

ชุดฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิต
หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เล่มที่ 4 การหมุน (Rotation)



ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จัดทำโดย นายมงคลชัย ไตรแดง

โรงเรียนวัดตำหรุ มิตราภาพที่ 65

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรปราการ เขต 1



ชุดฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิต

หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เล่มที่ 4 การหมุน (Rotation)

จัดทำโดย นายมงคลชัย ไตรแดง

โรงเรียนวัดตำหรุ มิตรภาพที่ 65

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรปราการ เขต 1

คำนำ

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปัจจุบัน ให้สอดคล้องกับการปฏิรูปการศึกษาของประเทศที่ประสงค์ให้ครูคณิตศาสตร์ได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ ช่วยในการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ด้วยธรรมชาติของวิชาที่แตกต่างไปจากวิชาอื่นๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่มีเนื้อหาความเป็นนามธรรมสูง

ชุดฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิต หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จัดทำขึ้นทั้งหมดจำนวน 4 ชุด ประกอบด้วย

- เล่มที่ 1 พื้นฐานทางเรขาคณิต
- เล่มที่ 2 การเลื่อนขนาน (Translation)
- เล่มที่ 3 การสะท้อน (Reflection)
- เล่มที่ 4 การหมุน (Rotation)

ชุดฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิต หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่มที่ 4 การหมุน (Rotation) เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิตหน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิตเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนได้คล่องแคล่วในเวลาอันรวดเร็วและส่งเสริมให้นักเรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าชุดฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิต หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะเป็นประโยชน์ให้ครูได้นำไปเป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนที่จะเพิ่มพูนประสบการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้เรขาคณิตให้กับนักเรียนเป็นอย่างดี

นายมงคลชัย ไตรแดง

สารบัญ

คำชี้แจง	1
มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	2
จุดประสงค์การเรียนรู้	3
แบบทดสอบก่อนเรียน	4
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	9
การหมุน	10
สำรวจการหมุน	12
แบบฝึกทักษะที่ 1 การสำรวจการหมุน	18
แบบฝึกทักษะที่ 2 การสำรวจการหมุนบนระนาบในระบบพิกัดฉาก	25
แบบฝึกทักษะที่ 3 การนำความรู้เรื่องการหมุนไปใช้ในการแก้ปัญหา	32
ทดสอบเชลล์	38
แบบทดสอบหลังเรียน	40
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	45
บรรณานุกรม	46

คำชี้แจง

สาระสำคัญของการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตนี้ต้องการให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตบนระนาบสามแบบคือ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ภาพที่ได้จากการแปลงเหล่านี้มีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากับรูปต้นแบบ กิจกรรมการเรียนรู้การสอนมุ่งเน้นการคิดวิเคราะห์ และเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงและงานศิลปะ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้สร้างสำรวจ วิเคราะห์สิ่งต่างๆ และสามารถหาคำตอบได้ด้วยตนเอง เพื่อพัฒนาความรู้สึกรักเรียนภูมิและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ขั้นตอนในการใช้ชุดฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิต

1. ให้นักเรียนอ่านคำชี้แจงและจุดประสงค์การเรียนรู้ของชุดฝึกทักษะการเรียนรู้เรขาคณิต หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่มที่ 4 การหมุน
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเรื่องการหมุน
3. ให้นักเรียนฟังคำแนะนำการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสร้างและสำรวจการหมุน จากครูผู้สอนและให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมจากชุดฝึกทักษะ
4. ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติตามชุดฝึกทักษะ สร้าง และสำรวจที่ละขั้นตอน และทำแบบฝึกทักษะการหมุน
5. เมื่อสิ้นสุดการทำชุดฝึกทักษะแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนเรื่องการหมุน

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม 2/3 เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และนำไปใช้

ค 3.2 ม 2/4 บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุนรูปต้นแบบ และอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

ค 4.2 ม 2/2 หาพิกัดของจุดและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน บนระนาบในระบบพิกัดฉาก

ค 6.1 ม 2/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม 2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม 2/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายและสมบัติของการหมุนบนระนาบได้ถูกต้อง
2. หาภาพที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบได้ถูกต้อง
3. หาจุดหมุน ขนาดของมุมที่เกิดจากการหมุน บอกทิศทางของการหมุนเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนได้ถูกต้อง
4. บอกพิกัดของภาพที่ได้จากการหมุนของรูปต้นแบบที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
5. เมื่อกำหนดรูปเรขาคณิตสองรูปที่แสดงการแปลงทางเรขาคณิตให้ สามารถบอกได้ถูกต้องว่ารูปคู่ใดแสดงการหมุน
6. ใช้ความรู้เกี่ยวกับการหมุนแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

แบบทดสอบก่อนเรียน

หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่องการหมุน (Rotation)

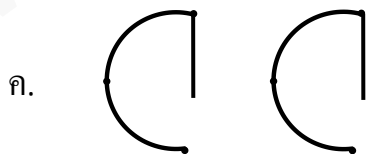
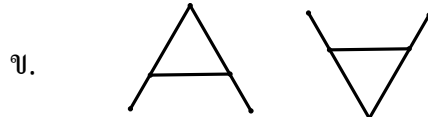
คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

.....

1) ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้องเกี่ยวกับการหมุน

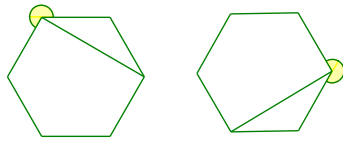
- ก. มุมของรูปต้นแบบกับมุมของภาพที่เกิดจากการหมุนซึ่งสมนัยกันต้องเท่ากัน
- ข. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่เกิดจากการหมุนของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกันเสมอ
- ค. รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจะเท่ากันทุกประการ
- ง. การหมุนต้องมีจุดหมุน ขนาดของมุมและทิศทางการหมุน

2) รูปคู่ใดต่อไปนี้เกิดจากการหมุน

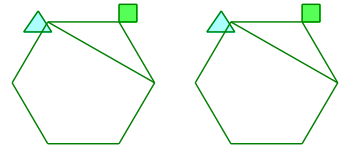


3) ข้อใดต่อไปนี้ใช้วิธีการหมุน

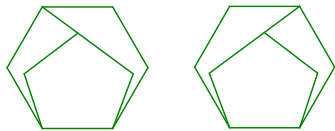
ก.



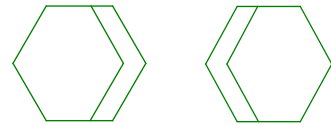
ข.



ค.



ง.



4) การหมุนรูปรอบจุด O ด้วยมุม 60 องศา ในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

มีความหมายตรงกับข้อใด

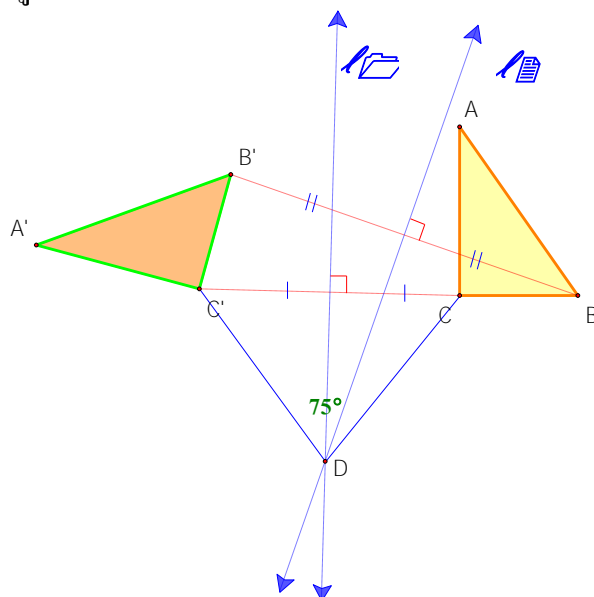
ก. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา

ข. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา

ค. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา

ง. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ครั้งละ 60 องศา จนกระทั่งรูปนั้นวนกลับมาซ้อนทับรูปเดิมสนิทพอดี

รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 5 และข้อ 6



5) ข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

ก. $m\overline{AB} = m\overline{BC} = m\overline{CD} = m\overline{AD}$

ข. \overline{AB} และ $\overline{A'C'}$ เป็นด้านคู่ที่สมนัยกัน

ค. จุด D เป็นจุดซึ่งเกิดจากเส้นตรง ℓ_1 ตัดกับ ℓ_2

ง. จุด D เป็นจุดซึ่งเกิดจากเส้นตรง \overline{CD} ตัดกับ $\overline{C'D'}$

6) จากรูปที่กำหนดให้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุน $\triangle ABC$ ข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

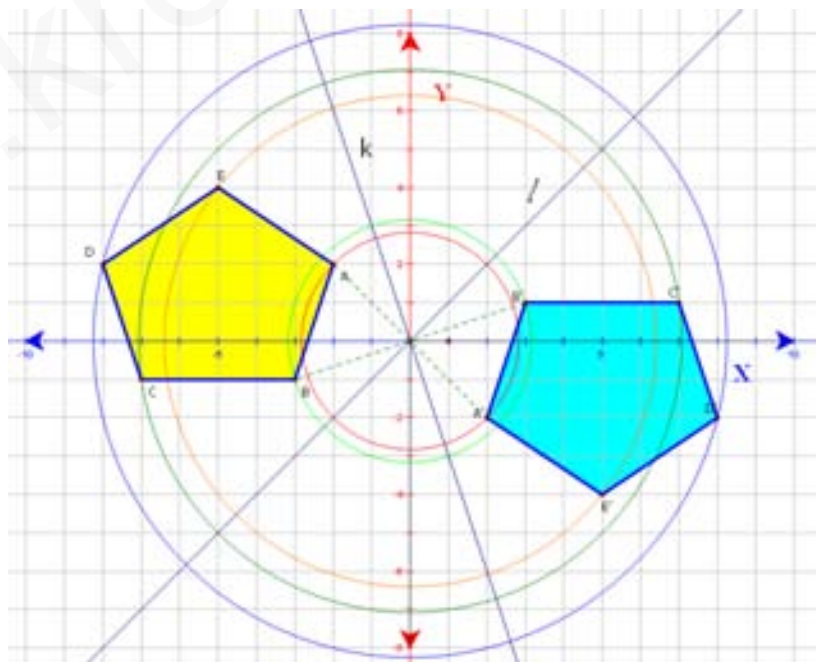
ก. $\triangle A'B'C'$ หมุนรอบเส้นตรงเส้นตรง ℓ_1

ข. เส้นตรง ℓ_2 แบ่งครึ่ง $\overline{CC'}$

ค. เส้นตรงเส้นตรง ℓ_1 หมุนรอบ ℓ_2 ซึ่ง D เป็นจุดหมุน ขนาดของมุม 75 องศา

ง. $\triangle A'B'C'$ หมุนตามทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ซึ่ง D เป็นจุดหมุน

7) จากรูปที่กำหนดให้ข้อใดคือพิกัดจุดของ ภาพห้าเหลี่ยม $A'B'C'D'E'$



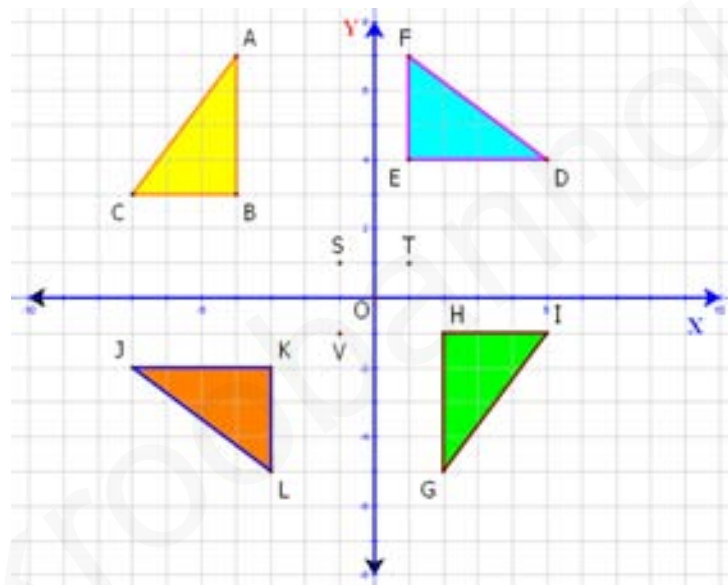
ก. $A'(2,-2)$, $B'(3,1)$, $C'(7,1)$, $D'(8,-2)$, $E'(5,-4)$

ข. $A'(-2,2)$, $B'(1,3)$, $C'(1,7)$, $D'(-2,8)$, $E'(-4,5)$

ค. $A'(-2,2)$, $B'(-3,-1)$, $C'(-7,-1)$, $D'(-8,2)$, $E'(-5,4)$

ง. $A'(2,-2)$, $B'(-1,-3)$, $C'(-1,-7)$, $D'(2,-8)$, $E'(4,-5)$

รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 8 และข้อ 9



8) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ $\triangle GHI$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุน
ด้วยขนาดของมุม 180 องศา จุดใดต่อไปนี้ เป็นจุดหมุน

ก. จุด O

ข. จุด V

ค. จุด T

ง. จุด S

9) ข้อใดต่อไปนี้กล่าวได้ถูกต้อง

- ก. $\triangle DEF$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle GHI$ รอบจุด T
ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา
- ข. $\triangle JKL$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle GHI$ รอบจุด V
ทิศทางการเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา
- ค. $\triangle JKL$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle ABC$ รอบจุด S
ทิศทางการเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา
- ง. $\triangle ABC$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle DEF$ รอบจุด O
ทิศทางการเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา

10) ข้อใดต่อไปนี้เป็นการหมุน

- ก. ชิงช้าสวรรค์
- ข. เงามองต้นไม้ในลำธาร
- ค. รถไฟที่แล่นตรงไป
- ง. นาฬิกาแบบตัวเลขที่กำลังเดิน

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน**หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2****เรื่องการหมุน (Rotation)**

1) **ตอบ ข**

2) **ตอบ ข**

3) **ตอบ ก**

4) **ตอบ ค**

5) **ตอบ ค**

6) **ตอบ ง**

7) **ตอบ ก**

8) **ตอบ ง**

9) **ตอบ ค**

10) **ตอบ ก**

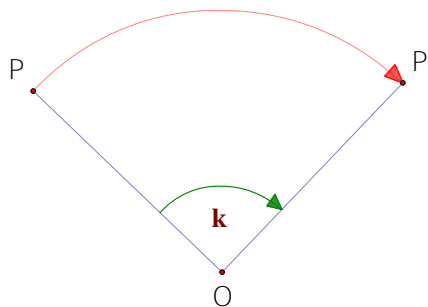
การหมุน

นักเรียนเคยเห็นการหมุนของสิ่งต่างๆ เช่น การหมุนของเข็มนาฬิกา การคลี่พัด หรือการหมุนของกังหัน



นักเรียนจะเห็นว่าการหมุนดังกล่าวเป็นการเคลื่อนรอบจุดๆ หนึ่งทีอาจมีทิศทางของการหมุนตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกา

ในทางคณิตศาสตร์การหมุนเป็นการแปลงทางเรขาคณิตอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดไว้ดังนี้

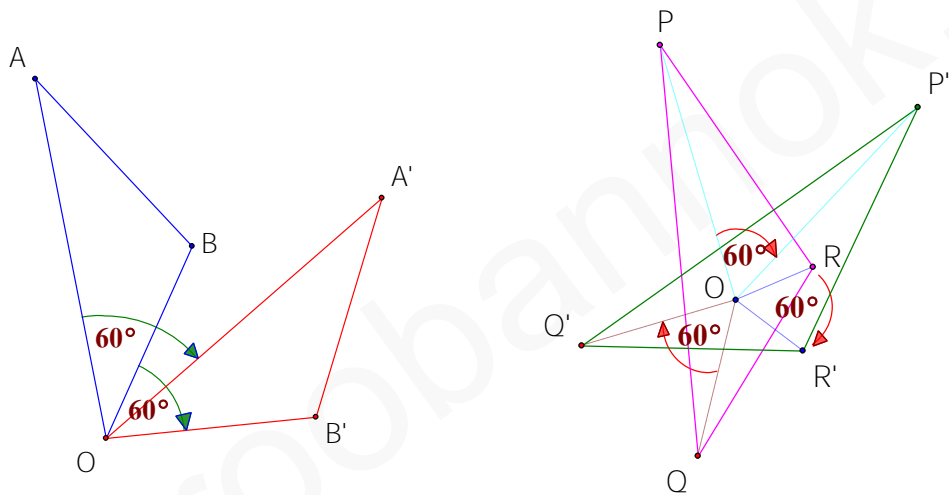


การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็นจุดหมุน
แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนด
ด้วยมุมที่มีขนาด k โดยที่

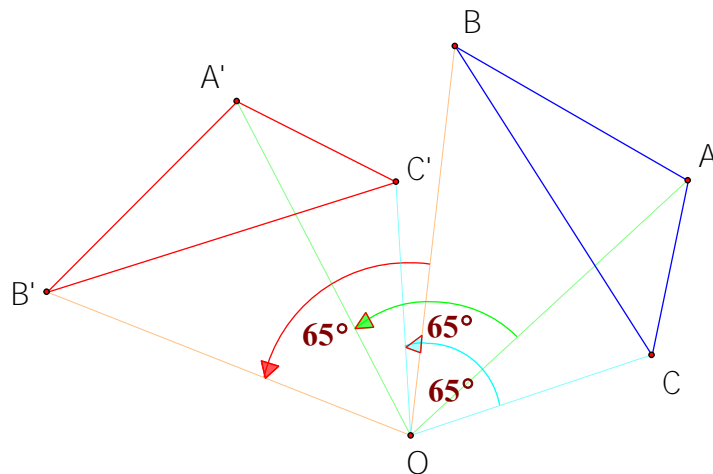
1. ถ้า P ไม่ใช่จุด O แล้ว $OP = OP'$ และขนาดของ $\angle POP'$ เท่ากับ k
2. ถ้า P เป็นจุดเดียวกันกับจุด O แล้ว P' กับ P เป็นจุดเดียวกันและเป็นจุดหมุน

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการหมุนที่มีจุด O เป็นจุดหมุน

กรณีที่ 1 จุดหมุน O อยู่บนรูปต้นแบบ

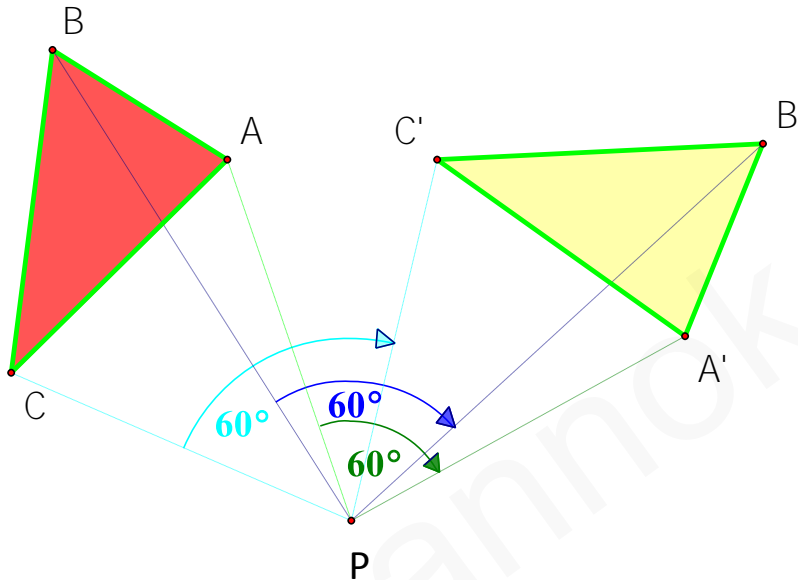


กรณีที่ 2 จุดหมุน O ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ



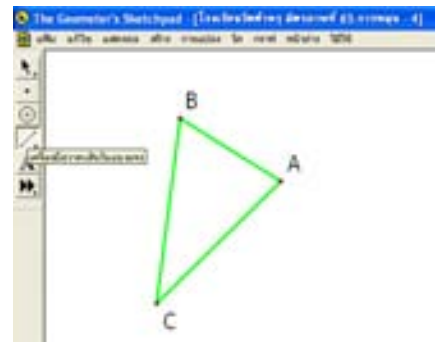
การสำรวจการหมุน

กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ มี $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$ รอบจุดหมุน P ตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 60 องศา ดังรูป



ขั้นตอนการสร้าง

1. เลือกเครื่องมือสร้างเส้นในแนวตรง สร้าง $\triangle ABC$

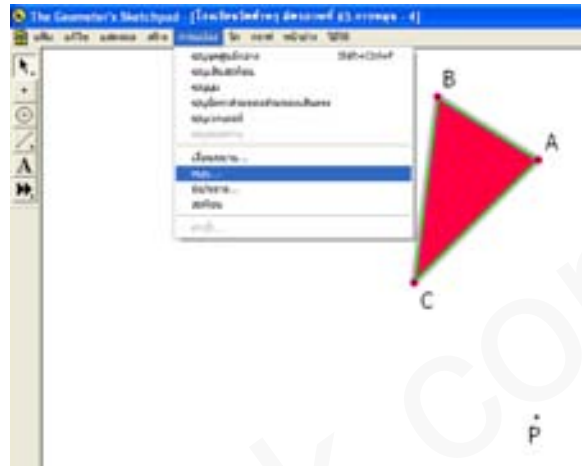


2. เลือกจุด A , B และ C ตามลำดับ
จากเมนูสร้าง เลือกภายในรูปสามเหลี่ยม
เลือกพื้นที่ $\triangle ABC$ จากเมนูแสดงผล
เลือกสี ตามต้องการ



3. เลือก**เครื่องมือลงจุด** และสร้าง จุด P ในบริเวณที่ต้องการ กำหนดจุด P เป็นจุดหมุน โดยดับเบิลคลิกที่จุด P (จุด P จะกระพริบเป็นวงกลมแล้วหายไป)

4. เลือก $\triangle ABC$ จากเมนู**การแปลง** เลือก**หมุน**



5. ที่กล่องสมบัติการหมุนใส่ตัวเลข

ที่เป็นทิศทางของมุมตามเข็มนาฬิกาโดยใส่เครื่องหมาย “ - ”

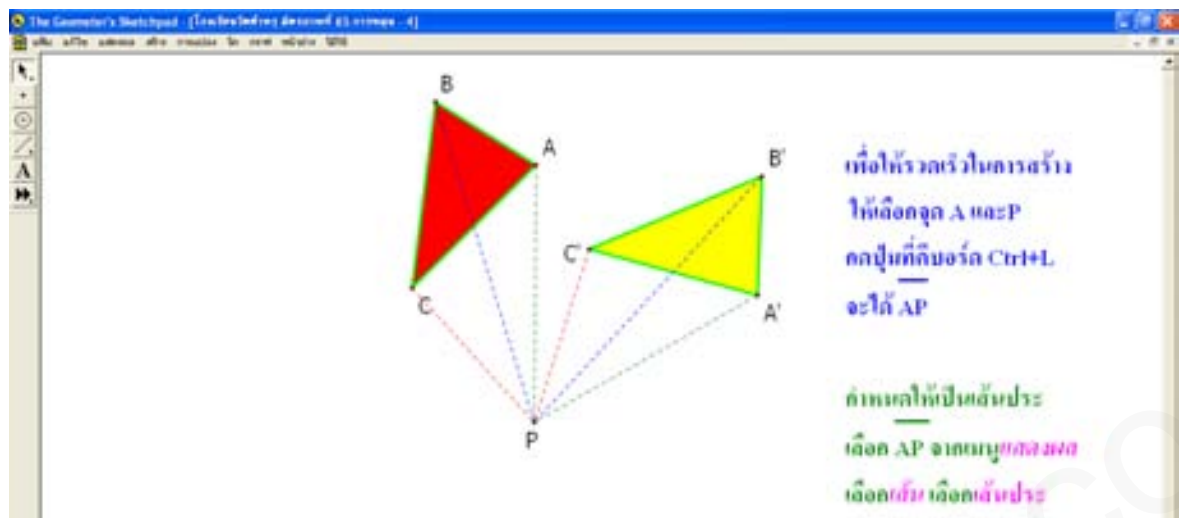
(ถ้าเป็นทิศทางทวนเข็มนาฬิกาไม่ต้องใส่ “ - ”) และใส่ขนาดของมุมตามที่กำหนด

คือ 60 องศา เลือก**หมุน**



6. เลือก**เครื่องมือสร้างข้อความ** นำเมาส์ไปคลิกที่จุดยอดของสามเหลี่ยมเพื่อกำหนดชื่อ $\triangle A'B'C'$ เปลี่ยนสีตามต้องการ โดยเลือกพื้นที่ $\triangle A'B'C'$ จากเมนู**แสดงผล** เลือก**สี** ตามต้องการ

7. เลือก**เครื่องมือสร้างเส้นในแนวตรง** สร้าง \overline{AP} , \overline{BP} , \overline{CP} , $\overline{A'P}$, $\overline{B'P}$ และ $\overline{C'P}$



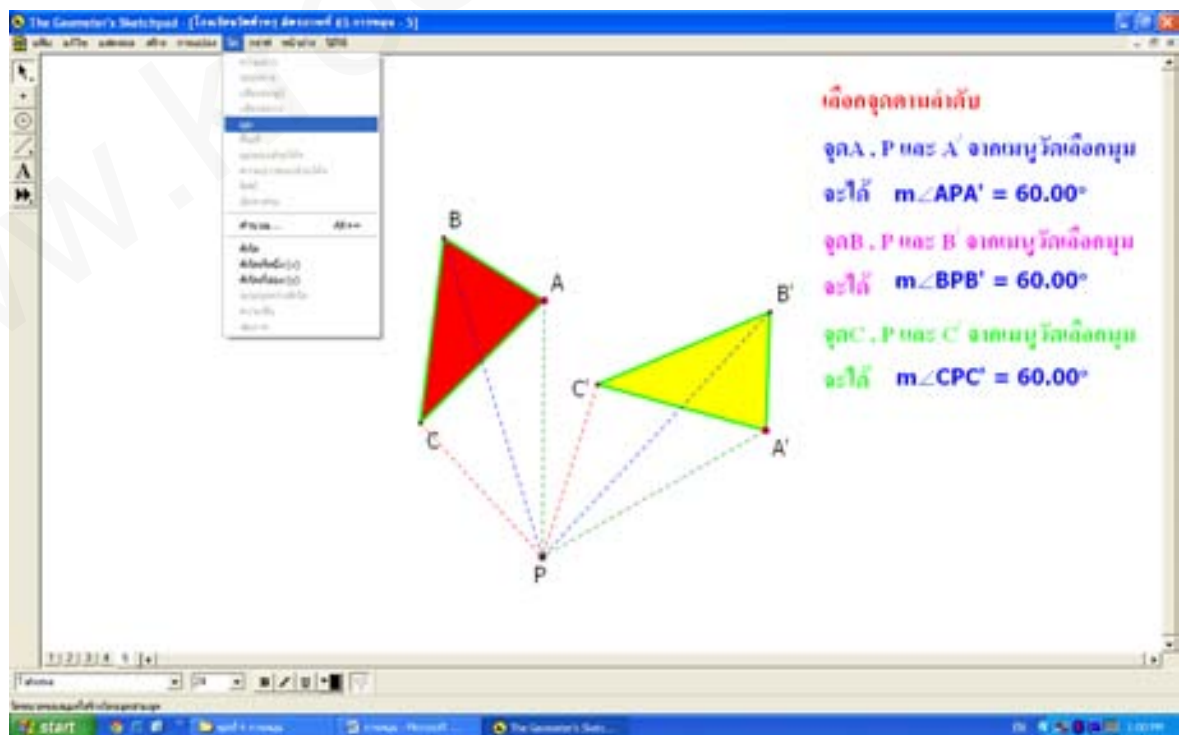
8. วัดขนาดของมุม

8.1 $m\angle APA'$ องศา

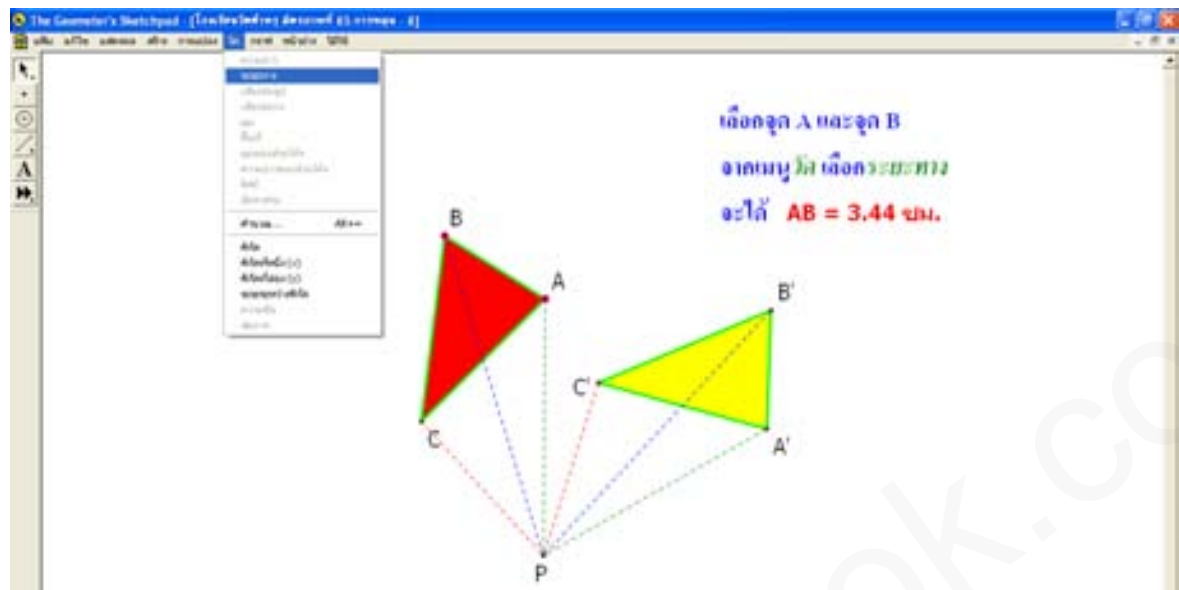
8.2 $m\angle BPB'$ องศา

8.3 $m\angle CPC'$ องศา

มุมที่นักเรียนวัดได้มีขนาดเท่ากันหรือไม่.....



9. วัดความยาวของส่วนของเส้นตรง/ระยะห่างระหว่างจุด

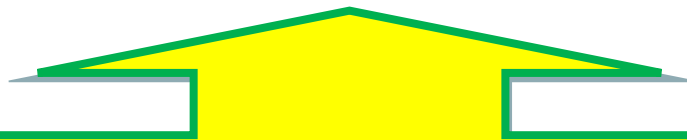
9.1 $AP = \dots\dots\dots$ 9.7 $AB = \dots\dots\dots$ 9.2 $BP = \dots\dots\dots$ 9.8 $BC = \dots\dots\dots$ 9.3 $CP = \dots\dots\dots$ 9.9 $AC = \dots\dots\dots$ 9.4 $A'P = \dots\dots\dots$ 9.10 $A'B' = \dots\dots\dots$ 9.5 $B'P = \dots\dots\dots$ 9.11 $B'C' = \dots\dots\dots$ 9.6 $C'P = \dots\dots\dots$ 9.12 $A'C' = \dots\dots\dots$

ความยาวของส่วนของเส้นตรง/ระยะห่างระหว่างจุด ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน

.....

10. $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ และ $\overline{AC} \parallel \overline{A'C'}$ ใช่หรือไม่.....

11. นักเรียนคิดว่าด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนของด้านนั้น
 จำเป็นต้องขนานกันหรือไม่.....



จากการสร้างและการสำรวจการหมุน จะได้ว่า

$\triangle ABC$ (เท่ากันทุกประการ, ไม่เท่ากันทุกประการ) กับ $\triangle A'B'C'$

ผลการสำรวจข้างต้นเป็นไปตามสมบัติของการหมุน ดังนี้

1. สามารถเลือกรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิทโดยไม่ต้องพลีรูปหรือกล่าวว่า
รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
2. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนของส่วนของเส้นตรงนั้น
ไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่

จากการหมุน $\triangle ABC$ ในกิจกรรมการสำรวจการหมุนข้างต้น

เนื่องจาก $PA=PA'$, $PB=PB'$ และ $PC=PC'$ โดยที่ \overline{PA} , \overline{PB} และ \overline{PC} ไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

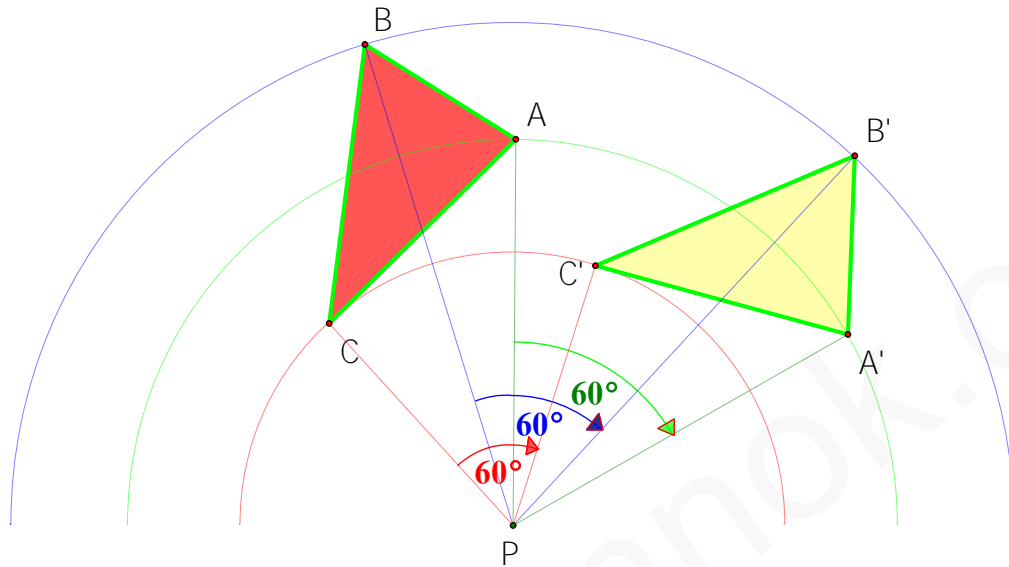
เมื่อจุดหมุน P เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมจะได้ว่า

จุด A และ จุด A' อยู่บนวงกลมเดียวกัน

จุด B และ จุด B' อยู่บนวงกลมเดียวกัน

จุด C และ จุด C' อยู่บนวงกลมเดียวกัน

โดยวงกลมเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน ดังรูป



ผลที่ได้ข้างต้นเป็นไปตามสมบัติดังนี้

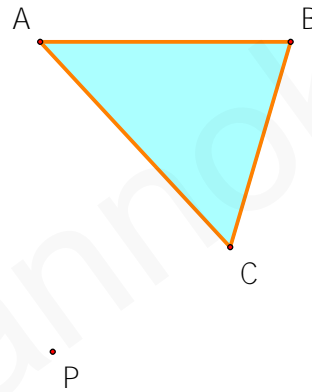
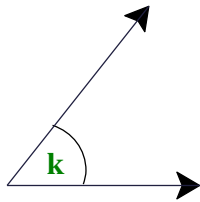
จุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น แต่ละคู่จะอยู่บนวงกลมที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลางเดียวกัน แต่วงกลมเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมีที่ยาวเท่ากัน

แบบฝึกทักษะที่ 1

การสำรวจการหมุน

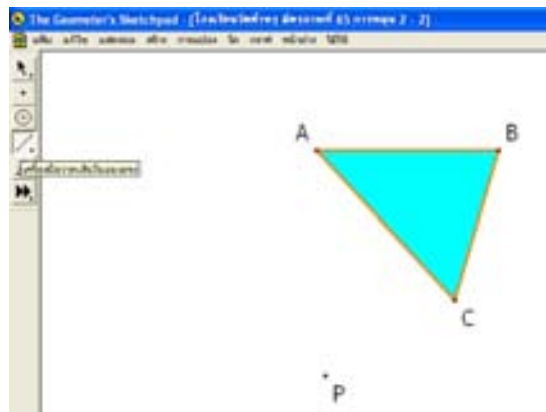
คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้างและสำรวจรูปเรขาคณิตตามขั้นตอนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ จุด P เป็นจุดหมุน จงหา $\triangle A'B'C'$ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$ ทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด k



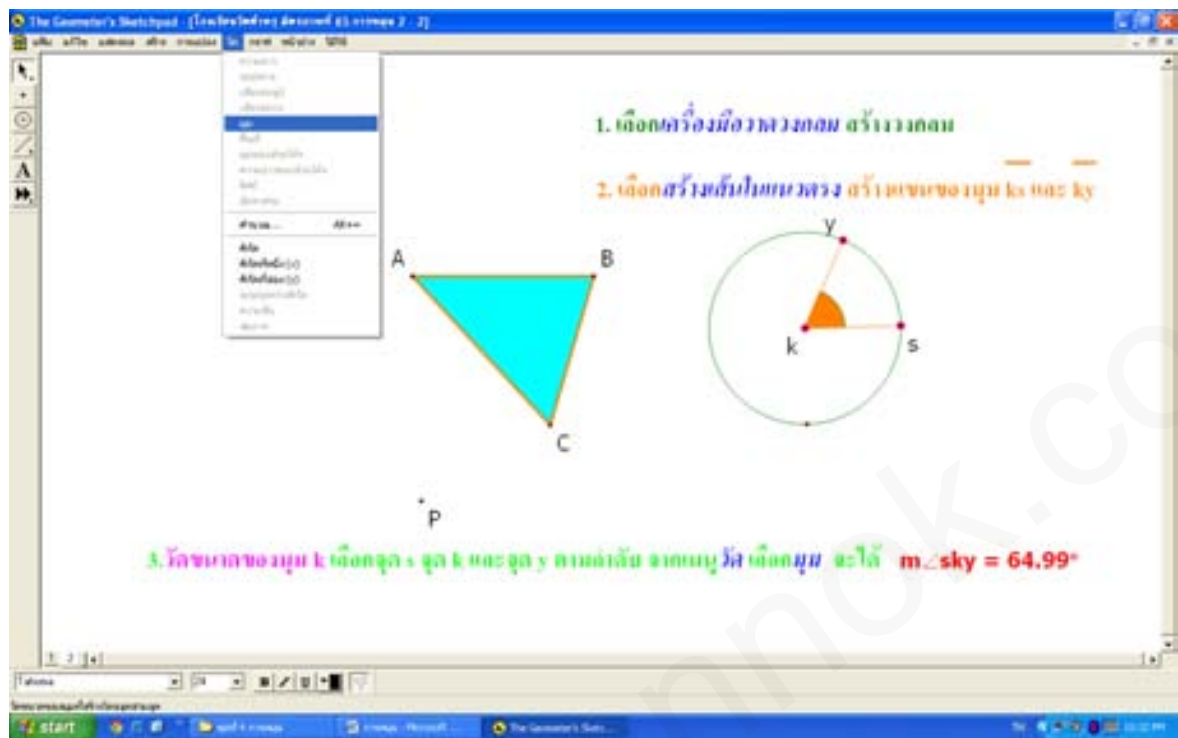
ขั้นตอนการสร้างและสำรวจ

1. เลือกเครื่องมือสร้างเส้นในแนวนตรง สร้าง $\triangle ABC$ เลือกเครื่องมือลงจุด สร้างจุด P

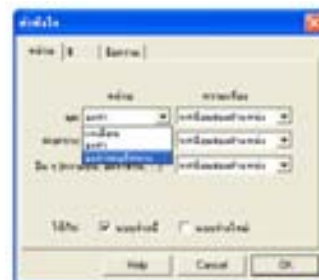


2. เลือกจุด A, B และ C ตามลำดับ จากเมนูสร้าง เลือกภายในรูปสามเหลี่ยม เลือกพื้นที่ $\triangle ABC$ จากเมนูแสดง เลือกสี ตามต้องการ

3. สร้างมุม k ภายในวงกลม (เพื่อให้ง่ายต่อการสำรวจ)



4. กำหนดจุด k ให้สามารถหมุนได้ 360 องศา จากเมนู **แก้ไข** เลือก **ค่าฟังก์**



ที่กล่องสมบัติของ ค่าฟังก์ เลือก **มุม** เลือก **องศา** **ระบุทิศทาง** เลือก **OK**

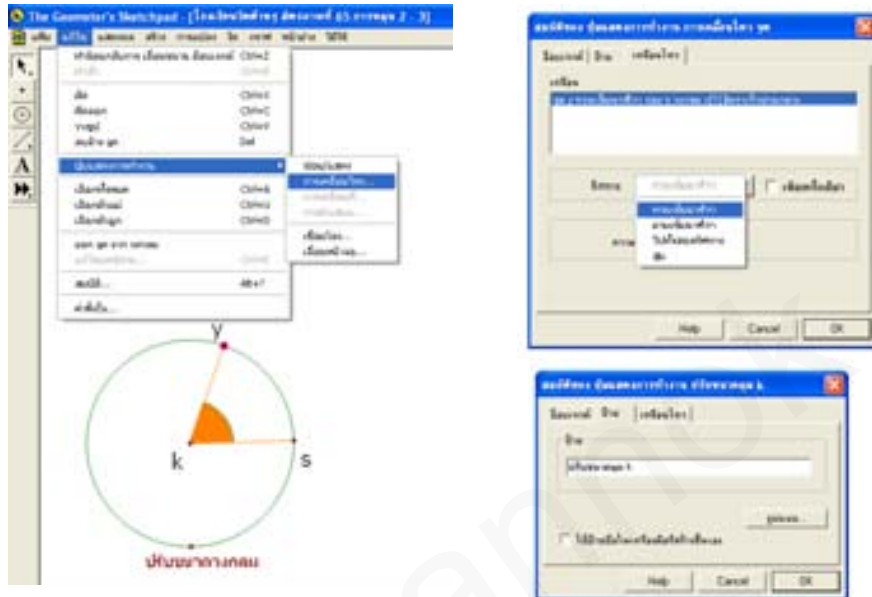
5. เลือก $m\angle sky$ เพื่อกำหนดมุมของการหมุน
จากเมนู **การแปลง** เลือก **ระบุมุม**
($m\angle sky$ จะกระพริบแล้วหายไป)



6. กำหนดทิศทางของการหมุน (ทวนเข็มนาฬิกา) เลือกจุด y จากเมนู **แก้ไข**

เลือก **ปุ่มแสดงการทำงาน** เลือก **เคลื่อนไหวก** ที่กล่องสมบัติของปุ่มแสดงการทำงาน

เลือก **เคลื่อนไหวก** ที่คำสั่ง **ทิศทาง** เลือก **ทวนเข็มนาฬิกา**



ที่คำสั่งป้ายให้พิมพ์ข้อความ “ปรับขนาดมุม k ” ปรับสีและขนาดตัวอักษรที่คำสั่ง **รูปแบบ**
เลือก **OK**

7. ดับเบิลคลิกจุด P เพื่อกำหนดให้เป็นจุดหมุน (จุด P จะกระพริบแล้วหายไป)

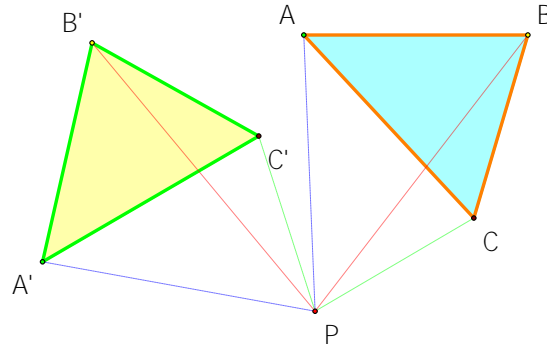
เลือก $\triangle ABC$ จากเมนู **การแปลง** เลือก **หมุน** ที่กล่องสมบัติหมุน เลือก **มุมที่ระบุ** เลือก **หมุน**



กำหนดชื่อจุด โดยเลือกเครื่องมือสร้างข้อความแล้วนำเมาส์ไปคลิกที่จุดยอดของสามเหลี่ยม
จะได้ $\triangle A'B'C'$ ปรับขนาดของเส้น และสีตามต้องการ

8. เลือกเครื่องมือสร้างเส้นในแนวตรง สร้าง \overline{AP} , \overline{BP} , \overline{CP} , $\overline{A'P}$, $\overline{B'P}$ และ $\overline{C'P}$

และวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงดังต่อไปนี้



8.1 \overline{AP} =

8.4 $\overline{A'P}$ =

8.2 \overline{BP} =

8.5 $\overline{B'P}$ =

8.3 \overline{CP} =

8.6 $\overline{C'P}$ =

ส่วนของเส้นตรง/ระยะห่างระหว่างจุด คู่ใดบ้างมีขนาดเท่ากัน

.....

.....

.....

9. วัดความยาวของส่วนของเส้นตรง/ระยะห่างระหว่างจุด ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

9.1 \overline{AB} =

9.4 $\overline{A'B'}$ =

9.2 \overline{BC} =

9.5 $\overline{B'C'}$ =

9.3 \overline{AC} =

9.6 $\overline{A'C'}$ =

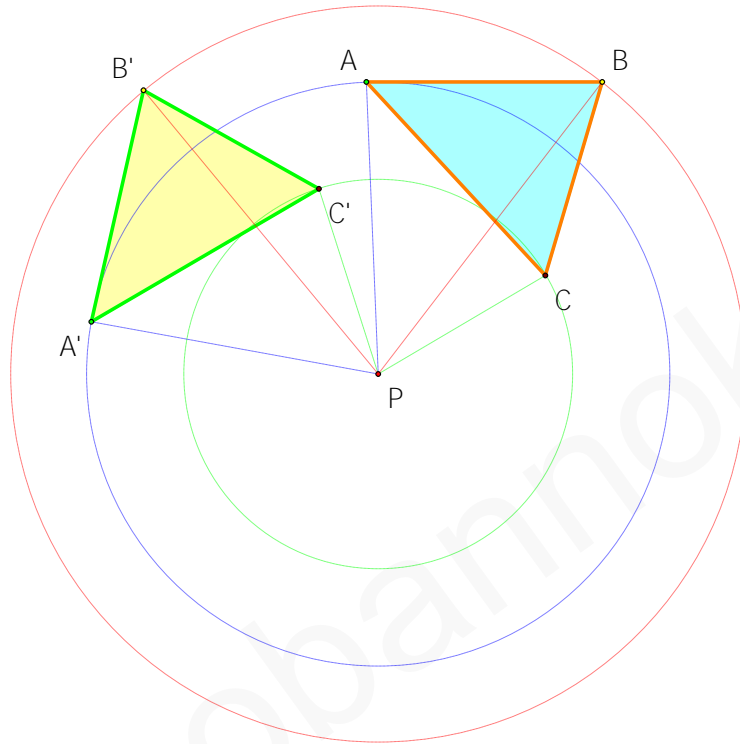
ส่วนของเส้นตรง/ระยะห่างระหว่างจุด คู่ใดบ้างมีขนาดเท่ากัน

.....

.....

.....

10. เลือกจุด P และจุด A จากเมนูสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น
 เลือกจุด P และจุด B จากเมนูสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น
 เลือกจุด P และจุด C จากเมนูสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น



เลือก จุด A', จุด B' และจุด C' จากเมนูแสดงผล เลือกสร้างรอยจุด
 ให้นักเรียน คลิกปุ่มปรับขนาดมุม k และสังเกตการเปลี่ยนแปลง



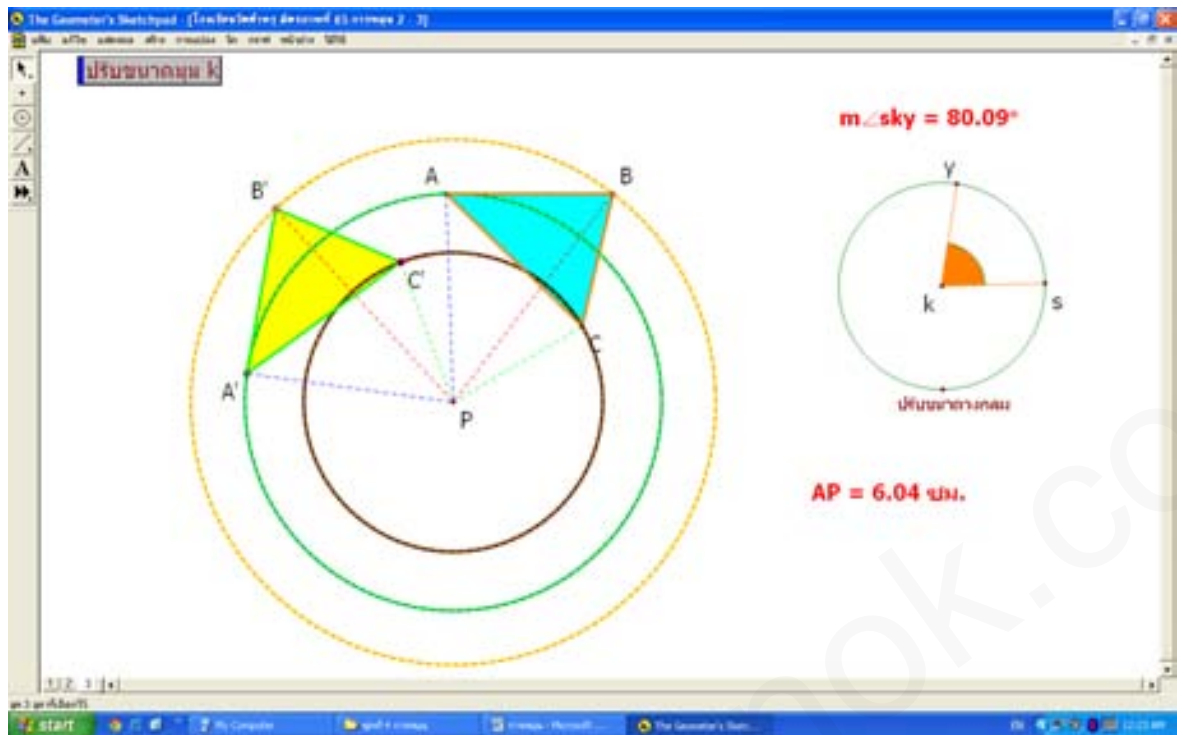
A และ A' อยู่บนวงกลมเดียวกันหรือไม่.....

B และ B' อยู่บนวงกลมเดียวกันหรือไม่.....

C และ C' อยู่บนวงกลมเดียวกันหรือไม่.....

ขนาดของมุม k ที่วัดไว้เปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร.....

.....



11. ให้นักเรียนปรับขนาดของจุด A, B และ C ของ $\triangle ABC$ แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของ $\triangle A'B'C'$ ว่าขนาดของรูป และทิศทางการหมุนเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

.....

.....

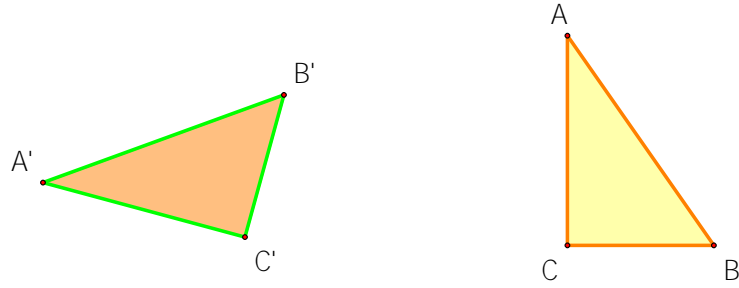
.....

.....

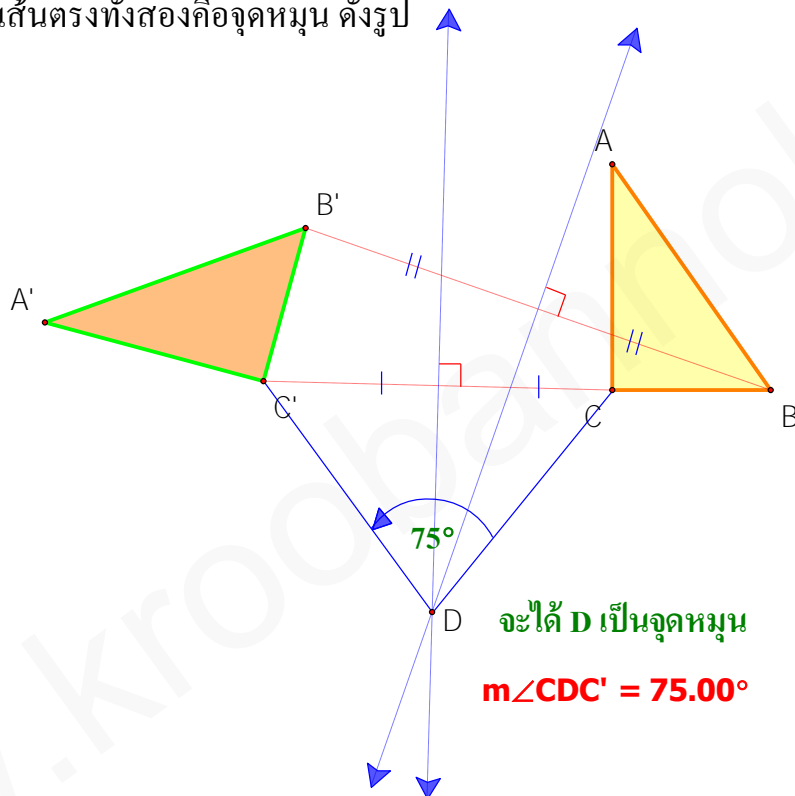
จากการสร้างและการสำรวจที่ผ่านมามาดูจะเห็นว่าเมื่อกำหนดรูปต้นแบบ จุดหมุน ทิศทางการหมุน และขนาดของมุมที่หมุนให้ เราจะสามารถหาภาพที่ได้จากการหมุน

ในทางกลับกันถ้ามีรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเราสามารถหาจุดหมุน ทิศทางการหมุนและขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุนได้ เช่น

กำหนด $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$ จงหาจุดหมุน ทิศทางการหมุน และขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุน



เราอาจใช้การสร้างหาจุดหมุนได้ โดยสร้างเส้นตรงสองเส้น ให้แต่ละเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและบนภาพที่ได้จากการหมุน จุดตัดของเส้นตรงทั้งสองคือจุดหมุน ดังรูป



จากรูปจะได้ ขนาดของ $m\angle CDC'$ เป็นขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุน นั่นคือ

$\triangle ABC$ หมุนรอบจุด D ทวนเข็มนาฬิกาด้วยขนาดของมุมเท่ากับ $m\angle CDC'$

ทิศทางการหมุน ในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เช่น

การหมุนด้วยมุม 60 องศา หมายถึง หมุนทวนเข็มนาฬิกา เป็นมุม 60 องศา

การหมุนด้วยมุม -60 องศา หมายถึง หมุนตามเข็มนาฬิกา เป็นมุม 60 องศา

แบบฝึกทักษะที่ 2

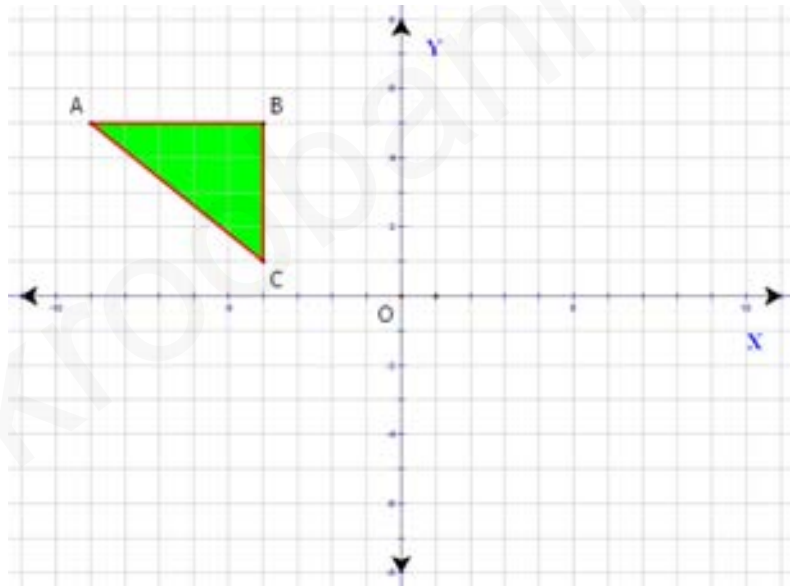
การสำรวจการหมุนบนระนาบในระบบพิกัดฉาก

คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้างและสำรวจรูปเรขาคณิตตามขั้นตอนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

.....

ถ้า $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$ ที่กำหนดให้ ซึ่ง $A(-9,5)$, $B(-4,5)$ และ $C(-4,1)$ รอบจุดกำเนิด O ตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 180 องศา จงหา

1. พิกัดของจุด A' , B' และ C' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A , B และ C ตามลำดับ
2. $\triangle A'B'C'$ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$



ขั้นตอนการสร้าง

1. จากเมนูกราฟ เลือกรูปแบบกริด
เลือกกริดจัตุรัส



2. จากเมนูกราฟ เลือกลงจุด



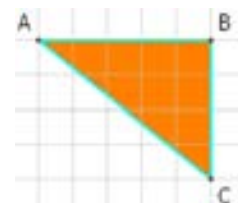
3. ที่กล่องสมบัติลงจุด ใส่พิกัดจุด
A (-9, 5), B (-4, 5) และ C (-4, 1)



4. เลือกเครื่องมือสร้างข้อความ แล้วนำเมาส์ไปคลิกที่จุดยอดของสามเหลี่ยมทั้งสามจุด
กำหนดชื่อเป็น จุด A จุด B และจุด C

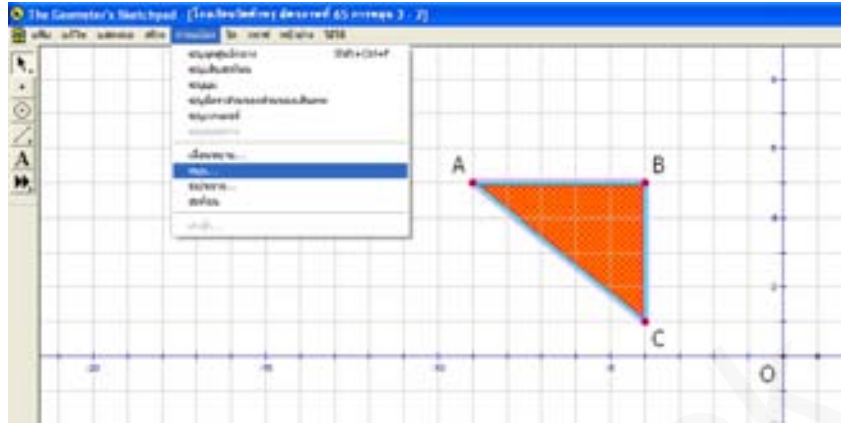
5. เลือกเครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง สร้าง \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{AC}

เลือกจุด A, B และ C จากเครื่องมือสร้าง เลือกภายในรูปสามเหลี่ยม
เปลี่ยนสี และเส้นตามต้องการ



6. กำหนดจุดกำเนิด O เป็นจุดหมุน โดยดับเบิลคลิกที่จุด O (จุด O จะกระพริบแล้วหายไป)

7. เลือกรูป $\triangle ABC$ จากเมนูการแปลง เลือกหมุน

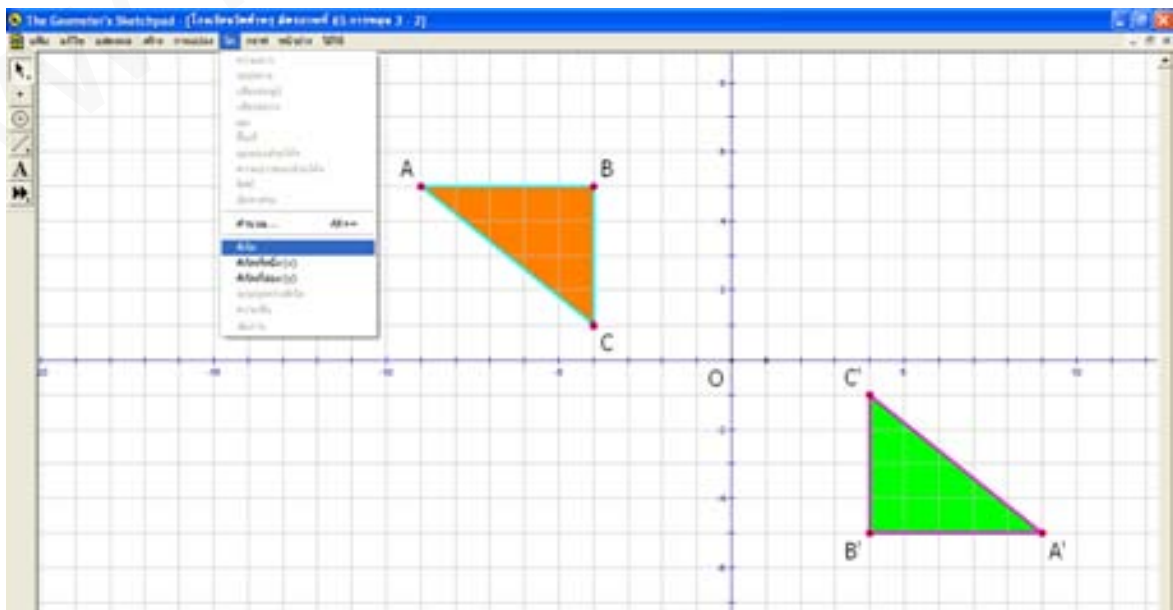


8. ที่กล่องสมบัติการหมุนพิมพ์ตัวเลข 180 (ทิศทางการหมุนเข็มนาฬิกาให้ใส่เครื่องหมายลบหน้าตัวเลขที่กำหนดองศา ทิศทางการหมุนทวนเข็มนาฬิกาไม่ต้องใส่เครื่องหมายลบ)

เลือกหมุน



9. วัดพิกัดจุด โดยเลือกจุด A, B, C, A', B' และ C' จากเมนูวัด เลือกพิกัด



พิกัดจุด A'

พิกัดจุด B'

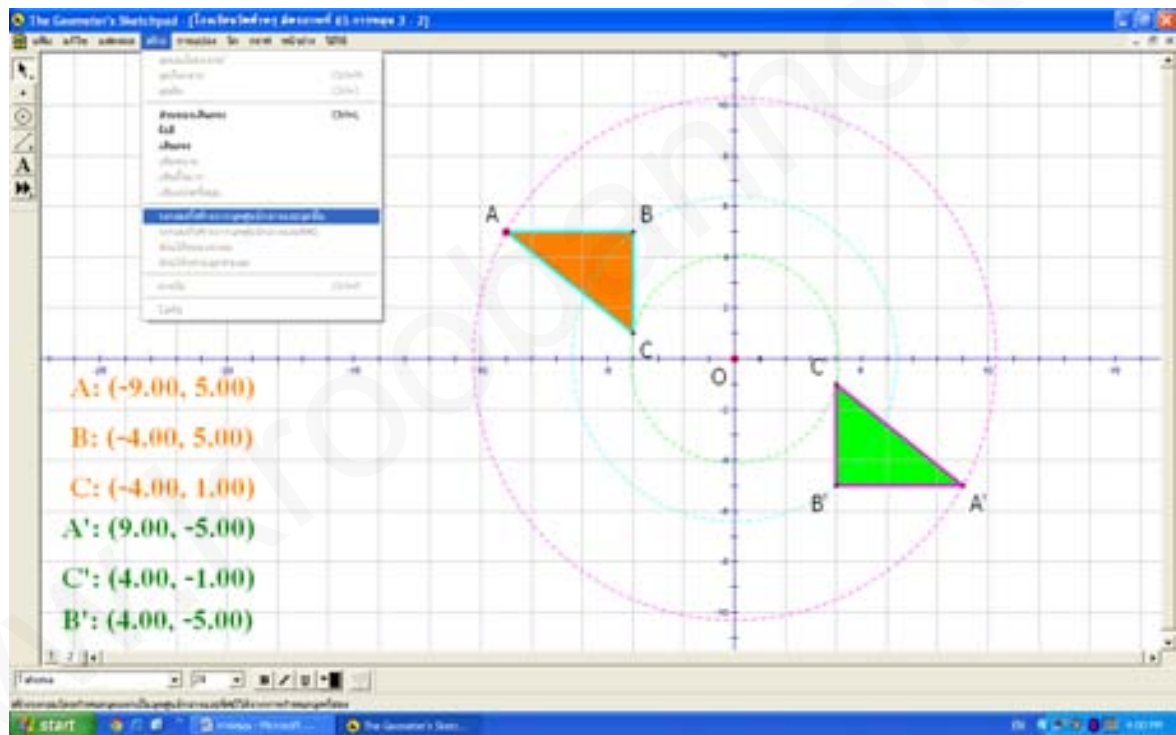
พิกัดจุด C'

10. เลือกเครื่องมือสร้างข้อความ นำเมาส์ไปคลิกที่จุดยอด กำหนดชื่อจุด A' , B' และ C'

เลือกจุด O และจุด A จากเมนูสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น

เลือกจุด O และจุด B จากเมนูสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น

เลือกจุด O และจุด C จากเมนูสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น



ให้นักเรียนสังเกตและตอบคำถามต่อไปนี้

จุดใดบ้างที่อยู่บนวงกลมเดียวกัน.....

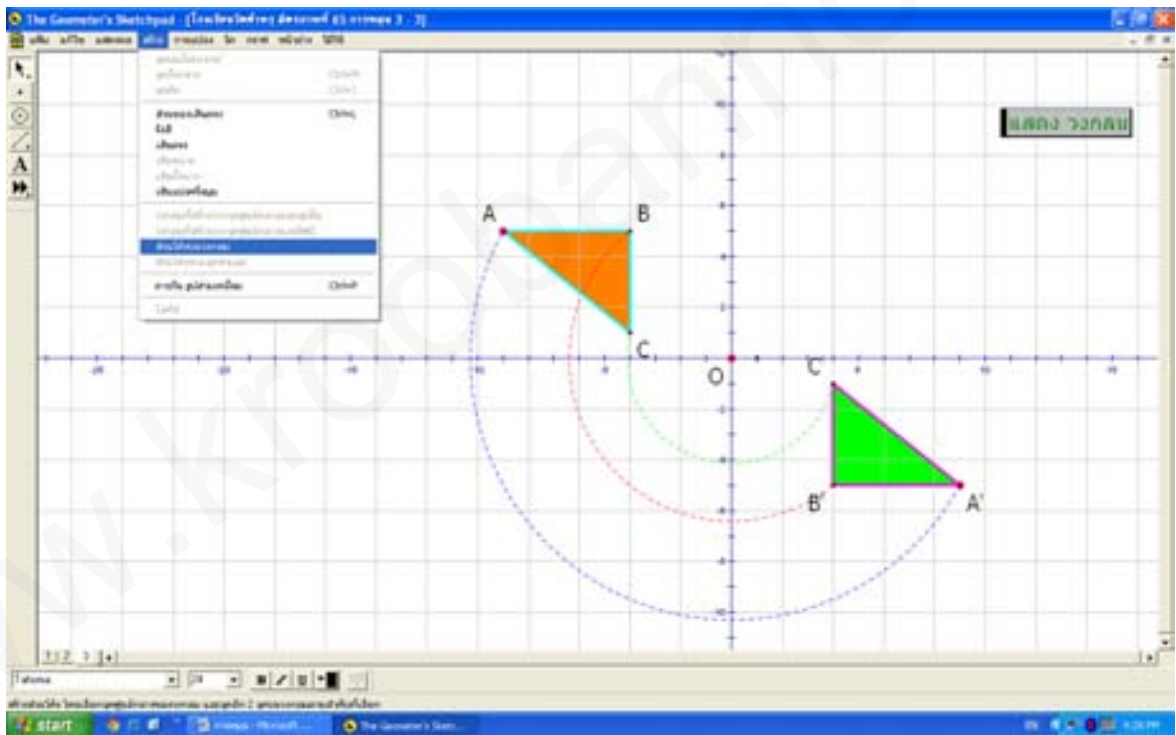
.....

.....

ขั้นตอนการสำรวจ

11. เลือกวงกลมทั้งสามรูป จากเมนู **แก้ไข** เลือก **ปุ่มแสดงการทำงาน** เลือก **ซ่อน/แสดง** จะได้ปุ่มแสดงการทำงานซ่อน/แสดงวงกลมทั้งสามรูป

12. เลือกจุดตามลำดับ จุด O, A และ A' จากเมนู **สร้าง** เลือก **ส่วนโค้งบนวงกลม**
 เลือกจุดตามลำดับ จุด O, B และ B' จากเมนู **สร้าง** เลือก **ส่วนโค้งบนวงกลม**
 เลือกจุดตามลำดับ จุด O, C และ C' จากเมนู **สร้าง** เลือก **ส่วนโค้งบนวงกลม**



13. เลือก **เครื่องมือลงจุด**

สร้างจุดอิสระบนส่วนโค้ง AA' ตั้งชื่อจุด D

สร้างจุดอิสระบนส่วนโค้ง BB' ตั้งชื่อจุด E

สร้างจุดอิสระบนส่วนโค้ง CC' ตั้งชื่อจุด F

เลือก **เครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง** สร้าง $\triangle DEF$

14. เลือกจุดตามลำดับ จุด D, A, E, B, F และ C จากเมนู**แก้ไข** เลือก**ปุ่มแสดงการทำงาน**

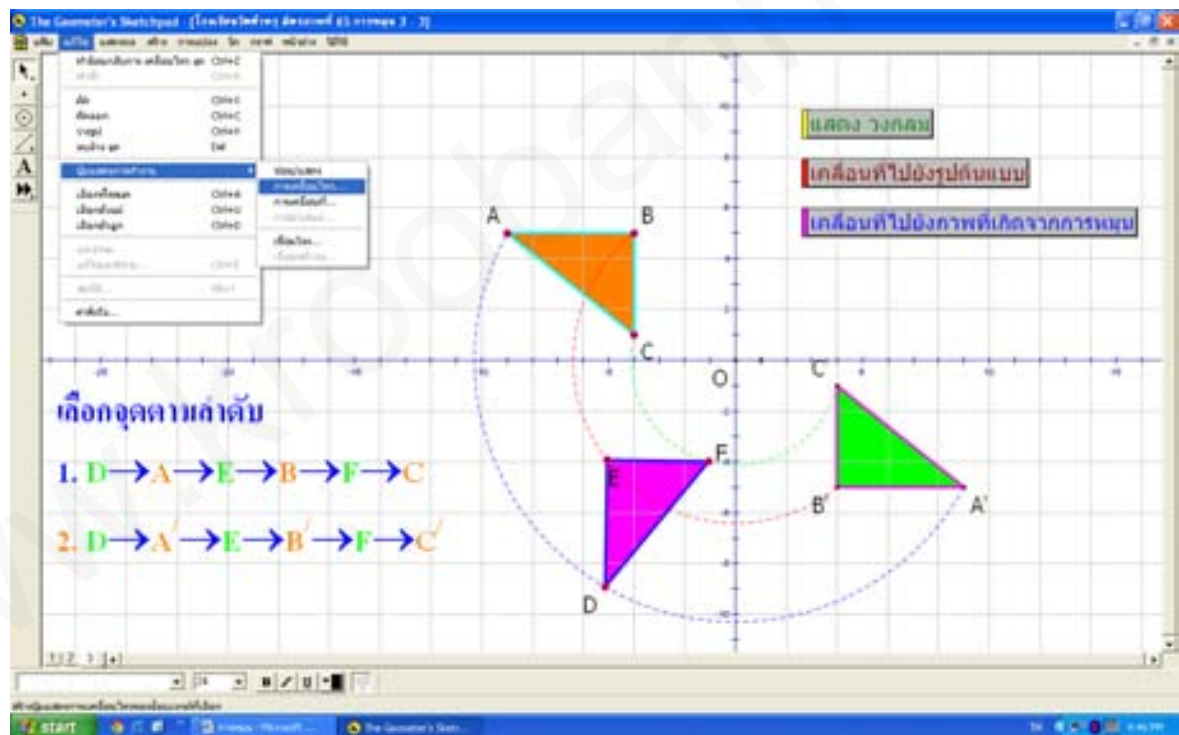
เลือก**การเคลื่อนที่** ที่กล่องสมบัติของปุ่มแสดงการทำงานการเคลื่อนไหวจุด

เลือก**ย้าย** และพิมพ์ข้อความ “**เคลื่อนที่ไปยังรูปต้นแบบ**” ปรับเปลี่ยนขนาด สี ตัวอักษร ที่รูปแบบ

15. เลือกจุดตามลำดับ จุด D, A', E, B', F และ C' จากเมนู**แก้ไข** เลือก**ปุ่มแสดงการทำงาน**

เลือก**การเคลื่อนที่** ที่กล่องสมบัติของปุ่มแสดงการทำงานการเคลื่อนไหวจุด

เลือก**ย้าย** และพิมพ์ข้อความ “**เคลื่อนที่ไปยังภาพที่เกิดจากการหมุน**” ปรับเปลี่ยนขนาด สี ตัวอักษร ที่รูปแบบ



16. วัดความยาวของส่วนของเส้นตรง/ระยะห่างระหว่างจุด ต่อไปนี้

16.1) $\overline{OA} = \dots\dots\dots$ 16.6) $\overline{OF} = \dots\dots\dots$

16.2) $\overline{OB} = \dots\dots\dots$ 16.7) $\overline{OA'} = \dots\dots\dots$

16.3) $\overline{OC} = \dots\dots\dots$ 16.8) $\overline{OB'} = \dots\dots\dots$

16.4) $\overline{OD} = \dots\dots\dots$ 16.9) $\overline{OC'} = \dots\dots\dots$

16.5) $\overline{OE} = \dots\dots\dots$

ความยาวของส่วนของเส้นตรง/ระยะห่างระหว่างจุด ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน

.....

.....

.....

17. ให้นักเรียนสำรวจและตอบคำถามต่อไปนี้

เมื่อกดปุ่มแสดงการทำงานแล้วรูปต้นแบบ $\triangle ABD$ กับ ภาพที่เกิดจากการหมุน $\triangle A'B'D'$ และ $\triangle DEF$ เปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

ระยะห่างระหว่างจุดที่วัดไว้ตามข้อ 16 เปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

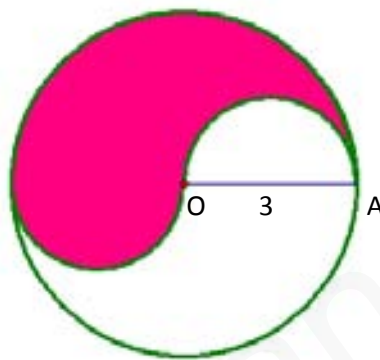
.....

แบบฝึกทักษะที่ 3

การนำความรู้เรื่องการหมุนไปใช้ในการแก้ปัญหา

คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้างและสำรวจรูปเรขาคณิตตามขั้นตอนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี OA ยาว 3 เซนติเมตร จงหาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงาในรูป



แนวคิด จากการสังเกตรูปที่กำหนดให้ \overline{OA} เป็นรัศมีของวงกลมยาว 3 เซนติเมตร เมื่อพิจารณาการหมุนรูปที่แรเงารอบจุด O คาดคะเนว่ารูปนี้ทับส่วนที่ไม่แรเงาได้พอดี แสดงว่าส่วนที่แรเงามีพื้นที่โดยประมาณเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของวงกลมที่กำหนดให้

จากแนวคิดทำได้ดังนี้

จากสูตรพื้นที่ของรูปวงกลมเท่ากับ.....

รัศมีของวงกลมเท่ากับ.....เซนติเมตร

จะได้พื้นที่รูปวงกลมประมาณ.....ตารางเซนติเมตร

ดังนั้นพื้นที่ส่วนที่แรเงาประมาณ.....ตารางเซนติเมตร

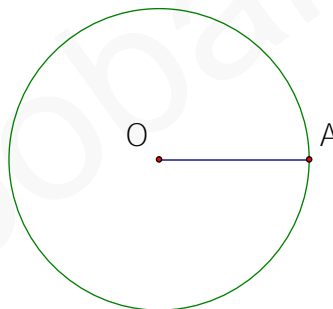
ตรวจคำตอบโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ขั้นตอนการสร้าง

1. เลือกเครื่องมือลงจุด สร้างจุด O บริเวณที่ต้องการ
เลือกจุด O จากเมนูการแปลง เลือกเลื่อนขนาน
ที่กล่องสมบัติการเลื่อนขนาน พิมพ์ตัวเลข 3 เซนติเมตร
และ 0 องศา เลือกเลื่อนขนาน จะได้ $OA = 3$ เซนติเมตร

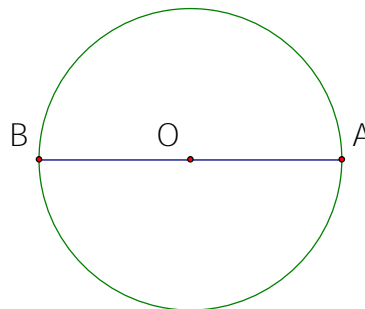


2. เลือกจุด O และ จุด A ตามลำดับ จากเครื่องมือสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลาง
และจุดอื่น

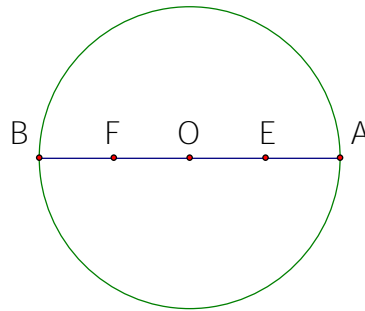


$OA = 3.00$ ซม.

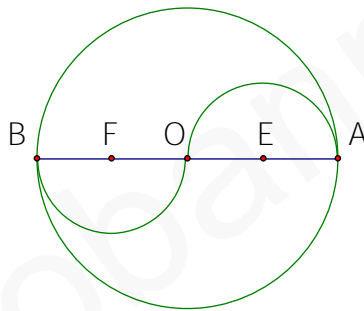
3. เลือกจุด A และจุด O ตามลำดับ จากเมนูการแปลง เลือกกระบอกเวกเตอร์
เลือกจุด O จากเมนูการแปลง เลือกเลื่อนขนาน กำหนดชื่อเป็นจุด B
เลือกเครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง สร้าง \overline{OB}



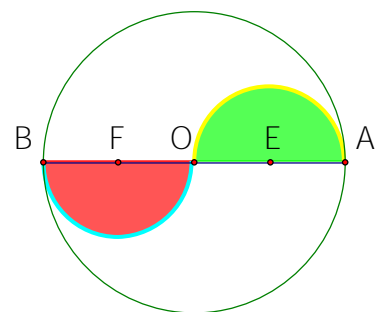
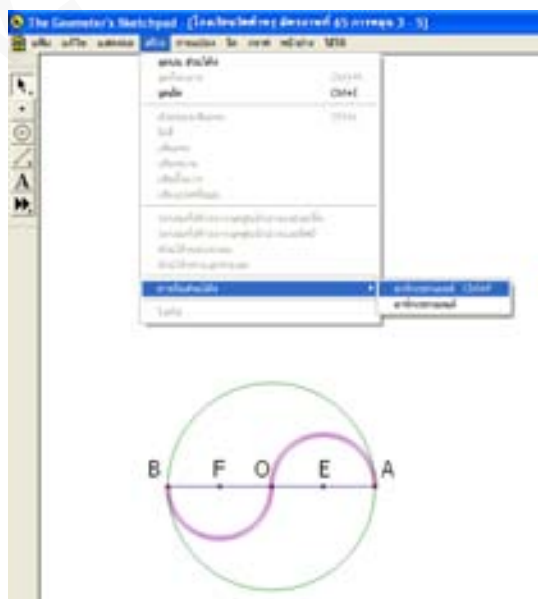
4. เลือก \overline{OA} และ \overline{OB} จากเมนู **สร้าง** เลือก **จุดกึ่งกลาง** ตั้งชื่อจุด E และจุด F ตามลำดับ



5. เลือกจุด F, B และ O ตามลำดับ จากเมนู **สร้าง** เลือก **ส่วนโค้งบนวงกลม** จะได้ \overline{OB}
เลือกจุด E, A และ O ตามลำดับ จากเมนู **สร้าง** เลือก **ส่วนโค้งบนวงกลม** จะได้ \overline{OA}

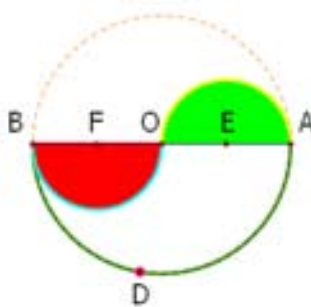


6. เลือก \overline{OB} และ \overline{OA} จากเมนู **สร้าง** เลือก **ภายในส่วนโค้ง** เลือก **อาร์กเชกเตอร์**
เปลี่ยนสีตามต้องการ



7. เลือกจุด O , B และ A ตามลำดับ จากเมนู **สร้าง** เลือก **ส่วนโค้งบนวงกลม** จะได้ AB

เลือก AB จากเมนู **สร้าง** เลือก **จุดบนส่วนโค้ง**



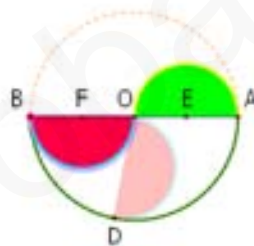
8. วัดขนาดของมุม $m\angle BOD$ โดยเลือกจุด B, O และ D ตามลำดับ จากเมนู **วัด** เลือก **มุม**

เลือกขนาดของมุม $m\angle BOD$ จากเมนู **การแปลง** เลือก **ระบุมุม**

กำหนดจุด O เป็นจุดหมุน โดยดับเบิลคลิกที่จุด O

เลือกส่วนโค้ง OB จากเมนู **การแปลง** เลือก **หมุน** ที่กล่องสมบัติหมุน

เลือก **มุมที่ระบุ** เลือก **หมุน**



$m\angle BOD = 78.78^\circ$

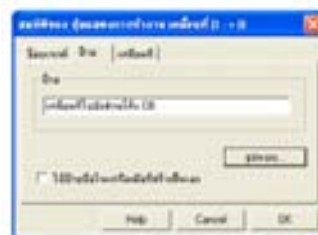


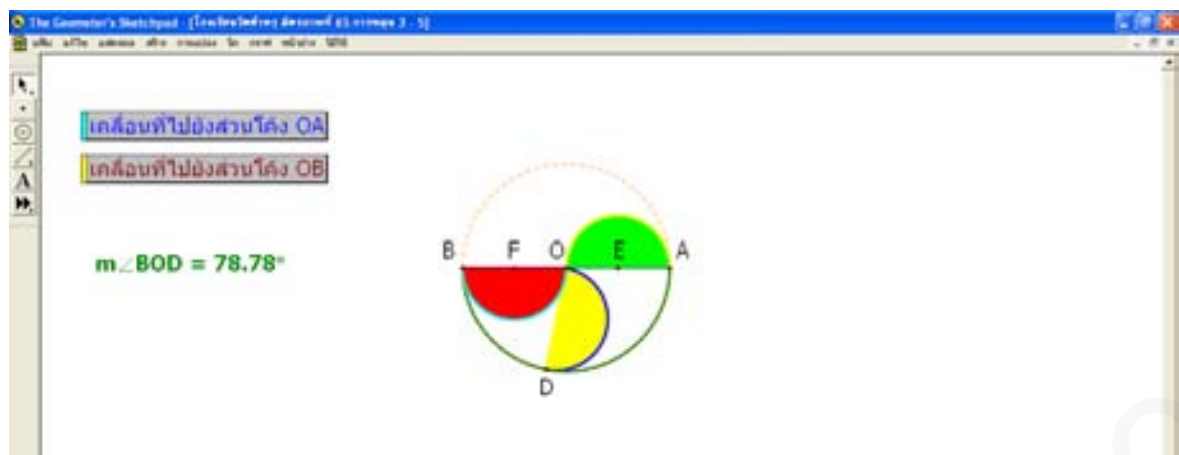
9. เลือกจุด D และจุด A ตามลำดับ จากเมนู **แก้ไข** เลือก **ปุ่มแสดงการทำงาน** เลือก **เคลื่อนที่**

ที่กล่องสมบัติของปุ่มแสดงการทำงาน เลือก **ป้าย** พิมพ์ข้อความ “เคลื่อนที่ไปยังส่วนโค้ง OA”

เลือกจุด D และจุด B ตามลำดับ จากเมนู **แก้ไข** เลือก **ปุ่มแสดงการทำงาน** เลือก **เคลื่อนที่**

ที่กล่องสมบัติของปุ่มแสดงการทำงาน เลือก **ป้าย** พิมพ์ข้อความ “เคลื่อนที่ไปยังส่วนโค้ง OB”





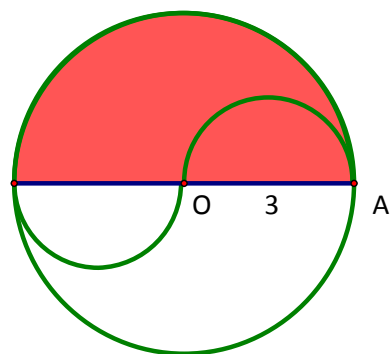
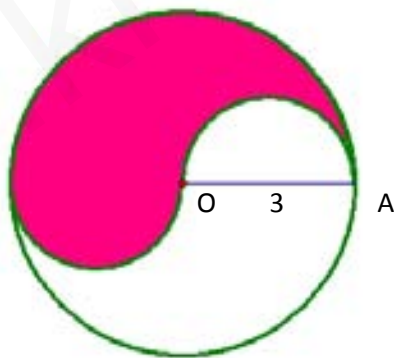
10. ให้นักเรียนสำรวจโดย คลิกปุ่มแสดงการทำงานที่สร้างขึ้นแล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลง
ของส่วนโค้งทั้งสาม มีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....



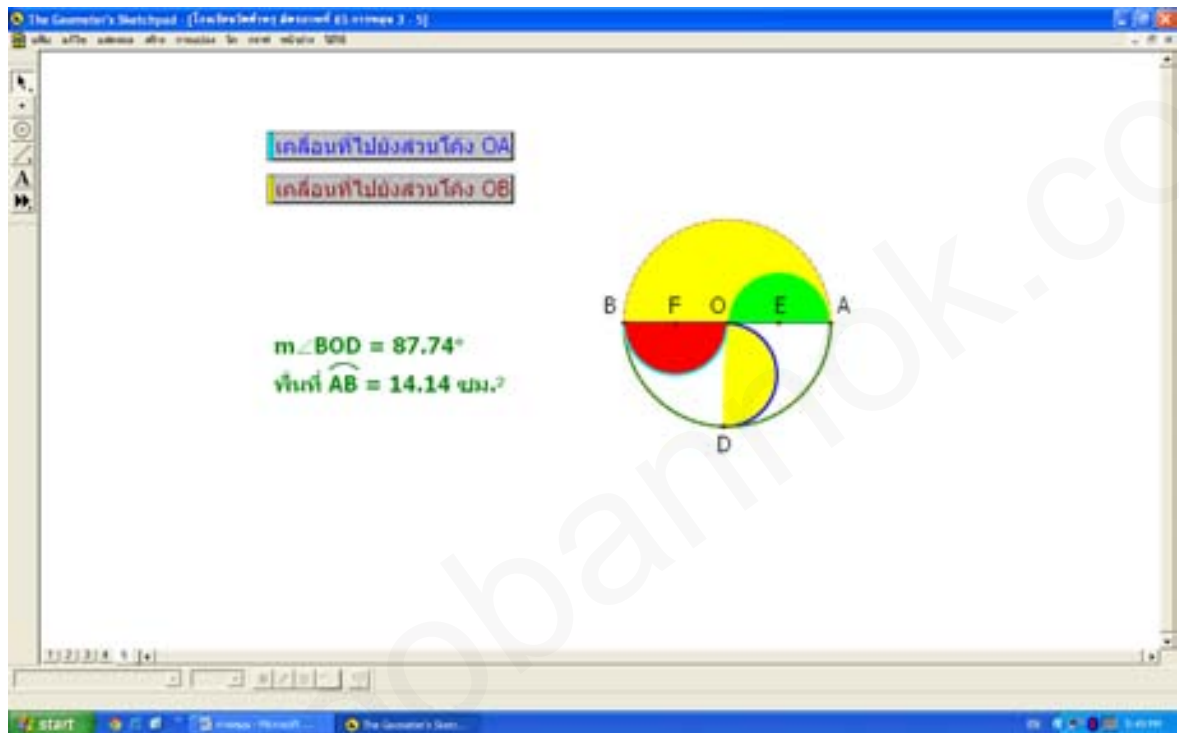
จากรูปที่โจทย์กำหนดให้แสดงว่าส่วนที่แรเงามีพื้นที่โดยประมาณเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่
ของวงกลมที่กำหนดให้

11. เลือกจุด O , A และ B ตามลำดับ ส่วนโค้ง AB

เลือกส่วนโค้ง AB จากเมนูสร้าง เลือกภายในส่วนโค้ง เลือกอาร์กเชกเตอร์

เลือกพื้นที่ของส่วนโค้ง AB จากเมนูวัด เลือกพื้นที่

จะได้พื้นที่ที่ครึ่งวงกลมมีค่าประมาณ.....



ศิลปะกับการหมุน

ในการออกแบบงานบางอย่างได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการหมุน เช่นออกแบบตราประจำสินค้า หรือตราประจำหน่วยงานที่เรียกว่า โลโก้ (Logo) การออกแบบลายปักผ้า ลวดลายผ้าหรือลวดลายกระเบื้อง

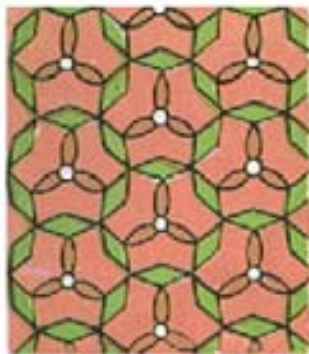
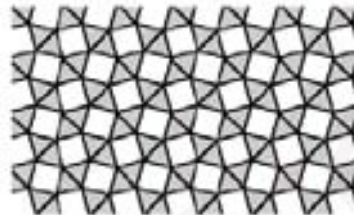
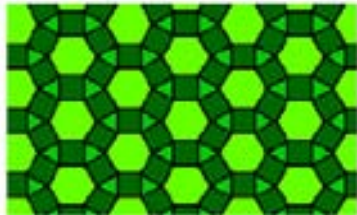
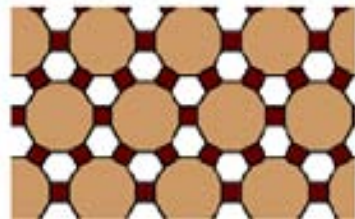
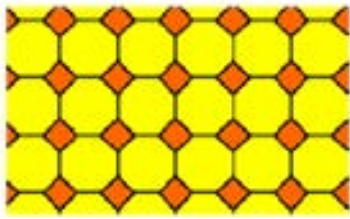


ภาพทesselเลชัน

ความงามทางคณิตศาสตร์จำแนกได้ 2 ลักษณะ คือความงามที่เป็นนามธรรม และความงามที่เป็นรูปธรรม ความงามทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมคือความงามที่เกิดจากแบบรูป (Pattern) ทางคณิตศาสตร์ทั้งในรูปของจำนวนหรือตัวเลขตลอดจนความงามที่เกิดจากความสุข ความภูมิใจจาก การพิสูจน์ทฤษฎีบทต่างๆ หรือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน สำหรับความงามที่เป็นรูปธรรมในลักษณะที่สอง คือ เป็นความงามที่เกิดจากการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาผสมผสานเข้ากับงานศิลปะที่เรียกว่า “คณิตศิลป์” งานทesselเลชัน (Tessellation) จัดเป็นงานคณิตศิลป์ลักษณะหนึ่งซึ่งเกิดจากการนำรูปทั้งที่เป็นรูปเรขาคณิตและรูปทั่วไปมาเรียงต่อกันโดยมีเงื่อนไขว่า รูปที่นำมาเรียงเหล่านั้นจะต้องไม่มีช่องว่างระหว่างชิ้นส่วนหรือการคาบเกี่ยวซ้อนทับกัน



ตัวอย่าง งานเทศกาลเลขัน



งานเทศกาลเลขันของชาวเปอร์เซีย

โบสถ์ “Jam’aa” ในประเทศอัฟกานิสถาน



งานเทศกาลเลขันที่อยู่ในโบสถ์ประเทศอิหร่าน

ให้นักเรียนสร้างภาพเทศกาลเลขัน โดยใช้โปรแกรมโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามจินตนาการของนักเรียน

แบบทดสอบหลังเรียน

หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่องการหมุน (Rotation)

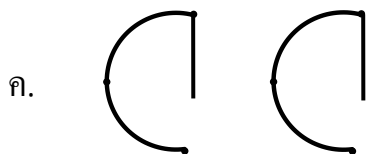
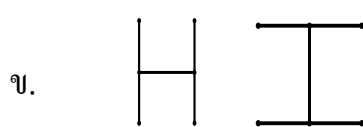
คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

.....

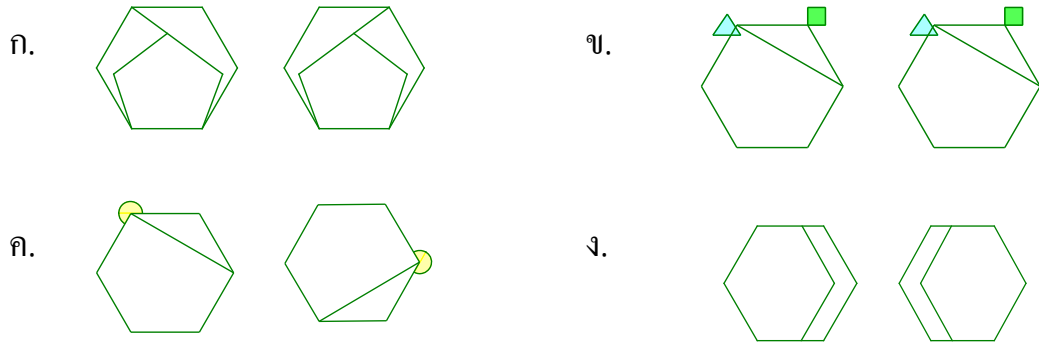
1) ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้องเกี่ยวกับการหมุน

- ก. มุมของรูปต้นแบบกับมุมของภาพที่เกิดจากการหมุนซึ่งสมนัยกันต้องเท่ากัน
- ข. การหมุนต้องมีจุดหมุน ขนาดของมุมและทิศทางการหมุน
- ค. รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจะเท่ากันทุกประการ
- ง. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่เกิดจากการหมุนของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกันเสมอ

2) รูปคู่ใดต่อไปนี้เกิดจากการหมุน



3) ข้อใดต่อไปนี้ใช้วิธีการหมุน

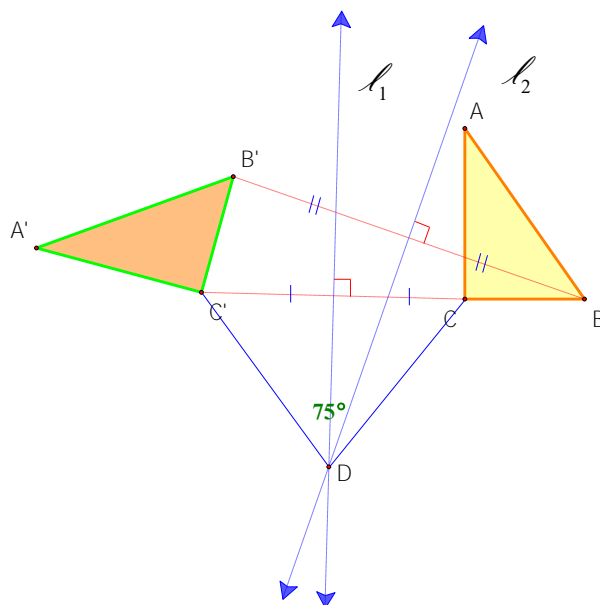


4) การหมุนรูปรอบจุด O ด้วยมุม 60 องศา ในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

มีความหมายตรงกับข้อใด

- ก. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา
- ข. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา
- ค. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา
- ง. การหมุนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบรอบจุด O ครั้งละ 60 องศา จนกระทั่งรูปนั้นวนกลับมาซ้อนทับรูปเดิมสนิทพอดี

รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 5 และข้อ 6



5) ข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

ก. $m\overline{AB} = m\overline{BC} = m\overline{CD} = m\overline{AD}$

ข. \overline{AB} และ $\overline{A'C'}$ เป็นด้านคู่ที่สมนัยกัน

ค. จุด D เป็นจุดซึ่งเกิดจากเส้นตรง \overline{CD} ตัดกับ $\overline{C'D'}$

ง. จุด D เป็นจุดซึ่งเกิดจากเส้นตรง ℓ_1 ตัดกับ ℓ_2

6) จากรูปที่กำหนดให้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุน $\triangle ABC$ ข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

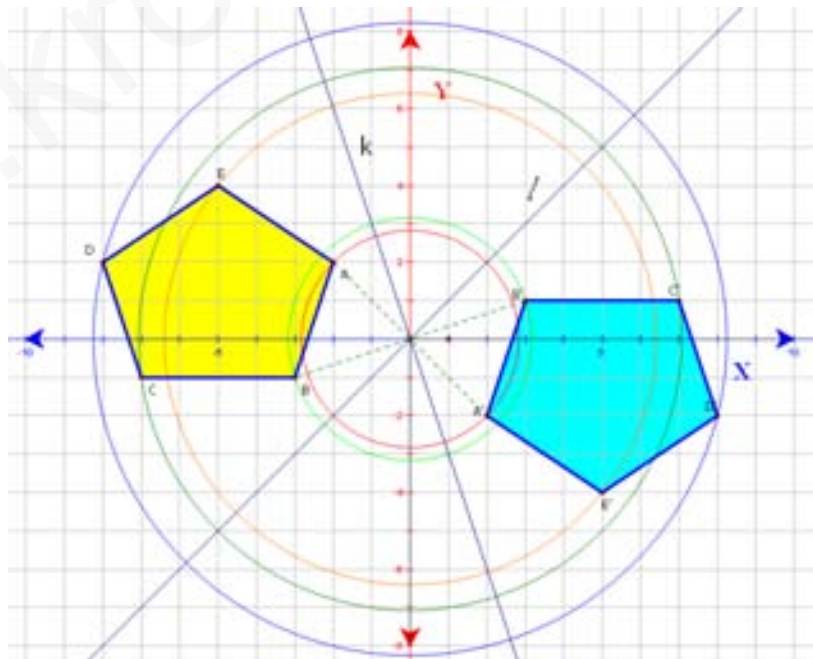
ก. $\triangle A'B'C'$ หมุนรอบเส้นตรงเส้นตรง ℓ_1

ข. เส้นตรง ℓ_2 แบ่งครึ่ง $\overline{CC'}$

ค. $\triangle A'B'C'$ หมุนตามทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ซึ่ง D เป็นจุดหมุน

ง. เส้นตรงเส้นตรง ℓ_1 หมุนรอบ ℓ_2 ซึ่ง D เป็นจุดหมุน ขนาดของมุม 75 องศา

7) จากรูปที่กำหนดให้ข้อใดคือพิกัดจุดของ ภาพห้าเหลี่ยม $A'B'C'D'E'$



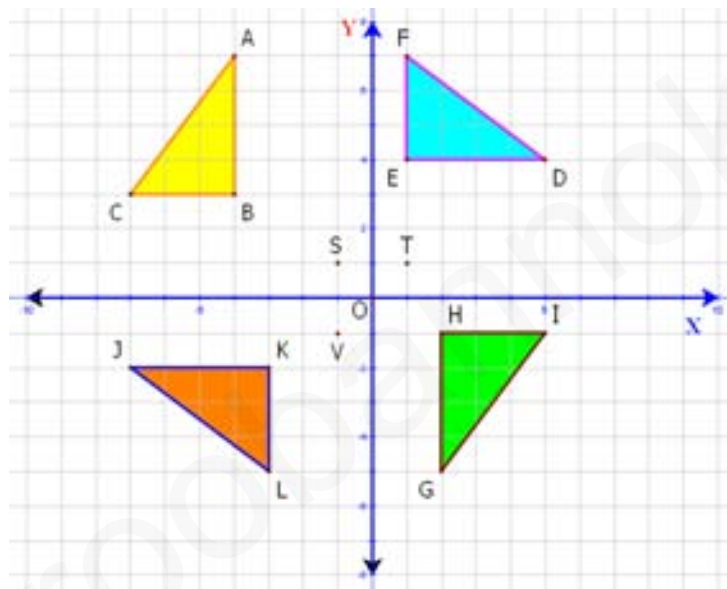
ก. $A'(2,-2)$, $B'(-1,-3)$, $C'(-1,-7)$, $D'(2,-8)$, $E'(4,-5)$

ข. $A'(-2,2)$, $B'(1,3)$, $C'(1,7)$, $D'(-2,8)$, $E'(-4,5)$

ค. $A'(-2,2)$, $B'(-3,-1)$, $C'(-7,-1)$, $D'(-8,2)$, $E'(-5,4)$

ง. $A'(2,-2)$, $B'(3,1)$, $C'(7,1)$, $D'(8,-2)$, $E'(5,-4)$

รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 8 และข้อ 9



8) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ $\triangle GHI$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุน ด้วยขนาดของมุม 180 องศา จุดใดต่อไปนี้จะเป็นจุดหมุน

ก. จุด S

ข. จุด V

ค. จุด T

ง. จุด O

9) ข้อใดต่อไปนี้กล่าวได้ถูกต้อง

- ก. $\triangle JKL$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle ABC$ รอบจุด S
ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา
- ข. $\triangle JKL$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle GHI$ รอบจุด V
ทิศทางการเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา
- ค. $\triangle DEF$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle GHI$ รอบจุด T
ทิศทางการเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา
- ง. $\triangle ABC$ เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนของ $\triangle DEF$ รอบจุด O
ทิศทางการเข็มนาฬิกา ขนาด 90 องศา

10) ข้อใดต่อไปนี้เป็นการหมุน

- ก. เงาของต้นไม้ในลำธาร
- ข. ชิงช้าสวรรค์
- ค. รถไฟที่แล่นตรงไป
- ง. นาฬิกาแบบตัวเลขที่กำลังเดิน

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน**หน่วยการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2****เรื่องการหมุน (Rotation)**1) **ตอบ ง**2) **ตอบ ก**3) **ตอบ ค**4) **ตอบ ข**5) **ตอบ ง**6) **ตอบ ค**7) **ตอบ ง**8) **ตอบ ก**9) **ตอบ ก**10) **ตอบ ข**

บรรณานุกรม

ยุพิน พิพิธกุล. 2546. การสอนคณิตศาสตร์, กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ. 2546.

คู่มือการวัดประเมินผลคณิตศาสตร์, กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ.

_____. 2546. หนังสือเรียนคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2547. หนังสือเรียนคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2, กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2546. หนังสือเรียนคู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2547. หนังสือเรียนคู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2, กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2548. คู่มืออ้างอิง The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์

เรขาคณิตพลวัต, กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ.

_____. 2549. เรียนรู้การใช้งานเบื้องต้น The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิง

คณิตศาสตร์เรขาคณิตพลวัต, กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ.

สมนึก ภัททิยชนี. 2544. การวัดผลการศึกษา, มหาสารคาม : ภาควิชาวัดผลและวิจัยการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

_____. 2546. เทคนิคการสอนและรูปแบบการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์,

กาฬสินธุ์ : ประสานการพิมพ์.

สุนันทา สุนทรประเสริฐ. 2551. คู่มือการใช้วัตกรรมการเรียนการสอน,

ราชบุรี : บริษัทธรรมลักษณ์การพิมพ์ จำกัด.

สิริพร ทิพย์คง. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์, กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ.



The Geometer's Sketchpad