

หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การรู้หนังสือคณิตศาสตร์

เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เล่มที่ 1 คนเก่งขออาสา



นางนิตยา บุญเลิศ

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ชำนาญการ

โรงเรียนบุแกรงวิทยาคม

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33

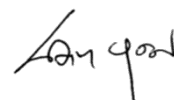
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำนำ

หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การบูรณาการทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่มนี้ ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการแก้ปัญหาและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 โรงเรียนบุญเกรงวิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยมีเนื้อหา สาระการเรียนรู้ และตัวชี้วัด สอดคล้องตาม หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 และหลักสูตรสถานศึกษาเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตลอดจนพฤติกรรมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 8 ประการ ตามที่หลักสูตรกำหนดไว้อย่างมีประสิทธิภาพ

หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การบูรณาการทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สร้างและพัฒนาขึ้น ทั้ง 5 เล่ม คือ เล่มที่ 1 คนเก่งของอาสา เล่มที่ 2 ช่วยด้อมหน้อยครับ เล่มที่ 3 ตัวช่วยของโอม เล่มที่ 4 จมกัใจดี ? และเล่มที่ 5 การมาแก้ปัญหา โดยใช้เวลาเรียนทั้งหมด 20 ชั่วโมง

อนึ่ง หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การบูรณาการทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สร้างและพัฒนาขึ้นสำเร็จลุล่วงได้ เพราะความร่วมมือและการสนับสนุนของท่านผู้อำนวยการ โรงเรียนบุญเกรงวิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33 และคณะกรรมการอำนวยการหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะเป็นประโยชน์สูงสุดต่อ ครู นักเรียน และผู้สนใจได้เป็นอย่างดี



นางนิตยา บุญเลิศ

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ชำนาญการ

สารบัญ

เรื่อง หน้า

| | |
|--|----|
| คำชี้แจงการใช้งาน | 1 |
| คำแนะนำสำหรับครูและนักเรียน | 3 |
| หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การ์ตูนเสริมทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 คนเก่งของอาสา | 4 |
| มาตรฐานการเรียนรู้ | 4 |
| ตัวชี้วัด | 4 |
| แนวคิด | 4 |
| สาระการเรียนรู้ | 4 |
| จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 |
| สมรรถนะสำคัญ | 5 |
| การประเมินผลรวบยอด | 5 |
| แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร | 6 |
| คนเก่งของอาสา | 8 |
| ใบความรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร | 13 |
| กิจกรรมที่ 1 | 15 |
| กิจกรรมที่ 2 | 16 |
| กิจกรรมที่ 3 | 17 |
| กิจกรรมที่ 4 | 19 |
| แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร | 20 |
| ภาคผนวก | 22 |
| เฉลยกิจกรรมที่ 1 | 23 |
| เฉลยกิจกรรมที่ 2 | 24 |
| เฉลยกิจกรรมที่ 3 | 25 |
| เฉลยกิจกรรมที่ 4 | 27 |

สารบัญ (ต่อ)

เรื่อง หน้า

| | |
|-----------------------|----|
| เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน | 28 |
| เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน | 29 |
| บรรณานุกรม | 30 |
| ประวัติย่อผู้จัดทำ | 31 |

คำชี้แจงการใช้งาน

การศึกษาในปัจจุบันมีการมุ่งเน้นและให้ความสำคัญต่อกิจกรรมการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น โดยยึดผู้เรียนสำคัญที่สุด และมุ่งพัฒนานักเรียนไทยให้เป็นทรัพยากรมนุษย์ที่สมบูรณ์ เป็นคนดี มีสติปัญญา มีความสุข และเห็นคุณค่าของความเป็นไทย ตลอดจนมีศักยภาพในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพอย่างยั่งยืน

สื่อการเรียนรู้ หรืออาจเรียกว่า สื่อการเรียนการสอน หมายถึง วัสดุ อุปกรณ์ และรูปแบบหรือวิธีการ อาจรวมไปถึงบุคคลหรือกลุ่มบุคคล เหตุการณ์ สถานที่ ประสบการณ์ หรือกิจกรรมต่างๆ ที่จัดขึ้นเพื่อการเรียนรู้ที่ใช้เป็นตัวกลางถ่ายทอดข้อมูลข่าวสารไปยังผู้เรียนให้เข้าใจเนื้อหาได้มากที่สุดตามจุดมุ่งหมาย

หนังสืออ่านเพิ่มเติม หมายถึง หนังสือที่จัดทำขึ้นโดยมีเนื้อหาสาระส่วนหนึ่งที่เกี่ยวข้องตามหลักสูตรการศึกษา และสอดคล้องเนื้อหาสาระรอบตัวอื่นๆ ในชีวิตประจำวัน โดยมุ่งสร้างองค์ความรู้เพิ่มเติมแก่นักเรียนนอกเหนือจากหนังสือหรือตำราเรียนที่กระทรวงกำหนดไว้ ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกอ่านได้ทั้งในหรือนอกเวลาเรียนและตามความสนใจ นอกจากนี้ยังเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยรักการอ่าน รู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองและรู้จักใช้เวลาว่างให้เป็นประโยชน์และฝึกทักษะทางการอ่านได้เป็นอย่างดียิ่งขึ้น

หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การบูรณาการทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ เล่มนี้ ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการแก้ปัญหาและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 โรงเรียนบูรณาการวิทย์ฯ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยมีเนื้อหา สาระการเรียนรู้ และตัวชี้วัด สอดคล้องตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 และหลักสูตรสถานศึกษาเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตลอดจนพฤติกรรมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 8 ประการ ตามที่หลักสูตรกำหนดไว้อย่างมีประสิทธิภาพ

หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การบูรณาการทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สร้างและพัฒนาขึ้น ทั้ง 5 เล่ม ดังนี้

เล่มที่ 1 คนเก่งของอาสา

เล่มที่ 2 ช่วยซ่อมหน่อยครับ

เล่มที่ 3 ตัวช่วยของโอม

เล่มที่ 4 จะแก้ไขดี ?

เล่มที่ 5 มาแก้ปัญหา

นักเรียนสามารถศึกษาเนื้อหาและฝึกทำกิจกรรมต่างๆ ที่กำหนดให้ภายในหนังสือ ได้แก่ แบบทดสอบก่อนเรียน กิจกรรม และแบบทดสอบหลังเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนช่วยส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดสร้างสรรค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยใช้เวลาเรียนทั้งหมด 20 ชั่วโมง สำหรับหนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การดูแลเสริมทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ เล่มนี้ คือ เล่มที่ 1 คนเก่งของอาสา มีเนื้อหาเกี่ยวกับความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



คำแนะนำสำหรับครูและนักเรียน

ในการศึกษาหนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การเสริมทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ เล่มนี้ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายสูงสุดที่มุ่งหวังครูผู้สอนและนักเรียนจึงควรปฏิบัติ ดังนี้

1. ศึกษาและทำความเข้าใจหนังสืออ่านเพิ่มเติมให้เข้าใจก่อนนำไปใช้งาน
2. ศึกษากิจกรรมต่างๆ ที่ใช้ฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจก่อนใช้งาน
3. แนะนำและชี้แจงให้นักเรียนรู้จัก เข้าใจ เกี่ยวกับการทำกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้หนังสืออ่านเพิ่มเติมก่อนลงมือศึกษา
4. นักเรียนต้องอ่านคำชี้แจงและคำแนะนำก่อนศึกษาทุกครั้ง
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนทุกครั้งก่อนศึกษา
6. ให้นักเรียน ศึกษาเนื้อหาประจำหนังสืออ่านเพิ่มเติม เล่มนี้
7. ให้นักเรียนได้ทบทวน ความรู้จากใบความรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
8. ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมต่างๆ ภายในหนังสืออ่านเพิ่มเติม เล่มนี้ ด้วยตนเอง
9. หากเกิดปัญหา และข้อสงสัยใดๆ ระหว่างศึกษาให้นักเรียนสามารถสอบถามและปรึกษาครูผู้สอนได้ทันที
10. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนทันทีเมื่อศึกษาเสร็จ
11. นำนักเรียนตรวจสอบคำตอบและเฉลยจากการทำกิจกรรมและแบบทดสอบ เพื่อบันทึกคะแนน และเปรียบเทียบผลการพัฒนา
12. ให้นักเรียนศึกษาหนังสืออ่านเพิ่มเติม เล่มนี้ ด้วยความตั้งใจและซื่อสัตย์ไม่แอบดูเฉลยคำตอบก่อน
13. แนะนำให้นักเรียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม เล่มนี้ ด้วยความระมัดระวัง ไม่ทำลาย เช่น จิกหรือขีดเขียนใดๆ ลงในหนังสือ
14. ให้นักเรียนรวบรวมกระดาษคำตอบและหนังสืออ่านเพิ่มเติม เล่มนี้ ส่งคืนครูผู้สอน
15. นักเรียนต้องสรุปองค์ความรู้หลังเรียนจบด้วยแผนที่ความคิดและการบันทึกการเรียนรู้ลงในสมุดบันทึกส่วนตัว เพื่อส่งเสริมความรู้ ความเข้าใจ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด การบูรณาการทักษะคณิตศาสตร์

เล่มที่ 1 คนเก่งขออาสา

ตัวชี้วัด

1. เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (ค 4.2 ม.3/3)
2. อ่านและแปลความหมายของกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟอื่นๆ (ค 4.2 ม.3/4)
3. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและนำไปใช้แก้ไขปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (ค 4.2 ม.3/5)
4. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา (ค 6.1 ม.3/1)
5. ใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม (ค 6.1 ม.3/2)
6. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (ค 6.1 ม.3/3)
7. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน (ค 6.1 ม.3/4)
8. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ (ค 6.1 ม.3/5)
9. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (ค 6.1 ม.3/6)

แนวคิด

สมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่อยู่ในรูปการเท่ากัน โดยใช้เครื่องหมายเท่ากับ
คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่นำไปแทนในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็น 1 และไม่มีการคูณกันของตัวแปร

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว และ A, B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกันคำตอบของสมการคือ ค่า x และ y ที่ทำให้สมการเป็นจริง

สาระการเรียนรู้

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ความรู้ / ความเข้าใจ

1. เขียนประโยคสัญลักษณ์จากประโยคภาษาที่กำหนดให้ได้
2. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการ
3. บอกได้ว่าสมการใดเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- ทักษะ / กระบวนการ

มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- คุณลักษณะอันพึงประสงค์

- มีความรู้สนใจใฝ่รู้
- มีความซื่อสัตย์
- มีความรับผิดชอบ
- มีความตรงต่อเวลา
- มีระเบียบวินัย
- มีความกล้าแสดงออก
- มีความเอาใจใส่และให้ความร่วมมือ
- เห็นคุณค่าของงานและการทำงานเป็นกลุ่ม

สมรรถนะสำคัญ

- ความสามารถในการสื่อสาร
 - ความสามารถในการคิด
 - ความสามารถในการแก้ปัญหา
 - ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

การประเมินผลรวบยอด

- แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- กิจกรรมที่ 1 – 4 เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบทดสอบก่อนเรียน

คำชี้แจงให้นักเรียนกากบาท \times คำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวลงในกระดาษคำตอบ (0 คะแนน)

1. คู่อันดับในข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $x - y = 9$

ก. (1 , 10)

ข. (-5 , 4)

ค. (8 , -1)

ง. (7 , 2)

2. ถ้า (a , 2) เป็นคำตอบของสมการ $2x - 3y = 4$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

ก. -2

ข. 0

ค. 5

ง. 10

3. ถ้า (5 , a) เป็นคำตอบของสมการ $4x - 2y = 8$ จงหาค่า a

ก. -6

ข. 6

ค. -14

ง. 14

4. ถ้า (a , 1) เป็นคำตอบของสมการ $2x + 3y - 7 = 0$ จงหาค่า a

ก. 2

ข. 5

ค. -1

ง. -3

5. สมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้สมการใดเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ก. $xy = 5$

ข. $x^2 + y^2 = 1$

ค. $3x - xy + y = 8$

ง. $2x + 2y = 1$

6. คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีจำนวนไม่จำกัดเมื่อใด

ก. เส้นตรงขนานกัน

ข. เส้นตรงตัดกันหนึ่งจุด

ค. เส้นตรงทับกัน

ง. ถูกทุกข้อ

7. คำตอบของสมการ $3x = 7 - y$ และ $5x = 9y + 1$ เท่ากับข้อใด

ก. (1, 2)

ข. (2, 1)

ค. (-2, 1)

ง. (2, -1)

8. จงหาคำตอบของสมการ $2x + y - 23 = 0$ และ $4x - y = 19$

ก. (7, 6)

ข. (9, 5)

ค. (6, 3)

ง. (7, 9)

9. สมการในข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ก. $xy = 1$

ข. $x - \frac{1}{y} = 2$

ค. $3x - y - 1 = 0$

ง. $x = 3 - \frac{2}{y}x$

10. ค่าของ x และ y ในข้อใดที่ทำให้สมการ $x + y = 12$ และ $x - y = 2$ เป็นจริง

ก. $x = 5, y = 7$

ข. $x = 7, y = 5$

ค. $x = 5, y = -7$

ง. $x = -7, y = -5$

คนเก่งขออาสา

เช้าวันหนึ่งแดดสดใส ณ โรงเรียนอนุเกรงวิทยาคม

อ้าว “ต้อม” มาแต่เช้าเลยนะ ทำการบ้าน
เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เสร็จหรือยัง



เราทำเรียบร้อยแล้วละ
...แล้วนายจะทำเสร็จแล้ว
หรือยัง “เอก” ...

ฮ่า...ฮ่า...



โอเค.... ได้ ๗ ยังพอมีเวลา
ดีนะที่มาโรงเรียนกันแต่เช้า
ช่วยกันทำให้เรียบร้อยก่อน
เดี๋ยวจะไปช่วยกันทำเวรต่อ
มา ๗ ลุยกันเลย.....

เฮ้ย...! “บ่งตรง เรายังไม่เรียบร้อย
เลยนะซี” นี่แหละ.....ปัญหาใหญ่
ของเรา.... ฮึ่ม...! นาย.... ช่วยติวให้
เราก่อนจะได้ไหม...?



ทบทวนกันก่อนว่า “สมการ
ของความสัมพันธ์เชิงเส้นที่
แสดงความเกี่ยวข้องระหว่าง
ปริมาณสองชุด เรียกว่า
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร”



ดังนั้น “สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการที่
สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$
เมื่อ x, y เป็นตัวแปร A, B และ C เป็นค่าคงตัวที่
 A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน”

ใช้แล้วหะ... ตัวอย่างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ

$$4x - y + 2 = 0 \text{ จะได้ } A = 4, B = -1, C = 2$$

$$x + y - 1 = 0 \text{ จะได้ } A = 1, B = 1, C = -1$$

$$2x + 4 = 0 \text{ จะได้ } A = 2, B = 0, C = 4$$

$$y - 4 = 0 \text{ จะได้ } A = 0, B = 1, C = -4$$



ใจเย็น ๆ นะ
มาลองทบทวน
อีกลักษณะตัวอย่าง

ตัวอย่างเช่น

สมการ $x + y = 5$

1. ถ้ากำหนด x, y เป็นจำนวนเต็มบวก คำตอบของสมการคือ $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$
2. ถ้ากำหนด x, y เป็นจำนวนเต็ม คำตอบของสมการคือ ... $(-1, 6), (0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0), \dots$
3. ถ้ากำหนด x, y เป็นจำนวนจริง คำตอบของสมการคือ ... $(1, 4), (1.5, 3.5), (2, 3), \dots$

โอเค...! ลองดูอีกทีก่อน
เชิงอาจารย์ต่อม.....





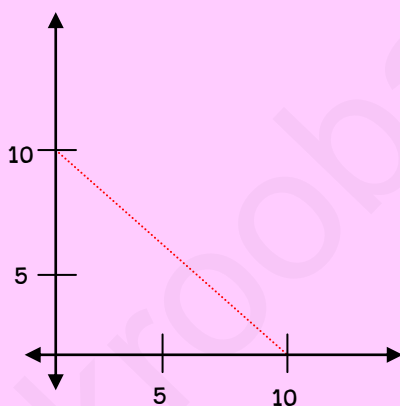
ลองดู ตัวอย่าง $x + y = 9$

กรณีที่ 1 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนเต็มบวกคำตอบของสมการเชิงเส้นนี้คือ $(1,8), (2,7), (3,6), (4,5), (5,4), (6,3), (7,2), (8,1)$ มีถึง 8 คำตอบ

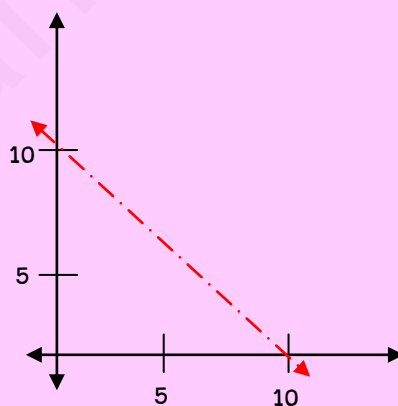
กรณีที่ 2 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนเต็ม คำตอบของสมการเชิงเส้นนี้คือ $\dots, (-2,11), (0,9), (3,6), \dots$ มีคำตอบมากมายนับไม่ถ้วน

กรณีที่ 3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนจริงใดๆ คำตอบของสมการเชิงเส้นนี้คือ $\dots, (-3.5, 12.5), (-\frac{1}{2}, 9\frac{1}{2}), (0,9), (1.5, 7.5), \dots$ มีคำตอบมากมายนับไม่ถ้วน

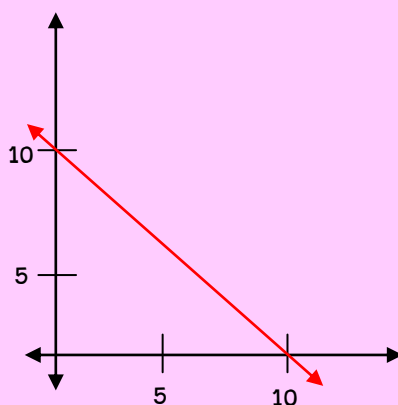
จากทั้ง 3 กรณี เราจะสามารถนำมาเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ดังนี้



กรณีที่ 1



กรณีที่ 2



กรณีที่ 3

ข้อสังเกต : คู่อันดับ (x,y) ที่เป็นคำตอบของสมการเหล่านั้น เป็นพิกัดของจุดที่อยู่บนเส้นตรงนั้นในทางกลับกันคู่อันดับ (x,y) ที่เป็นพิกัดของจุดที่อยู่บนเส้นตรงนั้น ก็เป็นคำตอบของสมการนั้นด้วย

โดยทั่วไปเรียกคู่อันดับ (x,y) ที่สอดคล้องกับสมการ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A,B,C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกันว่า “คำตอบของสมการ” และกราฟแสดงคำตอบของสมการ $Ax + By + C = 0$ นี้ จะเป็น เส้นตรง $Ax + By + C = 0$



โอเค...!



โอเค...! ทำการบ้านเลย

ใบความรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัว เป็น 1 และไม่มีการคูณกันของตัวแปร เช่น

$$x + 2y = 1$$

$$2x + y = 0$$

$$-4x + y = 4$$

สมการของความสัมพันธ์เชิงเส้นที่แสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุด เรียกว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการที่สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร A, B และ C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

ลักษณะสำคัญของ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ มีตัวแปรสองตัวและไม่ต้องมีการคูณกันของตัวแปร เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวต้องเป็นหนึ่ง สัมประสิทธิ์ตัวใดตัวหนึ่งเป็นศูนย์ได้แต่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรทั้งสองจะเป็นศูนย์พร้อมกันไม่ได้ ตัวอย่างสมการที่ไม่ใช่สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$x^2 + y = 4$$

$$2x - y^2 = 5$$

$$2xy - 4 = -1$$

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ A, B, C เป็นค่าคงตัว โดยที่ A, B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เช่น

$$4x - y + 2 = 0 \quad \text{จะได้} \quad A = 4, \quad B = -1, \quad C = 2$$

$$x + y - 1 = 0 \quad \text{จะได้} \quad A = 1, \quad B = 1, \quad C = -1$$

$$2x + 4 = 0 \quad \text{จะได้} \quad A = 2, \quad B = 0, \quad C = 4$$

$$y - 4 = 0 \quad \text{จะได้} \quad A = 0, \quad B = 1, \quad C = -4$$

คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คู่อันดับที่อยู่ในรูป (x, y) ที่เป็นคู่อันดับที่สอดคล้องกับสมการ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงที่ตัวที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน เรียกว่า เป็นคำตอบของสมการและกราฟแสดงคำตอบของสมการ $Ax + By + C = 0$ จะเป็นเส้นตรง $Ax + By + C = 0$

ตัวอย่างเช่น

สมการ $x + y = 5$

1. ถ้ากำหนด x, y เป็นจำนวนเต็มบวก คำตอบของสมการคือ $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$
2. ถ้ากำหนด x, y เป็นจำนวนเต็ม คำตอบของสมการคือ $\dots, (-1, 6), (0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0), \dots$
3. ถ้ากำหนด x, y เป็นจำนวนจริง คำตอบของสมการคือ $\dots, (1, 4), (1.5, 3.5), (2, 3), \dots$

เพื่อนๆ เข้าใจไหมล่ะครับ... ถ้าเข้าใจเหมือนกันแล้ว
เราไปฝึกทำกิจกรรมพร้อมๆ กันนะครับ...
แต่ถ้าเพื่อนๆ คนไหนยังสงสัยก็สามารถย้อนกลับไป
ทบทวนได้อีกครั้งนะครับ... ส่วนกราฟสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปร เราจะไปศึกษาในครั้งต่อไปครับ



กิจกรรมที่ 1

คำชี้แจง จงเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยใช้ x และ y เป็นตัวแปร

1. มีนักเรียนชายและนักเรียนหญิงอยู่ในห้องนี้ 10 คน

.....

2. มีเงาะและส้มในจานนี้ 12 ผล

.....

3. ผลต่างของจำนวนเต็มสองจำนวนเท่ากับ 3

.....

4. ในห้องเรียนนี้มีนักกีฬาชายมากกว่านักกีฬาหญิงอยู่ 5 คน

.....

5. ในตะกร้านี้มีจำนวนไข่ไก่เป็นสองเท่าของจำนวนไข่เป็ด

.....

กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง จงหาคำตอบของสมการเชิงสองตัวแปรต่อไปนี้

1. $x + 2y = 1$ เมื่อ x, y แทนจำนวนจริง

.....

2. $2y - x = 4$ เมื่อ x, y แทนจำนวนนับ

.....

3. $2x + y = 5$ เมื่อ x, y แทนจำนวนเต็มบวก

.....

4. $2x + 3y = 8$ เมื่อ x, y แทนจำนวนจริง

.....

5. $x - 2y = 0$ เมื่อ x, y แทนจำนวนเต็ม

.....

กิจกรรมที่ 3

คำชี้แจงจงหาค่า k ที่ทำให้อันดับที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $x + ky = 3$; $(1, 2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. $kx + 2y = 7$; $(1, 2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $3x + y = k$; $(3, 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4. $2.2x - 4.5y + 5k = 0 ; (0, 0)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $kx - 8y = 0 ; (2, -4)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 4

คำชี้แจง จงหาสมาชิกตัวที่หนึ่งหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ เพื่อให้ได้คู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1, \dots\dots\dots) ; 2x + 3y = 5$$

$$(\dots\dots\dots, -1) ; 2x - 3y = 5$$

$$(\dots\dots\dots, 2) ; x + y - 6 = 0$$

$$(2, \dots\dots\dots) ; 3x + y - 7 = 0$$

$$(5, \dots\dots\dots) ; 2x + y = 5$$

แบบทดสอบหลังเรียน

คำชี้แจงให้นักเรียนกากบาท \times คำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวลงในกระดาษคำตอบ (0 คะแนน)

1. คู่อันดับในข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $x - y = 9$

ก. $(-5, 4)$

ข. $(8, -1)$

ค. $(1, 10)$

ง. $(7, 2)$

2. ถ้า $(a, 2)$ เป็นคำตอบของสมการ $2x - 3y = 4$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

ก. 5

ข. 0

ค. 10

ง. -2

3. ถ้า $(5, a)$ เป็นคำตอบของสมการ $4x - 2y = 8$ จงหาค่า a

ก. 14

ข. -6

ค. -14

ง. 6

4. ถ้า $(a, 1)$ เป็นคำตอบของสมการ $2x + 3y - 7 = 0$ จงหาค่า a

ก. 2

ข. 5

ค. -3

ง. -1

5. สมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้สมการใดเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ก. $x^2 + y^2 = 1$

ข. $2x + 2y = 1$

ค. $xy = 5$

ง. $3x - xy + y = 8$

6. คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีจำนวนไม่จำกัดเมื่อใด

ก. เส้นตรงทับกัน

ข. เส้นตรงตัดกันหนึ่งจุด

ค. เส้นตรงขนานกัน

ง. ถูกทุกข้อ

7. คำตอบของสมการ $3x = 7 - y$ และ $5x = 9y + 1$ เท่ากับข้อใด

ก. $(-2, 1)$

ข. $(2, -1)$

ค. $(1, 2)$

ง. $(2, 1)$

8. จงหาคำตอบของสมการ $2x + y - 23 = 0$ และ $4x - y = 19$

ก. $(6, 3)$

ข. $(9, 5)$

ค. $(7, 9)$

ง. $(7, 6)$

9. สมการในข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ก. $3x - y - 1 = 0$

ข. $x - \frac{1}{y} = 2$

ค. $x = 3 - \frac{2}{y}x$

ง. $xy = 1$

10. ค่าของ x และ y ในข้อใดที่ทำให้สมการ $x + y = 12$ และ $x - y = 2$ เป็นจริง

ก. $x = 5, y = -7$

ข. $x = -7, y = -5$

ค. $x = 5, y = 7$

ง. $x = 7, y = 5$

ภาคผนวก



เฉลยกิจกรรมที่ 1

คำชี้แจงจงเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยใช้ x และ y เป็นตัวแปร

1. มีนักเรียนชายและนักเรียนหญิงอยู่ในห้องนี้ 10 คน

$$x + y = 10 \text{ (} x = \text{นักเรียนชาย , } y = \text{นักเรียนหญิง)}$$

2. มีเงาะและส้มในจานนี้ 12 ผล

$$x + y = 12 \text{ (} x = \text{เงาะ , } y = \text{ส้ม)}$$

3. ผลต่างของจำนวนเต็มสองจำนวนเท่ากับ 3

$$x - y = 3$$

4. ในห้องเรียนนี้มีนักกีฬาชายมากกว่านักกีฬาหญิงอยู่ 5 คน

$$x - y = 5 \text{ (} x = \text{ชาย , } y = \text{หญิง)}$$

5. ในตระกร้านี้มีจำนวนไข่ไก่เป็นสองเท่าของจำนวนไข่เป็ด

$$X^2 = y \text{ (} x = \text{ไข่ไก่ , } y = \text{ไข่เป็ด)}$$

เฉลยกิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง จงหาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้

1. $x + 2y = 1$ เมื่อ x, y แทนจำนวนจริง

.... , $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$, $(0, \frac{1}{2})$, $(1, 0)$, $(\frac{1}{4}, \frac{3}{8})$,

2. $2y - x = 4$ เมื่อ x, y แทนจำนวนนับ

$(2, 3)$, $(4, 4)$, $(6, 5)$, $(8, 6)$,

3. $2x + y = 5$ เมื่อ x, y แทนจำนวนเต็มบวก

$(1, 3)$, $(2, 1)$

4. $2x + 3y = 8$ เมื่อ x, y แทนจำนวนจริง

...., $(-6, 6\frac{2}{3})$, $(-4, 5\frac{1}{3})$, $(-1, 3\frac{1}{3})$, $(0, 2\frac{2}{3})$, $(\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3})$,

5. $x - 2y = 0$ เมื่อ x, y แทนจำนวนเต็ม

.... , $(-4, -5)$, $(-2, -4)$, $(0, -3)$, $(2, -2)$,

เฉลยกิจกรรมที่ 3

คำชี้แจงจงหาค่า k ที่ทำให้คู่อันดับที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $x + ky = 3$; $(1, 2)$

วิธีทำ เมื่อแทนค่า $x = 1$ และ $y = 2$

จะได้

$$\begin{aligned} 1 + k2 &= 3 \\ k3 &= 3 \\ k &= \frac{3}{3} \\ k &= 1 \end{aligned}$$

ตอบ 1

2. $kx + 2y = 7$; $(1, 2)$

วิธีทำ เมื่อแทนค่า $x = 1$ และ $y = 2$

จะได้

$$\begin{aligned} k1 + 4 &= 7 \\ K5 &= 7 \\ k &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

ตอบ $\frac{5}{7}$

3. $3x + y = k$; $(3, 1)$

วิธีทำ เมื่อแทนค่า $x = 3$ และ $y = 1$

จะได้

$$\begin{aligned} 9 + 1 &= k \\ 10 &= k \end{aligned}$$

ตอบ 10

4. $2.2x - 4.5y + 5k = 0 ; (0, 0)$

วิธีทำ เมื่อแทนค่า $x = 0$ และ $y = 0$

| | | | |
|-------|--------------------|---|-----|
| จะได้ | $2.2x - 4.5y + 5k$ | = | 0 |
| | $2.2 - 4.5 + 5k$ | = | 0 |
| | $2.7k$ | = | 0 |
| | k | = | 2.7 |

ตอบ 2.7

5. $kx - 8y = 0 ; (2, -4)$

วิธีทำ เมื่อแทนค่า $x = 2$ และ $y = -4$

| | | | |
|-------|-----------|---|----|
| จะได้ | $kx - 8y$ | = | 0 |
| | $k - 32$ | = | 0 |
| | k | = | 32 |
| | k | = | 32 |

ตอบ 32

เฉลยกิจกรรมที่ 4

คำชี้แจง จงหาสมาชิกตัวที่หนึ่งหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ เพื่อให้ได้คู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1, \dots 1 \dots); 2x + 3y = 5$$

$$(\dots 1 \dots, -1); 2x - 3y = 5$$

$$(\dots 4 \dots, 2); x + y - 6 = 0$$

$$(2, \dots 1 \dots); 3x + y - 7 = 0$$

$$(5, \dots -5 \dots); 2x + y = 5$$

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| 1 | | | × | |
| 2 | | | × | |
| 3 | | × | | |
| 4 | × | | | |
| 5 | | | | × |
| 6 | | | × | |
| 7 | | × | | |
| 8 | | | | × |
| 9 | | | × | |
| 10 | | × | | |



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| 1 | | × | | |
| 2 | × | | | |
| 3 | | | | × |
| 4 | × | | | |
| 5 | | × | | |
| 6 | × | | | |
| 7 | | | | × |
| 8 | | | × | |
| 9 | × | | | |
| 10 | | | | × |



บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. แนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา

ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551.

_____. มาตรฐานและตัวชี้วัด ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลาง
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่ง
ประเทศไทย, 2551.

โชคชัย สิริหาญอุดม.แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม1 สาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม.

กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์, 2552.

ถวัลย์ มาศจรัส. นวัตกรรมการศึกษาชุดการเขียนแผนการเรียนรู้แบบบูรณาการเพื่อพัฒนาผู้เรียน

และการจัดทำผลงานทางวิชาการ. กรุงเทพฯ : 21 เซ็นจูรี, 2546.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

กรุงเทพฯ : แม็ค, 2551.

นพพร แหยมแสง. คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

กรุงเทพฯ : แม็ค, 2551.

ยุพิน พิพิธกุล. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.), 2549.

_____. ชุดกิจกรรมพัฒนาการคิดวิเคราะห์เสริมสร้างคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงาม

คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.), 2550.

วาสนา ทองการุณ. คณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม1 รายวิชาพื้นฐาน. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์, 2555.

วิจิต เพชรแดง. แบบประเมินผลตามตัวชี้วัด คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์

เซ็นเตอร์, 2553.

ลำลี รักสุธี. คู่มือการจัดทำสื่อ นวัตกรรมและแผนฯ ประกอบสื่อ นวัตกรรม. กรุงเทพฯ : พัฒนา

ศึกษา, 2553.

สุเทพ จันทร์สมบุญกุล และคณะ. คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์, 2553.

อนันต์ โพธิกุล และคณะ. แบบฝึกทักษะ/กระบวนการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์, 2549.

ประวัติย่อผู้จัดทำ

ข้อมูลทั่วไป

ชื่อ – สกุล นางนิตยา บุญเลิศ

วัน เดือน ปีเกิด 22 กุมภาพันธ์ 2514

ที่อยู่ปัจจุบัน เลขที่ 22 หมู่ 6 ต.บุแกรง อ.จอมพระ จ.สุรินทร์ 32180

สถานที่ทำงาน โรงเรียนบุแกรงวิทยาคม ต.บุแกรง อ.จอมพระ

จ.สุรินทร์ 32180

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33

เบอร์โทรศัพท์ 089-8443700, 091-0403512



ประวัติการศึกษา

- พ.ศ.2530 จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จากโรงเรียนท่าตูมประชาเสรมวิทย์ อ.ท่าตูม จ.สุรินทร์

- พ.ศ.2533 จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

จากโรงเรียนท่าตูมประชาเสรมวิทย์ อ.ท่าตูม จ.สุรินทร์

- พ.ศ.2537 จบครุศาสตร์บัณฑิต เอกการวัดผลการศึกษา วิชาโทภาษาไทย

จากมหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์

ประวัติการทำงาน

- พ.ศ. 2538-2541 ตำแหน่งอาจารย์ 1 ระดับ 3

โรงเรียนลานทรายพิทยาคม อ.ท่าตูม จ.สุรินทร์

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33

- พ.ศ.2541-ปัจจุบัน ตำแหน่ง ครูชำนาญการ

โรงเรียนบุแกรงวิทยาคม อ.จอมพระ จ.สุรินทร์

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33