

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

จำนวนจริง (Real Numbers)

จำนวนจริง (Real Numbers) ประกอบด้วยจำนวน 2 ชนิด
คือ จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ

เป็นจำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วน

โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ



1. จำนวนเต็ม ได้แก่ $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$
2. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เป็นศูนย์
เช่น $\frac{1}{2}, 3\frac{1}{6}, -\frac{3}{4}$
3. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น
 $0.5, 0.1252525\dots, 2.\overline{43}, 5.4\overline{65}$

จำนวนอตรรกยะ เป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ แต่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำและสามารถกำหนดค่าโดยประมาณได้

ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ

1. จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ที่เมื่อหาค่าแล้วไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ
เช่น $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$
2. จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น 0.125693... , 0.121221222...
3. π

ตัวอย่าง

จงพิจารณาว่า จำนวนจริงที่กำหนดให้ในข้อต่อไปนี้
เป็นจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะ

1. $2.555 \dots$

จำนวนตรรกยะ

2. $3.121121112 \dots$

จำนวนอตรรกยะ

3. $\sqrt[3]{-8} = -2$

จำนวนตรรกยะ

4. $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = 4$

จำนวนตรรกยะ

5. $8 + \sqrt{7}$

จำนวนอตรรกยะ



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1

1. ให้ระบุว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
1.	-1	✓		✓		✓
2.	0	✓		✓		✓
3.	$\frac{3}{5}$	✓				✓
4.	-1.36	✓	✓			✓
5.	0.333...		✓			✓
6.	$\sqrt{2}$		✓			✓
7.	π		✓			✓
8.	$\sqrt{11}$	✓				✓
9.	-1.1412	✓				✓



ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
10.	$\frac{22}{7}$	✓				✓
11.	$\sqrt{5} - \sqrt{5}$	✓		✓		✓
12.	$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$	✓		✓		✓
13.	$\sqrt[3]{-64}$	✓		✓		✓
14.	$\sqrt{(-5)^2}$	✓		✓		✓
15.	$\sqrt{25} - \sqrt{9}$		✓			✓
16.	$2\sqrt{7}$		✓			✓
17.	1.732		✓			✓
18.	0.101001...					✓



2. ให้เขียนเครื่องหมาย ✓ ลงหน้าข้อความที่เป็นจริง และเขียน
เครื่องหมาย ✕ ลงหน้าข้อความที่เป็นเท็จ

✓

1) 0.035 เป็นจำนวนตรรกยะ

✕

2) 0.022022022... เป็นจำนวนตรรกยะ

✕

3) 0.45445444544445... เป็นจำนวนตรรกยะ

✕

4) 0 เป็นจำนวนนับ

✓

5) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ เป็นจำนวนนับ

✕

6) $\frac{\pi}{4}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

✕

7) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ





8) $\sqrt{81}$ เป็นจำนวนตรรกยะ



9) $\frac{0}{11}$ เป็นจำนวนตรรกยะ



10) $\sqrt{\pi}$ เป็นจำนวนตรรกยะ



11) 8.41 เป็นจำนวนตรรกยะ



12) a เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนตรรกยะ



13) จำนวนตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะ
แล้วได้จำนวนตรรกยะ



14) จำนวนอตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะ
แล้วได้จำนวนตรรกยะ



สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

การเท่ากันในระบบจำนวนจริง

สมบัติของการเท่ากัน



1. สมบัติการสะท้อน $a = a$
2. สมบัติการสมมาตร ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
3. สมบัติการถ่ายทอด ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
4. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
5. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

ตัวอย่างที่ 1

จงพิจารณาและบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

(1) ถ้า $a = b$ และ $b = 7$ แล้ว $a = 7$

สมบัติการถ่ายทอด

(2) ถ้า $x - 9 = 15$ แล้ว $x = 24$

สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

(3) ถ้า $\frac{x}{8} = 5$ แล้ว $x = 40$

สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน





สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก



กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. สมบัติปิดของการบวก ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a + b$ เป็นจำนวนจริงด้วย

2. สมบัติการสลับที่ของการบวก $a + b = b + a$

3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก $a + (b + c) = (a + b) + c$

4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

จำนวนจริงที่นำมาบวกกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ a เรียกจำนวนจริงที่นำมาบวกว่า **เอกลักษณ์การบวก** ในระบบจำนวนจริงมี **เอกลักษณ์การบวกจำนวนเดียว** คือ 0

5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก

จำนวนจริงที่บวกกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 0 คือ $-a$ เรียก $-a$ ว่าเป็น **อินเวอร์สการบวก** ของ a

ตัวอย่างที่ 2

จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

1) $6 + 5$ เป็นจำนวนจริง

สมบัติปิดของการบวก

2) $0 + 9 = 9 + 0 = 9$

สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

3) $5 + (-5) = 0$

สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก



ตัวอย่างที่ 3

จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

(1) $-\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{5} - 1$

(3) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

วิธีทำ

(1) อินเวอร์สการบวกของ $-\sqrt{3}$ คือ $-(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

(2) อินเวอร์สการบวกของ $\sqrt{5} - 1$ คือ $-(\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{5} + 1$

(3) อินเวอร์สการบวกของ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ คือ $-(\frac{2}{\sqrt{5}}) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$





แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2



1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติการเท่ากันข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

- ก. สมบัติการสะท้อน
- ข. สมบัติการสมมาตร
- ค. สมบัติการถ่ายทอด
- ง. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน
- จ. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน

ก

1) $2x + y = 2x + y$

ข

2) ถ้า $x = y + z$ แล้ว $y + z = x$

ง

3) ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $(2 + 3) + 4 = 5 + 4$

ค

4) ถ้า $2 + 3 = 5$ และ $5 = 4 + 1$ แล้ว $2 + 3 = 4 + 1$

จ

5) ถ้า $b = -3$ แล้ว $2 \times b = 2 \times (-3)$



ก

6) ถ้า $2y = x + z$ และ $x + z = 8$ แล้ว $2y = 8$

จ

7) ถ้า $2x = 6y$ แล้ว $x = 3y$

ง

8) ถ้า $x + 2 = 3y$ แล้ว $x + 7 = 3y + 5$

ก

9) ถ้า $5b = 5b$

ข

10) ถ้า $4 + (-3) = 1$ แล้ว $1 = 4 + (-3)$



2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก
ข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลง
หน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

- ก. สมบัติปิดของการบวก
- ข. สมบัติการสลับที่ของการบวก
- ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก
- ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก
- จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก



ก

1. $2 + \sqrt{2}$ เป็นจำนวนจริง

ข

2. $\pi + 1 = 1 + \pi$ เป็นจำนวนจริง

ง

$$3. -5 + 0 = 0 + (-5)$$

จ

$$4. -\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$$

ค

$$5. (1.2 + 2.3) + 3.4 = 1.2 + (2.3 + 3.4)$$



၁

$$6. \quad x + (-x) = 0$$

၂

$$7. \quad 2y + \frac{y}{2} = \frac{y}{2} + 2y$$

၈

$$8. \quad 8 + \frac{1}{2} = 8 - \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$$

၃

$$9. \quad 2a + b = b + 2a$$

၄

$$10. \quad a + 0 = a$$

၉

$$11 \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) + 3 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3 \right)$$

၁

$$12 \quad \sqrt{8} + (-2\sqrt{2}) = 0$$

၅

$$13 \quad \left(-\frac{\pi}{2} \right) + 0 = -\frac{\pi}{2}$$



3. จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการบวกของ $-\frac{1}{7}$ คือ

$$\frac{1}{7}$$

2) อินเวอร์สการบวกของ $\sqrt{2} + 1$ คือ

$$-\sqrt{2} - 1$$

3) อินเวอร์สการบวกของ 1.732 คือ

$$-1.732$$

4) อินเวอร์สการบวกของ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{5}$ คือ

$$-\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{5}$$

5) อินเวอร์สการบวกของ $-3\sqrt{2}$ คือ

$$3\sqrt{2}$$

6) อินเวอร์สการบวกของ - 2.71 คือ

$$2.71$$

7) อินเวอร์สการบวกของ $|-3|$ คือ

$$-3$$



สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ



กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. สมบัติปิดของการคูณ



ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง
แล้ว ab เป็นจำนวนจริงด้วย

2. สมบัติการสลับที่ของการคูณ



$$ab = ba$$

3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ



$$a(bc) = (ab)c$$

4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ



จำนวนจริงที่นำมาคูณกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ a
เรียกจำนวนจริงที่นำมาคูณว่า เอกลักษณ์การคูณ ในระบบจำนวนจริง
มีเอกลักษณ์การคูณจำนวนเดียว คือ 1





5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

จำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 1 คือ a^{-1} เรียก a^{-1} ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ a

สมบัติการแจกแจง

ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนจริง $a(b+c) = ab + ac$
และ $(b+c)a = ba + ca$



ตัวอย่างที่ 1

กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริง จงบอกสมบัติของ
จำนวนจริงที่แสดงว่า

1. $(ab)c = a(bc)$ →

สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

2. $1 \times a = a$ →

สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

3. $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$ →

สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ



ตัวอย่างที่ 2

จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

$$(1) -\frac{4}{5}$$

$$(2) \sqrt{7}$$

$$(3) \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

วิธีทำ

$$1) \text{ อินเวอร์สการคูณของ } -\frac{4}{5} \text{ คือ } \frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$$

$$2) \text{ อินเวอร์สการคูณของ } \sqrt{7} \text{ คือ } \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$3) \text{ อินเวอร์สการคูณของ } \sqrt{5} + \sqrt{3} \text{ คือ } \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$$





แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3



1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการคูณ

ง

ข. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

ข

จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

ช. สมบัติการแจกแจง

ก

จ

5. $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1$

จ

1. $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

2. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

3. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \in \mathbb{R}$

4. $2\sqrt{3} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = 1$



ก

$$6 \quad (5 \times 2) \times 7 = 5 \times (2 \times 7)$$

จ

$$7. \quad (-6) \times (-6)^{-1} = 1$$

ง

$$8. \quad 1 \times 1 = 1$$

ก

$$9. \quad -\sqrt{5x} \text{ เป็นจำนวนจริง}$$

จ

$$10 \quad (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} = 1$$

ข

$$11 \quad 3(5 + 4) = (3 \times 5) + (3 \times 4)$$



၁

$$12. \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = 1$$

၂

$$13. \quad \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

၃

$$14. \quad (3 - \sqrt{3})(a - 2b + 1) = (a - 2b + 1)(3 - \sqrt{3})$$





2. จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการคูณของ $-a$ คือ

$$-\frac{1}{a}$$

2) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{8}$ คือ

$$8$$

3) อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ คือ

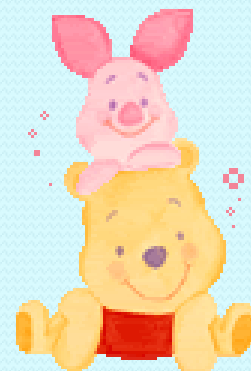
$$\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

4) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ คือ

$$\sqrt{5} - \sqrt{3}$$

5) อินเวอร์สการคูณของ 2π คือ

$$\frac{1}{2\pi}$$



6) อินเวอร์สการคูณของ $-5\sqrt{5}$ คือ

$$-\frac{\sqrt{5}}{25}$$

7) อินเวอร์สการคูณของ 4 คือ

$$\frac{1}{4}$$

8) อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ คือ

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

9) อินเวอร์สการคูณของ -1 คือ

$$-1$$

10) อินเวอร์สการคูณของ $-\sqrt{3}$ คือ

$$-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

