

แบบทดสอบก่อนเรียน  
เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ และค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

คำชี้แจง

1.ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวจากตัวเลือก ก, ข, ค, ง แล้วเขียนเครื่องหมาย X ในกระดาษคำตอบ

2.แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ใช้เวลา 15 นาที

1.จุดปลายของข้อใดมีจุดปลายต่างจากข้ออื่น

ก.  $\frac{25\pi}{6}$

ข.  $-\frac{11\pi}{4}$

ค.  $-\frac{27\pi}{3}$

ง.  $\frac{5\pi}{12}$

2.ถ้ากำหนด  $\theta = \frac{\pi}{6}$  มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. แบ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 12 ส่วนเท่าๆกัน

ข. แบ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 6 ส่วนเท่าๆกัน

ค. แบ่งครึ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 12 ส่วนเท่าๆกัน

ง. แบ่งครึ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 6 ส่วน

3.แนวคิดการหาจุดปลายของ  $\theta = \frac{25\pi}{6}$  ตรงกับข้อใด

ก.  $4\pi + \frac{\pi}{6}$

ข.  $\frac{9\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$

ค.  $5\pi - \frac{5\pi}{6}$

ง. ใช้ได้ทุกแนวความคิด

4.จุดปลายของ  $\theta = -7$  อยู่ตรงกับจุดภาคใด

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

5. ความหมายของวงกลมหนึ่งหน่วยคือข้อใด

- ก.  $\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I} \mid x^2 + y^2 = 1\}$
- ข.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$
- ค.  $\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$
- ง.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{I} \mid x^2 + y^2 = 1\}$

6. ในการวัดทิศทางของจุดปลายของ  $\theta$  สามารถได้ทิศทางใดบ้าง

- ก. ถ้า  $\theta > 0$  จะวัดทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
- ข. ถ้า  $\theta > 0$  จะวัดทิศทางตามเข็มนาฬิกา
- ค. ถ้า  $\theta < 0$  จะวัดทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
- ง. มีคำตอบมากกว่า 2 คำตอบ

7. เรนจ์ของฟังก์ชันไซน์และฟังก์ชันโคไซน์มีความแตกต่างกันหรือไม่

- ก. ไม่แตกต่างกัน คือ เป็นจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1
- ข. ไม่แตกต่างกัน คือ เป็นจำนวนจริงระหว่าง -1 ถึง 1
- ค. แตกต่างกัน คือ เรนจ์ของฟังก์ชันไซน์ เป็นจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1 ส่วน ฟังก์ชันโคไซน์ คือ

จำนวนจริง

- ง. แตกต่างกัน คือ เรนจ์ของฟังก์ชันโคไซน์ เป็นจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1 ส่วน ฟังก์ชันไซน์ คือ

จำนวนจริง

8. จุดเริ่มต้นของการวัดทิศทางของ  $\theta$  เริ่มต้นจากจุดใด

- ก. (0, 1)
- ข. (1, 0)
- ค. (0, -1)
- ง. (-1, 0)

9. จากความสัมพันธ์ของวงกลมหนึ่งหน่วย จะได้ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นอย่างไร

- ก.  $\cos \theta^2 + \sin \theta^2 = 1$
- ข.  $\cos^2 \theta + \sin \theta^2 = 1$
- ค.  $\cos \theta^2 + \sin^2 \theta = 1$
- ง.  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

10. ความยาวส่วนโค้งของวงกลม 1 รอบ มีความยาวส่วนโค้งยาวกี่หน่วย

- ก.  $\pi$
- ข.  $4\pi$
- ค.  $3\pi$
- ง.  $2\pi$

11. กำหนด  $\theta = \frac{11\pi}{6}$  จงบอกทิศทางของ  $\theta$  และค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$

- ก. หมุนตามเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงบวก และ จจริงลบตามลำดับ
- ข. หมุนทวนเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงบวก และ จจริงลบตามลำดับ
- ค. หมุนตามเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงลบ และ จจริงบวกตามลำดับ
- ง. หมุนทวนเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงลบ และ จจริงบวกตามลำดับ

12. ข้อใดที่ไม่เป็นคำตอบของ  $\sin\theta = 0$

- ก. 0
- ข.  $\frac{\pi}{2}$
- ค.  $-7\pi$
- ง.  $\frac{-12\pi}{4}$

13. ค่าของ  $\tan(-5,970^\circ)$  เท่ากับเท่าไร

- ก. 1
- ข.  $\sqrt{3}$
- ค.  $-\sqrt{3}$
- ง.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

14.  $\sin(2n\pi + \theta)$  มีค่าตรงกับข้อใด

- ก.  $-\sin\theta$
- ข.  $-\cos\theta$
- ค.  $\sin\theta$
- ง.  $\cos\theta$

15. กำหนด  $\cos\theta = \frac{3}{5}$  และ  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  ค่าของ  $\sin(\theta - \pi)$  ตรงกับข้อใด

- ก.  $-\frac{4}{5}$
- ข.  $-\frac{3}{5}$
- ค.  $\frac{4}{5}$
- ง.  $\frac{3}{5}$

16.จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A)  $\sin \frac{333\pi}{54} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B)  $\cos \frac{-19\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- ก. A ถูก B ผิด
- ข. A ผิด B ถูก
- ค. ผิดทั้งคู่
- ง. ถูกทั้งคู่

จากข้อมูลต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 7 – 10

$$\pi = 3.1416$$

$$2\pi = 6.2832$$

$$\frac{\pi}{2} = 1.5708$$

$$\frac{3\pi}{2} = 4.7124$$

$$\frac{\pi}{3} = 1.0472$$

$$\frac{2\pi}{3} = 2.0944$$

$$\frac{\pi}{2} = 1.5708$$

$$\frac{3\pi}{2} = 4.7124$$

$$\frac{\pi}{4} = 0.7854$$

$$\frac{3\pi}{4} = 2.3562$$

$$\frac{\pi}{6} = 0.5236$$

$$\frac{5\pi}{6} = 2.6180$$

และใช้ตัวเลือกต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7 – 10

- ก. 1
- ข. 2
- ค. 3
- ง. 4

17.  $\sin \theta = 0.48$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

18.  $\sin \theta = -0.52$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

19.  $\cos \theta = 0.91$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

20.  $\cos \theta = -0.85$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

## ใบความรู้ที่ 1.1 ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

### เรื่องก่อนเข้าสู่บทเรียน.....

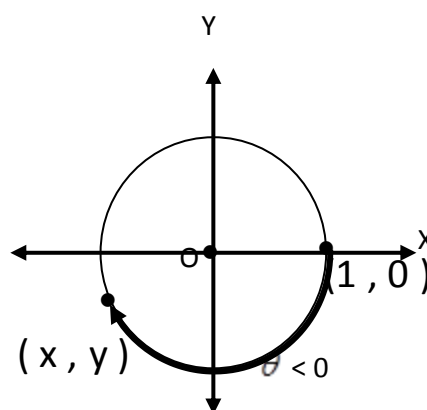
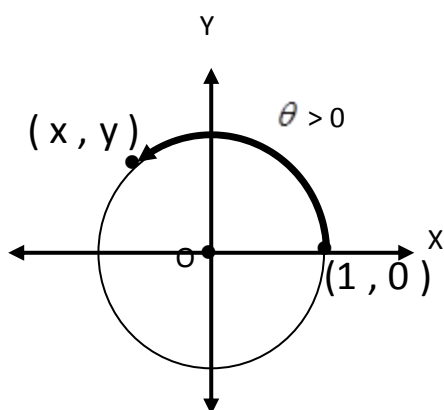
ตรีโกณมิติ (Trigonometry) เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณเกี่ยวกับด้าน และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม โดยที่ชาวอียิปต์โบราณได้คิดค้นมาเพื่อใช้ในการก่อสร้างพีระมิด ต่อมาในศตวรรษที่ 17 มีการปฏิวัติการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปเกิดแนวความคิดจากการเปลี่ยนคณิตศาสตร์มาเป็นการศึกษา เรื่อง การวิเคราะห์ฟังก์ชัน ทำให้วิชาตรีโกณมิติเปลี่ยนความสนใจจากการแก้ไขเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเกี่ยวข้องกับมุมเท่ากัน โดยขยายวงกว้างไปเป็นการศึกษาฟังก์ชันของตัวแปรที่เป็นจำนวนจริงไม่ใช่เพียงฟังก์ชันของมุมอีกต่อไป

### (1) วงกลมหนึ่งหน่วย ในระบบแกนพิกัดฉาก

วงกลมหนึ่งหน่วย คือ เซตของจุดทุกจุดในระนาบที่ห่างจากจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด เป็นระยะทาง 1 หน่วย

และมีความสัมพันธ์ว่า  $\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1 \}$

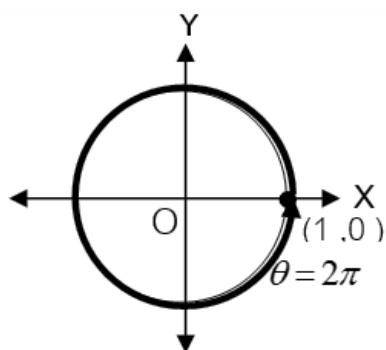
ความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยมีค่าเท่ากับ  $2\pi = 2\pi(1) = 2\pi$  หน่วย



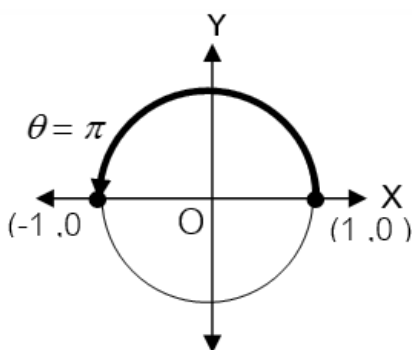
จากรูป เมื่อกำหนดจำนวนจริง  $\theta$  (ทีตา) ให้ แล้วระยะจากจุด  $(1,0)$  ไปตามความยาวส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ให้ยาว  $|\theta|$  หน่วย จะถึงจุด  $(x, y)$  ซึ่งอยู่บนวงกลมหนึ่งหน่วย และมีข้อตกลงดังนี้

- ถ้า  $\theta > 0$  จะวัดส่วนโค้งจากจุด  $(1,0)$  ไปในทิศทาง ทวนเข็มนาฬิกา
- ถ้า  $\theta < 0$  จะวัดส่วนโค้งจากจุด  $(1,0)$  ไปในทิศทาง ตามเข็มนาฬิกา
- ถ้า  $\theta = 0$  แล้ว จุดปลายส่วนโค้ง จะอยู่ที่จุด  $(1,0)$  ซึ่งก็คือจุดเริ่มต้นในการวัด

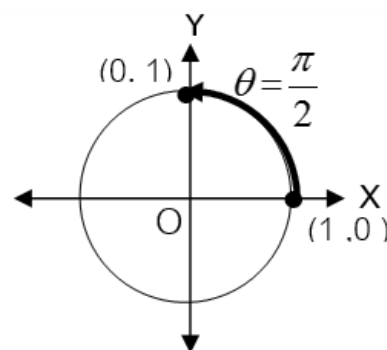
(2) การแบ่งความยาวส่วนโค้ง ของวงกลมหนึ่งหน่วย



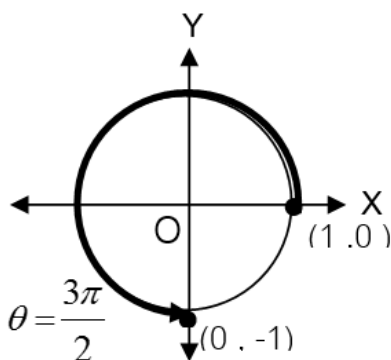
ความยาว 1 รอบ  $\theta = 2\pi$



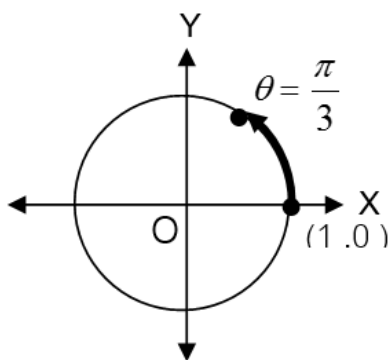
ความยาวครึ่งรอบ  $\theta = \pi$



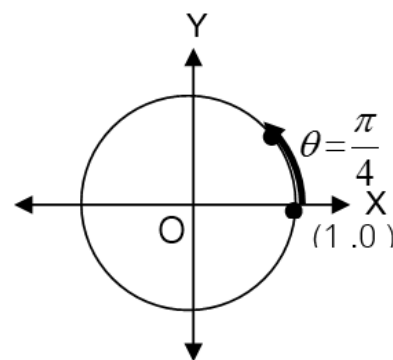
ความยาว  $\frac{1}{4}$  ของรอบ  $\theta = \frac{\pi}{2}$



ความยาว  $\frac{3}{2}$  ของรอบ  $\theta = \frac{3\pi}{2}$



ความยาว  $\frac{1}{6}$  รอบ  $\theta = \frac{\pi}{3}$

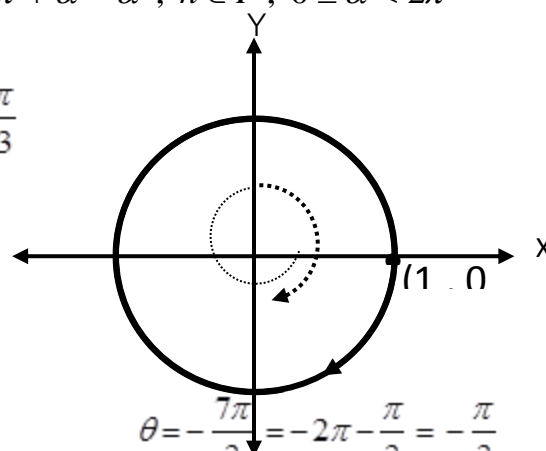
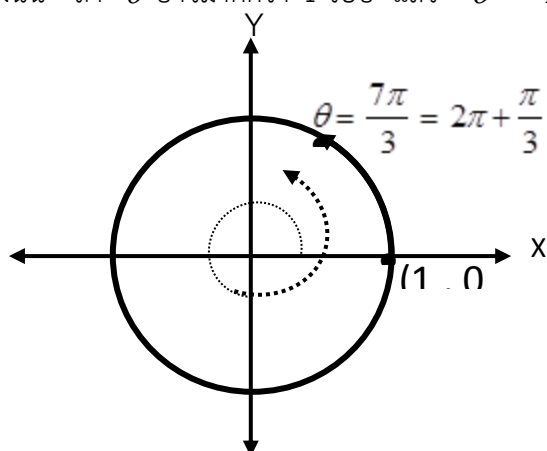


ความยาว  $\frac{1}{8}$  ของรอบ  $\theta = \frac{\pi}{4}$

**ข้อสังเกต** เกี่ยวกับความยาวส่วนโค้งและวงกลมหนึ่งหน่วย

1) ถ้าความยาวส่วนโค้ง  $\theta$  หน่วยที่กำหนดให้ ยาวมากกว่า 1 รอบ ( $|\theta| > 2\pi$ ) ความยาวที่มากกว่านั้นก็จะวนกลับมาเริ่มต้นวัดที่จุด  $(1,0)$  เป็นรอบต่อไปเรื่อย ๆ และจุดสิ้นสุดก็จะตกอยู่ที่จุดใดจุดหนึ่งบนส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย นั่นเอง

ดังนั้น ถ้า  $\theta$  ยาวมากกว่า 1 รอบ แล้ว  $\theta = 2n\pi + \alpha = \alpha$  ;  $n \in I$  ,  $0 \leq \alpha < 2\pi$



**ตัวอย่างที่ 1** จงหาว่า จุดปลายส่วนโค้ง  $\theta$  หน่วยที่กำหนดให้จะตกอยู่บนส่วนโค้งในควอดรันต์ใด ของวงกลมหนึ่งหน่วย

(1) เมื่อ  $\theta = \frac{19\pi}{3}$

วิธีทำ  $\theta = \frac{19\pi}{3} = \dots\dots\dots$

ตอบ จุดปลายส่วนโค้ง อยู่ใน.....

(3) เมื่อ  $\theta = -\frac{29\pi}{4}$

วิธีทำ  $\theta = -\frac{29\pi}{4} = \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots$

ตอบ จุดปลายส่วนโค้ง อยู่ใน.....

(2) เมื่อ  $\theta = \frac{59\pi}{6}$

วิธีทำ  $\theta = \frac{59\pi}{6} = \dots\dots\dots$

ตอบ จุดปลายส่วนโค้ง อยู่ใน.....

(4) เมื่อ  $\theta = -\frac{105\pi}{2}$

วิธีทำ  $\theta = -\frac{105\pi}{2} = \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots$

ตอบ จุดปลายส่วนโค้ง อยู่ใน.....

2) วงกลมหนึ่งหน่วย มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด เป็นกราฟของความสัมพันธ์

$$\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1 \}$$

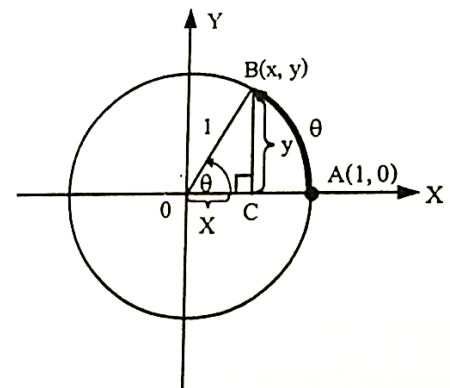
จะเห็นว่า  $-1 \leq x \leq 1$  ,  $-1 \leq y \leq 1$

ดังนั้น เรนจ์ ของฟังก์ชันทั้งสองคือ เซตของจำนวนจริง ตั้งแต่  $-1$  ถึง  $1$  โดยที่ โดเมนคือ  $\mathbb{R}$

### ฟังก์ชันไซน์และฟังก์ชันโคไซน์ (Sine and Cosine Function)

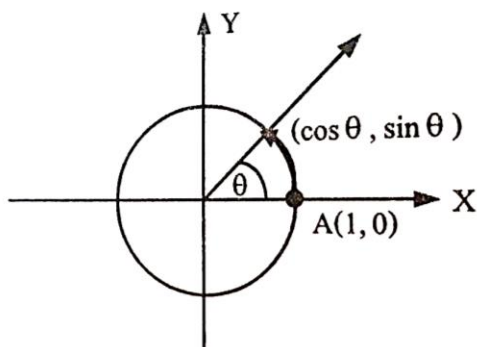
สำหรับการหาค่าของ  $\sin$  และ  $\cos$  ของมุมซึ่งเป็นค่าอัตราส่วนของความยาวด้านในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งในส่วนนี้เราจะพิจารณาค่าของ  $\sin$  ,  $\cos$  ในลักษณะของฟังก์ชัน

กำหนดให้  $\theta$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่แทนความยาวส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่วัดจากจุด  $A(1,0)$  ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาไปยังจุด  $B(x, y)$  บนเส้นรอบวงของวงกลม ดังนั้น มุม  $\angle AOB$  ซึ่งรองรับส่วนโค้งนี้จะมีขนาด  $\theta$  ด้วยลาก  $BC$  ตั้งฉากกับ  $OA$  ที่จุด  $C$



ใน  $\triangle BOC$  ,  $\sin \theta = \frac{BC}{OB} = \frac{y}{1} = y$

$\cos \theta = \frac{OC}{OB} = \frac{x}{1} = x$

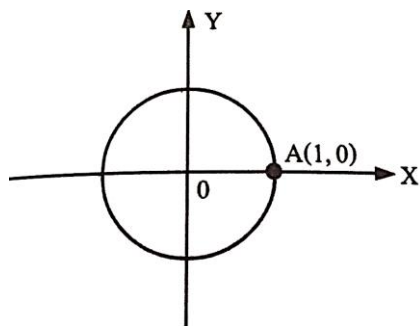


นั่นคือ  $x = \cos \theta$  และ  $y = \sin \theta$

เนื่องจาก  $(x, y)$  คือ พิกัดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย หากเราทราบพิกัดของจำนวนจริงใดๆ ที่แทนความยาวของส่วนโค้งของวงกลม ( $\theta$ )

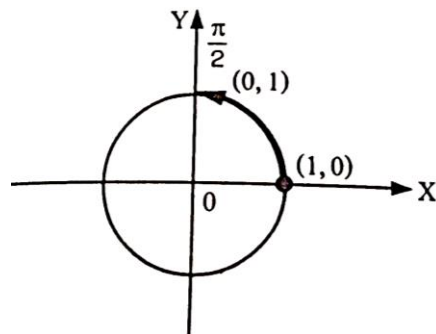
**ตัวอย่าง** จงหาค่าของ  $\sin \theta$  และ  $\cos \theta$  เมื่อกำหนด  $\theta$  แทนจำนวนจริง  $0, \frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}$

**แนวคิด**



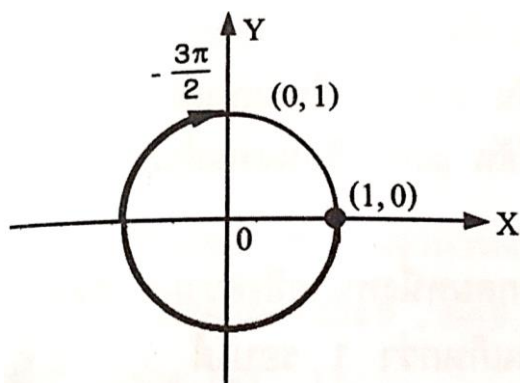
จำนวนจริง 0 อยู่ที่พิกัด  $(x, y) = (1, 0)$

ดังนั้น  $\cos 0 = x = 1, \sin 0 = y = 0$



จำนวนจริง  $\frac{\pi}{2}$  อยู่ที่พิกัด  $(x, y) = (0, 1)$

ดังนั้น  $\cos \frac{\pi}{2} = x = 0, \sin \frac{\pi}{2} = y = 1$



จำนวนจริง  $-\frac{3\pi}{2}$  อยู่ที่พิกัด  $(x, y) = (0, 1)$

ดังนั้น  $\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = x = 0, \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = y = 1$

จากตัวอย่างที่กล่าวมา จะเห็นว่าค่า  $\theta$  จะสัมพันธ์กับพิกัด  $(x, y)$  ไม่ว่า  $\theta$  จะเป็นมุมหรือเป็นจำนวนจริงใดๆ ที่แทนความยาวส่วนโค้งของวงกลมในวงกลมหนึ่งหน่วย และจะเห็นว่า  $\theta$  ค่าใดค่าหนึ่งจะสัมพันธ์กับพิกัด  $(x, y)$  ได้พิกัดเดียว

การพิจารณาเครื่องหมาย ค่าของ  $\sin \theta$  และ  $\cos \theta$  ในแต่ละจัตุภาค มีหลักการในการพิจารณาเครื่องหมายของ  $\cos \theta$  เหมือน  $x$  และ เครื่องหมายของ  $\sin \theta$  เหมือน  $y$



### แบบฝึกทักษะที่ 1.1.1

กำหนด  $P(\theta)$  เป็นจุดปลายส่วนโค้งบนวงกลมหนึ่งหน่วยยาว  $\theta$  หน่วย เมื่อ  $\theta$  เป็นจำนวนจริงใดๆ จงหาพิกัดในแต่ละข้อ

- |  |  |
|--|--|
| 1. $P(0)$ มีพิกัดอยู่ที่.....                          | 2. $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$ มีพิกัดอยู่ที่.....   |
| 3. $P(\pi)$ มีพิกัดอยู่ที่ .....                       | 4. $P\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ มีพิกัดอยู่ที่ ..... |
| 5. $P(2\pi)$ มีพิกัดอยู่ที่.....                       | 6. $P\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ มีพิกัดอยู่ที่ ..... |
| 7. $P\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$ มีพิกัดอยู่ที่..... | 8. $P(-3\pi)$ มีพิกัดอยู่ที่.....                      |
| 9. $P(10\pi)$ มีพิกัดอยู่ที่.....                      | 10. $P(-6\pi)$ มีพิกัดอยู่ที่.....                     |

### แบบฝึกทักษะที่ 1.1.2

กำหนด  $P(\theta)$  เป็นจุดปลายส่วนโค้งบนวงกลมหนึ่งหน่วยยาว  $\theta$  หน่วย เมื่อ  $\theta$  เป็นจำนวนจริงใดๆ จงหาว่า  $P(\theta)$  อยู่ในจัตุภาคใด หรือ อยู่บนแกน X หรือ แกน Y

1.  $P(0)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

2.  $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

3.  $P(\pi)$  มีพิกัดอยู่ที่ .....

4.  $P\left(\frac{\pi}{8}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่ .....

5.  $P\left(\frac{17\pi}{8}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

6.  $P\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

7.  $P\left(-\frac{101\pi}{7}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

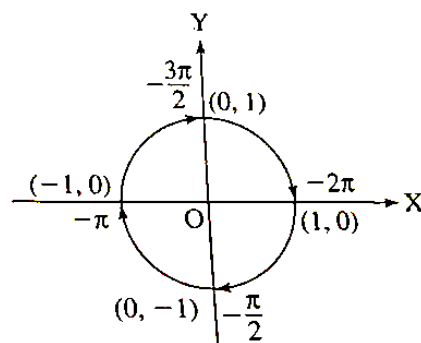
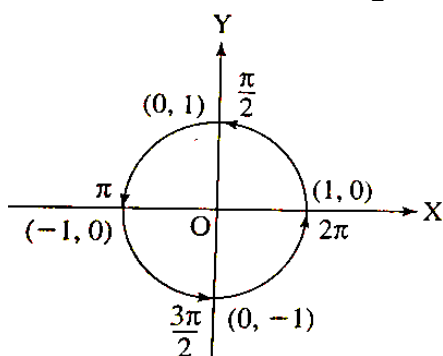
8.  $P\left(\frac{27\pi}{5}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

9.  $P\left(-\frac{111\pi}{9}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

10.  $P\left(\frac{-2010\pi}{11}\right)$  มีพิกัดอยู่ที่.....

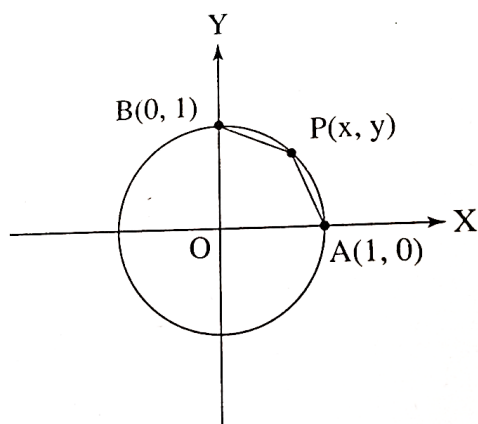
**ใบความรู้ที่ 1.2**  
**ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์**

ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$



$\theta$ ฟังก์ชัน	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	$-2\pi$
sin	0	1							
cos	1	0							

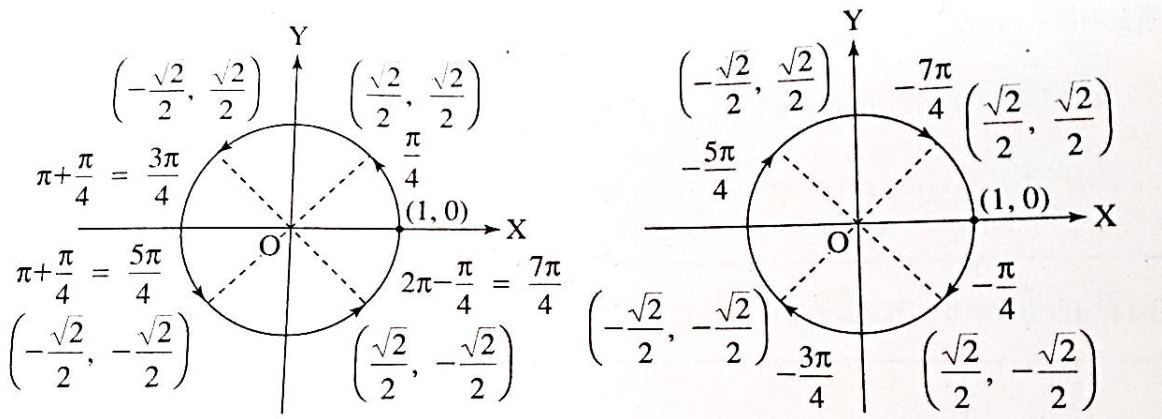
ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง  $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$



จากรูป  $P(x,y)$  เป็นจุดปลายส่วนโค้งที่ยาว  $\frac{\pi}{4}$  หน่วย

วัดจากจุด (1, 0) และจุดกึ่งกลางของส่วนโค้ง AB  
จะได้คอร์ด PA ยาวเท่ากับคอร์ด PB

ดังนั้นพิกัดของจุด  $P(x, y)$  คือ  $P\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  หรือ  $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  ส่วนจุดอื่นๆ หาได้จากภาพสะท้อนของจุด P

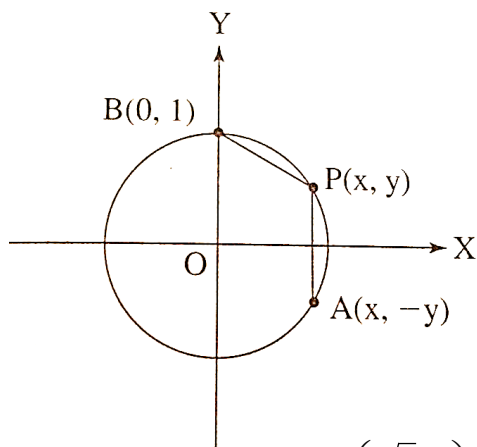


$\theta$ ฟังก์ชัน	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{7\pi}{4}$
sin	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$						
cos	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$						

ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง  $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \dots, \frac{(2n+1)\pi}{4}$  และ

$-\frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}, -\frac{7\pi}{4}, \dots, -\frac{(2n+1)\pi}{4}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

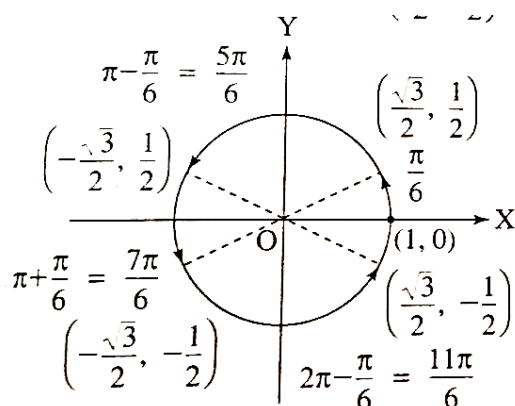
ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง  $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$



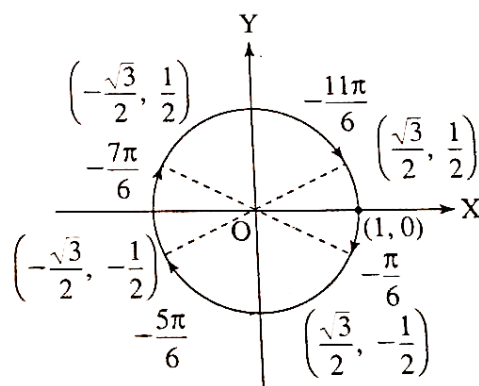
จากรูป  $P(x, y)$  เป็นจุดปลายส่วนโค้งที่ยาว  $\frac{\pi}{6}$  หน่วย

วัดจากจุด  $(1, 0)$  และจุดกึ่งกลางของส่วนโค้ง  $AB$  จะได้คอร์ด  $PA$  ยาวเท่ากับคอร์ด  $PB$

ดังนั้นพิกัดของจุด  $P(x, y)$  คือ  $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  ส่วนจุดอื่นๆ หาได้จากภาพสะท้อนของจุด  $P$



ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

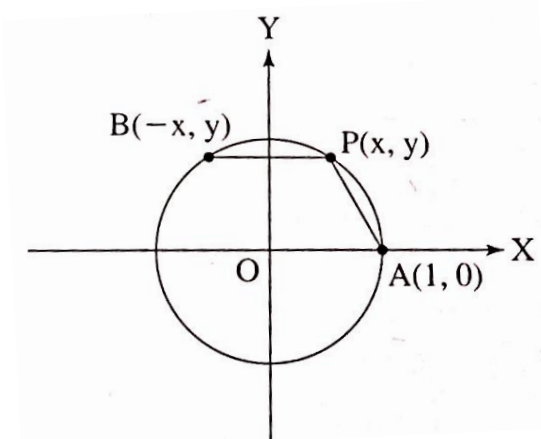


ทิศทางตามเข็มนาฬิกา

$\theta$ ฟังก์ชัน	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{11\pi}{6}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			$-\frac{1}{2}$			
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$			$\frac{\sqrt{3}}{2}$				$\frac{\sqrt{3}}{2}$

ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง  $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}, 2n\pi \pm \frac{5\pi}{6}, 2n\pi \pm \frac{7\pi}{6}$  และ  $2n\pi \pm \frac{11\pi}{6}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

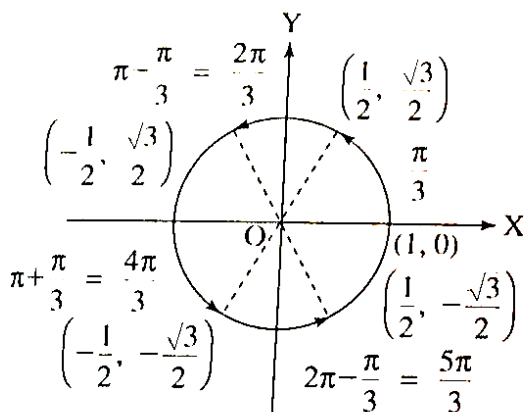
ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง  $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$



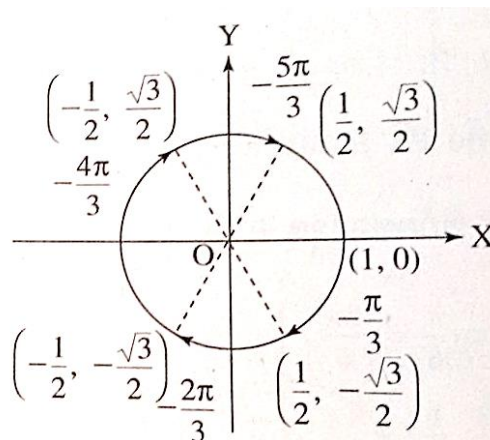
จากรูป  $P(x, y)$  เป็นจุดปลายส่วนโค้งที่ยาว  $\frac{\pi}{6}$  หน่วย

วัดจากจุด  $(1, 0)$  และจุดกึ่งกลางของส่วนโค้ง  $AB$  จะได้คอร์ด  $PA$  ยาวเท่ากับคอร์ด  $PB$

ดังนั้นพิกัดของจุด  $P(x, y)$  คือ  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  ส่วนจุดอื่นๆ หาได้จากภาพสะท้อนของจุด  $P$



ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

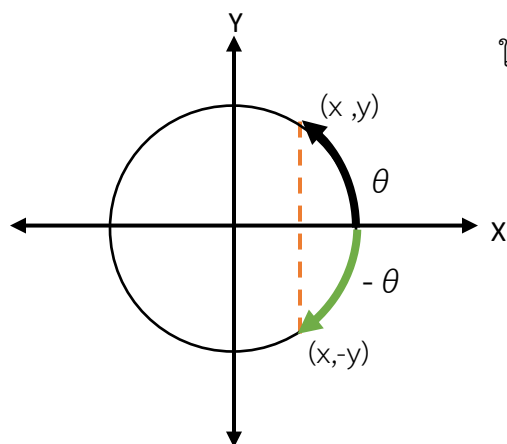


ทิศทางการตามเข็มนาฬิกา

$\theta$ ฟังก์ชัน	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{3}$
sin	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$

ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง  $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, 2n\pi \pm \frac{4\pi}{3}$  และ  $2n\pi \pm \frac{5\pi}{3}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง



ให้จุด  $(x, y)$  และจุด  $(x, -y)$  ซึ่งเราสามารถอธิบายได้ว่า

$$x = \cos \theta \quad y = \sin \theta$$

$$x = \cos(-\theta) \quad -y = \sin(-\theta)$$

ดังนั้น

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

ถ้า  $\theta > 2\pi$  และหาร  $\theta$  ด้วย  $2\pi$  แล้ว เราจะรู้คำตอบของผลการหาร คือ  $n$  และ เศษคือ  $\alpha$  (alpha) นั่นคือ  $\theta = 2n\pi + \alpha$  เมื่อ  $n \in \mathbb{I}^+$  และ  $0 \leq \alpha < 2\pi$ .

วัดความยาวส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จากจุด (1,0) ถึง  $\theta$  หน่วย และ วัดโดย  $\alpha$

กรณีที่ 1

$$\sin(2n\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(2n\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

ตัวอย่าง จงหาคำตอบ

$$1. \sin\left(-\frac{33\pi}{4}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \sin\left(-\frac{33\pi}{4}\right) &= -\sin\left(\frac{33\pi}{4}\right) && \text{ใช้สมบัติ } \sin(-\theta) = -\sin \theta \\ &= -\sin\left(8\pi + \frac{\pi}{4}\right) && \longrightarrow \sin(2n\pi + \alpha) = \sin \alpha \\ &= -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} && \text{Ans.} \end{aligned}$$

$$2. \cos\left(-\frac{19\pi}{3}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \cos\left(-\frac{19\pi}{3}\right) &= \cos\left(\frac{19\pi}{3}\right) && \text{ใช้สมบัติ } \cos(-\theta) = \cos \theta \\ &= \cos\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) && \longrightarrow \cos(2n\pi + \alpha) = \cos \alpha \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} && \text{Ans.} \end{aligned}$$

วัดความยาวส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จากจุด (1,0) ถึง  $\theta$  หน่วย และ วัดโดย  $-\alpha$ .

กรณีที่ 2

$$\sin(2n\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(2n\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

ตัวอย่าง จงหาคำตอบ

$$1. \sin\left(\frac{79\pi}{6}\right)$$

วิธีทำ  $\sin\left(\frac{79\pi}{6}\right) = \sin\left(10\pi - \frac{\pi}{6}\right)$  ใช้สมบัติ  $\sin(2n\pi - \alpha) = -\sin \alpha$

$$= -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= -\frac{1}{2} \quad \text{Ans}$$

$$2. \cos\left(\frac{11\pi}{3}\right)$$

วิธีทำ  $\cos\left(\frac{11\pi}{3}\right) = \cos\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right)$  ใช้สมบัติ  $\cos(2n\pi - \alpha) = \cos \alpha$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \quad \text{Ans}$$

วัดความยาวส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จากจุด (-1,0) กับ  $\theta$  หน่วย และ วัดโดย  $\alpha$  .

กรณีที่ 3

$$\sin((2n-1)\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos((2n-1)\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

หมายเหตุ: เมื่อ  $n = \{1, 2, 3, \dots\}$



ตัวอย่าง จงหาคำตอบ

1.  $\sin\left(\frac{29\pi}{4}\right)$

วิธีทำ  $\sin\left(\frac{29\pi}{4}\right) = \sin\left(7\pi + \frac{\pi}{4}\right)$  ใช้สมบัติ  $\sin((2n-1)\pi + \alpha) = -\sin\alpha$

$$= -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{Ans.}$$

2.  $\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)$

วิธีทำ  $\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right) = \cos\left(5\pi + \frac{\pi}{6}\right)$  ใช้สมบัติ  $\cos((2n-1)\pi + \alpha) = -\cos\alpha$

$$= -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{Ans.}$$

วัดความยาวส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จากจุด  $(-1,0)$  กับ  $\theta$  หน่วย และ วัดโดย  $-\alpha$

กรณีที่ 4

$$\sin((2n-1)\pi - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos((2n-1)\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

หมายเหตุ: เมื่อ  $n = \{1, 2, 3, \dots\}$

ตัวอย่าง จงหาคำตอบ

1.  $\sin\left(\frac{27\pi}{4}\right)$

วิธีทำ  $\sin\left(\frac{27\pi}{4}\right) = \sin\left(7\pi - \frac{\pi}{4}\right)$  ใช้สมบัติ  $\sin((2n-1)\pi - \alpha) = \sin\alpha$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{Ans.}$$

$$2. \cos\left(\frac{29\pi}{6}\right)$$

วิธีทำ

$$\cos\left(\frac{29\pi}{6}\right)$$

$$= \cos\left(5\pi - \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{ใช้สมบัติ } \cos((2n-1)\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$= -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{Ans.}$$

แบบฝึกทักษะที่ 1.2.1

1.จงหาค่า  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  เมื่อ  $\theta$  เป็นจำนวนจริง โดยกำหนด  $P(\theta)$  ให้ในแต่ละข้อ

$\theta$	$\sin\theta$	$\cos\theta$
$P(0)$		
$P\left(\frac{\pi}{2}\right)$		
$P\left(\frac{3\pi}{2}\right)$		
$P\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$		
$P\left(\frac{37\pi}{2}\right)$		
$P\left(\frac{71\pi}{2}\right)$		
$P\left(-\frac{71\pi}{2}\right)$		
$P\left(\frac{85\pi}{2}\right)$		
$P(-3\pi)$		
$P(4\pi)$		

แบบฝึกทักษะที่ 1.2.1

1. จงหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อ

1.  $\sin \pi + \sin 2\pi - \sin(-\pi)$

.....  
 .....  
 .....

2.  $\cos \pi + \cos 3\pi - \cos(-\pi)$

.....  
 .....  
 .....

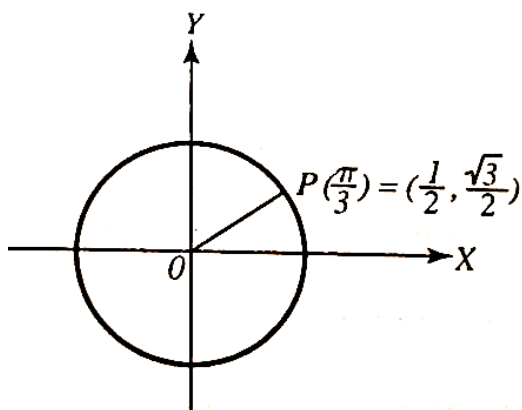
3.  $\sin 0 + \sin \frac{\pi}{2} - \cos(-\pi) + \cos(2\pi)$

.....  
 .....  
 .....

4.  $\sin^2 0 + \sin^2 \frac{\pi}{2} + \sin^2 \pi + \cos^2 0 + \cos^2 \frac{\pi}{2} + \cos^2 \pi$

.....  
 .....

2. ใช้วงกลมหนึ่งหน่วยที่กำหนดให้ตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้



รูปที่กำหนดให้ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 10

1.  $\sin \frac{5\pi}{6}$  = .....

2.  $\cos \frac{7\pi}{6}$  = .....

3.  $\sin \frac{11\pi}{6}$  = .....

4.  $\cos \frac{13\pi}{6}$  = .....

5.  $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$

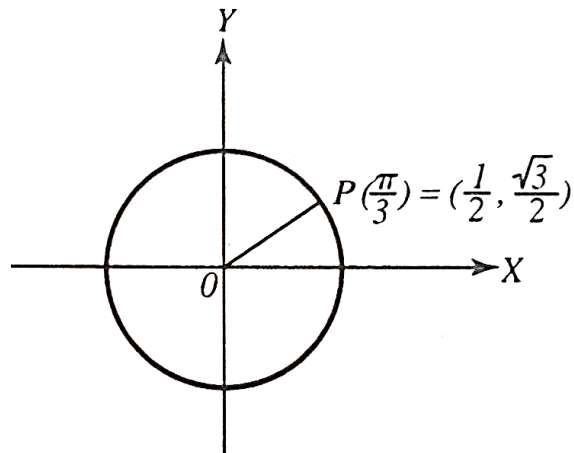
6.  $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$

7.  $\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$

8.  $\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$

9.  $\sin\left(-\frac{31\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$

10.  $\cos\left(\frac{107\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$



รูปที่กำหนดให้ใช้ตอบคำถามข้อ 11 - 20

11.  $\sin\frac{2\pi}{3} = \dots\dots\dots$

12.  $\cos\frac{4\pi}{3} = \dots\dots\dots$

13.  $\sin\frac{7\pi}{3} = \dots\dots\dots$

14.  $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$

15.  $\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$

16.  $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$

$$17. \sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

$$18. \cos\left(\frac{35\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

$$19. \sin\left(-\frac{35\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

$$20. \cos\left(-\frac{500\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

3. กำหนดให้  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  และ  $\sin\theta = 0.6$  จงหาค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$1. \cos\theta = \dots\dots\dots$$

$$2. \sin(\pi - \theta) = \dots\dots\dots$$

$$3. \cos(\pi + \theta) = \dots\dots\dots$$

$$4. \cos(-\theta) = \dots\dots\dots$$

$$5. \sin(\theta - \pi) = \dots\dots\dots$$

$$6. \sin(2\pi - \theta) = \dots\dots\dots$$

$$7. \cos(2\pi + \theta) = \dots\dots\dots$$

$$8. \sin(\theta - \pi) = \dots\dots\dots$$

$$9. \cos(-100\pi + \theta) = \dots\dots\dots$$

$$10. \sin(-\theta - 59\pi) = \dots\dots\dots$$

4. จงเขียนค่าของฟังก์ชันโคไซน์และไซน์ของจำนวนจริงในแต่ละข้อให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของ

จำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง  $\frac{\pi}{2}$  (กำหนด  $\pi = 3.14$ )

$$1. \cos 4 = \dots\dots\dots$$

$$2. \sin 6 = \dots\dots\dots$$

$$3. \cos 8 = \dots\dots\dots$$

$$4. \cos 12 = \dots\dots\dots$$

$$5. \sin 20 = \dots\dots\dots$$

$$6. \sin(-0.43) = \dots\dots\dots$$

$$7. \cos(-5) = \dots\dots\dots$$

$$8. \sin(-7.24) = \dots\dots\dots$$

$$9. \cos(-15.6) = \dots\dots\dots$$

$$10. \sin(-49.67) = \dots\dots\dots$$

5. จงหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อ

$$1. \cos 0 \cdot \cos \pi \cdot \cos 2\pi = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$2. \cos^2 \pi \cdot \cos 0 - 3 \sin^2 \frac{3\pi}{2} \cos(-\pi) + \sin \frac{\pi}{2} \sin \left( -\frac{3\pi}{2} \right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$3. \sin^2 \left( -\frac{11\pi}{6} \right) + \cos^2 \left( -\frac{5\pi}{3} \right) - \sin \left( -\frac{5\pi}{4} \right) \cdot \cos \left( -\frac{5\pi}{2} \right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$4. \sin \left( \frac{8\pi}{3} \right) + \cos \left( \frac{43\pi}{6} \right) - \sin \left( -\frac{47\pi}{4} \right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$5. \cos \left( -\frac{71\pi}{6} \right) + \sin \left( -\frac{29\pi}{3} \right) - \sin \left( -\frac{29\pi}{4} \right) - \sin \left( -\frac{11\pi}{4} \right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$6. \cos^2 \frac{\pi}{5} + \cos \pi + \sin^2 \frac{\pi}{5} + \sin \frac{3\pi}{2}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

แบบทดสอบหลังเรียน  
เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ และค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

คำชี้แจง

- 1.ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวจากตัวเลือก ก, ข, ค, ง แล้วเขียนเครื่องหมาย X ในกระดาษคำตอบ
- 2.แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ใช้เวลา 15 นาที

1.จุดปลายของข้อใดมีจุดปลายต่างจากข้ออื่น

ก.  $\frac{25\pi}{6}$

ข.  $-\frac{11\pi}{4}$

ค.  $-\frac{27\pi}{3}$

ง.  $\frac{5\pi}{12}$

2.ถ้ากำหนด  $\theta = \frac{\pi}{6}$  มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. แบ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 12 ส่วนเท่าๆกัน

ข. แบ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 6 ส่วนเท่าๆกัน

ค. แบ่งครึ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 12 ส่วนเท่าๆกัน

ง. แบ่งครึ่งวงกลมหนึ่งหน่วยแบบเซ็กเตอร์ออกเป็น 6 ส่วน

3.แนวคิดการหาจุดปลายของ  $\theta = \frac{25\pi}{6}$  ตรงกับข้อใด

ก.  $4\pi + \frac{\pi}{6}$

ข.  $\frac{9\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$

ค.  $5\pi - \frac{5\pi}{6}$

ง. ใช้ได้ทุกแนวความคิด

4.จุดปลายของ  $\theta = -7$  อยู่ตรงกับจุดภาคใด

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4



5. ความหมายของวงกลมหนึ่งหน่วยคือข้อใด

- ก.  $\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I} \mid x^2 + y^2 = 1\}$
- ข.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$
- ค.  $\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$
- ง.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{I} \mid x^2 + y^2 = 1\}$

6. ในการวัดทิศทางของจุดปลายของ  $\theta$  สามารถได้ทิศทางใดบ้าง

- ก. ถ้า  $\theta > 0$  จะวัดทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
- ข. ถ้า  $\theta > 0$  จะวัดทิศทางตามเข็มนาฬิกา
- ค. ถ้า  $\theta < 0$  จะวัดทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
- ง. มีคำตอบมากกว่า 2 คำตอบ

7. เรเจนของฟังก์ชันไซน์และฟังก์ชันโคไซน์มีความแตกต่างกันหรือไม่

- ก. ไม่แตกต่างกัน คือ เป็นจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1
- ข. ไม่แตกต่างกัน คือ เป็นจำนวนจริงระหว่าง -1 ถึง 1
- ค. แตกต่างกัน คือ เรเจนของฟังก์ชันไซน์ เป็นจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1 ส่วน ฟังก์ชันโคไซน์ คือ

จำนวนจริง

- ง. แตกต่างกัน คือ เรเจนของฟังก์ชันโคไซน์ เป็นจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1 ส่วน ฟังก์ชันไซน์ คือ

จำนวนจริง

8. จุดเริ่มต้นของการวัดทิศทางของ  $\theta$  เริ่มต้นจากจุดใด

- ก. (0, 1)
- ข. (1, 0)
- ค. (0, -1)
- ง. (-1, 0)

9. จากความสัมพันธ์ของวงกลมหนึ่งหน่วย จะได้ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นอย่างไร

- ก.  $\cos \theta^2 + \sin \theta^2 = 1$
- ข.  $\cos^2 \theta + \sin \theta^2 = 1$
- ค.  $\cos \theta^2 + \sin^2 \theta = 1$
- ง.  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

10. ความยาวส่วนโค้งของวงกลม 1 รอบ มีความยาวส่วนโค้งยาวกี่หน่วย

- ก.  $\pi$
- ข.  $4\pi$
- ค.  $3\pi$
- ง.  $2\pi$

11. กำหนด  $\theta = \frac{11\pi}{6}$  จงบอกทิศทางของ  $\theta$  และค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$

- ก. หมุนตามเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงบวก และ จจริงลบตามลำดับ
- ข. หมุนทวนเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงบวก และ จจริงลบตามลำดับ
- ค. หมุนตามเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงลบ และ จจริงบวกตามลำดับ
- ง. หมุนทวนเข็มนาฬิกา และ ค่าของ  $\sin\theta$  และ  $\cos\theta$  มีค่าเป็นจำนวนจริงลบ และ จจริงบวกตามลำดับ

12. ข้อใดที่ไม่เป็นคำตอบของ  $\sin\theta = 0$

- ก. 0
- ข.  $\frac{\pi}{2}$
- ค.  $-7\pi$
- ง.  $\frac{-12\pi}{4}$

13. ค่าของ  $\tan(-5,970^\circ)$  เท่ากับเท่าไร

- ก. 1
- ข.  $\sqrt{3}$
- ค.  $-\sqrt{3}$
- ง.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

14.  $\sin(2n\pi + \theta)$  มีค่าตรงกับข้อใด

- ก.  $-\sin\theta$
- ข.  $-\cos\theta$
- ค.  $\sin\theta$
- ง.  $\cos\theta$

15. กำหนด  $\cos\theta = \frac{3}{5}$  และ  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  ค่าของ  $\sin(\theta - \pi)$  ตรงกับข้อใด

- ก.  $-\frac{4}{5}$
- ข.  $-\frac{3}{5}$
- ค.  $\frac{4}{5}$
- ง.  $\frac{3}{5}$

16.จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A)  $\sin \frac{333\pi}{54} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B)  $\cos \frac{-19\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- ก. A ถูก B ผิด
- ข. A ผิด B ถูก
- ค. ผิดทั้งคู่
- ง. ถูกทั้งคู่

จากข้อมูลต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 7 – 10

$$\pi = 3.1416$$

$$2\pi = 6.2832$$

$$\frac{\pi}{2} = 1.5708$$

$$\frac{3\pi}{2} = 4.7124$$

$$\frac{\pi}{3} = 1.0472$$

$$\frac{2\pi}{3} = 2.0944$$

$$\frac{\pi}{2} = 1.5708$$

$$\frac{3\pi}{2} = 4.7124$$

$$\frac{\pi}{4} = 0.7854$$

$$\frac{3\pi}{4} = 2.3562$$

$$\frac{\pi}{6} = 0.5236$$

$$\frac{5\pi}{6} = 2.6180$$

และใช้ตัวเลือกต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7 – 10

- ก. 1
- ข. 2
- ค. 3
- ง. 4

17.  $\sin \theta = 0.48$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

18.  $\sin \theta = -0.52$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

19.  $\cos \theta = 0.91$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

20.  $\cos \theta = -0.85$  จุดปลาย  $\theta$  อยู่ในจตุภาคใด

## ภาคผนวก

## เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน หลังเรียน

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ค  | 2. ก  | 3. ง  | 4. ง  | 5. ค  |
| 6. ก  | 7. ก  | 8. ข  | 9. ง  | 10. ง |
| 11. ง | 12. ข | 13. ง | 14. ค | 15. ก |
| 16. ข | 17. ก | 18. ง | 19. ก | 20. ง |

## แบบฝึกทักษะที่ 1.1.1

- |          |         |          |          |          |
|----------|---------|----------|----------|----------|
| 1.(1,0)  | 2.(0,1) | 3.(-1,0) | 4.(0,-1) | 5.(1,0)  |
| 6.(0,-1) | 7.(0,1) | 8.(-1,0) | 9.(1,0)  | 10.(1,0) |

## แบบฝึกทักษะที่ 1.1.2

- |               |               |               |               |                |
|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| 1.บนแกน X     | 2.บนแกน Y     | 3.บนแกน X     | 4.จุดภาคที่ 1 | 5.จุดภาคที่ 4  |
| 6.จุดภาคที่ 2 | 7.จุดภาคที่ 4 | 8.จุดภาคที่ 3 | 9.จุดภาคที่ 4 | 10.จุดภาคที่ 3 |

## แบบฝึกทักษะที่ 1.2.1

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$
$P(0)$	0	1
$P\left(\frac{\pi}{2}\right)$	1	0
$P\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	-1	0
$P\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$	1	0
$P\left(\frac{37\pi}{2}\right)$	1	0
$P\left(\frac{71\pi}{2}\right)$	-1	0
$P\left(-\frac{71\pi}{2}\right)$	1	0
$P\left(\frac{85\pi}{2}\right)$	1	0
$P(-3\pi)$	0	-1
$P(4\pi)$	0	1

## แบบฝึกทักษะที่ 1.2.1

(1)

1. 0                      2. -1                      3. 3                      4. 3

(2)

1.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       2.  $-\frac{1}{2}$                       3.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       4.  $\frac{1}{2}$                       5.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       6.  $\frac{1}{2}$
7.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       8.  $-\frac{1}{2}$                       9.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       10.  $\frac{1}{2}$                       11.  $\frac{1}{2}$                       12.  $-\frac{1}{2}$
13.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       14.  $\frac{1}{2}$                       15.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       16.  $-\frac{1}{2}$                       17.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       18.  $\frac{1}{2}$
19.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       20.  $-\frac{1}{2}$

(3)

จาก  $\sin \theta = 0.6$  จะได้ว่า

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - (0.6)^2$$

$$\cos \theta = \pm 0.8 \text{ เนื่องจาก } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ ทำให้ } \cos \theta = 0.8$$

1. 0.8                      2. 0.6                      3. -0.8                      4. 0.8                      5. -0.6
6. -0.6                      7. 0.8                      8. 0.6                      9. 0.8                      10. 0.6

(4)

1.  $-\cos 0.86$                       2.  $-\sin 2.86$                       3.  $\cos 1.72$                       4.  $\cos 0.44$                       5.  $\sin 1.16$
6.  $-\sin 0.43$                       7.  $-\cos 1.86$                       8.  $-\sin 0.96$                       9.  $\cos 3.04$                       10.  $\sin 2.57$

(5)

1. 1                      2. 5                      3.  $\frac{1}{2}$                       4.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$                       5. 0                      6. -1

### บรรณานุกรม

กนกวลี อุษณกรกุล และคณะ. คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 เล่ม 3 หลักสูตร  
แกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 . กรุงเทพมหานคร : เดอะบุ๊ก , 2553.

กนกวลี อุษณกรกุล และคณะ. คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 เล่ม 3 หลักสูตร  
แกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 . กรุงเทพมหานคร : ภูมิบัณฑิต , มปป.

กมล เอกไทยเจริญ. คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 3 ค013 . กรุงเทพมหานคร : ไฮเอ็ดพับลิชชิง, มปป.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 หลักสูตรแกนกลาง  
ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 . กรุงเทพมหานคร : แม็ค , 2555.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์  
เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.  
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค ,