

เล่มที่
1

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม

การแยก
ตัวประกอบ

ของพหุนาม

โดยใช้สมบัติการแจกแจง

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

$$m + n = b, m \times n = c$$

นางสาวกฤตพร พงษ์เสดา
ตำแหน่ง ครู
วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนสาธิตวิทยาคม
อำเภอชุมพวง จังหวัดนครราชสีมา
สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดนครราชสีมา
กรมส่งเสริมการปกครองท้องถิ่น กระทรวงมหาดไทย

คำนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างสรรค์สิ่งต่าง ๆ การแก้ปัญหาทั้งในด้านชีวิตประจำวันและด้านอื่น ๆ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ มีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ ช่วยในการแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ตามที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 มาตรา 24 ได้ให้ความสำคัญของการจัดการศึกษาว่า การจัดการศึกษาให้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ฝึกทักษะกระบวนการคิด จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น ผู้สอนจึงได้จัดทำแบบฝึกทักษะมาใช้แก้ปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนซึ่งส่งผลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค TAI ประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค23201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งในแบบฝึกทักษะแต่ละเล่มที่ผู้สอนสร้างขึ้น ได้นำเอาวิธีสอนตามขั้นตอนกระบวนการปัญหาของโพลยา เพื่อให้แบบฝึกทักษะมีรูปแบบและกระบวนการในการแก้โจทย์ กระบวนการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ แบบฝึกทักษะ เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนาม มีทั้งหมด 5 เล่ม ดังนี้ เล่มที่ 1 การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง เล่มที่ 2 การแยกตัวประกอบโดยใช้วิธีผลต่างกำลังสอง เล่มที่ 3 การแยกตัวประกอบโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ เล่มที่ 4 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง เล่มที่ 5 การแยกตัวประกอบโดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะเล่มนี้จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการแก้ปัญหาและการทำงานร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้และทักษะที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน รวมทั้งเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อไป

กฤตพร พงษ์เสดา

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	1
สารบัญ.....	2
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ.....	3
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน	4
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ.....	6
แผนผังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค TAI	7
ขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค TAI.....	8
ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya).....	9
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้/ผลการเรียนรู้/จุดประสงค์การเรียนรู้.....	10
แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน	11
ใบความรู้ที่ 1.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง.....	14
แบบฝึกทักษะที่ 1.1 ก	18
แบบฝึกทักษะที่ 1.1 ข	20
ใบความรู้ที่ 1.2	24
แบบฝึกทักษะที่ 1.2	27
แบบทดสอบย่อยหลังเรียน.....	30
บรรณานุกรม	32
ภาคผนวก	33
เกณฑ์การให้คะแนน.....	34
แบบบันทึกคะแนนรายคน.....	35
แบบบันทึกคะแนนกลุ่ม.....	36
เฉลยแบบทดสอบย่อยก่อนเรียนและหลังเรียน	37
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1 ก	39
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1 ข.....	41
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2	45

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. เอกสารเล่มนี้เป็นแบบฝึกทักษะ เล่มที่ 1 เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนาม โดยใช้สมบัติการแจกแจง ประกอบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค TAI แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มนี้ได้นำรูปแบบการแก้ปัญหาตามแนวความคิดของโพลยามาเป็นรูปแบบในการหาคำตอบของแบบฝึกทักษะ ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบ เพื่อใช้เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค23201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์แต่ละเล่ม ประกอบด้วย

2.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ

2.2 คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

2.3 แผนผังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค TAI

2.4 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ

2.5 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya)

2.6 สารและมาตรฐาน/ผลการเรียนรู้/จุดประสงค์การเรียนรู้

2.7 แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

2.8 เนื้อหา

2.9 แบบฝึกทักษะ

2.10 แบบทดสอบย่อยหลังเรียน

2.11 บรรณานุกรม

2.12 ภาคผนวก

2.12.1 เกณฑ์การให้คะแนน

2.12.2 แบบบันทึกคะแนนสำหรับนักเรียน

2.12.3 เฉลยแบบทดสอบย่อยก่อนเรียนและหลังเรียน

2.12.4 เฉลยแบบฝึกทักษะ

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ใช้เวลา 3 ชั่วโมง

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

ในการศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค23201 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนาม สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำดังนี้

1. นักเรียนอ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ และนำคำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียนให้เข้าใจก่อนลงมือทำงานหรือทำการศึกษาทุกครั้ง
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนประจำเล่มของแบบฝึกทักษะ
3. นักเรียนจัดกลุ่มความสามารถ 4 – 5 คน คณะความสามารถ หมายถึง ภายในกลุ่มเดียวกันประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับผลการเรียน เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน หรือ เก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน และอ่อน 1 คน โดยใช้ระดับผลการเรียนภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษาที่ผ่านมา วิชาคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่กำหนด
4. นักเรียนศึกษามาตรฐานและผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และทำแบบฝึกทักษะ ดังนี้
 - 4.1 กรณีสมาชิกของกลุ่มสามารถเรียนรู้บทเรียนได้ ให้ทำอย่างอิสระ ซึ่งความรู้ที่ได้รับจากการอภิปรายซักถาม สรุปสาระการเรียนรู้ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำชี้แนะเพิ่มเติม
 - 4.2 กรณีสมาชิกของกลุ่มใดไม่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ให้นักเรียนที่มีผลการเรียนดีของแต่ละกลุ่มปรึกษา และอภิปรายซักถามครูผู้สอน หลังจากนั้นให้นักเรียนกลับไปยังกลุ่ม เพื่อนำสาระการเรียนรู้ที่ได้รับไปขยายผลให้สมาชิกในกลุ่มรับทราบ
 - 4.3 เมื่อนักเรียนแต่ละคนศึกษาไปความรู้ ให้จับคู่ภายในกลุ่มของตน เรียนเก่ง คู่กับเรียนอ่อน ปานกลางจับคู่กัน เพื่อช่วยกันเรียนรู้และทำแบบฝึกทักษะให้สำเร็จ โดยนักเรียนบันทึกเป็นรายบุคคล เมื่อทำเสร็จแล้วเปลี่ยนกันภายในกลุ่มตนเองตรวจสอบความถูกต้องตามเฉลยแบบฝึกทักษะ และสนทนาซักถามข้อสงสัยและข้อผิดพลาดของคู่ตนเอง โดยนักเรียนต้องทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้องร้อยละ 75 จึงจะศึกษาไปความรู้ต่อไป แต่หากนักเรียนคนใดทำถูกต้องน้อยกว่าร้อยละ 75 ต้องกลับไปศึกษาไปความรู้และทำแบบฝึกทักษะใหม่อีกครั้ง

4.4 นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนประจำเล่มแบบฝึกทักษะ จากนั้นตรวจคำตอบและบันทึกคะแนนไว้ นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนของแต่ละคนมารวมกัน หาค่าเฉลี่ยเพื่อใช้เป็นคะแนนกลุ่ม

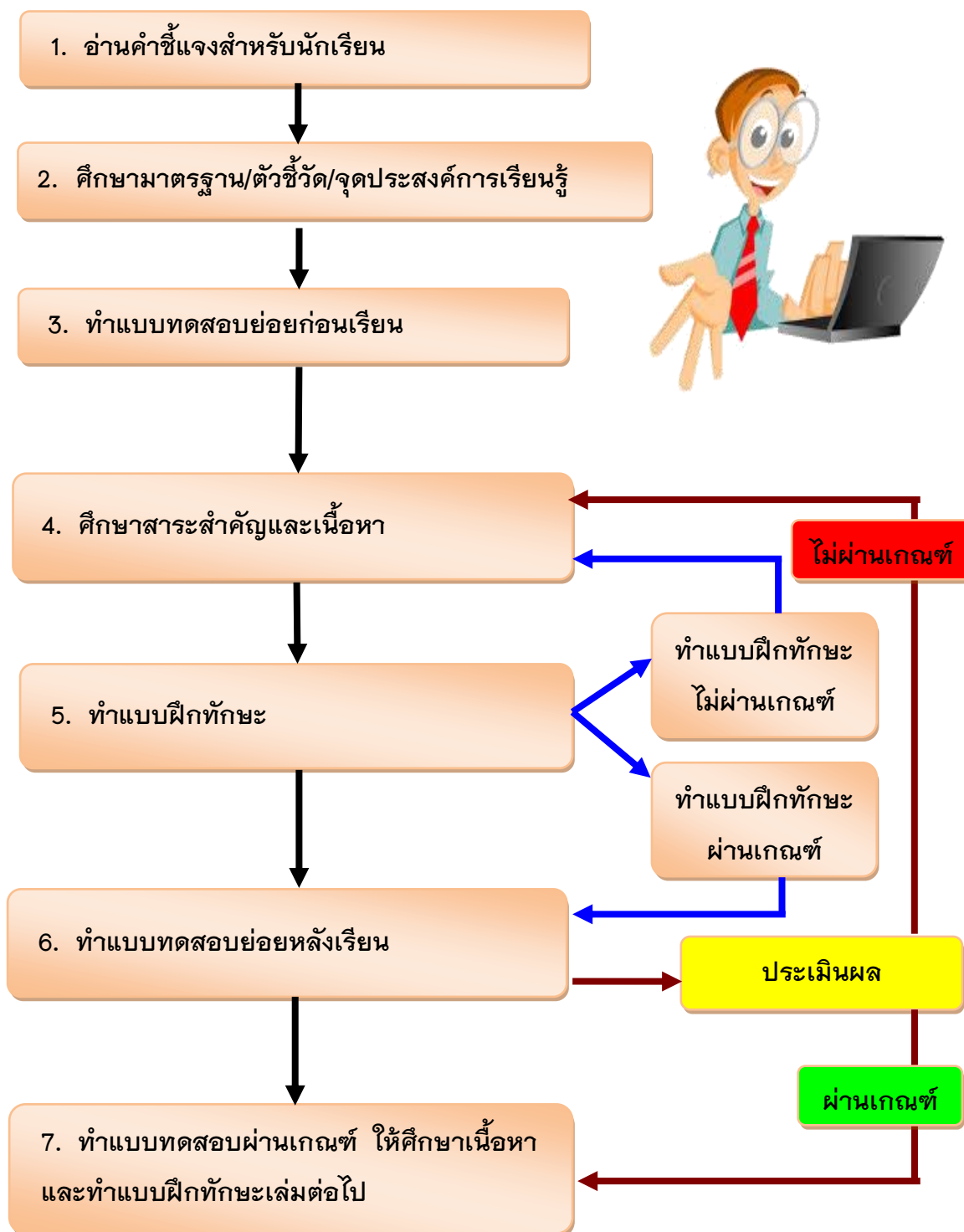
4.5 คะแนนกลุ่มและความสำเร็จของกลุ่มแต่ละแบบฝึกทักษะและคะแนนแบบทดสอบย่อยหลังเรียน ครูรวบรวมเป็นคะแนนกลุ่ม เกณฑ์การให้รางวัลเป็น 3 ระดับ คือ

กลุ่มที่ได้คะแนนสูงจะเรียกว่า “Super-Team” คือ กลุ่ม “ยอดเยี่ยม”

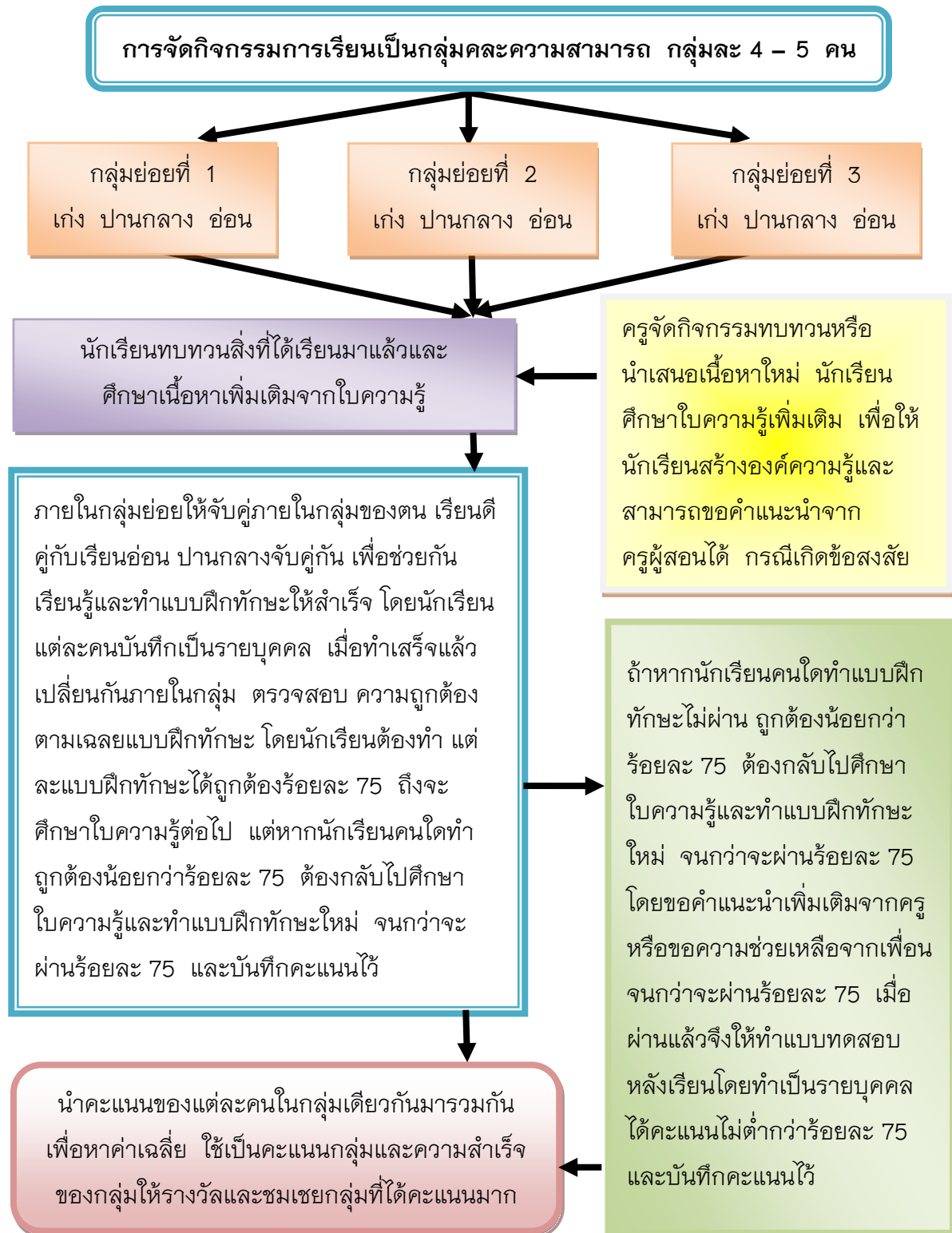
กลุ่มที่ได้คะแนนปานกลาง จะเรียกว่า “Great-Team” คือ กลุ่ม “ดีมาก”

กลุ่มที่ได้คะแนนต่ำ จะเรียกว่า “Good-Team” คือ กลุ่ม “ดี”

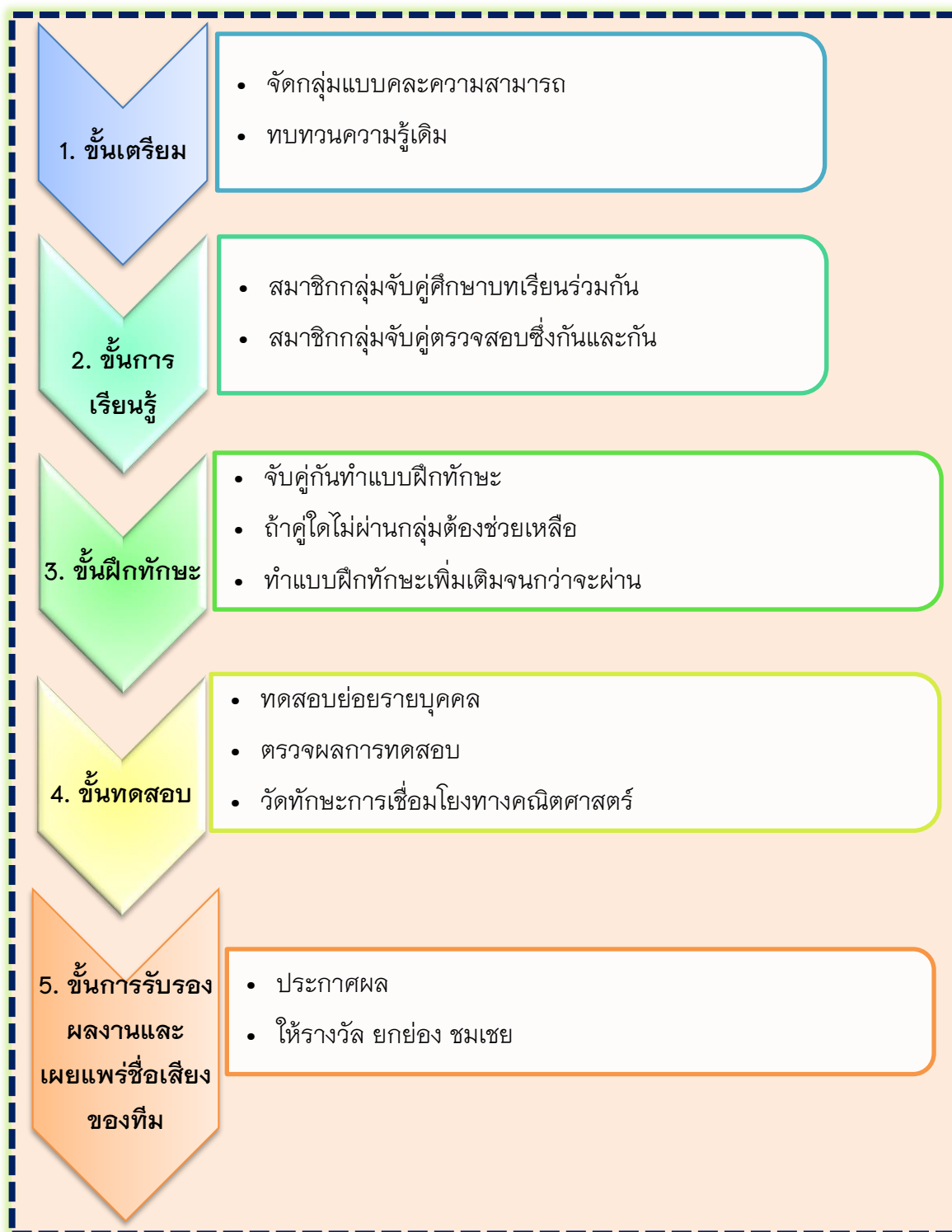
ขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะ



แผนผังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค TAI



ขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค TAI



ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya)

ขั้นที่ 1

ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นขั้นตอนที่ต้องอ่านเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (นักเรียนรู้อะไรบ้าง โจทย์ต้องการอะไร)



ขั้นที่ 2

วางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ โดยใช้กลยุทธ์วิธีต่างๆ ตามความเหมาะสม (นักเรียนจะแก้ปัญหาโดยวิธีใด)



ขั้นที่ 3

ปฏิบัติตามแผน (Carrying Out the Plan) เป็นการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ และตรวจสอบแต่ละขั้นที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ (นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบตามที่วางแผนไว้)



ขั้นที่ 4

ตรวจสอบ (Looking Back) เป็นการตรวจสอบการแก้ปัญหว่าถูกต้องหรือไม่ โดยจะต้องมีการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าถูกต้อง โดยอาจใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นๆ และตรวจสอบผลลัพธ์ว่าตรงกันหรือไม่มาประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน (คำตอบผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น และสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ผลการเรียนรู้

1. สามารถแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้
2. สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็มได้
3. สามารถแยกตัวประกอบพหุนามที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็มได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง
2. สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็ม
3. สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม

แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

เล่มที่ 1 การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

จุดประสงค์ เพื่อประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียนในเรื่องการแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ในกระดาษคำตอบที่ครูแจกให้
2. กำหนดเวลาในการทำแบบทดสอบ 15 นาที

1. ตัวประกอบร่วมของ $5x + 10$ คือข้อใด

ก. 2

ข. 5

ค. 10

ง. x

2. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 5x$

ก. $5(x^2 + x)$

ข. $5x(x + 1)$

ค. $x(x + 5)$

ง. $x^2(x + 5)$

3. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2y - 4xy$

ก. $y(x^2 - 4x)$

ข. $xy(x + 4)$

ค. $x(xy - 4y)$

ง. $xy(x - 4)$

4. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x(x + 3) + 5(x + 3)$

ก. $(x + 3)(x + 3)$

ข. $(x + 5)(x + 3)$

ค. $x(x + 1)(x + 3)$

ง. $x(x - 5)(x + 3)$

5. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 9x + 18$

ก. $(x - 3)(x + 6)$

ข. $(x + 3)(x - 6)$

ค. $(x + 3)(x + 6)$

ง. $(x - 3)(x - 6)$

6. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2 - 4x - 5$

ก. $(x + 5)(x + 1)$

ข. $(x - 5)(x - 1)$

ค. $(x - 5)(x + 1)$

ง. $(x + 5)(x - 1)$

7. เมื่อแยกตัวประกอบของ $x^2 + 7x + 10$ ในรูป $(x + m)(x + n)$ แล้ว $(m)(n)$ และ $(n)(x) + (m)(x)$ มีค่าเท่าไรตามลำดับ

ก. 10 และ $7x$

ข. $7x$ และ 10

ค. -10 และ $-3x$

ง. -10 และ $3x$

8. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $2x^2 + 13x + 6$

ก. $(2x + 1)(x + 6)$

ข. $(2x - 1)(x + 6)$

ค. $(2x + 1)(x - 6)$

ง. $(2x + 1)(x - 6)$

9. $(2x - 6)(x + 5)$ เป็นตัวประกอบของพหุนามใด

ก. $2x^2 + 4x + 30$

ข. $2x^2 - 4x - 30$

ค. $2x^2 + 4x - 30$

ง. $2x^2 - 4x + 30$

10. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $6x^2 - x - 2$

ก. $(2x + 1)(3x - 2)$

ข. $(2x - 1)(3x + 2)$

ค. $(2x + 1)(3x + 2)$

ง. $(2x - 1)(3x - 2)$





รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค23201

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ใบความรู้ที่ 1.1

การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง
และพหุนามที่เขียนในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c
เป็นจำนวนเต็ม

ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนาม

การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ ในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่า
ตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป หรืออาจเขียนพหุนามที่กำหนดให้ในรูปที่ง่ายกว่า เรียกว่า

การแยกตัวประกอบของพหุนาม เช่น

1. การแยกตัวประกอบของ $3x + 9$ จะได้ $3(x + 3)$ เพราะ
 3 และ $x + 3$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $3x + 9$
2. การแยกตัวประกอบของ $8x^2 + 10x$ จะได้ $2x(4x + 5)$ เพราะ
 $2x$ และ $4x + 5$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $8x^2 + 10x$

การแยกตัวประกอบเป็นกระบวนการเกี่ยวกับการคูณ เราอาจหาผลคูณได้โดยใช้
สมบัติการแจกแจง หรือถ้าเป็นการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง เราจะเขียนพหุนาม
ในรูปการคูณของพหุนามดีกรีหนึ่ง เราจะเรียกผลคูณนั้นว่า รูปตัวประกอบของพหุนาม
ดูรายละเอียดได้ในหัวข้อต่อไป

1. การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

ถ้า a , b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ แล้ว

$$a(b + c) = ab + ac \quad \text{หรือ} \quad (b + c)a = ba + ca$$

เขียนใหม่ได้ $ab + ac = a(b + c)$ หรือ $ba + ca = (b + c)a$

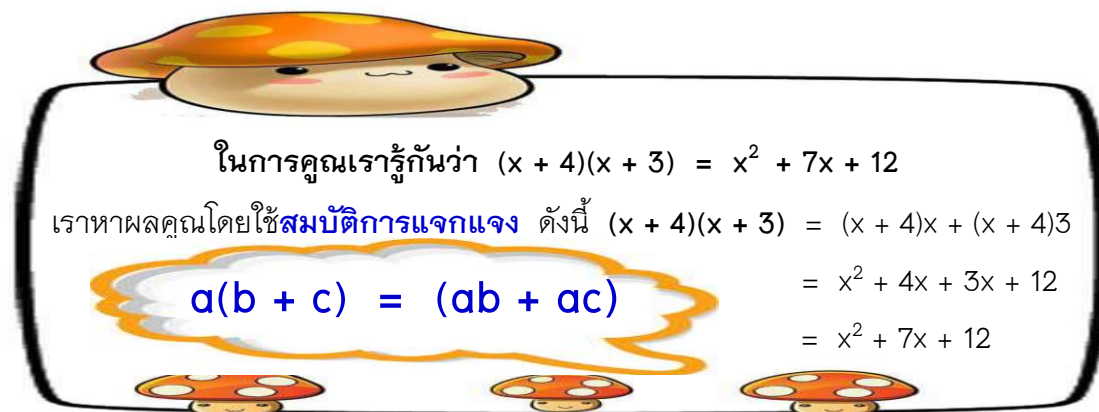
ถ้า a , b และ c เป็นพหุนาม เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจงได้ด้วยและเรียก a
ว่า ตัวประกอบร่วม ของ ab และ ac หรือ ตัวประกอบร่วมของ ba และ ca



ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $15x^2y - 18xy^2$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ พหุนาม $15x^2y - 18xy^2$ สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แยกตัวประกอบของพหุนาม
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงในรูป $ab + ac = a(b + c)$
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ $15x^2y - 18xy^2$ โดยใช้สมบัติการแจกแจง ดังนี้ $\begin{aligned} 15x^2y - 18xy^2 &= 3(5x^2y - 6xy^2) \\ &= 3x(5xy - 6y^2) \\ &= 3xy(5x - 6y) \end{aligned}$ ดังนั้น $15x^2y - 18xy^2 = 3xy(5x - 6y)$
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจคำตอบโดยการคูณตัวประกอบ $\begin{aligned} 3xy(5x - 6y) &= (3xy)(5x) - (3xy)(6y) \\ &= 15x^2y - 18xy^2 \end{aligned}$ ดังนั้น $3xy(5x - 6y) = 15x^2y - 18xy^2$



2. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เขียนในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม มี x เป็นตัวแปร แบ่งออกเป็น 3 กรณี ดังนี้



กรณีที่ 1

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป

$ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $c = 0$

ในกรณีที่ $c = 0$ พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวจะอยู่ในรูป $ax^2 + bx$

เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจง แยกตัวประกอบของพหุนามในรูปนี้ได้ในลักษณะเดียวกับที่กล่าวมาแล้วในข้อที่ 1

นอกจากจะใช้สมบัติการแจกแจงแล้ว ถ้าพหุนามมีหลายพจน์เราอาจต้องใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ประกอบด้วย



กรณีที่ 2

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป

$ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1$ และ b, c เป็นจำนวนเต็ม

การแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1$ และ b, c เป็นจำนวนเต็ม หรืออาจเขียนอยู่ในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็ม ได้โดยอาศัยแนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนามโดยหา จำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้เท่ากับพจน์ที่มีค่าคงตัวคือ c หรือเรียกว่า พจน์หลัง และบวกกันได้เท่ากับสัมประสิทธิ์ของ x คือ b หรือเรียกว่า พจน์กลาง และ ax^2 เรียกว่า พจน์หน้า ถ้าให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มสองจำนวน ซึ่ง $mn = c$ และ $m + n = b$ จะได้

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$



จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $x^2 - 10x + 21$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ พหุนาม $x^2 - 10x + 21$ สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ซึ่ง $m + n = b$ และ $mn = c$ แล้วแยกตัวประกอบในรูป $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ $x^2 - 10x + 21$ โดยใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ดังนี้ เนื่องจาก $b = -10$, $c = 21$ ซึ่ง $m + n = b$ และ $mn = c$ จะได้ $(-3) + (-7) = -10$ ซึ่ง $m = -3$, $n = -7$ และ $(-3) \times (-7) = 21$ ซึ่ง $m = -3$, $n = -7$ ดังนั้น $x^2 - 10x + 21 = [x + (-3)][x + (-7)]$ $= (x - 3)(x - 7)$ ดังนั้น $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจคำตอบโดยการคูณตัวประกอบ $(x - 3)(x - 7) = (x - 3)(x) - (x - 3)(7)$ $= x^2 - 3x - 7x - (-21)$ $= x^2 - 10x + 21$ ดังนั้น การแยกตัวประกอบถูกต้อง



ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่



1. สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบฝึกทักษะตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $5x^2 - 10x$

2. $x(x + 8) - (x + 8)$

3. $-2x + 14$

4. $44x^2 + 11xy$

5. $7x^2y + 21xy^2$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ 1. 2. 3. 4. 5. สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ

ดังนั้น
.....

แบบฝึกทักษะ ที่ 1.1 ข

ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่



2. สามารถแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็มได้

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบฝึกทักษะตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

1. จงเติมค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1. $x^2 + 9x - 10 = (x + \square)(x - 1)$ **ตอบ**

2. $x^2 + 6x - 16 = (x - 2)(x \square \square)$ **ตอบ**

3. $x^2 + 14x + 45 = (x + \square)(x + \square)$ **ตอบ**

4. $x^2 + 6x - 72 = (x \square \square)(x + 12)$ **ตอบ**

5. $x^2 - 10x + 16 = (x - 2)(x \square \square \square \square)$ **ตอบ**

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ 1. 2. 3. 4. 5. สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ
<u>ขั้นที่ 2</u>	แนวทางการแก้ปัญหา คือ

วางแผนแก้ปัญหา

.....

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (ต่อ) ดังนี้

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $12 - 7x + x^2$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

ปฏิบัติตามแผน

โดยใช้..... ดังนี้

1.

ตอบ

2.

ตอบ

3.

ตอบ

4.

ตอบ

5.

ตอบ

ขั้นที่ 4

ตรวจสอบ

ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล

โดย.....

1.

2.

3.

4.

5.

ดังนั้น

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนด คือ..... สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการ คือ
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ โดยใช้..... ดังนี้ จัดพหุนามใหม่เป็น..... จะได้..... นั่นคือ + = ซึ่ง $m = \dots$, $n = \dots$ และ $\times$ = ซึ่ง $m = \dots$, $n = \dots$ ดังนั้น = = ดังนั้น
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจคำตอบโดย..... ดังนั้น

3. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $x^2 - 3x - 10$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจ ปัญหา	สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนด คือ..... สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการ คือ
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ โดยใช้..... ดังนี้
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล





กรณีที่ 3

รายชื่อนักเรียน

รหัสวิชา ค23201

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ใบความรู้ที่ 1.2

การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เขียนในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป

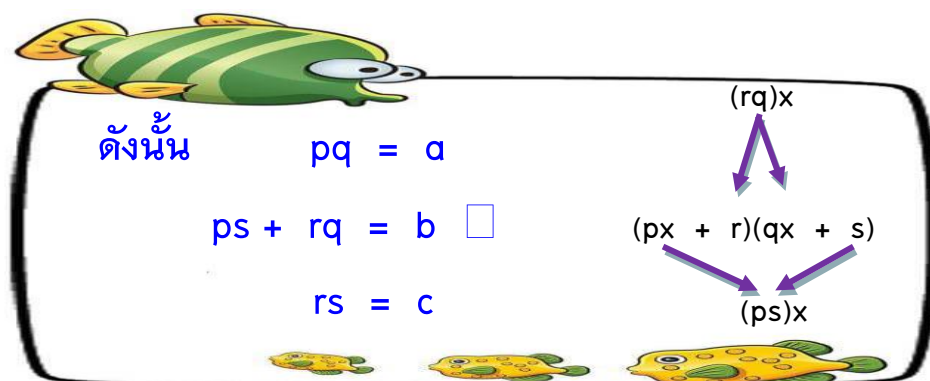
 $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม

สำหรับพหุนาม $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม
เราจะเรียก a ว่า สัมประสิทธิ์ของ x^2 เรียก b ว่า สัมประสิทธิ์ของ x
และเรียก c ว่า ค่าคงตัว

การแยกตัวประกอบของพหุนาม ในกรณีนี้ เราจะต้องหาจำนวนเต็ม p, q, r
และ s ซึ่งทำให้ ผลคูณของจำนวนเต็ม p กับ q เท่ากับ a ผลคูณของ p กับ s
บวกกับผลคูณของ r กับ q เท่ากับ b และ ผลคูณของ r กับ s เท่ากับ c จะได้

$$ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } (px + r)(qx + s) &= pqx^2 + psx + r qx + rs \\ &= pqx^2 + (ps + rq)x + rs \end{aligned}$$



ตัวอย่างที่ 3

จงแยกตัวประกอบของ $2x^2 + x - 6$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ พหุนาม $2x^2 + x - 6$ สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม แยกตัวประกอบในรูป $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ $2x^2 + x - 6$ โดยใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ดังนี้ เนื่องจาก 2 เป็นสัมประสิทธิ์ของ x^2 มาจาก $pq = 2 = 2 \times 1$ ดังนั้น เขียน $2x^2 + x - 6 = (2x + \dots)(x + \dots)$ หาจำนวนเต็มสองจำนวนซึ่งมีผลคูณเป็น -6 มาจาก $rs = -6$ $\begin{array}{l} -6 = (-1) \times 6 \quad \left \quad -6 = (-6) \times 1 \quad \left \quad -6 = (-3) \times 2 \quad \left \quad -6 = 3 \times (-2) \right. \right. \\ -6 = (-2) \times 3 \quad \left \quad -6 = 1 \times (-6) \quad \left \quad -6 = 2 \times (-3) \quad \left \quad -6 = 6 \times (-1) \right. \right. \end{array}$ ตรวจสอบโดยการคูณ $ps + rq = b = 1$ เมื่อ $p = 2, q = 1, s = 2, r = -3$ จะได้ $(2)(2) + (-3)(1) = 4 + (-3) = 1$ จาก $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$ ดังนั้น $2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2)$
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล โดยการคูณตัวประกอบ $\begin{aligned} (2x - 3)(x + 2) &= (2x - 3)(x) + (2x - 3)(2) \\ &= 2x^2 + 4x - 3x - 6 \\ &= 2x^2 + x - 6 \end{aligned}$ ดังนั้น การแยกตัวประกอบถูกต้อง



ตัวอย่างที่ 4 จงแยกตัวประกอบของ $8x^2 - 26x + 15$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ พหุนาม $8x^2 - 26x + 15$ สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม แยกตัวประกอบในรูป $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ $8x^2 - 26x + 15$ โดยใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ดังนี้ เนื่องจาก 8 เป็นสัมประสิทธิ์ของ x^2 มาจาก $pq = 8$ คือ $8 = 8 \times 1 \text{ หรือ } 8 = 2 \times 4$ ดังนั้น เขียน $8x^2 - 26x + 15 = (2x + \dots)(4x + \dots)$ หาจำนวนเต็มสองจำนวนซึ่งมีผลคูณเป็น 15 มาจาก $rs = c = 15$ $\begin{array}{l l l l} 15 = 1 \times 15 & 15 = 3 \times 5 & 15 = (-1) \times (-15) & 15 = (-3) \times (-5) \\ 15 = 15 \times 1 & 15 = 5 \times 3 & 15 = (-15) \times (-1) & 15 = (-5) \times (-3) \end{array}$ ตรวจสอบโดยการคูณ $ps + rq = b = -26$ เมื่อ $p = 2, q = 4, s = -3, r = -5$ จะได้ $(2)(-3) + (-5)(4) = (-6) + (-20) = -26$ จาก $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$ ดังนั้น $8x^2 - 26x + 15 = (2x - 5)(4x - 3)$
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจสอบคำตอบโดยการคูณ $\begin{aligned} (2x - 5)(4x - 3) &= (2x - 5)(4x) + (2x - 5)(-3) \\ &= 8x^2 - 20x - 6x + 15 \\ &= 8x^2 - 26x + 15 \end{aligned}$ ดังนั้น การแยกตัวประกอบถูกต้อง

ชื่อ - สกุลชั้น.....เลขที่.....



3. สามารถแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป
 $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็มได้

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบฝึกทักษะตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 ต่อไปนี้

1. จงเติมค่าในช่องว่างที่ทำให้สมการเป็นจริง

1.

$$4x^2 + 8x + 3 = (\dots\dots\dots x + \dots\dots\dots)(2x + 3)$$

2.

$$4x^2 + 4x - 3 = (\dots\dots\dots x - 1)(2x + \dots\dots\dots)$$

3.

$$5x^2 + 7x - 6 = (x + \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots - 2)$$

4.

$$8x^2 - 19x - 15 = (\dots\dots\dots - 3)(8x + \dots\dots\dots)$$

5.

$$8x^2 + 2x - 15 = (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)(4x - 5)$$

6.

$$6x^2 + 19x + 15 = (3x + 5)(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)$$

7.

$$-12x^2 - 5x + 3 = (-3x + \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots + 3)$$

8.

$$7x^2 - 37x + 10 = (\dots\dots\dots - 2)(x - \dots\dots\dots)$$

9.

$$6x^2 + 17x + 12 = (3x + \dots\dots\dots)(2x + \dots\dots\dots)$$

10.

$$24x^2 - 43x + 18 = (\dots\dots\dots - 9)(3x - \dots\dots\dots)$$

2. จงแยกตัวประกอบของ $6x^2 + 19x + 3$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

จุดประสงค์ เพื่อประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียนในเรื่องการแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ในกระดาษคำตอบที่ครูแจกให้
2. กำหนดเวลาในการทำแบบทดสอบ 15 นาที

1. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x(x + 3) + 5(x + 3)$

ก. $(x + 3)(x + 3)$

ข. $(x + 5)(x + 3)$

ค. $x(x + 1)(x + 3)$

ง. $x(x - 5)(x + 3)$

2. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 5x$

ก. $5(x^2 + x)$

ข. $5x(x + 1)$

ค. $x(x + 5)$

ง. $X^2(x + 5)$

3. ตัวประกอบร่วมของ $5x + 10$ คือข้อใด

ก. 2

ข. 5

ค. 10

ง. x

4. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2y - 4xy$

ก. $y(x^2 - 4x)$

ข. $xy(x + 4)$

ค. $x(xy - 4y)$

ง. $xy(x - 4)$

5. เมื่อแยกตัวประกอบของ $x^2 + 7x + 10$ ในรูป $(x + m)(x + n)$ แล้ว $(m)(n)$ และ $(n)(x) + (m)(x)$ มีค่าเท่าไรตามลำดับ

ก. 10 และ $7x$ ข. $7x$ และ 10ค. -10 และ $-3x$ ง. -10 และ $3x$ 6. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 9x + 18$ ก. $(x - 3)(x + 6)$ ข. $(x + 3)(x + 6)$ ค. $(x + 3)(x - 6)$ ง. $(x - 3)(x - 6)$ 7. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $x^2 - 4x - 5$ ก. $(x + 5)(x + 1)$ ข. $(x - 5)(x - 1)$ ค. $(x - 5)(x + 1)$ ง. $(x - 5)(x + 1)$ 8. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $6x^2 - x - 2$ ก. $(2x + 1)(3x - 2)$ ข. $(2x - 1)(3x + 2)$ ค. $(2x + 1)(3x + 2)$ ง. $(2x - 1)(3x - 2)$ 9. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ $2x^2 + 13x + 6$ ก. $(2x + 1)(x + 6)$ ข. $(2x - 1)(x + 6)$ ค. $(2x + 1)(x - 6)$ ง. $(2x - 1)(x - 6)$ 10. $(2x - 6)(x + 5)$ เป็นตัวประกอบของพหุนามใดก. $x^2 + 4x + 30$ ข. $x^2 - 4x - 30$ ค. $x^2 - 4x + 30$ ง. $x^2 + 4x - 30$ 

กฤษฎี ไกรสวัสดิ์. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์.

กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด, 2546.

ฝ่ายวิชาการ พีพีซี. ยอดคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม

ระดับ 1-2-3. กรุงเทพฯ : บริษัท สำนักพิมพ์ พีพีซี จำกัด, 2552.

พนิดา พิสิฐอมรชัย และคณะ. แบบฝึกหัด รายวิชาเพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1. กรุงเทพฯ : บริษัท

สำนักพิมพ์ แม็ค จำกัด, 2555.

เลิศ สิทธิโกศล. คณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 1 รายวิชาพื้นฐาน & เพิ่มเติม. กรุงเทพฯ :

เจริญดีมั่นคงการพิมพ์, 2556.

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. หนังสือเรียนรายวิชา

เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.

ลาดพร้าว, 2557.



เกณฑ์การให้คะแนน

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่เป็นรายข้อและแบบทดสอบ

ระดับคะแนน	การปฏิบัติ / หลักฐาน
1	เขียนคำตอบได้ถูกต้องและสมบูรณ์
0	ไม่เขียนคำตอบหรือเขียนคำตอบไม่ถูกต้อง

2. เกณฑ์การให้คะแนนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

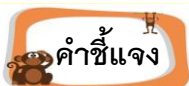
ขั้นตอน	การปฏิบัติ / หลักฐาน	ระดับคะแนน
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ ปัญหา	- สามารถทำความเข้าใจปัญหา บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องและสมบูรณ์	2
	- สามารถทำความเข้าใจปัญหา บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้บางส่วนและยังไม่สมบูรณ์	1
	- ไม่สามารถทำความเข้าใจปัญหาและไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้สิ่งที่โจทย์ต้องการได้	0
ขั้นที่ 2 วางแผน แก้ปัญหา	- สามารถบอกได้ว่าหาคำตอบโดยวิธีการใดและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ได้อย่างถูกต้อง	2
	- สามารถบอกได้ว่าหาคำตอบโดยวิธีการใดและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ได้บางส่วนและยังไม่สมบูรณ์	1
	- ไม่สามารถบอกได้ว่าหาคำตอบโดยวิธีการใดหรือไม่มี การลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ได้	0

2. เกณฑ์การให้คะแนนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (ต่อ)

ปฏิบัติตามแผน	คำตอบ แสดงวิธีทำที่ถูกต้องและสมบูรณ์ - สามารถเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณหาคำตอบ แสดงวิธีทำได้ถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ - สามารถเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณหาคำตอบ แสดงวิธีทำได้ถูกต้องบางส่วนและยังไม่สมบูรณ์ - สามารถเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณหาคำตอบ แสดงวิธีทำได้บางส่วนและยังไม่สมบูรณ์ - ไม่สามารถเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณหาคำตอบ และไม่แสดงวิธีทำ	3 2 1 0
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ	- ระบุคำตอบได้สมเหตุสมผล และสรุปความหมายของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ - ระบุคำตอบได้สมเหตุสมผล และสรุปความหมายของคำตอบได้บางส่วนยังไม่สมบูรณ์ - ไม่สามารถระบุคำตอบได้สมเหตุสมผลและสรุปความหมายของคำตอบได้	2 1 0

แบบบันทึกผลคะแนนรายบุคคล

ชื่อ - นามสกุลชั้น.....เลขที่.....



- ให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนจากการทำแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาการเรียนรู้
ด้วยกระบวนการเรียนรู้และการทำแบบฝึกทักษะ
- ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ที่ช่องสรุปผล เมื่อนักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินหรือไม่
ผ่านเกณฑ์การประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะ

ที่	รายการ	ข้อที่	คะแนน เต็ม	คะแนน ที่ได้	ร้อยละของ คะแนนที่ได้	สรุปผล	
						ผ่าน	ไม่ผ่าน
1	แบบทดสอบก่อนเรียน						
2	แบบฝึกทักษะที่ 1.1 ก	1	10				
3	แบบฝึกทักษะที่ 1.1 ข	1	10				
		2	10				
		3	10				
4	แบบฝึกทักษะที่ 1.2	1	10				
		2	10				
		3	10				
5	แบบทดสอบหลังเรียน		10				
รวมคะแนน			80				

นักเรียนจะผ่านเกณฑ์การประเมิน เมื่อทำแบบฝึกทักษะได้ร้อยละ 75 ขึ้นไป

- ช่วงคะแนน
- คะแนนเต็ม 5 ต้องทำได้ 4 คะแนนขึ้นไป
 - คะแนนเต็ม 10 ต้องทำได้ 8 คะแนนขึ้นไป



แบบบันทึกผลคะแนนสมาชิกในกลุ่ม

แบบฝึกทักษะเล่มที่ เรื่อง.....

ชั้นกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิกในกลุ่ม

1. ประธานกลุ่ม ชื่อ
2. รองประธาน ชื่อ.....
3. ผู้ประสานงาน ชื่อ.....
4. กรรมการ ชื่อ.....
5. เลขานุการ ชื่อ.....



คำชี้แจง

ให้นักเรียนบันทึกคะแนนผลการเรียนของสมาชิกในกลุ่ม จากการทำแบบฝึกทักษะ การทดสอบย่อยก่อนเรียนและหลังเรียนลงในช่องรายการประเมิน

ที่	ชื่อ – สกุล	รายการประเมินคะแนน					รวม คะแนน
		แบบทดสอบ ก่อนเรียน	แบบฝึกทักษะที่			แบบทดสอบ หลังเรียน	
			1.1ก	1.1ข	1.2		
รวมคะแนน							
คะแนนเฉลี่ย							

เฉลยแบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

ข้อที่	เฉลย
1.	ข
2.	ค
3.	ง
4.	ข
5.	ค
6.	ค
7.	ก
8.	ก
9.	ค
10.	ก

เฉลยแบบทดสอบย่อยหลังเรียน

ข้อที่	เฉลย
1.	ข
2.	ค
3.	ข
4.	ง
5.	ก
6.	ข
7.	ค
8.	ก
9.	ก
10.	ง

ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่



1. สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้
สมบัติการแจกแจง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบฝึกทักษะตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ต่อไปนี้

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $5x^2 - 10x$

2. $x(x + 8) - (x + 8)$

3. $-2x + 14$

4. $44x^2 + 11xy$

5. $7x^2y + 21xy^2$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

ขั้นที่ 1

ทำความเข้าใจ
ปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

1. $5x^2 - 10x$
2. $x(x + 8) - (x + 8)$
3. $-2x + 14$
4. $44x^2 + 11xy$
5. $7x^2y + 21xy^2$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้

ขั้นที่ 2

วางแผนแก้ปัญหา

แนวทางการแก้ปัญหา คือ แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้

สมบัติการแจกแจงในรูป $ab + ac = a(b + c)$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (ต่อ) ดังนี้

พหุนามที่กำหนดให้

ขั้นที่ 3

ปฏิบัติตามแผน

พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ

โดยใช้ สมบัติการแจกแจงในรูป $ab + ac = a(b + c)$

ดังนี้

$$1. \quad 5x^2 - 10x = 5(x^2 - 2x) \\ = 5x(x - 2)$$

$$2. \quad x(x + 8) - (x + 8) = (x - 1)(x + 8) \\ = \dots\dots\dots$$

$$3. \quad -2x + 14 = -2(x - 7) \\ = \dots\dots\dots$$

$$4. \quad 44x^2 + 11xy = 11(4x^2 + xy) \\ = 11x(4x + y)$$

$$5. \quad 7x^2y + 21xy^2 = 7(x^2y + 3xy^2) \\ = 7xy(x + 3y)$$

ขั้นที่ 4

ตรวจสอบ

ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล

โดย..... ตรวจสอบคำตอบโดยการคูณตัวประกอบรวม

$$1. \quad 5x(x - 2) = 5x^2 - 10x$$

$$2. \quad (x - 1)(x + 8) = x(x + 8) - (x + 8)$$

$$3. \quad -2(x - 7) = -2x + 14$$

$$4. \quad 11x(4x + y) = 44x^2 + 11xy$$

$$5. \quad 7xy(x + 3y) = 7x^2y + 21xy^2$$

ดังนั้น การแยกตัวประกอบถูกต้อง



ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่



2. สามารถแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็มได้

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบฝึกทักษะตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

1. จงเติมค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1. $x^2 + 9x - 10 = (x + \square)(x - 1)$ **ตอบ**

2. $x^2 + 6x - 16 = (x - 2)(x \square \square)$ **ตอบ**

3. $x^2 + 14x + 45 = (x + \square)(x + \square)$ **ตอบ**

4. $x^2 + 6x - 72 = (x \square \square)(x + 12)$ **ตอบ**

5. $x^2 - 10x + 16 = (x - 2)(x \square \square)$ **ตอบ**

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

ขั้นที่ 1

ทำความเข้าใจ
ปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

1. $x^2 + 9x - 10 = (x + \square)(x - 1)$

2. $x^2 + 6x - 16 = (x - 2)(x \square \square)$

3. $x^2 + 14x + 45 = (x + \square)(x + \square)$

4. $x^2 + 6x - 72 = (x \square \square)(x + 12)$

5. $x^2 - 10x + 16 = (x - 2)(x \square \square)$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้

ขั้นที่ 2

วางแผนแก้ปัญหา

แนวทางการแก้ปัญหา คือ แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้

แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ซึ่ง $m + n = b$ และ $mn = c$

แล้วแยกตัวประกอบในรูป $ax^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (ต่อ) ดังนี้

ขั้นที่ 3

พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ พหุนามที่กำหนดให้
โดยใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ดังนี้

$x^2 + 9x - 10 = (x + \square)(x - 1)$

$x^2 + 9x - 10 = (x + 10)(x - 1)$

$x^2 + 9x - 10 = (x + 10)(x - 1)$

ปฏิบัติตามแผน

1.
ตอบ
2.
ตอบ
3.
ตอบ
4.
ตอบ
5.
ตอบ

ขั้นที่ 4

ตรวจสอบ

- ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล
 โดย...การหาผลคูณของพหุนาม ซึ่ง $b = m + n$ และ $c = mn$
จากแยกตัวประกอบในรูป $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$
1. $x^2 + 9x - 10$ = $(x + 10)(x - 1)$
 $b = 9 = 10 + (-1)$ และ $c = -10 = (10)(-1)$
 2. $x^2 + 6x - 16$ = $(x - 2)(x + 8)$
 $b = 6 = (-2) + 8$ และ $c = -16 = (-2)(8)$
 3. $x^2 + 14x + 45$ = $(x + 9)(x + 5)$
 $b = 14 = 9 + 5$ และ $c = 45 = (9)(5)$
 4. $x^2 + 6x - 72$ = $(x - 6)(x + 12)$
 $b = 6 = (-6) + 12$ และ $c = -72 = (-6)(12)$
 5. $x^2 - 10x + 16$ = $(x - 2)(x - 8)$
 $b = -10 = (-2) + (-8)$ และ $c = 16 = (-2)(-8)$
- ดังนั้นการแยกตัวประกอบถูกต้อง

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $12 - 7x + x^2$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ.....พหุนาม $12 - 7x + x^2$..... สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้.....
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้..... แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ซึ่ง $m + n = b$ และ $mn = c$..... แล้วแยกตัวประกอบในรูป $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$.....
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ พหุนาม $12 - 7x + x^2$..... โดยใช้.....แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม..... ดังนี้ จัดพหุนามใหม่เป็น $x^2 - 7x + 12$..... จะได้..... $b = -7$, $c = 12$ ซึ่ง $m + n = b$ และ $m \times n = c$..... นั่นคือ $(-3) + (-4) = -7$ ซึ่ง $m = -3$, $n = -4$..... และ $(-3) \times (-4) = 12$ ซึ่ง $m = -3$, $n = -4$..... ดังนั้น $x^2 - 7x + 12 = [x + (-3)][x + (-4)]$..... $= (x - 3)(x - 4)$..... ดังนั้น $12 - 7x + x^2 = (x - 3)(x - 4)$.....
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจสอบคำตอบโดย.....การคูณตัวประกอบ..... $(x - 3)(x - 4) = [x(x - 4) - 3(x - 4)]$..... $= x^2 - 4x - 3x + 12$..... $= x^2 - 7x + 12$..... ดังนั้นแยกตัวประกอบถูกต้อง.....

3. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $x^2 - 3x - 10$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจ ปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ..... พหุนาม $x^2 - 3x - 10$ สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้..... แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ซึ่ง $m + n = b$ และ $mn = c$ แล้วแยกตัวประกอบในรูป $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ พหุนาม $x^2 - 3x - 10$ โดยใช้..... แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม..... ดังนี้ จะได้ $b = -3, c = -10$ ซึ่ง $m + n = b$ และ $m \times n = c$ นั่นคือ $(-5) + 2 = -3$ ซึ่ง $m = -5, n = 2$ และ $(-5) \times 2 = -10$ ซึ่ง $m = -5, n = 2$ ดังนั้น $x^2 - 3x - 10 = [x + (-5)][(x + 2)]$ $= (x - 5)(x + 2)$ ดังนั้น $x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจสอบคำตอบโดยการคูณตัวประกอบ $(x - 5)(x + 2) = [x(x + 2) - 5(x + 2)]$ $= x^2 + 2x - 5x - 10$ $= x^2 - 3x - 10$ ดังนั้น แยกตัวประกอบถูกต้อง



เฉลยแบบฝึกทักษะ ที่ 1.2

ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่



3. สามารถแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนเต็มได้

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบฝึกทักษะตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

1. จงเติมค่าในช่องว่างที่ทำให้สมการเป็นจริง

1. $4x^2 + 8x + 3 = (\dots\dots\dots 2 \dots\dots x + \dots\dots 1 \dots\dots)(2x + 3)$
 2. $4x^2 + 4x - 3 = (\dots\dots 2 \dots\dots x - 1)(2x + \dots\dots 3 \dots\dots)$
 3. $5x^2 + 7x - 6 = (x + \dots\dots 3 \dots\dots)(\dots\dots 3x \dots\dots - 2)$
 4. $8x^2 - 19x - 15 = (\dots\dots x \dots\dots - 3)(8x + \dots\dots 5 \dots\dots)$
 5. $8x^2 + 2x - 15 = (\dots\dots 2x \dots\dots + \dots\dots 3 \dots\dots)(4x - 5)$
 6. $6x^2 + 19x + 15 = (3x + 5)(\dots\dots 2x \dots\dots + \dots\dots 3 \dots\dots)$
 7. $-12x^2 - 5x + 3 = (-3x + \dots\dots 1 \dots\dots)(\dots\dots 4x \dots\dots + 3)$
 8. $7x^2 - 37x + 10 = (\dots\dots 7x \dots\dots - 2)(x - \dots\dots 5 \dots\dots)$
 9. $6x^2 + 17x + 12 = (3x + \dots\dots 4 \dots\dots)(2x + \dots\dots 3 \dots\dots)$
 10. $24x^2 - 43x + 18 = (\dots\dots 8x \dots\dots - 9)(3x - \dots\dots 2 \dots\dots)$
2. จงแยกตัวประกอบของ $6x^2 + 19x + 3$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ.....แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้				
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ.....แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้ แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม แยกตัวประกอบในรูป $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$				
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของพหุนาม $6x^2 + 19x + 3$ โดย.....ใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม..... ดังนี้ เนื่องจาก 6 เป็นสัมประสิทธิ์ของ x^2 มาจาก $pq = 6 = 3 \times 2$ ดังนั้น เขียน $6x^2 + 19x + 3 = (6x +)(x +)$ หาจำนวนเต็มสองจำนวนซึ่งมีผลคูณเป็น 3 มาจาก $rs = 3$ <table border="1" data-bbox="718 918 1197 1030"> <tr> <td>$3 = 1 \times 3$</td> <td>$3 = (-1) \times (-3)$</td> </tr> <tr> <td>$3 = 3 \times 1$</td> <td>$3 = (-3) \times (-1)$</td> </tr> </table> ตรวจสอบโดยการคูณ $ps + rq = b = 19$ เมื่อ $p = 6, q = 1, r = 1, s = 3$ จะได้ $(6)(3) + (1)(1) = 18 + 1 = 19$ จาก $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$ $6x^2 + 19x + 3 = (6x + 1)(x + 3)$ ดังนั้น $6x^2 + 19x + 3 = (6x + 1)(x + 3)$	$3 = 1 \times 3$	$3 = (-1) \times (-3)$	$3 = 3 \times 1$	$3 = (-3) \times (-1)$
$3 = 1 \times 3$	$3 = (-1) \times (-3)$				
$3 = 3 \times 1$	$3 = (-3) \times (-1)$				
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจคำตอบโดยการคูณตัวประกอบ $(6x + 1)(x + 3) = [6x(x + 3)] + (x + 3)$ $= 6x^2 + 18x + x + 3$ $= 6x^2 + 19x + 3$ ดังนั้น แยกตัวประกอบได้ถูกต้อง				

3. จงแยกตัวประกอบของ $3x^2 - x - 14$

แนวทางการหาคำตอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทำความเข้าใจปัญหา	สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ พหุนาม $3x^2 - x - 14$ สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ..... แยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้								
<u>ขั้นที่ 2</u> วางแผนแก้ปัญหา	แนวทางการแก้ปัญหา คือ..... แยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้ แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม แยกตัวประกอบในรูป $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$								
<u>ขั้นที่ 3</u> ปฏิบัติตามแผน	พิจารณาการแยกตัวประกอบ ของ พหุนาม $3x^2 - x - 14$ โดย..... ใช้แนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ดังนี้ เนื่องจาก 3 เป็นสัมประสิทธิ์ของ x^2 มาจาก $pq = 3 = 3 \times 1$ ดังนั้น เขียน $3x^2 - x - 14 = (3 +)(x +)$ หาจำนวนเต็มสองจำนวนซึ่งมีผลคูณเป็น -14 มาจาก $rs = -14$ <table><tr><td>$-14 = (-1)(14)$</td><td>$-14 = (-2)(7)$</td><td>$-14 = (-7)(2)$</td><td>$-14 = (-14)(1)$</td></tr><tr><td>$-14 = (1)(-14)$</td><td>$-14 = (2)(-7)$</td><td>$-14 = (7)(-2)$</td><td>$-14 = (14)(-1)$</td></tr></table> ตรวจสอบโดยการคูณ $ps + rq = b = -1$ เมื่อ $p = 3, q = 1, r = -7, s = 2$ จะได้ $(3)(2) + (1)(-7) = 6 + (-7) = -1$ จาก $ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$ $3x^2 - x - 14 = (3x - 7)(x + 2)$ ดังนั้น $6x^2 + 19x + 3 = (3x - 7)(x + 2)$	$-14 = (-1)(14)$	$-14 = (-2)(7)$	$-14 = (-7)(2)$	$-14 = (-14)(1)$	$-14 = (1)(-14)$	$-14 = (2)(-7)$	$-14 = (7)(-2)$	$-14 = (14)(-1)$
$-14 = (-1)(14)$	$-14 = (-2)(7)$	$-14 = (-7)(2)$	$-14 = (-14)(1)$						
$-14 = (1)(-14)$	$-14 = (2)(-7)$	$-14 = (7)(-2)$	$-14 = (14)(-1)$						
<u>ขั้นที่ 4</u> ตรวจสอบ	ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ตรวจคำตอบโดยการคูณตัวประกอบ $(3x - 7)(x + 2) = [3x(x + 2)] - [7(x + 2)]$ $= 3x^2 + 6x - 7x - 14$ $= 3x^2 - x - 14$ ดังนั้น แยกตัวประกอบได้ถูกต้อง								

