

เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม? วิชาที่คนไม่เข้าใจ

นำเสนอด้วย : 19 ม.ค. 2561

เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม? วิชาที่คนไม่เข้าใจ

โดย Dr. Robert H. Lewis ศาสตราจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย Fordham

ต้นฉบับ https://www.fordham.edu/info/20603/what_math

แปลโดย ทีปานิส ชาชิโย ภาควิชาพิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ทำไมคนเข้าใจผิด เกี่ยวกับคณิตศาสตร์?

ความเข้าใจผิดอย่างมากเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในหมู่นักศึกษา คือเข้าใจว่า คณิตศาสตร์เกี่ยวกับสูตร หรือการคำนวนหาผลลัพธ์ เป็นความรู้ที่ทึ่กทักເກາອງของคนทั่วไปว่า คณิตศาสตร์ ก็คือ กฎตายตัวจำนวนหนึ่ง ตั้งขึ้นโดยใครก็ไม่รู้ แลเห็นๆ ก็ใช้ได้ แต่คนที่เข้าใจแบบนี้ ต้องพบว่า เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่สามารถอธิบายได้ตามสูตรที่เขียนไว้ ต้องมีวิธีการอื่นๆ ที่ต้องคำนวณให้ได้ ไม่ใช่แค่ “ใช้สูตรแล้วได้” นั่นเอง ตัวอย่างเช่น ถ้าเราต้องคำนวณ $3x^2 - 6x + 7$ ให้เท่าไหร่? คำตอบจะเป็น $x^2 - 2x + 1$ แต่ถ้าเราลองแทน $x = 2$ ลงไปในสูตรแล้วได้ $3(2)^2 - 6(2) + 7 = 11$ ซึ่งไม่เท่ากับ $2^2 - 2(2) + 1 = 1$ ที่ได้จากการคำนวณด้วยสูตร นี่คือความเข้าใจผิดที่มาจากการสอนที่ขาดแคลน ไม่สอนให้เห็นว่า คณิตศาสตร์ไม่ใช่แค่การคำนวณ แต่เป็นการแก้ไขปัญหาที่มีความซับซ้อนและหลากหลาย ต้องใช้ความคิดและทักษะในการตัดสินใจ ไม่ใช่แค่ “ใช้สูตรแล้วได้” นั่นเอง

คณิตศาสตร์ที่จริงเป็นอย่างไร?

คณิตศาสตร์ไม่เกี่ยวกับ คำตอบสุดท้าย แต่ “กระบวนการ” ต่างหาก ที่สำคัญ คือ การเขียนและอธิบายตัวอย่างเบรี่ยบเที่ยบ เพื่อแสดงให้เห็นตุนต่อของปัญหาความเข้าใจผิด และอธิบายให้เห็นว่า คณิตศาสตร์แท้จริงคืออะไร ตัวอย่างเหล่านี้แม้ไม่สมบูรณ์แบบ แต่ก็สื่อสารแนวคิดได้ดีพอสมควร

นั่งร้าน

เมื่อก่อสร้างอาคาร ช่างจะประกอบโครงเหล็กเรียกว่า “นั่งร้าน” ขึ้นมาก่อน และคนงานก็อาศัยนั่งร้านในการเดิน หรือวางเครื่องไม้เครื่องมือขณะสร้างตึก นั่งร้าน ไม่ใช่สิ่งมีค่าหรือสิ่งที่ต้องสร้างตามสัญญาของโครงการ คงเป็นเรื่องประหลาดที่จะทำเพียง “นั่งร้าน” และถือว่าเสื่อสิ่นโครงการโดยสมบูรณ์

แต่นั่นก็เป็นวัฒนธรรมที่ทำกันในห้องเรียนมัธยม นักเรียนท่องสูตรและวิธีการคำนวน

เรียนกูลไกการแก้โจทย์ปางประเททหรือการหาอนุพันธ์ แต่ทั้งหลายเหล่านี้ เป็นเพียง “นั่งร้าน!” ก็ถูกต้อง ที่ว่ามันมีประโยชน์ ก็เหมือนกับนั่งร้านที่ช่างต้องใช้สอยขณะสร้างตึก แต่โดยตัว มัน เอง และ ยังไม่ใช่ตัวตึกที่จะต้องสร้างขึ้น

ตัวตึกที่แท้จริง ในวิชาคณิตศาสตร์ คือ “ความเข้าใจ” ความสามารถที่จะคิด รับรู้ และวิเคราะห์เป็นขั้นเป็นตอน

ช้อมแข่งนัดยิ่งใหญ่

นักกีฬามีอุปกรณ์ใช้เวลาจำนวนมากในการฝึก ในโรงยิม โดยอาศัยเครื่องมือฝึกซ้อมหลายชิ้น ยังมีการจ้างครูฝึก เพื่อแนะนำหรือจัดตารางการฝึกซ้อมให้นักกีฬา ซ้อมวิ่งบนสายพานเป็นชั่วโมง ทำไปทำไม? “วิ่งบนสายพาน” เกี่ยวอะไรกับ กีฬาที่ต้องลงแข่ง? (เช่น บาสเกตบอล)

จินตนาการ กุกบาสเกตบอลชิงแชมป์ NBA แต้มเสมอ กุญแจในช่วงพัก ความกดดันทั้งสองทีมพุ่งสูงขึ้น และแล้วโคชกีตเตะให้นักกีฬาตัวเด่นของทีมแล้วบอกว่า “เอานะ ไม่เคิล วัดกันตรงนี้! คุณรู้ดีต้องทำยังไง” ไม่เคิลตอบ “โอลิมปิก เอาเครื่องวิ่งสายพานออกมайд้วย!!!”

555+ คงไม่ใช่อย่างนั้น แล้วเสียเวลาไปตั้งนาน กับสายพานวิ่งทำไม?
เมื่อไม่มีสายพานในการแข่งขันจริงๆสักหน่อย ถือเป็นการซ้อมที่เสียเวลา?
ครูฝึกทั้งหลายล้วนเสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์? ที่จริงไม่ใช่อย่างนั้น
(หากซ้อมถูกวิธี) การวิ่งบนสายพานได้สร้างสิ่งที่มีคุณค่าขึ้นมา
คือความอดทนและ persistence ในการหายใจของนักกีฬา คุณสมบัติเหล่านี้มีคุณค่าสูงในการแข่ง
แม้มันไม่เกี่ยวโดยตรงกับบาสเกตบอล วิชาคณิตศาสตร์ ก็เช่นเดียวกัน มันก็สร้างสิ่งที่มีคุณค่าขึ้นมา
คือ ความสามารถในการคิด

นักปาร์ตี้ไม่เป็นมิตร

ตอนอยู่ป.๑ ผู้เขียนได้เรียนเกี่ยวกับ มนase มนี ชูใจ บทเรียนง่ายๆหลายประโยชน์ เช่น “มนี มี ตา” มนະและมนียังมีสุนัขตัวหนึ่ง ชื่อ “เจ้าโต”

แล้วเกี่ยวอะไรกับคณิตศาสตร์? คืออย่างนี้ บูรุษรุ่งผู้เขียนเจอกันในงานปาร์ตี้ ที่ต่อมาก็รู้ว่าผู้คนเป็นศาสตราจารย์ทางคณิตศาสตร์ และเขาก็แสดงทางที่ไม่เป็นมิตร บางคุณบอกว่า “เคยต้องท่องสูตร ‘สมการกำลังสอง’ ในโรงเรียน จากนั้นไม่เคยใช้อีกเลย ลืมสูตรไปเรียบร้อย เสียเวลาที่สุด และคุณต้องใช้มันทำอย่างอื่นมั้ย นอกจากแผลเอามาสอนนะ?”

ผู้เขียนต้องตอบว่า “เปล่า ไม่เคยใช้ ไม่เคยใช้แล้วไง?” ที่จริงแล้ว ในฐานะนักคณิตศาสตร์และโปรแกรมเมอร์ ผู้คนเคยใช้มันอยู่ แต่น้อยครั้งมาก อย่างไรก็ตาม วิธีตอบที่ดีที่สุดคือ “บูรุษ ไม่เคยใช้ ไม่เคยใช้แล้วไง?” ซึ่งก็ไม่ได้ต้องการ ยิบวนชวนทะเลแม้แต่นอย

นี่ถ้าผู้เขียนเป็นครูป.๑ จะมีคนมาต่อว่า? “ตั้งนานแล้วจำไม่ได้เลยว่ามนະมนี มีสุนัขชื่ออะไร? จริงๆแล้วไม่เคยใช้มันในหนังสือแนะนำมนี เลยสักครั้ง คุณครูทำให้เด็ก 6 ขวบต้องเสียเวลาไปกับเรื่องเหล่านี้”

ไม่มีทาง คนทั่วไปคงไม่ต่อว่าคุณครูประณอย่างนั้น เพราะอะไร? เพราะเป็นที่เข้าใจว่า รายละเอียดของเรื่องราวไม่ใช่สาระของการเรียน สาระอยู่ที่ “การหัดอ่าน”
การอ่านออกจะเปิดประทุมสูงมากกว่าและความเข้าใจทั้งหลายที่รออยู่ คณิตศาสตร์ก็เช่นกัน นี่ถ้า

นักปฏิบัตินั้นมีคุณิตศาสตร์ที่ดีหน่อย เขาคงเข้าใจไปแล้วว่า สาระของการเรียนสูตรคณิตศาสตร์นั้นคืออะไร

[เพิ่มเติม 4 มกราคม 2554] ประเด็นของ ความจำ-กับ-ความเข้าใจ
เกิดขึ้นบ่อยครั้งในห้องเรียนคณิตศาสตร์ บางครั้งในวิชาแคลคูลัส ผู้มีนักศึกษาที่ต้องการให้ออกแควา
ตองท่องอู่ไว้ โดยไม่สนใจทำความเข้าใจกับมัน หรืออนกับ เด็กป.๑ที่ไม่ต้องการอ่านหนังสือให้ออก
ขอจำชื่อนอง茫ของมานะมานี้ได้ ก็พอใจ

ครูเปย์โนใจดี

สมมุติครูสอนเปียโนมีใจเดียทำให้การเรียนเปียโน “ง่ายขึ้น” โดยใช้สำลีอุดหูนักเรียนไว้
นักเรียนไม่ได้ยินเสียงอะไร จึงไม่ออกແรູກ! แล้วนักเรียนก็นั่งอยู่หน้าเปียโน ถูกสั่งใหกดปุ่ม
ตามลำดับที่ถูกต้อง เป็นการท่องจำลำดับโนต A, B, C, ฯลฯ
ตองท่องสัญลักษณ์ประกอบพร้อมวิธีจดลงกระดาษตามรูปแบบ โดยทั้งหมดนี้
นักเรียนไม่ได้ยินเสียงอะไรเลย ไม่มีเสียงดนตรี สวนคุณครูนั่นดวยความประณานดี
มองว่ากำลังช่วยนักเรียนไม่ให้ออกແรູกເສີມສາມືຈາກເສີຍທີ່ເກີດຂຶ້ນ

เป็นสถานการณ์สมมุติที่น่าขับขัน บทเรียนแบบนั้นคงทรงمانเด็กไม่น้อย
คุณครูดนตรีไม่มีทางทำอย่างนั้น เพราะหากตัดเสียงออกไป มันคงขาดหัวใจและวิญญาณของ “ดนตรี”
แต่ใน กลับเป็นสิ่งที่ເກີດຂຶ້ນໃນห้องเรียนคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมส่วนใหญ่ มาตลอด 25
ปีที่ผ่านมา ด้วยเหตุผลบางอย่าง นักเรียนถูกหามมิให้สัมผัสนกหัวใจและวิญญาณของคณิตศาสตร์
เพียงໄດ້รับอนุญาตให้เรียนแคเปลือกของมัน ยกตัวอย่างวิชาเรขาคณิตคุณภาพปัจจุบัน ที่
การพิสูจน์ทฤษฎีบีบบุ้ง ถูกดึงออกจากความสำคัญลง คุณครูอาจมองว่าใจกับนักเรียน หรือบางที่
คุณครูทานยังไม่เข้าใจ วิชาคณิตศาสตร์ คืออะไร?

ผู้ให้ใกล้

นานมาแล้วผมเป็นนักศึกษา ป.โท สมัยนั้นแฟชั่นการอวดหุ่นกระชับได้สัดส่วนกำลังมาแรง
หม้อห่านหนึ่งชื่อ คุเปอร์ เขียนหนังสือเกี่ยวกับ แอโรบิก
ซึ่งอธิบายตารางเวลาการออกกำลังกายเพื่อให้ร่างกายเผาผลาญอย่างมีประสิทธิภาพ
ทำให้หลอดเลือดและหัวใจทำงานได้ดี ทำได้หมด ตั้งแต่ เดิน วิ่ง ว่ายน้ำ ปืนบันได หรือวิ่งอยู่กับที่
ในแต่ละกิจกรรมคุณหมอมีตารางเวลาให้แต่ละอาทิตย์ เป้าหมายคือ ทำการแผนจนได้ “30 แต่
ตอบสปดาห์” ในแผนทั้งหมด 12 สัปดาห์รวมกัน

เนื่องจากเป็นคุณหน้า บ้านผมก็มีหิมะตกเยือก ผมเลือกกิจกรรม วิ่งอยู่กับที่
โดยหาแพนธอร์องพื้น และทุกวัน ผมจะทำงานตารางเวลาในหนังสือ วิ่งอยู่กับที่ ตามก้มองดูทีวี ผันไว้ว่า
เมื่อถูกใบไม้ผลิมาถึง จะออกไปวิ่งข้างนอกให้ได้ 1 ไมล์ในเวลา 8 นาที ซึ่งตามหนังสือ
บอกว่าเทียบเท่ากับการได้ “30 แต่” ของการออกกำลังกายเพื่อให้หัวใจแข็งแรง

แล้วถูกดูใบไม้ผลิก็มาถึง ผมอก慕าข้างนอก เริ่มวิ่งเยือกๆ แล้ววิ่งใน 1 นาที
ก็เริ่มรู้สึกหนาวมีดี! คนอื่นๆ ข้างหน้าเข้าไปไกลแล้ว ผมพยายามตามให้ทัน แต่แล้วก็หอบເຂົ້າກ
หายใจแทบไม่ทัน วิ่งไปแล้วครึ่งไมล์ผมก็ต้องเลิก ยอมรับว่าผิดหวังมาก เอ การฝึกซ้อมมันผิดตรงไหน
ผมดاحอกคุณหมอกุเปอร์และหนังสือเป็นบาลเม้นน

แล้วผมก็เข้าใจ ในรายละเอียดของหนังสือของว่า การวิ่งอยู่กับที่ ต้องยกเท้าให้สูงกว่า 10
นิ้ว ก็ฝึกมาทั้งหมด ผมไม่เคยใส่ใจตรงนี้เลย ลองให้คนมาดูขณะผมวิ่งอยู่กับที่ ก็จริง
เท้ายกสูงขึ้นเพียงนิดเดียว ไม่นาน! ผมถึงลมเหลว รู้สึกผิดหวังมาก จนหยุดออกกำลังกายไปหลายปี

เกี่ยวอะไรกับคณิตศาสตร์? เกี่ยวกันอย่างมาก หากไม่มีบททดสอบที่จริงจัง

(กรณีของผู้คือ วิ่งจริงๆ ข้างนอก) มันง่ายที่จะหลอกตัวเองว่า ทักษะจะพัฒนาคืบหน้าขึ้น หากเพียงทำความรู้ที่เรียนที่แมหวังดี แต่ก็ผิดแผ่น มันง่ายที่จะทำผลลัพธ์สักไปเองว่า มีความมั่นใจ และเมื่อบททดสอบบนสนามจริงมาถึง ภาพลวงตาของความมั่นใจจะแตกเป็นชิ้นๆอย่างนาฬิกา รูสีก็เหมือนถูกหลอก แล้วก็ไปพาลหาเรื่อง คนสอน คนแต่งหนังสือ

“บททดสอบที่แท้จริง” ที่ผมพูดถึง คือตอนที่นักเรียนมาระยมพบกับเนื้อหาในมหาวิทยาลัย คุณภาพการศึกษาของเรามากลังๆ จีน อินเดีย หรือญี่ปุ่นมากขึ้นเรื่อยๆ เกณฑ์การทดสอบจะต้องเข้มข้นขึ้น และต้องไม่ใช่เกณฑ์ที่คุ้ดๆ แต่ผิดแผ่น แต่ต้องเป็นเครื่องมือวัดที่บอกคุณภาพโดยอย่างตรงไปตรงมา

การศึกษาที่ไร้เดียงสา

ในสังคุรวมโลกครั้งที่ 2 กลางมหาสมุทรแปซิฟิก กองทัพอเมริกันต้องคุยกับชาวอาหรับที่ไม่เคยพบกันมาก่อน ไม่เคยเห็นภาษาประเทศาญี่ปุ่น และหมู่เกาะเลานีส่วนมาก มีชนเผ่าที่ไม่เคยพบกับโลกร่วมกัน ไม่เคยเห็นชาวตะวันตกมาก่อน บางที่ ตนตระกูลของชนเผ่าเหล่านี้แล่นเรือหนีมาจากการแพร่ทวีป อพยพมาอยู่บนเกาะ ทำให้ลูกหลานยังคงใช้ชีวิตติดอยู่บนเกาะมาหลายชั่วอายุคน ซึ่งเราคงพอเดาได้ ถึงความดีนั่นแทนของชนเผ่าเหล่านี้เมื่อใดเห็น เรื่องบนดินใหญ่และกองทัพทหารที่กำลังสร้างอุปกรณ์วิทยุสื่อสารและฐานทัพอยู่บนเกาะที่เดาเดิม เคยอาศัยอยู่อย่างสงบตลอดมา เครื่องบินและนักบิน ถูกมองว่าเป็นเทพเจ้า ดูเหมือนว่าพลทุ่มสื่อสารบนหอคอยบังคับการ ใช้ไมโครโฟนในการติดตอกับ “เทพเจ้า” และทุกสิ่งทุกอย่างที่ถูกสงmaryังฐานทัพ เช่น วิทยุ สิ่งปลูกสร้าง อาหาร อาวุธ ฯลฯ ถูกเรียกรวมๆ ว่า “คากो”

ทันใดนั้น สมครามยุติลง ชาวยุติวันตุภิลับออกไป ไม่มีเรือใบให้เห็นอีก ไม่มีเครื่องบินที่เหลืออยู่มีเพียงอาคารและเฟอร์นิเจอร์ร้าง แต่บางสิ่งที่น่าสนใจเกิดขึ้น ชนเผ่าบางคนมีแนวคิดว่า เข้าสู่การถูกยกเทเพเจ้าจากลับคืนมาได้ เพียงทำเลียนแบบสิ่งที่พลทุ่มสื่อสารคนนั้นเคยทำ วาและชนเผ่าก็เข้าไปในอาคาร ตั้งลำไม้ไฟสูงลิบลิวุ้นบนฟ้า ให้คล้ายเสาอากาศ เก็บเอกสารลงกระดาษมาทำเป็น วิทยุ และลูกอมพราวที่หามาได้ แทนไมโครโฟน เข้าพูดใส่ “ไมโครโฟน” ออนไลน์ให้เทพเจ้าบินกลับคืนมา แนอนว่า ไม่มีอะไรบินกลับมา (ยกเว้นนักสั่งคุมศาสตร์ที่เข้ามารำคาญจัยในภายหลัง!) พฤติกรรมเช่นนี้ของชนเผ่าในหมู่เกาะดังกล่าว ถูกเรียกขานว่า “ชนเผ่า คากो”

เป็นเรื่องที่ฟังดูเคร้า บางทีน่าสงสัย หรือน่าขับขัน แต่เกี่ยวอะไรกับวิชาคณิตศาสตร์? ชนเผ่าในหมู่เกาะ ไม่สามารถแยกแยะ ระหว่างรูปลักษณะภายนอก และกลไกการทำงานที่แท้จริงภายใน ไม่ทราบเกี่ยวกับกระแสไฟฟ้า คลื่นวิทยุ หรือวิทยาศาสตร์การบิน ชนเผ่าเพียงเลียนแบบสิ่งที่เขาเห็น แค่เปลี่ยนแปลงค่าคงที่

ที่น่าเศร้าคือพฤษิตกรรมเดียวกันนี้ กำลังเกิดขึ้นกับระบบการศึกษาของประเทศไทยในช่วง 25 ปีที่ผ่านมา แม้จะเต็มไปด้วยความหวังดี แต่นักการศึกษาผู้ไม่เข้าใจธรรมชาติที่แท้จริงของคณิตศาสตร์ เพียงเลียนแบบสิ่งที่เข้าเห็นแค่เปลี่ยนแปลงค่าคงที่ เกิดขึ้นคือ “คณิตศาสตร์แบบชนเผ่าคากो” เข้าเรียนเทเพเจ้า แต่ไม่มีอะไรบินกลับมา ทางแกบัญหา ไม่ใช่เรียกให้เสียงดังขึ้น! ไม่ใช่เอาไม้ไผ่มากขึ้น (ตำราใหญ่ขึ้น หนัก 10 กิโลกรัม หรือเครื่องคิดเลขทันสมัยมากขึ้น) ทางออกทางเดียว ก็คือ ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

สับสนระหว่างการศึกษา กับ การฝึกฝน

“ฝึกฝน” คือเรียนรู้การใช้เครื่องกุลังโภห หรือกรอกใบเสียภาษี คือการฝึกใช้เครื่องมือใช้ระบบที่ถูกออกแบบมาเพื่อให้ทำงานบางอย่าง หลายคนไปเรียนเอาใบอนุญาตควบคุมเครื่องจักร หรืออนุญาตให้ปฏิบัติงานบางอย่าง และสามารถประกอบอาชีพในสาขานั้นๆ

“การศึกษา” นั้นไม่เหมือนกัน การศึกษาไม่จำเพาะเจาะจงอยู่กับเครื่องมืออะไร ไม่จำเพาะกับระบบ ทักษะ หรืออาชีพ การศึกษานั้นทั้งกว้างกว่า และลึกกว่าการฝึกฝน การศึกษาคือแวนเดาที่นักเรียนใช้มองเห็นโลกภายนอก แวนดา ที่ทั้งซับซ้อน ล้ำลึก และเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา มันคือเครื่องขยายของมนุษย์ที่ถูกผูกโยงด้วยแนวคิด ไม่ใช่ข้อเท็จจริง แนวคิดที่เชื่อมโยงกันเหล่านี้ จะประสานเสริม และสองส่วนหนึ่งกัน การศึกษายังเป็นมากกว่านั้น เพราะมันเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา มันมีวิวัฒนาการ และปรับเปลี่ยนไปตามช่วงชีวิตของผู้คน

แม้การศึกษาต้องอยู่บนฐานของข้อเท็จจริง ของข้อมูล ให้มีอนันต์ที่ต้องประกอบกันอิฐที่แข็งแรง แต่ออาศัยเพียงข้อเท็จจริงมานุสุมรวมกัน ไม่อาจเรียกวิชาการศึกษา ให้มีอนกงของอิฐมานุสุมรวมกัน ก็ไม่อาจเรียกว่า บ้าน นั่นเอง

การศึกษา ไม่ใช่การทำความรู้ จากครูสู่นักเรียน ให้มีอนหน้าจากแก้วใบหนึ่ง ไปยังอีกใบหนึ่ง แต่มันคือ “การจุดเพลวไฟ” จากเทียนเลมหนึ่ง ไปยังอีกหลายเลมเป็นทอดๆ เทียนแต่ละเลม มีเชือเพลิงเป็นของตัวเอง มีอยู่แล้วในตัวเอง ครูที่แท้จริงสามารถจุดประกายความกระหายที่จะคนหาความงามและความรู้ ให้เกิดขึ้นในใจของลูกศิษย์ ให้แต่ละคน ขับเคลื่อนประกายไฟไปทางหน้า ด้วยเชือเพลิงที่มีอยู่แล้ว ในตัวเอง

ที่มา sites.google.com/site/siamphysics/writings/what-is-mathematics