเขียนลำดับ

1. จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ฟังก์ชัน	เขียนแบบแจกแจงพจน์ ($a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$)
1. $\{(1,-1), (2,5), (3,11), (4,17)\}$	$-1, 5, 11, 17$
2. $\{(1,0), (2,1), (3,2), (4,3), \dots\}$	$0, 1, 2, 3, \dots$
3. $\{(1,4), (2,6), (3,8), (4,10), \dots, (7,16)\}$	$4, 6, 8, 10, \dots, 16$
4. $\{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8)\}$	$2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

2. ให้นักเรียนหาพจน์ต่างๆ ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2) $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16$

2) $-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10$

ตอบ $a_2 = \dots 4 \dots$ $a_4 = \dots 8 \dots$ $a_6 = \dots 12 \dots$ ตอบ $a_1 = \dots -4 \dots$ $a_2 = \dots -2 \dots$ $a_7 = \dots 8 \dots$

3) $7, 14, 21, 28, 35, 42$

4) $4, 9, 16, 25, 36, \dots, (n+1), \dots$

ตอบ $a_2 = \dots 14 \dots$ $a_5 = \dots 35 \dots$ $a_6 = \dots 42 \dots$ ตอบ $a_3 = \dots 16 \dots$ $a_4 = \dots 25 \dots$ $a_5 = \dots 36 \dots$

3. ให้นักเรียนเขียนลำดับต่อไปนี้ในรูปแจกแจงพจน์ โดยการเติมคำตอบให้สมบูรณ์

1) กำหนดลำดับ $f(n) = 10 - 2n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3\}$

$$f(1) = 10 - 2(1) = 10 - 2 = 8$$

$$f(2) = 10 - 2(2) = 10 - 4 = 6$$

$$f(3) = 10 - 2(3) = 10 - 6 = 4$$

ดังนั้น ลำดับในรูปแจกแจงพจน์ คือ $\dots 8 \dots 6 \dots 4$

2) กำหนดลำดับ $a_n = 2n^2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 8\}$

$$a_1 = 2(1^2) = 2(1) = 2$$

$$a_2 = 2(2^2) = 2(4) = 8$$

$$a_3 = 2(3^2) = 2(9) = 18$$

$$a_4 = 2(4^2) = 2(16) = 32$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$a_8 = 2(8^2) = 2(64) = 128$$

ดังนั้น ลำดับในรูปแจกแจงพจน์ คือ $\dots 2 \dots 8 \dots 18 \dots 32 \dots 128$



4. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

1) $a_n = 3 + (-1)^n$

$$a_1 = 3 + (-1)^1 = 3 - 1 = 2$$

$$a_2 = 3 + (-1)^2 = 3 + 1 = 4$$

$$a_3 = 3 + (-1)^3 = 3 - 1 = 2$$

$$a_4 = 3 + (-1)^4 = 3 + 1 = 4$$

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ 2, 4, 2, 4

2) $a_n = n(n-1)$

$$a_1 = 1(1-1) = 1(0) = 0$$

$$a_2 = 2(2-1) = 2(1) = 2$$

$$a_3 = 3(3-1) = 3(2) = 6$$

$$a_4 = 4(4-1) = 4(3) = 12$$

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ 0, 2, 6, 12

3) $a_n = n^2 - 2n + 1$

$$a_1 = 1^2 - 2(1) + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$$

$$a_2 = 2^2 - 2(2) + 1 = 4 - 4 + 1 = 1$$

$$a_3 = 3^2 - 2(3) + 1 = 9 - 6 + 1 = 4$$

$$a_4 = 4^2 - 2(4) + 1 = 16 - 8 + 1 = 9$$

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ 0, 1, 4, 9

4) $a_n = \frac{1+2n}{1-3n}$

$$a_1 = \frac{1+2(1)}{1-3(1)} = \frac{1+2}{1-3} = \frac{3}{-2}$$

$$a_2 = \frac{1+2(2)}{1-3(2)} = \frac{1+4}{1-6} = \frac{5}{-5}$$

$$a_3 = \frac{1+2(3)}{1-3(3)} = \frac{1+6}{1-9} = \frac{7}{-8}$$

$$a_4 = \frac{1+2(4)}{1-3(4)} = \frac{1+8}{1-12} = \frac{9}{-11}$$

ดังนั้น ลำดับในรูปแฉงพจน์ คือ $\frac{3}{-2}, \frac{5}{-5}, \frac{7}{-8}, \frac{9}{-11}$

5. จงหาพจน์ที่ 10 และพจน์ที่ 20 ของลำดับ $a_n = (n - 1)(n + 1)$

วิธีทำ จาก $a_n = (n - 1)(n + 1)$

จะได้ $a_{10} = (10 - 1)(10 + 1)$ $a_{20} = (20 - 1)(20 + 1)$

..... $a_{10} = (9)(11)$ $a_{20} = (19)(21)$

..... $a_{10} = 99$ $a_{20} = 399$

6. กำหนดลำดับ $a_n = 2^n + 1$ จงหาค่าของ $5a_4 + \frac{a_3}{3}$

วิธีทำ จาก $a_n = 2^n + 1$

จะได้ $a_4 = 2^4 + 1$ $a_3 = 2^3 + 1$ นั่นคือ $5a_4 + \frac{a_3}{3} = 5(17) + \frac{9}{3}$

..... $a_4 = 16 + 1$ $a_3 = 8 + 1$ = $85 + 3$

..... $a_4 = 17$ $a_3 = 9$ = 88

7. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับต่อไปนี้

1) 26, 22, 18, 14 ตอบ10, 6.....

2) 1, 3, 5, 7 ตอบ9, 11.....

3) 1, 4, 9, 16 ตอบ25, 36.....

4) 5, 10, 30, 120 ตอบ600, 3,600.....

5) 4, 6, 10, 16 ตอบ24, 34.....



เฉลยคณิตคิดสนุก 2

ค้นหาอัจฉริยะ

ตารางจำนวนด้านล่างนี้ แต่ละแถวจะเป็นไปตามกฎที่อยู่ในรูปลูกโป่งสีม่วงซ้ายสุดของแถว
ที่หัวของแต่ละคอลัมน์เป็นค่าของจำนวน (n) ที่จะใช้ให้เติมคำตอบที่มีความสอดคล้องกับกฎทางซ้าย
และค่า n ที่หัวของแต่ละคอลัมน์ (จำไว้ว่าให้คำนวณค่าที่อยู่ในวงเล็บก่อน)



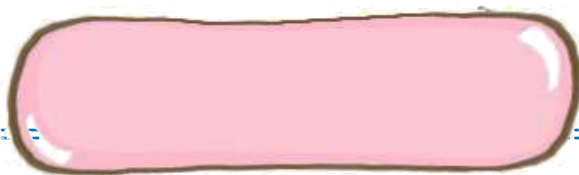
1. $n+5$ 6 7 8 9

2. $n-3$ -2 -1 0 1

3. $2n-1$ 1 3 5 7

4. $n(n+2)$ 3 8 15 24

5. n^2+3 4 7 12 19





เฉลยเอกสารแนะแนวทาง 1.3

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้พร้อมเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. ถ้าลำดับ คือ 3, 4, 5, 6, 7

จะได้ $a_1 = 3 = 1 + 2$

$$a_2 = 4 = 2 + 2$$

$$a_3 = 5 = \underline{3 + 2}$$

$$a_4 = 6 = \underline{4 + 2}$$

$$a_5 = 7 = \underline{5 + 2}$$

ดังนั้น $a_n = n + \underline{2}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

2. ถ้าลำดับ คือ 2, 4, 6, 8, 10

จะได้ $a_1 = 2 = 1 \times 2$

$$a_2 = 4 = 2 \times 2$$

$$a_3 = 6 = \underline{3 \times 2}$$

$$a_4 = 8 = \underline{4 \times 2}$$

$$a_5 = 10 = \underline{5 \times 2}$$

ดังนั้น $a_n = n \times 2 = 2n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

3. ถ้าลำดับ คือ 1, 3, 5, 7, 9

จะได้ $a_1 = 1 = (1 \times 2) - 1$

$$a_2 = 3 = (2 \times 2) - 1$$

$$a_3 = 5 = \underline{(3 \times 2) - 1}$$

$$a_4 = 7 = \underline{(4 \times 2) - 1}$$

$$a_5 = 9 = \underline{(5 \times 2) - 1}$$

ดังนั้น $a_n = (n \times 2) - 1 = 2n - 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

4. ถ้าลำดับ คือ 2, 4, 8, 16, 32

จะได้ $a_1 = 2 = 2^1$

$$a_2 = 4 = 2^2$$

$$a_3 = 8 = \underline{2^3}$$

$$a_4 = 16 = \underline{2^4}$$

$$a_5 = 32 = \underline{2^5}$$

ดังนั้น $a_n = 2^n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$





เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.3 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดต่อไปนี้

1) ถ้าลำดับ คือ $-5, -2, 1, 4, \dots$

$$\text{จะได้ } a_1 = -5 = 3 - 8 = 3(1) - 8$$

$$a_2 = -2 = 6 - 8 = 3(2) - 8$$

$$a_3 = 1 = 9 - 8 = 3(3) - 8$$

$$a_4 = 4 = 12 - 8 = 3(4) - 8$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 3n - 8$$

2) ถ้าลำดับ คือ $8, 9, 10, 11, 12$

$$\text{จะได้ } a_1 = 8 = 1 + 7$$

$$a_2 = 9 = 2 + 7$$

$$a_3 = 10 = 3 + 7$$

$$a_4 = 11 = 4 + 7$$

$$a_5 = 12 = 5 + 7$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = n + 7$$

3) ถ้าลำดับ คือ $4, 8, 12, 16, 20$

$$\text{จะได้ } a_1 = 4 = 4 \times 1$$

$$a_2 = 8 = 4 \times 2$$

$$a_3 = 12 = 4 \times 3$$

$$a_4 = 16 = 4 \times 4$$

$$a_5 = 20 = 4 \times 5$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 4n$$

4) ถ้าลำดับ คือ $3, 9, 27, 81, 243$

$$\text{จะได้ } a_1 = 3 = 3^1$$

$$a_2 = 9 = 3^2$$

$$a_3 = 27 = 3^3$$

$$a_4 = 81 = 3^4$$

$$a_5 = 243 = 3^5$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 3^n$$



5) ถ้าลำดับ คือ $0.2, 0.02, 0.002, 0.0002, 0.00002$

จะได้ $a_1 = 0.2 = 2 \times 10^{-1}$

$$a_2 = 0.02 = 2 \times 10^{-2}$$

$$a_3 = 0.002 = 2 \times 10^{-3}$$

$$a_4 = 0.0002 = 2 \times 10^{-4}$$

$$a_5 = 0.00002 = 2 \times 10^{-5}$$

ดังนั้น $a_n = 2 \times 10^{-n}$

6) ถ้าลำดับ คือ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

จะได้ $a_1 = 1 = \frac{1}{0+1}$

$$a_2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$

$$a_3 = \frac{1}{3} = \frac{1}{2+1}$$

$$a_4 = \frac{1}{4} = \frac{1}{3+1}$$

$$a_5 = \frac{1}{5} = \frac{1}{4+1}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{1}{n+1}$

7) ถ้าลำดับ คือ $-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{5}{6}$

จะได้ $a_1 = -\frac{1}{2} = \frac{1(-1)^1}{1+1}$

$$a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2(-1)^2}{2+1}$$

$$a_3 = -\frac{3}{4} = \frac{3(-1)^3}{3+1}$$

$$a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4(-1)^4}{4+1}$$

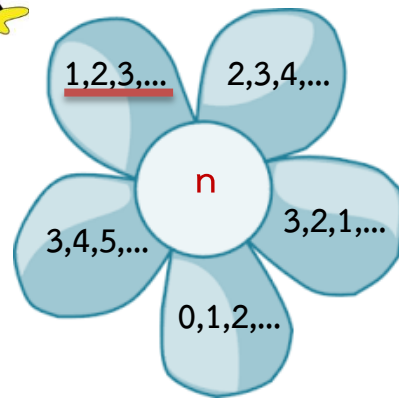
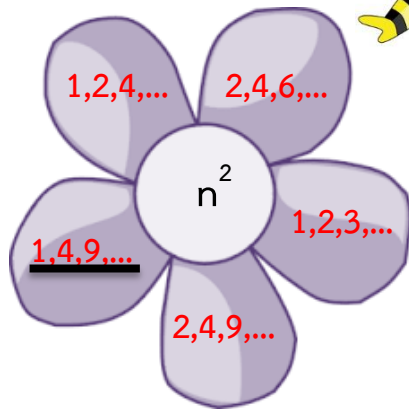
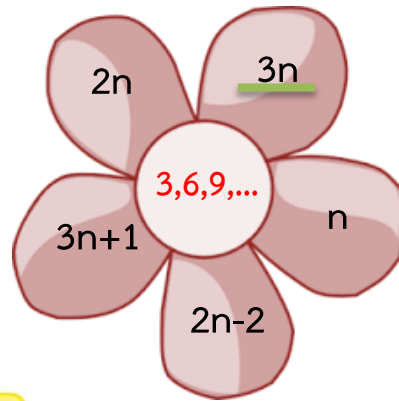
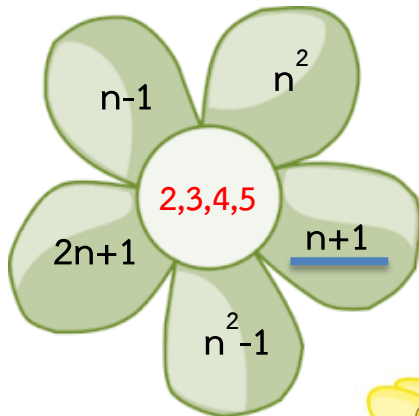
$$a_5 = -\frac{5}{6} = \frac{5(-1)^5}{5+1}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{n(-1)^n}{n+1}$



เฉลยคณิตคิดสนุก 3
ดอกไม้ของความเท่ากัน

จงขีดเส้นใต้จำนวนที่อยู่ในกลีบดอกไม้ที่มีค่าเท่ากับลำดับตรงกลางของดอกไม้





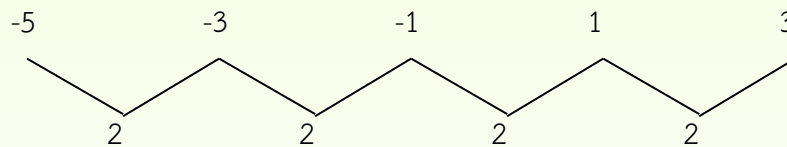
เฉลยเอกสารแนะแนวทาง 1.4

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติม จำนวน ข้อความ หรือประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้องลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-5, -3, -1, 1, 3$

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่าผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย $1, 2, 3, 4, 5$

จาก $a_n = an + b$

จะได้ $a_1 = a + b = -5$ _____ (1)

$a_2 = 2a + b = -3$ _____ (2)

$a_3 = 3a + b = -1$ _____ (3)

$a_4 = 4a + b = 1$ _____ (4)

$a_5 = 5a + b = 3$ _____ (5)

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหา a, b

จาก (1) จะได้ $a = -5 - b$

แทนค่า $a = -5 - b$ ในสมการ (2)

จะได้ $2(-5 - b) + b = -3$

$-10 - 2b + b = -3$

$-10 - b = -3$

$...b = -10 + 3$

$...b = -7$

จาก $a = -5 - b$ แทนค่า b

จะได้ $a = -5 - (-7)$

$= 2$

แทนค่า $a = 2, b = -7$ ในฟังก์ชันพหุนาม $a_n = an + b$

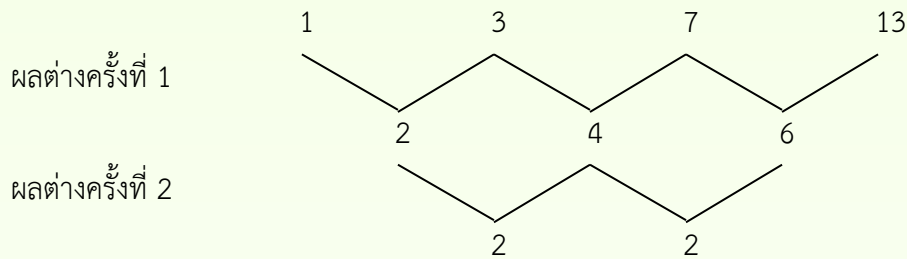
จะได้ $a_n = 2n - 7$

ดังนั้นพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 2n - 7$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$



2) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, ...

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่าผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4

$$\text{จาก } a_n = an^2 + bn + c$$

$$\text{จะได้ } a_1 = a + b + c = 1 \quad \text{_____} \quad (1)$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = 3 \quad \text{_____} \quad (2)$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = 7 \quad \text{_____} \quad (3)$$

$$a_4 = 16a + 4b + c = 13 \quad \text{_____} \quad (4)$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าของ a , b และ c

$$(2) - (1) \quad \text{จะได้ } 3a + b = 2 \quad \text{_____} \quad (5)$$

$$(3) - (2) \quad \text{จะได้ } 5a + b = 4 \quad \text{_____} \quad (6)$$

$$(6) - (5) \quad \text{จะได้ } 2a = 2$$

$$a = 1$$

$$\text{แทนค่า } a = 1 \text{ ใน (5) จะได้ } b = -1$$

$$\text{แทนค่า } a = 1 \text{ และ } b = -1 \text{ ใน (1) จะได้ } c = 1$$

$$a_n = n^2 - n + 1$$

เมื่อแทน n ด้วย 1, 2, 3 จะได้ a_1 , a_2 , a_3 , a_4 เท่ากับค่าที่กำหนดให้

แสดงว่า $a_n = n^2 - n + 1$ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้



เฉลยแบบฝึกกิจกรรมที่ 1.4

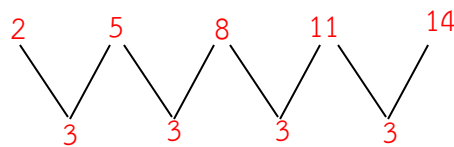
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติม จำนวน ข้อความ หรือประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้องลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 2, 5, 8, 11, 14

วิธีทำ ถ้าลำดับ คือ 2, 5, 8, 11, 14

จะได้ผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกัน ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ 3

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4, 5

จาก $a_n = an + b$

จะได้ $a_1 = a + b = 2$ (1)

$a_2 = 2a + b = 5$ (2)

$a_3 = 3a + b = 8$ (3)

$a_4 = 4a + b = 11$ (4)

$a_5 = 5a + b = 14$ (5)

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหา a, b

จาก (1) จะได้ $a = 2 - b$

แทนค่า a ในสมการ (2) จะได้ $2(2-b) + b = 5$

$4 - 2b + b = 5$

$4 - b = 5$

$b = 4 - 5$

$b = -1$

แทนค่า b ในสมการ $a = 2 - b$

จะได้ $a = 2 - (-1)$

$= 3$

แทนค่า $a = 3, b = -1$ ในฟังก์ชันพหุนาม $a_n = an + b$

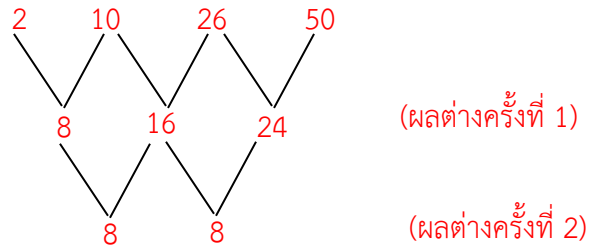
จะได้ $a_n = 3n - 1$

ดังนั้นพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 3n - 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$



2. ถ้าลำดับ คือ 2 , 10 , 26 , 50 , ...

วิธีทำ จะได้ผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกัน ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 8

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1 , 2 , 3 , 4

$$\text{จาก } a_n = an^2 + bn + c$$

$$\text{จะได้ } a_1 = a + b + c = 2 \quad \text{_____ (1)}$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = 10 \quad \text{_____ (2)}$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = 26 \quad \text{_____ (3)}$$

$$a_4 = 16a + 4b + c = 50 \quad \text{_____ (4)}$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าของ a , b และ c

$$(2) - (1) \quad \text{จะได้ } 3a + b = 8 \quad \text{_____ (5)}$$

$$(3) - (2) \quad \text{จะได้ } 5a + b = 16 \quad \text{_____ (6)}$$

$$(6) - (5) \quad \text{จะได้ } 2a = 8$$

$$a = 4$$

$$\text{แทนค่า } a = 4 \text{ ใน (5) จะได้ } b = -4$$

$$\text{แทนค่า } a = 4 \text{ และ } b = -4 \text{ ใน (1) จะได้ } c = 2$$

$$a_n = 4n^2 - 4n + 2$$

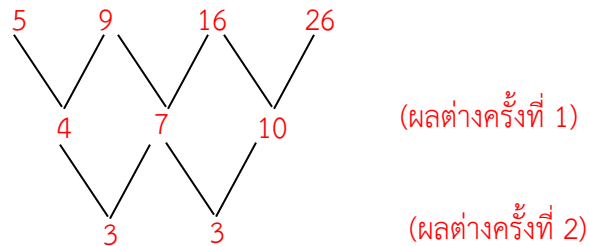
เมื่อแทน n ด้วย 1 , 2 , 3 จะได้ a_1 , a_2 , a_3 , a_4 เท่ากับค่าที่กำหนดให้

แสดงว่า $a_n = 4n^2 - 4n + 2$ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้



3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5, 9, 16, 26, ...

วิธีทำ จะได้ผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ติดกัน ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 3

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= an^2 + bn + c \\ \text{จะได้ } a_1 &= a + b + c = 5 && (1) \\ a_2 &= 4a + 2b + c = 9 && (2) \\ a_3 &= 9a + 3b + c = 16 && (3) \\ a_4 &= 16a + 4b + c = 26 && (4) \end{aligned}$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าของ a , b และ c

$$(2) - (1) \quad \text{จะได้ } 3a + b = 4 && (5)$$

$$(3) - (2) \quad \text{จะได้ } 5a + b = 7 && (6)$$

$$(6) - (5) \quad \text{จะได้ } 2a = 3$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\text{แทนค่า } a = \frac{3}{2} \text{ ใน (5) จะได้ } b = -\frac{1}{2}$$

$$\text{แทนค่า } a = \frac{3}{2} \text{ และ } b = -\frac{1}{2} \text{ ใน (1) จะได้ } c = 4$$

$$a_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{n}{2} + 4$$

เมื่อแทน n ด้วย 1, 2, 3 จะได้ a_1, a_2, a_3, a_4 เท่ากับค่าที่กำหนดให้

$$\text{แสดงว่า } a_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{n}{2} + 4 \text{ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้}$$



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ลำดับ



ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				×
2			×	
3			×	
4		×		
5	×			
6		×		
7	×			
8		×		
9				×
10				×

ตรวจเฉลยแล้ว คะแนนหลังสอบคง

ได้เยอะก่อนสอบใช่ไหมคะ เก่งจัง





ที่มาภาพประกอบ



1. น.ส.ณศรา พัฒนพันธุ์ นักเรียนระดับชั้น ม.5/1

2. น.ส.ทิพรดา เกิดดี นักเรียนระดับชั้น ม.5/1



นักเรียนโรงเรียนดอนเมืองทหารอากาศบำรุง ปีการศึกษา 2558