

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

หน่วยที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน

แบบฝึกทักษะที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ด33202)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



Complex Number

real part $\rightarrow a + bi$ $\leftarrow$ *imaginary part*

โดย นางธนิษวรัชนี วงษ์ต้นหิน

ครู วิทยฐานะชำนาญการ

โรงเรียนพัทลุง จังหวัดพัทลุง

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 12

กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

แบบฝึกทักษะเล่มที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน จัดทำขึ้นตามหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนพัทลุง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2558) ตามหลักสูตร พุทธศักราช 2551 เพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัส วิชา ค33202 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน เพื่อแก้ปัญหา นักเรียนที่ขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถฝึกฝนเพิ่มเติม ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจ และใช้หลักการเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน เพื่อช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา ฝึกการทำงานเป็น กลุ่มอย่างมีระบบ มีระเบียบวินัยรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความซื่อสัตย์ มีความเชื่อมั่นในตนเอง รวมทั้งเพื่อตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล กระตุ้นให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตระหนักและเห็นคุณค่าของการเรียน อันจะนำไปสู่การบรรลุผลตามตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรคณิตศาสตร์

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียน และบุคคลที่สนใจเป็นอย่างดี

ธันยวัชรณัฐ วงษ์ตันหัน

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ.....	ก
สารบัญ.....	๗
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	ค
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู	ง
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน	จ
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	ฉ
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะเล่มที่ 1	ช
แบบทดสอบก่อนเรียน	1
1. การสร้างจำนวนเชิงซ้อน	4
1.1 จำนวนจินตภาพ	4
แบบฝึกทักษะที่ 1.1: จำนวนจินตภาพ	5
1.2 การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับ	8
แบบฝึกทักษะที่ 1.2 : การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับ	9
1.3 การเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน	11
แบบฝึกทักษะที่ 1.3 : การเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน	12
แบบทดสอบหลังเรียน	17
ภาคผนวก	20
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1	21
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2	23
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.3	25
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน/ หลังเรียน	30
ตารางบันทึกคะแนน แบบทดสอบ เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน	31
บรรณานุกรม	32

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. เอกสารฉบับนี้เป็นแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค33202 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีทั้งหมด 7 เล่ม ดังนี้

- แบบฝึกทักษะเล่มที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน
- แบบฝึกทักษะเล่มที่ 2 สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน
- แบบฝึกทักษะเล่มที่ 3 รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน
- แบบฝึกทักษะเล่มที่ 4 กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน
- แบบฝึกทักษะเล่มที่ 5 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
- แบบฝึกทักษะเล่มที่ 6 รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
- แบบฝึกทักษะเล่มที่ 7 สมการพหุนาม

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบฝึกทักษะเล่มที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน ประกอบด้วย

- 3.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 3.2 คำแนะนำการใช้แบบฝึกสำหรับครู
- 3.3 คำแนะนำการใช้แบบฝึกสำหรับนักเรียน
- 3.4 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ
- 3.5 แบบฝึกทักษะ
- 3.6 แบบทดสอบก่อนเรียน/ หลังเรียน

4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ใช้เวลาเรียน 2 คาบ คาบละ 50 นาที

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค33202 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครูผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนจึงควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. ครูต้องศึกษาแบบฝึกทักษะและอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกเล่มก่อนการใช้งาน
2. ครูต้องเตรียมแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ครูต้องเตรียมเครื่องมือวัดและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน
4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะอย่างชัดเจนและประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ
5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียน ในการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์โดยไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำให้หรือไม่ดูแลก่อนลงมือทำด้วยตนเอง
6. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
7. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
8. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา ตัวอย่างและทำแบบฝึกทักษะ เล่มที่ 1 แล้วส่งครูตามกำหนด
9. ครูสังเกตความตั้งใจของนักเรียน ความสนใจในการเรียน การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของนักเรียนทุกกลุ่มอย่างใกล้ชิด ถ้ากลุ่มใดมีปัญหาครูจะได้ทำการช่วยเหลือทันที
10. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียนแต่ละคน แต่ละกลุ่มอาจจะไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
11. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
12. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกคน หรือแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาร่วมอภิปรายเรื่องที่เรียนมา
13. ในกรณีที่นักเรียนคนใดขาดเรียน ให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลด้วยตนเองนอกเวลาเรียนจากแบบฝึกทักษะ
14. การจัดชั้นเรียนอาจจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

1. แบบฝึกทักษะเล่มที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน นี้มีผลการเรียนรู้ คือมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน
2. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกทักษะลงในเล่มที่ครูแจกให้หรือทำลงในสมุดของนักเรียนก็ได้และหากทำไม่ทันตามเวลาที่กำหนดไว้ในแบบฝึกทักษะให้นำไปทำต่อเป็นการบ้านแล้วนำมาส่งครูในวันรุ่งขึ้นได้
3. ผู้เรียนจะต้องศึกษาแบบฝึกทักษะเรียงตามลำดับขั้นตอน โดยเริ่มจากการฟังครูอธิบาย นิยาม ทฤษฎี ตัวอย่าง และซักถามจากครูให้เข้าใจก่อน และลงมือทำแบบฝึกทักษะหากไม่เข้าใจหรือสงสัยในขณะที่กำลังทำแบบฝึกทักษะ ให้ผู้เรียนสอบถามเพิ่มเติมจากครูหรือจะซักถามจากเพื่อนที่เรียนดีก็ได้แล้วมาทำต่อด้วยตนเองอย่าให้มีการลอกแบบฝึกทักษะกันส่ง
4. หลังจากทำแบบฝึกทักษะเสร็จแล้วให้สลับตรวจกับเพื่อน หากพบว่ามีข้อบกพร่องก็ให้ผู้เรียนย้อนกลับไปศึกษาทบทวนและทำการแก้ไขแบบฝึกทักษะข้อที่ผิดอีกครั้ง แล้วจึงให้ทำแบบทดสอบท้ายแบบฝึกทักษะเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
5. หากผู้เรียนทำแบบทดสอบท้ายแบบฝึกทักษะถูกไม่ถึง 75% ของจำนวนข้อสอบให้ทำการซ่อมเสริมด้วยการซักถามข้อที่ไม่แน่ใจจากครู แล้วให้ลองทำแบบทดสอบเดิมอีกครั้งจนผ่านจึงจะไปศึกษาแบบฝึกทักษะเล่มต่อไปได้ (คะแนนเก็บของแบบฝึกทักษะเล่มนี้ คือ 10 คะแนน)

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

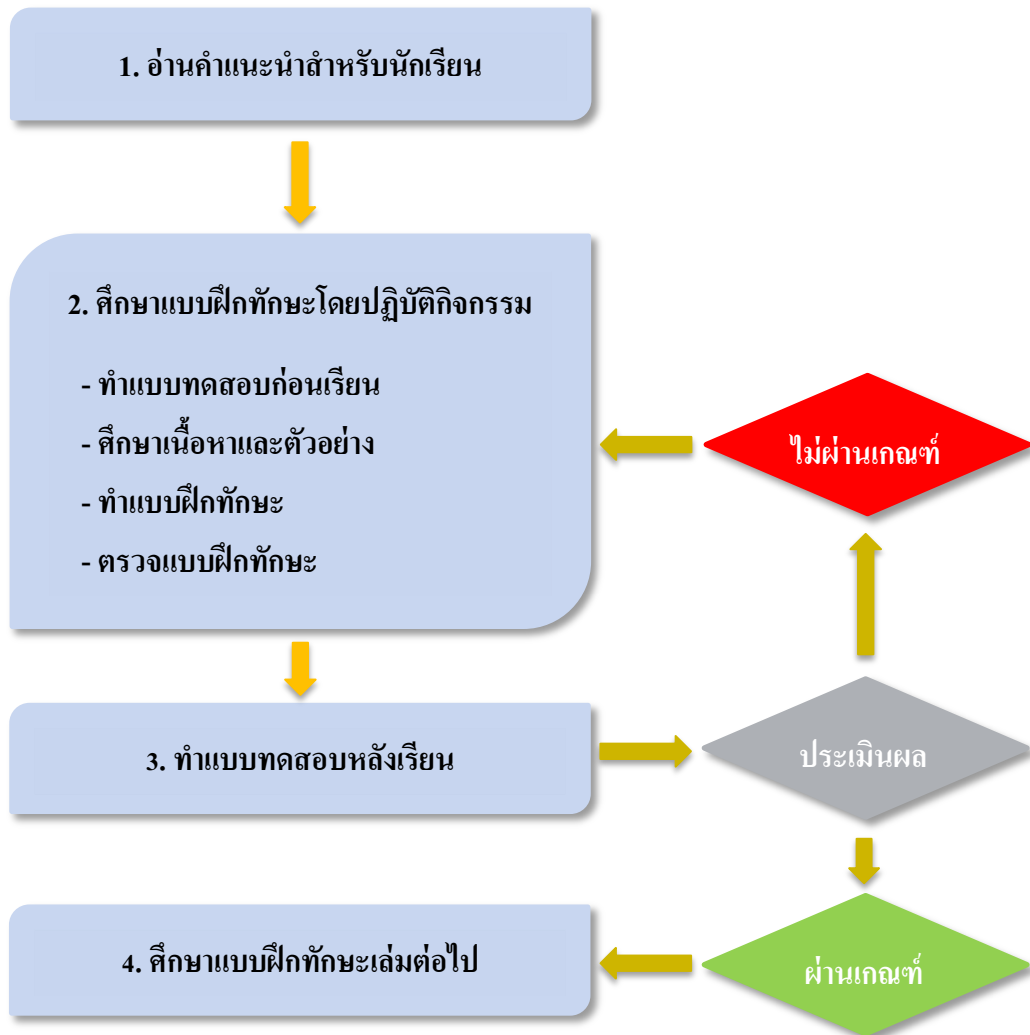
ผลการเรียนรู้

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพได้
2. นักเรียนสามารถหาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้
3. นักเรียนสามารถบอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้
4. นักเรียนมีความเข้าใจหลักการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน
5. นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนได้

ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะเล่มที่ 1



แบบทดสอบก่อนเรียน
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ค33202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพได้
- 2) นักเรียนสามารถหาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้
- 3) นักเรียนสามารถบอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้
- 4) นักเรียนมีความเข้าใจหลักการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน
- 5) นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนได้

คำชี้แจง

- 1) ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในกระดาษคำตอบ
- 2) แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 15 นาที

1. ข้อใดต่อไปนี ถูกต้อง

ก. $\sqrt{-3} = 3i$

ค. $\sqrt{-9} = 3i$

ข. $\sqrt{-4} = 4i$

ง. $-\sqrt{4} = 2i$

2. ข้อใดคือค่าของ i^{234}

ก. -1

ค. 1

ข. $-i$

ง. i

3. ข้อใดคือค่าของ i^{2017}

ก. -1

ค. 1

ข. $-i$

ง. i

4. ข้อใดคือค่าของ $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{75}$

ก. -1

ค. 0

ข. $-i$

ง. $1 + i$

5. ข้อใดคือค่าของ $i + i^3 + i^5 + i^7 + \dots + i^{69}$

ก. -1

ค. 0

ข. $-i$

ง. i

6. ข้อใดคือค่าของ $(i^2)(i^4)(i^6)(i^8)\dots(i^{124})$

ก. -1

ค. $-i$

ข. 1

ง. i

7. กำหนดให้ $(a+2i) = (4-bi)$ และ $z = 2b+ai$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $z = 8-2i$

ค. $z = -4+4i$

ข. $z = 4-4i$

ง. $z = -4-4i$

8. ถ้า $z = 6-2i$ แล้ว $3\text{Im}(z)-2\text{Re}(z)$ มีค่าเท่าใด

ก. 6

ค. -12

ข. -6

ง. -18

9. ข้อใดคือค่าของ $(3-4i)(5+2i)$

ก. $15-6i$

ค. $15+6i$

ข. $23-14i$

ง. $23+14i$

10. ข้อใดคือค่าของ $2(4-i)+3(1+2i)$

ก. $11+4i$

ค. $-11+i$

ข. $11-4i$

ง. $-11-i$

1. การสร้างจำนวนเชิงซ้อน (Construction of Complex Numbers)

1.1 จำนวนจินตภาพ (Imaginary)

นิยาม เขียน $\sqrt{-1}$ ด้วยสัญลักษณ์ i โดยที่ $i^2 = -1$
เรียก i ว่า “หนึ่งหน่วยจินตภาพ” (imaginary unit) เขียนแทนด้วย i

นิยาม ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว $\sqrt{-a} = \sqrt{a}\sqrt{-1} = \sqrt{a}i$ เมื่อ $a > 0$

แบบฝึกทักษะที่ 1.1 : จำนวนจินตภาพ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพได้
- 2) นักเรียนสามารถหาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้

คำชี้แจง

ให้นักเรียนเขียนบอกความหมายของจำนวนเชิงซ้อน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพ

ตัวอย่าง

$$1) \sqrt{-64} = \sqrt{64}i = 8i$$

$$2) \sqrt{-3} = \sqrt{3}i$$

$$3) \sqrt{-2}\sqrt{-12} = \sqrt{2}i\sqrt{12}i = \sqrt{24}i^2 = 4\sqrt{8}(-1) = -4\sqrt{8}$$

1. $\sqrt{-36}$
2. $\sqrt{-26}$
3. $\sqrt{-3}\sqrt{-7}$
4. $\sqrt{-6}\sqrt{5}$
5. $\sqrt{-18}\sqrt{8}$

คำชี้แจง จงหาคำต่อไปนี้

- ตัวอย่าง**
- 1) i^{35} เนื่องจาก 35 หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 3 ดังนั้น $i^{35} = i^3 = -i$
 - 2) i^{846} เนื่องจาก 846 หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 2 ดังนั้น $i^{846} = i^2 = 1$
 - 3) i^{2561} เนื่องจาก 2,561 หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 1 ดังนั้น $i^{2561} = i^1 = i$
 - 4) $i^{34} + i^{36} + i^{38} + i^{40} = (-1) + 1 + (-1) + 1 = 0$
 - 5) $i^{59} + i^{73} + i^{80} + i^{85} = (-i) + i + 1 + i = 1 + i$
 - 6) $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{39} = (1 + i + i^2 + i^3) + (i^4 + i^5 + i^6 + i^7) + (i^8 + i^9 + i^{10} + i^{11}) + \dots + (i^{36} + i^{37} + i^{38} + i^{39}) = 0$
 - 7) $(i^{126})(i^{133})(i^{171})(i^{243}) = (i^2)(i)(i^3)(i^3) = (-1)(i)(-i)(-i) = (-1)(i^3) = (-1)(-i) = i$

1. i^{25}
2. i^{72}
3. i^{366}

4. i^{2559}

.....

.....

5. $i^{243} + i^{253} + i^{363} + i^{473}$

.....

.....

.....

6. $i^2 + i^{53} + i^{363} + i^{1473}$

.....

.....

.....

7. $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{100}$

.....

.....

.....

8. $(i^{37})(i^{57})(i^{63})(i^{74})$

.....

.....

.....

9. $(i)(i^2)(i^3)(i^4)\dots(i^{100})$

.....

.....

.....

10. $(1)(i)(i^2)(i^3)(i^4)\dots(i^{1003})$

.....

.....

.....

1.2 การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับ

นิยาม

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง แล้ว $z = a + bi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน
และ เรียก a ว่า ส่วนจริง (Real part) เขียนแทนด้วย $Re(z)$
เรียก b ว่า ส่วนจินตภาพ (Imaginary part) เขียนแทนด้วย $Im(z)$

นิยาม

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง แล้ว $z = (a, b)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน
และ เรียก a ว่า ส่วนจริง (Real part) เขียนแทนด้วย $Re(z)$
เรียก b ว่า ส่วนจินตภาพ (Imaginary part) เขียนแทนด้วย $Im(z)$

นั่นคือ $a + bi = (a, b)$

ถ้า $a = 0$ เรียก bi ว่า จำนวนจินตภาพแท้

ถ้า $b = 0$ เรียก a ว่า จำนวนจริง

นั่นคือ เซตของจำนวนจริงเป็นสับเซตของเซตของจำนวนเชิงซ้อน

แบบฝึกทักษะที่ 1.2 : การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถบอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้
- 2) นักเรียนมีความเข้าใจหลักการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนบอกส่วนจริง (Real part) และส่วนจินตภาพ (Imaginary part) ของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

ตัวอย่าง

- | | |
|-------------------------|---|
| 1) $z = 6 + 3i$ | $\text{Re}(z)$ คือ 6 และ $\text{Im}(z)$ คือ 3 |
| 2) $z = -2 - 3i$ | $\text{Re}(z)$ คือ -2 และ $\text{Im}(z)$ คือ -3 |
| 3) $z = 1 - i$ | $\text{Re}(z)$ คือ 1 และ $\text{Im}(z)$ คือ -1 |
| 4) $z = 0$ | $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ 0 |
| 5) $z = (-1, \sqrt{2})$ | $\text{Re}(z)$ คือ -1 และ $\text{Im}(z)$ คือ $\sqrt{2}$ |

- | | |
|--------------------------|---|
| 1. $z = 4 - 3i$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 2. $z = -\sqrt{5} - 2i$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 3. $z = (-5, -\sqrt{2})$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 4. $z = (0, 1)$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 5. $z = -2i$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 6. $z = -\sqrt{3}$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 7. $z = -i$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 8. $z = (-7, \sqrt{7})$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 9. $z = 9$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |
| 10. $z = -4 - \sqrt{5}i$ | $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ |

คำชี้แจง ให้นักเรียนจำแนกจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ ตามลักษณะของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้วิธีการ Mind Mapping

$-4 - \sqrt{5}i$	$\sqrt{5}$	i	$\frac{7}{8}$	$(2, 7)$
$-2\frac{3}{4} - \sqrt{2}i$	$0i$	$-3 - \sqrt{5}$	$(-4, 0)$	$-23 - \sqrt{7}i$
$(0, 7)$	$-7i$	$12 - 0i$	$2i$	0

1.3 การเท่ากัน การบวก และการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

นิยาม

กำหนดให้ $z_1 = (a, b) = a + bi$ และ $z_2 = (c, d) = c + di$

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง กำหนด การเท่ากัน การบวก และการคูณของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้

การเท่ากัน : $z_1 = z_2$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

การบวก : $z_1 + z_2 = (a + c, b + d) = (a + c) + (b + d)i$

การคูณ : การคูณจำนวนเชิงซ้อนสามารถทำได้ง่าย โดยใช้สมบัติต่างๆ เกี่ยวกับการคูณ เช่นเดียวกับสมบัติการคูณของจำนวนจริง

การคูณจำนวนเชิงซ้อนมี 2 ลักษณะ ดังนี้

1) การคูณจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนจริง นั่นคือ

เมื่อ k คือค่าคงที่ใดๆ จะได้

$$kz_1 = ka + kbi$$

2) การคูณจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเชิงซ้อน นั่นคือ

$$z_1 z_2 = (ac - bd, ad + bc) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

แบบฝึกทักษะที่ 1.3 : การเท่ากัน การบวก และการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากเงื่อนไขต่อไปนี้

ตัวอย่าง

1) $(x, 1) = (-3, y)$ จะได้ $x = -3$ และ $y = 1$

2) $x - 9i = -3 + yi$ จะได้ $x = -3$ และ $y = -9$

3) $x + (x + 4y)i = -2 + 14i$ จะได้ $x = -2$ และ $x + 4y = 14$
จะได้ว่า $-2 + 4y = 14$ นั่นคือ $y = 4$

1. $3 + yi = x - 5i$

.....
.....

2. $(x, 0) = (-\sqrt{3}, y - 1)$

.....
.....

3. $(2x, -4) = (-9, y + 7)$

.....
.....

4. $3x + (x + 5y)i = 15 + 25i$

.....
.....

5. $(2x + 5) + (3x + y)i = (y + 8) + (x + 13)i$

.....
.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 1) (3+4i)+(5+2i) &= (3+5)+(4+2)i \\ &= 8+6i \\ 2) (-6, -2)+(8, 3) &= (-6+8)+(-2+3) \\ &= (2, 1) \\ 3) (-20-14i)+(8+14i) &= (-20+8)+(-14+14)i \\ &= -12+0i \\ &= -12 \\ 4) \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)+\left(\frac{5}{6}, \frac{1}{3}\right) &= \left(-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right), \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right) \\ &= \left(-\frac{4}{6}+\frac{5}{6}\right), \left(\frac{3}{12}+\frac{4}{12}\right) \\ &= \left(\frac{1}{6}, \frac{7}{12}\right) \end{aligned}$$

1. $(3+4i)+(5+2i)$

.....

2. $(-4+5i)+(3-6i)$

.....

3. $(-4, 5)+(-5, -6)$

.....

4. $(-7, 3)+(6, 4)$

.....

5. $(3+2i)+(2-5i)$

.....

.....

.....

6. $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

.....

.....

.....

7. $(9+\sqrt{5}i)+(3+2\sqrt{5}i)$

.....

.....

.....

8. $(-5, 4)+(7, -8)-(5, 10)$

.....

.....

.....

.....

9. $(2+3i)-(4-5i)+(2-3i)$

.....

.....

.....

.....

10. $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}i\right) + \left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}i\right) + \frac{1}{4}i$

.....

.....

.....

.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

ตัวอย่าง

$$1) -2(5+2i) = (-2 \cdot 5) + (-2 \cdot 2i) = -10 - 4i$$

$$2) \frac{2}{3}(6-9i) = \left(\frac{2}{3} \cdot 6\right) - \left(\frac{2}{3} \cdot 9i\right) = 4 - 6i$$

$$3) (2, 3) \cdot (5, 2) = ((2 \cdot 5) - (3 \cdot 2), (2 \cdot 2) + (3 \cdot 5))$$

$$= ((10 - 6), (4 + 15))$$

$$= (4, 19)$$

1. $3(2+3i)$
2. $\frac{2}{3}\left(\frac{5}{8}-\frac{6}{7}i\right)$
3. $2(3+2i)+4(5-i)$
4. $(3+4i)(5+2i)$
5. $(6+4i)(-7+i)$
6. $(-5, -8)(2, 4)$
7. $(-9-\sqrt{2}i)(-1-\sqrt{8}i)$
8. $(4+3i)(5-3i)$
9. $(3-4i)(3+4i)$
10. $(-2-i)(1+3i)$

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาจำนวนจริง a และ b ที่ทำให้ $(a-bi)+(2+3i) = 5-6i$ (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำชี้แจง ถ้า a และ b สอดคล้องกับสมการ $(1+i)(a-bi) = 3-7i$ แล้ว $2a+3b$ มีค่าเท่ากับเท่าไร (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบหลังเรียน
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ค33202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพได้
- 2) นักเรียนสามารถหาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้
- 3) นักเรียนสามารถบอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้
- 4) นักเรียนมีความเข้าใจหลักการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน
- 5) นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนได้

คำชี้แจง

- 1) ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในกระดาษคำตอบ
- 2) แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 15 นาที

1. ข้อใดต่อไปนี้ ถูกต้อง

ก. $\sqrt{-3} = 3i$

ค. $\sqrt{-9} = 3i$

ข. $\sqrt{-4} = 4i$

ง. $-\sqrt{4} = 2i$

2. ข้อใดคือค่าของ i^{234}

ก. -1

ค. 1

ข. $-i$

ง. i

3. ข้อใดคือค่าของ i^{2017}

ก. -1

ค. 1

ข. $-i$

ง. i

4. ข้อใดคือค่าของ $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{75}$

ก. -1

ค. 0

ข. $-i$

ง. $1 + i$

5. ข้อใดคือค่าของ $i + i^3 + i^5 + i^7 + \dots + i^{69}$

ก. -1

ค. 0

ข. $-i$

ง. i

6. ข้อใดคือค่าของ $(i^2)(i^4)(i^6)(i^8)\dots(i^{124})$

ก. -1

ค. $-i$

ข. 1

ง. i

7. กำหนดให้ $(a+2i) = (4-bi)$ และ $z = 2b+ai$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $z = 8-2i$

ค. $z = -4+4i$

ข. $z = 4-4i$

ง. $z = -4-4i$

8. ถ้า $z = 6-2i$ แล้ว $3\text{Im}(z)-2\text{Re}(z)$ มีค่าเท่าใด

ก. 6

ค. -12

ข. -6

ง. -18

9. ข้อใดคือค่าของ $(3-4i)(5+2i)$

ก. $15-6i$

ค. $15+6i$

ข. $23-14i$

ง. $23+14i$

10. ข้อใดคือค่าของ $2(4-i)+3(1+2i)$

ก. $11+4i$

ค. $-11+i$

ข. $11-4i$

ง. $-11-i$

ภาคผนวก

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1 : จำนวนจินตภาพ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพได้
- 2) นักเรียนสามารถหาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนบอกความหมายของจำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อน (Complex number) ในทางคณิตศาสตร์ คือ เซตที่ต่อเติมจากเซตของจำนวนจริง โดยเพิ่มจำนวน i ซึ่งทำให้สมการ $i^2 + 1 = 0$ เป็นจริง และหลังจากนั้นเพิ่มสมาชิกตัวอื่นๆ เข้าไปจนกระทั่งเซตที่ได้ใหม่มีสมบัติปิดภายใต้การบวกและการคูณ จำนวนเชิงซ้อน z ทุกตัวสามารถเขียนอยู่ในรูป $x+yi$ โดยที่ x และ y เป็นจำนวนจริง โดยเราเรียก x และ y ว่า ส่วนจริง (real part) และส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ z ตามลำดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพ

1. $\sqrt{-36} = \sqrt{36}i = 6i$
2. $\sqrt{-26} = \sqrt{26}i$
3. $\sqrt{-3}\sqrt{-7} = \sqrt{3}i\sqrt{7}i = \sqrt{21}i^2 = \sqrt{21}(-1) = -\sqrt{21}$
4. $\sqrt{-6}\sqrt{5} = \sqrt{6}i\sqrt{5} = \sqrt{30}i$
5. $\sqrt{-18}\sqrt{8} = \sqrt{18}i\sqrt{8} = \sqrt{144}i = 12i$

คำชี้แจง จงหาค่าต่อไปนี้

1. i^{25} เนื่องจาก 25 หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 1 ดังนั้น $i^{25} = i$
2. i^{72} เนื่องจาก 72 หารด้วย 4 ลงตัว ดังนั้น $i^{72} = 1$
3. i^{366} เนื่องจาก 366 หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 2 ดังนั้น $i^{366} = i^2 = -1$

4. i^{2559} เนื่องจาก 2559 หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 3 ดังนั้น $i^{2559} = i^3 = -i$

$$\begin{aligned} 5. \quad i^{243} + i^{253} + i^{363} + i^{473} &= i^3 + i + i^3 + i \\ &= -i + i + (-i) + i \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad i^2 + i^{53} + i^{363} + i^{1473} &= i^2 + i + i^3 + i \\ &= -1 + i - i + i \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{100} &= (i + i^2 + i^3 + i^4) \\ &\quad + (i^5 + i^6 + i^7 + i^8) \\ &\quad + (i^9 + i^{10} + i^{11} + i^{12}) \\ &\quad + \dots + (i^{97} + i^{98} + i^{99} + i^{100}) \\ &= (i-1-i+1) + (i-1-i+1) + (i-1-i+1) \\ &\quad + \dots + (i-1-i+1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

8. $(i^{37})(i^{57})(i^{63})(i^{74}) = (i)(i)(i^3)(i^2) = i^{1+1+3+2} = i^7 = i^3 = -i$

$$\begin{aligned} 9. \quad (i)(i^2)(i^3)(i^4)\dots(i^{100}) &= ((i)(i^2)(i^3)(i^4))((i^5)(i^6)(i^7)(i^8)) \\ &\quad \dots ((i^{97})(i^{98})(i^{99})(i^{100})) \\ &= ((i)(-1)(-i)(1))((i)(-1)(-i)(1)) \\ &\quad \dots ((i)(-1)(-i)(1)) \\ &= \boxed{(-1)(-1)(-1)\dots(-1)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

-1 คูณกัน 25 ตัว

$$\begin{aligned} 10. \quad (1)(i)(i^2)(i^3)(i^4)\dots(i^{1003}) &= (1)(i)(i^2)(i^3)(i^4)(i^5)(i^6)(i^7)(i^8) \\ &\quad \dots (i^{998})(i^{999})(i^{1000})(i^{1001})(i^{1002})(i^{1003}) \\ &= \boxed{1(-1)(-1)\dots(-1)} (i)(i^2)(i^3) \\ &= i^6 \\ &= -1 \end{aligned}$$

-1 คูณกัน 250 ตัว

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2 : การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับ

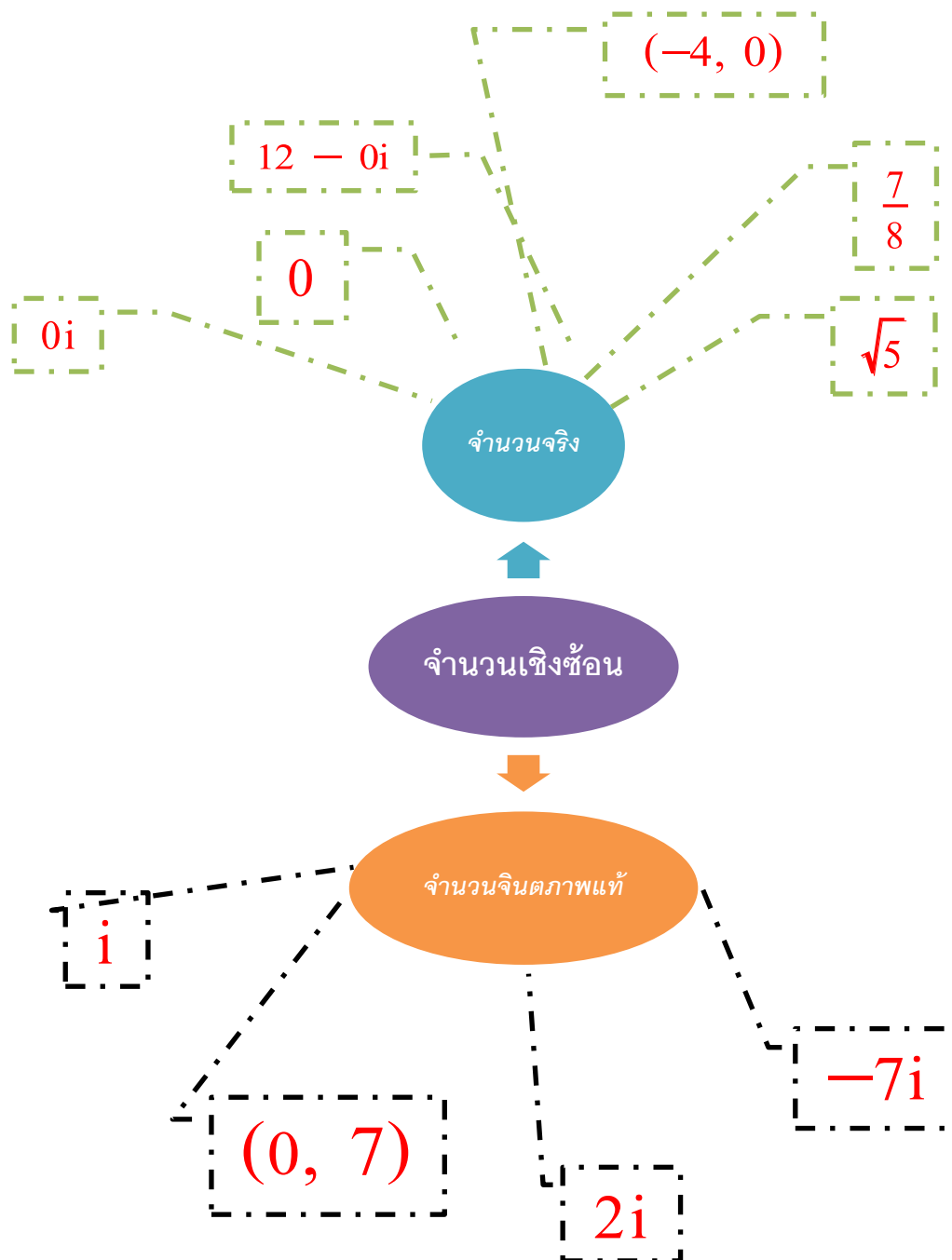
จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถบอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้
- 2) นักเรียนมีความเข้าใจหลักการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนบอกส่วนจริง (Real part) และส่วนจินตภาพ (Imaginary part) ของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

- | | |
|--------------------------|--|
| 1. $z = 4 - 3i$ | $\text{Re}(z)$ คือ 4 และ $\text{Im}(z)$ คือ -3 |
| 2. $z = -\sqrt{5} - 2i$ | $\text{Re}(z)$ คือ $-\sqrt{5}$ และ $\text{Im}(z)$ คือ -2 |
| 3. $z = (-5, -\sqrt{2})$ | $\text{Re}(z)$ คือ -5 และ $\text{Im}(z)$ คือ $-\sqrt{2}$ |
| 4. $z = (0, 1)$ | $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ 1 |
| 5. $z = -2i$ | $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ -2 |
| 6. $z = -\sqrt{3}$ | $\text{Re}(z)$ คือ $-\sqrt{3}$ และ $\text{Im}(z)$ คือ 0 |
| 7. $z = -i$ | $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ -1 |
| 8. $z = (-7, \sqrt{7})$ | $\text{Re}(z)$ คือ -7 และ $\text{Im}(z)$ คือ $\sqrt{7}$ |
| 9. $z = 9$ | $\text{Re}(z)$ คือ 9 และ $\text{Im}(z)$ คือ 0 |
| 10. $z = -4 - \sqrt{5}i$ | $\text{Re}(z)$ คือ -4 และ $\text{Im}(z)$ คือ $-\sqrt{5}$ |

คำชี้แจง ให้นักเรียนจำแนกจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ ตามลักษณะของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้วิธีการ Mind Mapping



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.3 : การเท่ากัน การบวก และการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากเงื่อนไขต่อไปนี้

1. $3+yi = x-5i$ จะได้ $x = 3$ และ $y = -5$
2. $(x, 0) = (-\sqrt{3}, y-1)$ จะได้ $x = -\sqrt{3}$
และ $y-1 = 0$ นั่นคือ $y = 1$
3. $(2x, -4) = (-9, y+7)$ จะได้ $2x = -9$ นั่นคือ $x = -\frac{9}{2}$
และ $y+7 = -4$ นั่นคือ $y = -11$
4. $3x+(x+5y)i = 15+25i$ จะได้ $3x = 15$ นั่นคือ $x = 5$
และ $x+5y = 25$ นั่นคือ $5+5y = 25$
จะได้ $5y = 20$ นั่นคือ $y = 4$

5. $(2x+5)+(3x+y)i = (y+8)+(x+13)i$

จะได้ $2x+5 = y+8$ ①

$3x+y = x+13$ ②

จาก ① จะได้ $2x-y = 3$ ③

จาก ② จะได้ $2x+y = 13$ ④

นำ ③ + ④ $4x = 16$

$x = 4$

นำ $x = 4$ แทนใน ④ จะได้

$2(4)+y = 13$

$y = 5$

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1. $(3+4i)+(5+2i)$ $= (3+5)+(4+2)i$
 $= 8+6i$
2. $(-4+5i)+(3-6i)$ $= (-4+3)+(5-6)i$
 $= -1-i$
3. $(-4, 5)+(-5, -6)$ $= (-4-5)+(5-6)i$
 $= -9-i$
4. $(-7, 3)+(6, 4)$ $= (-7+6)+(3+4)i$
 $= -1+7i$
5. $(3+2i)+(2-5i)$ $= (3+2)+(2-5)i$
 $= 5-3i$
6. $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ $= \left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)i$
 $= \left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)+\left(\frac{5}{6}+\frac{4}{6}\right)i$
 $= \frac{1}{4}+\frac{9}{6}i$
7. $(9+\sqrt{5}i)+(3+2\sqrt{5}i)$ $= (9+3)+(\sqrt{5}+2\sqrt{5})i$
 $= 12+3\sqrt{5}i$
8. $(-5, 4)+(7, -8)-(5, 10)$ $= (-5+7-5)+(4-8-10)i$
 $= -3-14i$
9. $(2+3i)-(4-5i)+(2-3i)$ $= (2-4+2)+(3+5-3)i$
 $= 5i$
10. $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}i\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}i\right)+\frac{1}{4}i$ $= \left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}+0\right)+\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)i$
 $= \left(\frac{3}{12}+\frac{8}{12}\right)+\left(-\frac{1}{3}+1\right)i$
 $= \frac{11}{12}+\frac{2}{3}i$

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1. $3(2+3i)$ $= (3 \cdot 2) + (3 \cdot 3i)$ $= 6+9i$
2. $\frac{2}{3}\left(\frac{5}{8}-\frac{6}{7}i\right)$ $= \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8}\right) - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}i\right)$ $= \frac{10}{24} - \frac{12}{21}i$
3. $2(3+2i)+4(5-i)$ $= (2 \cdot 3) + (2 \cdot 2i) + (4 \cdot 5) - (4 \cdot i)$
 $= 6+4i+20-4i$
 $= 26$
4. $(3+4i)(5+2i)$ $= ((3 \cdot 5) - (4 \cdot 2)) + ((3 \cdot 2) + (4 \cdot 5))i$
 $= (15-8) + (6+20)i$
 $= 7+26i$
5. $(6+4i)(-7+i)$ $= ([6 \cdot -7] - [4 \cdot 1]) + ([6 \cdot 1] + [-7 \cdot 4])i$
 $= (-42-4) + (6-28)i$
 $= -46-22i$
6. $(-5, -8)(2, 4)$ $= ([-5 \cdot 2] - [-8 \cdot 4]) + ([-5 \cdot 4] + [-8 \cdot 2])i$
 $= (-10+32) + (-20-16)i$
 $= 22-36i$
7. $(-9-\sqrt{2}i)(-1-\sqrt{8}i)$ $= \left([(-9) \cdot (-1)] - [(-\sqrt{2}) \cdot (-\sqrt{8})] \right)$
 $+ \left([(-9) \cdot (-\sqrt{8})] + [(-\sqrt{2}) \cdot (-1)] \right)i$
 $= (9-4) + (9\sqrt{8} + \sqrt{2})i$
 $= 5 + (18\sqrt{2} + \sqrt{2})i$
 $= 5 + 19\sqrt{2}i$
8. $(4+3i)(5-3i)$ $= ([4 \cdot 5] - [3 \cdot (-3)]) + ([4 \cdot (-3)] + [3 \cdot 5])i$
 $= (20+9) + (-12+15)i$
 $= 29+3i$

$$\begin{aligned}
 9. (3-4i)(3+4i) &= ([3 \cdot 3] - [(-4) \cdot 4]) + ([3 \cdot 4] + [(-4) \cdot 3])i \\
 &= (9+16) + (12-12)i \\
 &= 25 + (0)i \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. (-2-i)(1+3i) &= ((-2) \cdot 1 - [(-1) \cdot 3]) + (-2 \cdot 3 + [(-1) \cdot 1])i \\
 &= (-2+3) + (-6-1)i \\
 &= 1-7i
 \end{aligned}$$

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาจำนวนจริง a และ b ที่ทำให้ $(a-bi) + (2+3i) = 5-6i$ (แสดงวิธีทำ)

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{จาก} \quad (a-bi) + (2+3i) &= 5-6i \\
 \text{จะได้} \quad a+2 &= 5 \\
 a &= 3 \\
 \text{และ} \quad -b+3 &= -6 \\
 -b &= -9 \\
 b &= 9
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนจริง a คือ 3 และ จำนวนจริง b คือ 9

คำชี้แจง ถ้า a และ b สอดคล้องกับสมการ $(1+i)(a-bi) = 3-7i$ แล้ว $2a+3b$ มีค่าเท่ากับเท่าไร (แสดงวิธีทำ)

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad (1+i)(a-bi) &= 3-7i \\ \text{จะได้} \quad ([1 \cdot a] - [1 \cdot (-b)]) + ([1 \cdot (-b)] + [1 \cdot a])i &= 3-7i \\ (a+b) + (-b+a)i &= 3-7i \\ \text{ดังนั้น} \quad (a+b) &= 3 \dots\dots\dots ① \\ \text{และ} \quad (a-b) &= -7 \dots\dots\dots ② \\ \text{นำ } ① + ② \quad 2a &= -4 \\ a &= -2 \\ \text{นำ } a = -2 \text{ แทนใน } ① \text{ จะได้} \quad -2+b &= 3 \\ b &= 5 \\ \therefore 2a+3b &= (2 \cdot (-2)) + (3 \cdot (5)) \\ &= -4+15 \\ &= 11 \end{aligned}$$

เฉลยแบบทดสอบ ก่อนเรียน/หลังเรียน
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ค33202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

ตัวเลือก ข้อ	ก	ข	ค	ง
1			×	
2	×			
3				×
4	×			
5				×
6	×			
7			×	
8				×
9		×		
10	×			

ตารางบันทึกคะแนน

แบบทดสอบ เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
ผลการพัฒนา			

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ, สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). **คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6.** (พิมพ์ครั้งที่ 1).

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

_____. (2554). **คู่มือครูหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6.**

(พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

_____. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6.**

(พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

_____. (2557). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6.**

(พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

ณัฐ อุดมพาณิชย์. (2554). **Syntax สูดยอดข้อสอบคณิตศาสตร์ดี ๆ ที่ต้องทำก่อนเดินเข้าห้องสอบ.**

กรุงเทพฯ: สถาบันสอนวิชาคณิตศาสตร์ NUTTY PROFESSOR

