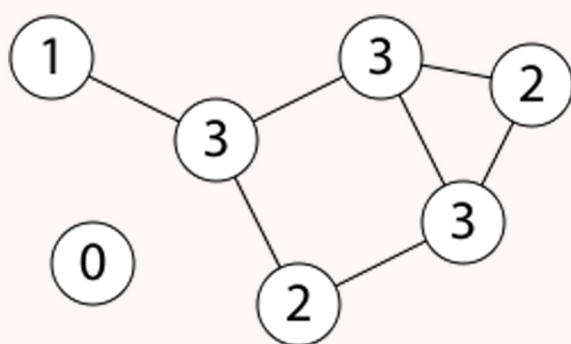


ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

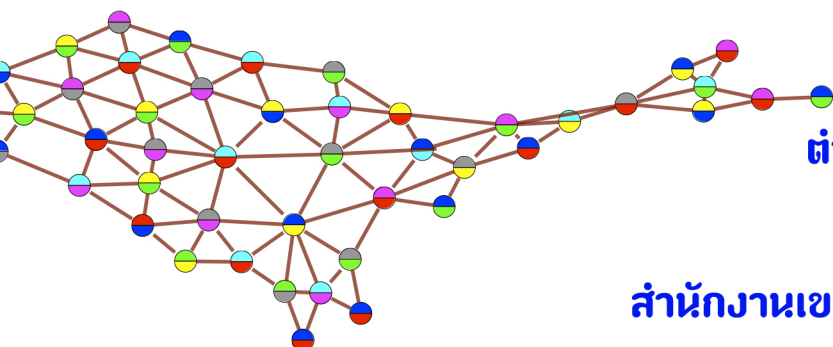
ที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD



ชุดที่

2

ดีกรีของจุดยอด



นางสาวลภา ปิชาเขีย

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครุชำนาญการ

โรงเรียนคอนสารวิทยาคม

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 30



คำนำ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยเน้นนักเรียนเป็นสำคัญให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเองด้วยวิธีการเรียนเป็นกลุ่ม นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ มีการให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ฝึกคิด ฝึกคิดค้น รวบรวมข้อมูลและสรุปองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยให้ลงมือปฏิบัติจริง ชุดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการแลกเปลี่ยนความคิด ฝึกการเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี ตลอดจนการส่งเสริมการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม รวมทั้งคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน อันส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น มีทั้งหมด 5 ชุด ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 1 เรื่อง กราฟ
2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 2 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด
3. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 3 เรื่อง แนวเดิน
4. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟออยเลอร์
5. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 5 เรื่อง การประยุกต์ของกราฟ

การจัดทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ได้จัดทำขึ้นโดยประมวลความรู้จากหนังสือต่างๆ ที่หลากหลายแล้วนำมาพัฒนาให้อยู่ในรูปแบบที่เป็นระบบ เพื่อให้ครูผู้สอนได้ใช้เป็นแนวทางในการเพิ่มพูนประสบการณ์และทักษะการเรียนรู้แก่นักเรียนให้สอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และช่วยให้นักเรียนเกิดความสนุกสนานเพลิดเพลินอีกด้วย

ผู้จัดทำขอขอบคุณคณะผู้บริหารโรงเรียน คณะผู้เชี่ยวชาญ และคณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนคอนสารวิทยาคม ที่ให้ความช่วยเหลือ ส่งเสริมและสนับสนุนการจัดทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD สำเร็จลุล่วงไปด้วยดีจนสามารถนำไปใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้

วัลภา ปักษาเขียว

ผู้จัดทำ



	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำชี้แจงในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้	1
คำแนะนำสำหรับครู	2
บทบาทของครู	3
คำแนะนำสำหรับนักเรียน	4
บทบาทของนักเรียน	5
ขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	6
จุดประสงค์การเรียนรู้	7
การประเมินผล	8
แบบทดสอบก่อนเรียน	9
บัตรเนื้อหา 2.1	11
บัตรกิจกรรม 2.1	13
บัตรเนื้อหา 2.2	14
บัตรกิจกรรม 2.2	16
บัตรเนื้อหา 2.3	17
บัตรกิจกรรม 2.3	19
บัตรกิจกรรมฝึกเสริมทักษะ	20
แบบทดสอบหลังเรียน	21
บรรณานุกรม	23
ภาคผนวก	24
กระดาษคำตอบก่อนเรียน	25
กระดาษคำตอบหลังเรียน	26
บัตรเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	27
บัตรเฉลยกิจกรรม 2.1	28
บัตรเฉลยกิจกรรม 2.2	29
บัตรเฉลยกิจกรรม 2.3	30
บัตรเฉลยกิจกรรมฝึกเสริมทักษะ	31



1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD จัดทำขึ้นจำนวน 5 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 เรื่อง กราฟ
- ชุดที่ 2 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด
- ชุดที่ 3 เรื่อง แนวเดิน
- ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟฮอยเลอร์
- ชุดที่ 5 เรื่อง การประยุกต์ของกราฟ

2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แต่ละชุดประกอบด้วย

- 2.1 คำชี้แจงในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
- 2.2 คำแนะนำสำหรับครู
- 2.3 บทบาทของครู
- 2.4 คำแนะนำสำหรับนักเรียน
- 2.5 บทบาทของนักเรียน
- 2.6 ขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 2.7 จุดประสงค์การเรียนรู้
- 2.8 การประเมินผล
- 2.9 แบบทดสอบก่อนเรียน
- 2.10 บัตรเนื้อหา
- 2.11 บัตรกิจกรรม
- 2.12 บัตรกิจกรรมฝึกเสริมทักษะ
- 2.13 แบบทดสอบหลังเรียน
- 2.14 บัตรเฉลยแบบทดสอบ และกิจกรรม

3. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดนี้ เป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด ใช้เวลาในการเรียนรู้ 3 ชั่วโมง

4. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดนี้ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

5. การทำชุดการเรียนรู้แต่ละชุดให้ปฏิบัติตามขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้



เพื่อให้การใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพสูงสุด ครูผู้สอนควรปฏิบัติตามคำชี้แจงต่อไปนี้

1. ครูเตรียมชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้พร้อมและเพียงพอสำหรับนักเรียน
2. ศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้ให้เข้าใจขั้นตอนการจัดกิจกรรมโดยละเอียดก่อนที่จะทำการสอน
3. ครูอธิบายวิธีการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ
4. ครูควรเน้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รับผิดชอบต่อหน้าที่และกล้าแสดงออก
5. ให้นักเรียนประกอบกิจกรรมในเวลาที่กำหนดไว้อย่างเคร่งครัด
6. นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้มา โดยครูเป็นเพียงที่ปรึกษา คอยแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา ต้องการความช่วยเหลือเท่านั้น
7. หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสร็จสิ้นลงในแต่ละกิจกรรม ครูเป็นผู้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนทุกครั้ง
8. ถ้านักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ที่ระบุไว้ ครูควรจัดสอนซ่อมเสริมให้นักเรียน แล้วทำแบบทดสอบหลังเรียนให้ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้





บทบาทของครู

สิ่งที่ครูควรปฏิบัติก่อน หลัง และขณะที่ใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ มีดังนี้

1. ครูต้องศึกษาวิธีใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ ตลอดจนวิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD การวัดและประเมินผลให้เข้าใจ
2. ครูต้องค้นคว้า และอ่านเนื้อหาที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติม
3. ครูต้องเตรียมการสอนล่วงหน้า เตรียมสถานที่ สื่อการสอนต่างๆ ตลอดจนวัสดุอุปกรณ์อื่นๆ ที่ต้องใช้
4. การจัดห้องเรียนควรแบ่งนักเรียนเป็น 6 กลุ่มๆ ละ 6 คน โดยผลความสามารถของสมาชิกในกลุ่ม ดังนี้ นักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน และอ่อน 2 คน โดยการแบ่งกลุ่มจะใช้คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากบทเรียนในหน่วยก่อนหน้า
5. ครูต้องให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนทุกครั้ง
6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกหัวหน้ากลุ่ม กลุ่มละ 1 คน และเลขานุการกลุ่ม กลุ่มละ 1 คน
7. ขณะที่นักเรียนประกอบกิจกรรม ครูผู้สอนควรดูแลอย่างใกล้ชิด ถ้าเกิดปัญหาในการเรียนจะได้ให้ความช่วยเหลือทันที รวมทั้งอธิบายข้อสงสัยในการเรียนเป็นรายบุคคลด้วย
8. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกกลุ่ม
9. หลังการเรียนและสรุปบทเรียนแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนประจำชุดกิจกรรมทุกชุด



ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชุดที่ 2 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด จัดทำขึ้น เพื่อฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน และช่วยให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้และมีประสิทธิภาพสูงสุด โดยใช้เวลา 3 ชั่วโมง ซึ่งนักเรียนควรปฏิบัติตามคำชี้แจงต่อไปนี้

1. นักเรียนจะต้องเชื่อฟัง และปฏิบัติตามคำแนะนำของครูผู้สอนอย่างเคร่งครัด
2. นักเรียนควรศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้อย่างละเอียด
3. นักเรียนต้องทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้พื้นฐานของตนเอง แล้วสลับการตรวจกับเพื่อนจากเฉลย ด้วยความซื่อสัตย์และรอบคอบ พร้อมกับบันทึกผลการทดสอบของเพื่อนลงในตารางบันทึกคะแนนท้ายชุดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ให้ถูกต้องตรงกับผลคะแนนที่ได้อย่างแท้จริง
4. ให้นักเรียนศึกษาบัตรเนื้อหา และทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ลงในชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดอย่างเคร่งครัด
5. สอบถามหรือขอความช่วยเหลือจากครูผู้สอน เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจ
6. ให้ความร่วมมือในการตรวจเฉลยคำตอบ และบันทึกผลคะแนนชุดกิจกรรมการเรียนรู้
7. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน แล้วสลับการตรวจกับเพื่อนจากเฉลย ด้วยความซื่อสัตย์และรอบคอบ พร้อมกับบันทึกผลการทดสอบของเพื่อนลงในตารางบันทึกคะแนนท้ายชุดกิจกรรมการเรียนรู้เล่มนี้
8. นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 80 ขึ้นไป จึงจะถือว่า ผ่านเกณฑ์การประเมิน

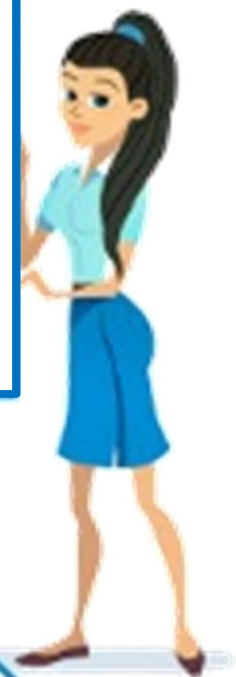




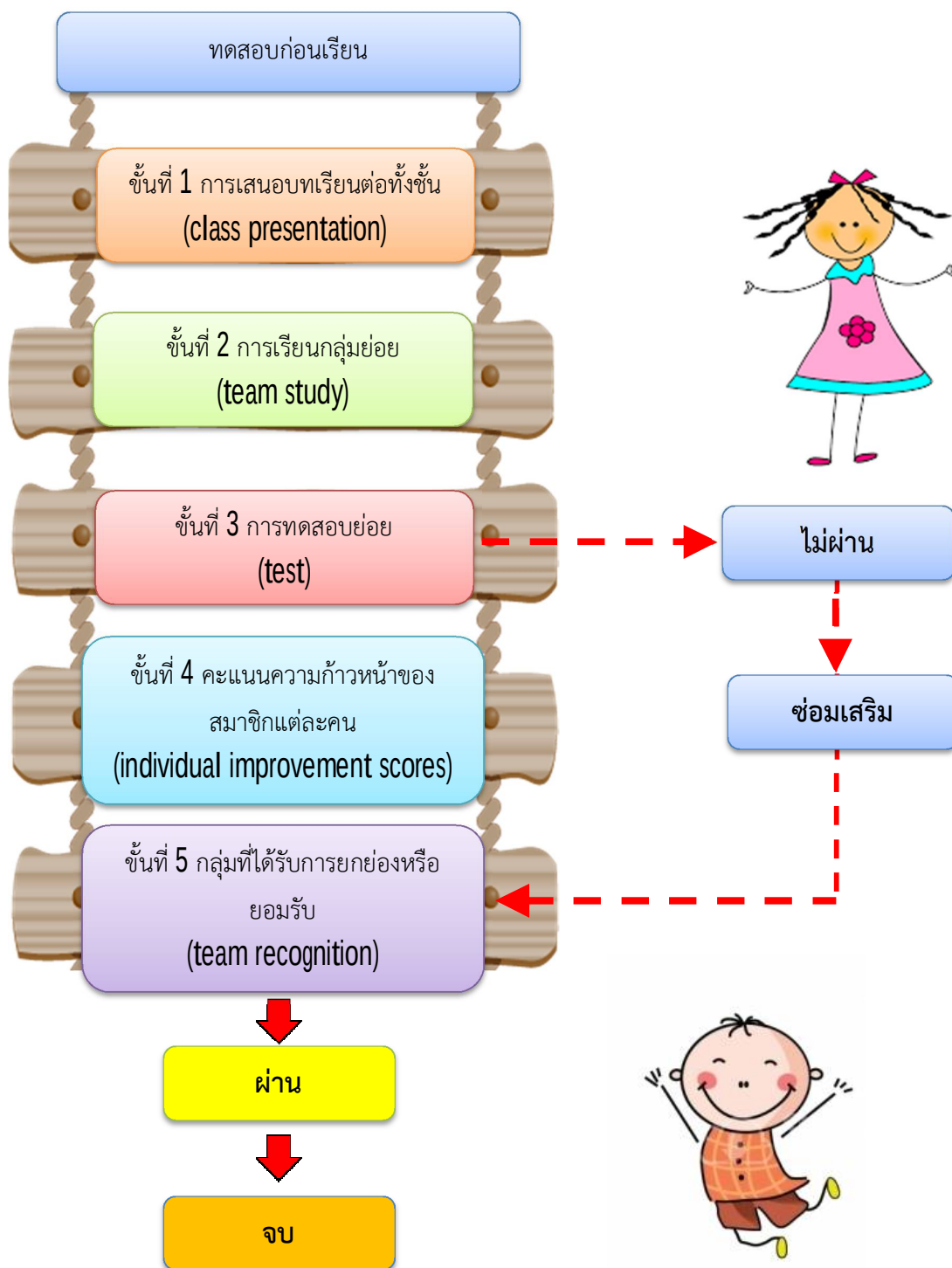
บทบาทของนักเรียน

ครูต้องชี้แจงให้นักเรียนทราบถึงบทบาทของนักเรียน ดังนี้

1. หัวหน้ากลุ่ม มีหน้าที่ดังนี้
 - 1.1 เป็นผู้นำในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม
 - 1.2 ควบคุมดูแลการทำงาน หรือการประกอบกิจกรรมภายในกลุ่มให้เป็นระเบียบเรียบร้อย ไม่ส่งเสียงดังรบกวนกลุ่มอื่น
 - 1.3 เป็นผู้ติดต่อกับครูเมื่อมีปัญหาภายในกลุ่ม
2. เลขานุการ มีหน้าที่ดังนี้
 - 2.1 เป็นผู้แจกชุดกิจกรรมการเรียนรู้และรวบรวมส่งครูเมื่อสมาชิกทุกคนทำเสร็จเรียบร้อยแล้ว
3. สมาชิก มีหน้าที่ดังนี้
 - 3.1 ปฏิบัติกิจกรรมด้วยความตั้งใจและให้ทันตามกำหนดโดยไม่ชวนเพื่อนคุยหรือเล่น
 - 3.2 ศึกษาบัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม และปรึกษาหารือกันภายในกลุ่ม
 - 3.3 ร่วมอภิปรายและสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม



ขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD





จุดประสงค์การเรียนรู้



ด้านความรู้

1. สามารถหาดีกรีของจุดยอดจากกราฟที่กำหนดมาให้ได้
2. บอกความสัมพันธ์ของผลรวมดีกรีของจุดยอดของกราฟกับจำนวนเส้นเชื่อมได้
3. อธิบายความหมายของ จุดยอดคี่ และจุดยอดคู่ได้
4. บอกความสัมพันธ์ของกราฟกับจุดยอดคี่ได้



ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์



ด้านคุณลักษณะ

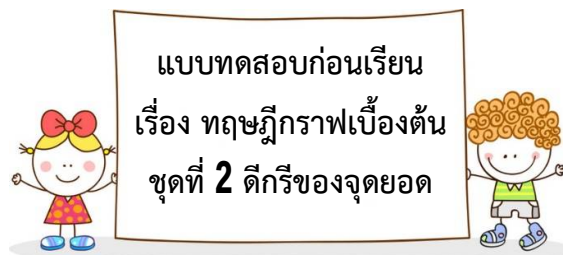
1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ
4. มีความตรงต่อเวลา



การประเมินผล

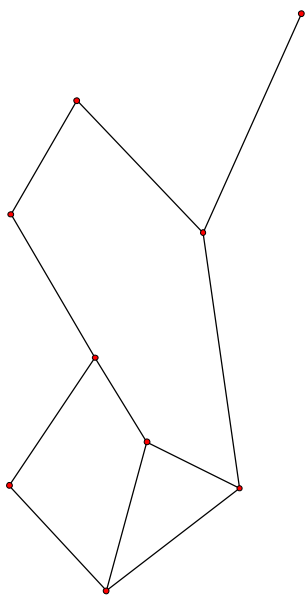
1. ประเมินผลจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียน
แบบทดสอบหลังเรียน
2. ประเมินจากผลงานนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรม
จากบัตรกิจกรรม
3. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียน





ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่ถูกต้องที่สุด

1. กำหนดกราฟดังแผนภาพต่อไปนี้



ผลรวมของดีกรีของทุกจุดในกราฟเท่ากับข้อใด

ก. 20 ข. 21

ค. 22 ง. 23

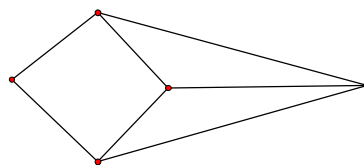
2. กราฟ G มีผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดเท่ากับ $2n+2$ เมื่อ $n \in I^+$ กราฟ G จะมีจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟกี่เส้น

ก. $n+2$ ข. $n+1$

ค. n ง. $2n+2$

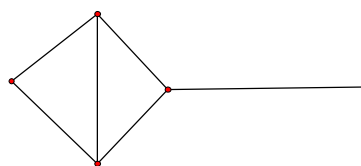
3. กราฟในข้อใดต่อไปนี้ มีผลรวมของดีกรีของทุกจุดยอดเท่ากับ 10

ก.

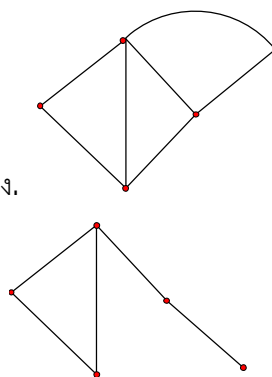


ข.

ค.



ง.



4. ถ้ากราฟ G มีผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดเท่ากับ 16 แล้วกราฟ G จะมีจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟกี่เส้น

ก. 8 เส้น

ข. 9 เส้น

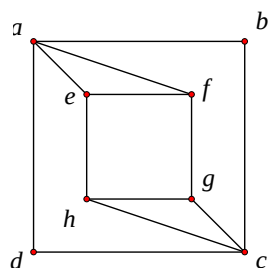
ค. 10 เส้น

ง. 11 เส้น

5. กราฟในข้อใดต่อไปนี้ ที่ไม่สามารถสร้างได้

- ก. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 0, 3, 5,
 7
 ข. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 1, 3, 5,
 4
 ค. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 1, 7, 4,
 4
 ง. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 3, 5, 0,
 9

6. จากกราฟ G ที่กำหนดให้ จุดในข้อใดเป็นจุดยอดคู่ทุกจุด



- ก. a, b, c
 ข. a, f, h
 ค. h, c, g
 ง. f, h, d
7. ถ้าจุดในกราฟ G มีดีกรี 1 และ 2 เท่านั้น กราฟนี้มีจุดยอด 12 จุด มีเส้นเชื่อม 8 เส้น แล้วกราฟนี้มีจุดยอดที่มีดีกรี 1 และ 2 อย่างละกี่จุด ตามลำดับ

- ก. 2, 10
 ข. 4, 8
 ค. 8, 4
 ง. 10, 2

8. กราฟที่มีเส้นเชื่อม 13 เส้น มีจุดยอดที่มีดีกรี 2 อยู่ 3 จุด นอกนั้นมีดีกรี 5 จงหาว่ากราฟนี้มีจุดยอดทั้งหมดกี่จุด

- ก. 4 จุด
 ข. 5 จุด
 ค. 6 จุด
 ง. 7 จุด

9. ประเทศหนึ่งมีเมือง 20 เมือง เมืองบางเมืองมีถนนเชื่อมกันอยู่ โดยมีเงื่อนไขว่า ถ้าเมือง 2 เมืองใดไม่มีถนนเชื่อมจะต้องมีเมืองที่ 3 ที่มีถนนเชื่อมกับเมืองทั้งสอง จงหาว่าประเทศนี้มีถนนอย่างน้อยกี่เส้น

- ก. 18
 ข. 19
 ค. 20
 ง. 21

10. ในงานเลี้ยง มีคน 10 คน โดยแต่ละคนจับมือทักทายกัน เป็นไปได้หรือไม่ที่คนทั้ง 10 คน จะจับมือทักทายกันเป็นจำนวน 0, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6 และ 8 ครั้งตามลำดับ

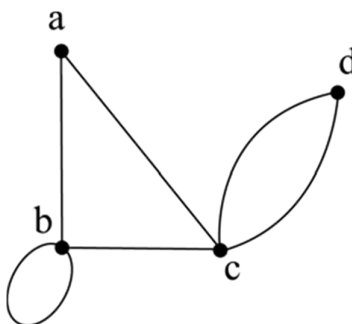
- ก. ได้ เพราะว่า มีจุดยอดที่เป็นจำนวนคี่จุด
 ข. ได้ เพราะว่า ผลรวมของดีกรี

ของจุดยอด

- ทั้งหมดเป็นจำนวนคี่
 ค. ไม่ได้ เพราะว่า ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทั้งหมดเป็นจำนวนคี่
 ง. ไม่ได้ เพราะว่า มีจุดยอดที่มีดีกรีเป็น 0

บัตรเนื้อหา 2.1 ดิกรีของจุดยอด

พิจารณารูปต่อไปนี้



จุดยอด	จำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด
a	2
b	4
c	4
d	2

จะเห็นว่า เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด a ได้แก่ เส้นเชื่อม ab และ ac
 ดังนั้น จำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด a คือ 2

สำหรับจุดยอด b มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด b ได้แก่ เส้นเชื่อม ba , bc และ bb เป็นวงวน
 เกิดกับจุด b กรณีที่มีเส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น
โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วง เป็น 2 ดังนั้น จำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับ
 จุดยอด b จึงเป็น 4

ปัญหาชวนคิด

1. จุดยอด c มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด c ได้แก่
 เส้นเชื่อม.....
2. จุดยอด d มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด d ได้แก่
 เส้นเชื่อม.....



บทนิยาม

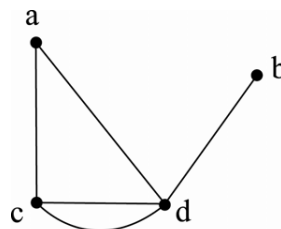
ดีกรี (*Degree*) ของจุดยอด v ในกราฟ คือ จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด v

ต่อไปนี้จะเรียกจำนวนครั้งทั้งหมด
ที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดว่า **ดีกรี**
ใช้สัญลักษณ์ $\deg v$ แทน ดีกรีของจุดยอด v



ตัวอย่างที่ 1

กำหนดกราฟ ดังรูป



วิธีทำ จากรูปจะได้ว่า $\deg a = 2$

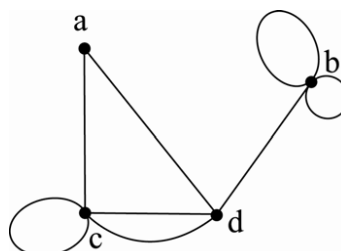
$$\deg b = 1$$

$$\deg c = 3$$

$$\deg d = 4$$

ตัวอย่างที่ 2

กำหนดกราฟ ดังรูป



วิธีทำ จากรูปจะได้ว่า $\deg a = 2$

$$\deg b = 5$$

$$\deg c = 5$$

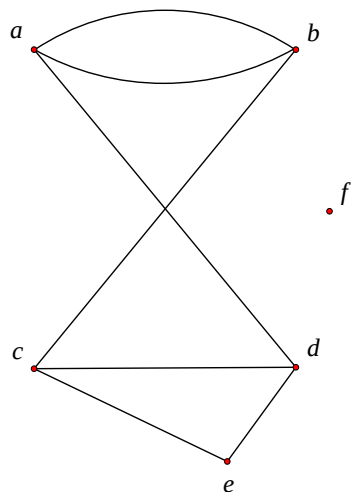
$$\deg d = 4$$

บททฤษฎีบท 2.1 มาหาดีกรีของจุดยอดกันเถอะ



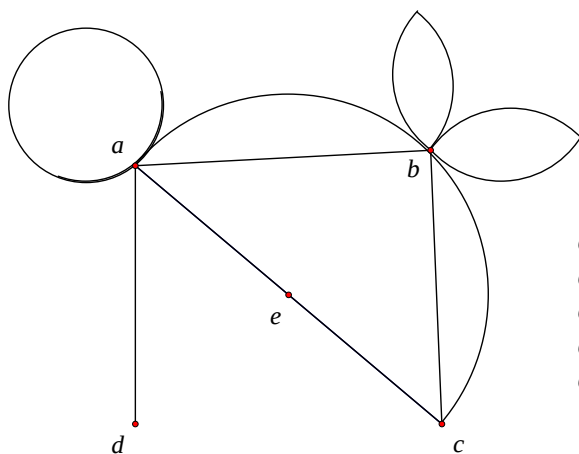
ให้นักเรียนบอกดีกรีของจุดยอดของกราฟต่อไปนี้

1)



$\deg a = \dots\dots\dots$
 $\deg b = \dots\dots\dots$
 $\deg c = \dots\dots\dots$
 $\deg d = \dots\dots\dots$
 $\deg e = \dots\dots\dots$
 $\deg f = \dots\dots\dots$

2)



$\deg a = \dots\dots\dots$
 $\deg b = \dots\dots\dots$
 $\deg c = \dots\dots\dots$
 $\deg d = \dots\dots\dots$
 $\deg e = \dots\dots\dots$

บัตรเนื้อหา 2.2 ผลรวมของดีกรีของจุดยอด

จากตัวอย่างที่ 2 จะสังเกตได้ว่า $\deg a + \deg b + \deg c + \deg d = 16$
และ กราฟมีจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมด 8 เส้น

ความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟกับจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟเป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1

ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

พิสูจน์ เนื่องจากเส้นเชื่อมแต่ละเส้นในกราฟเกิดกับจุดยอดเป็นจำนวน 2 ครั้ง ดังนั้นเส้นเชื่อมแต่ละเส้นจะถูกนับ 2 ครั้งในผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุด
นั่นคือ ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ



ข้อสังเกต ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ

ตัวอย่างที่ 3

จงหาจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟที่มีผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับ 22

วิธีทำ

สมมติว่า กราฟมีเส้นเชื่อม n เส้น

จากทฤษฎีบท 1 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

$$\text{ดังนั้น} \quad 22 = 2n$$

$$\text{นั่นคือ} \quad n = 11$$

สรุปได้ว่า กราฟมีเส้นเชื่อม 11 เส้น



ตัวอย่างที่ 4

จงหาจำนวนจุดยอดของกราฟที่มีเส้นเชื่อม 15 เส้น และมีจุดยอด 3 จุด ที่มีดีกรี 4 ส่วนจุดยอดที่เหลือมีดีกรี 3

วิธีทำ

ให้ n เป็นจำนวนจุดยอดที่มีดีกรี 3

ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ คือ $(3)(4) + 3n$

จากทฤษฎีบท 1 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

$$\text{ดังนั้น } (3)(4) + 3n = 2(15)$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } n = 6$$

ดังนั้น จำนวนจุดยอดทั้งหมดของกราฟ คือ $3 + 6 = 9$ จุด



ตัวอย่างที่ 5

จงพิจารณาว่าเป็นไปได้หรือไม่ว่า จะมีกราฟที่มีจุดยอด 4 จุด และดีกรีของจุดยอด คือ 1, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

วิธีทำ

สมมติว่า มีดีกรีที่มีจุดยอด 4 จุด และดีกรีของจุดยอดเท่ากับ 1, 1, 2 และ 3

$$\text{ดังนั้น ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุด คือ } 1 + 1 + 2 + 3 = 7$$

ซึ่งเป็นจำนวนคี่ ขัดแย้งกับทฤษฎีบท 1

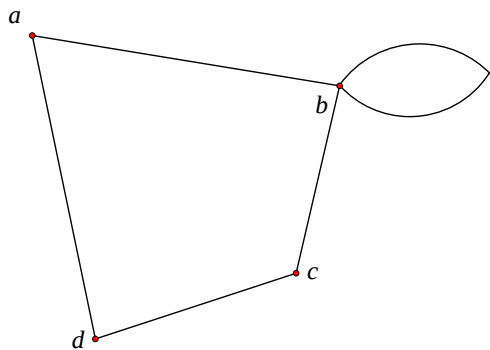
ดังนั้น เป็นไปไม่ได้ที่จะมีกราฟดังกล่าว

บททฤษฎีบท 2.2 ผลรวมของดีกรีของจุดยอด



ให้นักเรียนบอกผลรวมของดีกรีของกราฟต่อไปนี้

1)



$$\deg a = \dots\dots\dots$$

$$\deg b = \dots\dots\dots$$

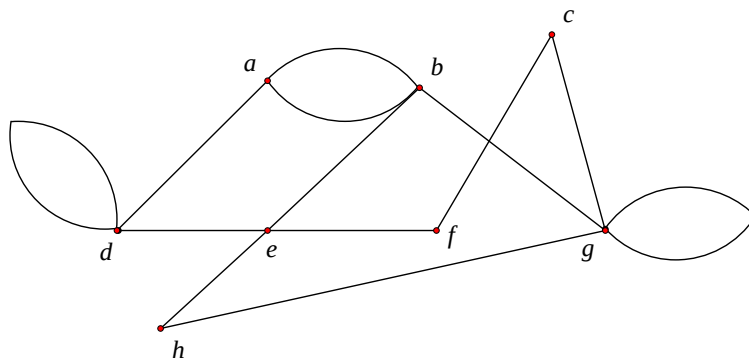
$$\deg c = \dots\dots\dots$$

$$\deg d = \dots\dots\dots$$

ผลรวมของดีกรีเท่ากับ.....

จำนวนเส้นเชื่อมเท่ากับ.....

2)



$$\deg a = \dots\dots\dots$$

$$\deg c = \dots\dots\dots$$

$$\deg e = \dots\dots\dots$$

$$\deg g = \dots\dots\dots$$

$$\deg b = \dots\dots\dots$$

$$\deg d = \dots\dots\dots$$

$$\deg f = \dots\dots\dots$$

$$\deg h = \dots\dots\dots$$

ผลรวมของดีกรีเท่ากับ.....

จำนวนเส้นเชื่อมเท่ากับ.....

เราจะสรุปได้ว่า

1. ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็น.....

2. ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับ.....ของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

บทเนื้อหา 2.3 จุดยอดคู่และจุดยอดคี่

บทนิยาม

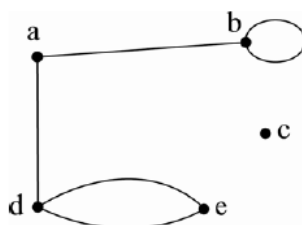
จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่ (even vertex)

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่ (odd vertex)



ตัวอย่างที่ 6

กำหนดกราฟ ดังรูป



วิธีทำ

จากรูปจะได้ว่า $\deg a = 2$

$\deg b = 3$

$\deg c = 0$

$\deg d = 3$

$\deg e = 2$

ดังนั้น จุดยอด a, c และ e เป็นจุดยอดคู่

จุดยอด b และ d เป็นจุดยอดคี่

ทฤษฎีบท 2

ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่



พิสูจน์ ให้ G เป็นกราฟ

ถ้า G ไม่มีจุดยอดคี่ นั่นคือ G มีจำนวนจุดยอดคี่เป็นศูนย์

จึงได้ว่า G มีจำนวนจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

ต่อไปสมมติว่า กราฟ G มีจุดยอดคี่ k จุด คือ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_k$

และมีจุดยอดคู่ n จุด คือ $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ จากทฤษฎีบท 1

จะได้ว่า $(\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k) + (\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n) = 2q$

เมื่อ q คือ จำนวนเส้นเชื่อมของ G

ดังนั้น $\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k = 2q - (\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n)$

เนื่องจาก $\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n$ ต่างก็เป็นจำนวนคู่

ดังนั้น $2q - (\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n)$ เป็นจำนวนคู่

นั่นคือ $\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k$ เป็นจำนวนคู่

แต่เนื่องจาก $\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k$ เป็นจำนวนคี่

เพราะฉะนั้น k จะต้องเป็นจำนวนคู่ จึงจะทำให้ $\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k$

เป็นจำนวนคู่

สรุปได้ว่า กราฟ G มีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

จากตัวอย่างที่ 5 เราให้เหตุผลโดยอาศัยทฤษฎีบท 2 ดังนี้

สมมติว่า มีกราฟที่มีจุดยอด 4 จุด และดีกรีของจุดยอด คือ 1, 1, 2 และ 3

จะได้ว่า กราฟมีจุดยอดคี่เป็นจำนวน 3 จุด ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีบท 2

สรุปได้ว่า ไม่มีกราฟที่มีสมบัติดังกล่าว

ตัวอย่างที่ 7

วิธีทำ

ถ้าในห้องประชุมแห่งหนึ่งมีผู้เข้าร่วมประชุมทั้งหมด 23 คน เป็นไปได้หรือไม่

ว่าผู้เข้าร่วมประชุมแต่ละคนจับมือทักทายผู้เข้าร่วมประชุมคนอื่นเพียง 7 คนเท่านั้น

ให้จุดยอดแทนผู้เข้าร่วมประชุม และเส้นเชื่อมแทน การจับมือทักทายของผู้เข้าร่วมประชุม

จะได้ กราฟนี้มีจุดยอด 23 จุด และจุดยอดแต่ละจุดมีดีกรี 7

นั่นคือ กราฟมีจุดยอดคี่เป็นจำนวน 23 จุด ซึ่งเป็นจำนวนคี่ ขัดแย้งกับทฤษฎีบท 2

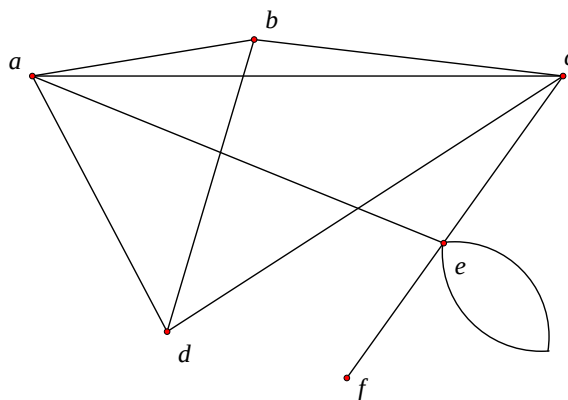
ดังนั้น เป็นไปไม่ได้ที่ผู้เข้าร่วมประชุมแต่ละคนจับมือกับคนอื่นเพียง 7 เท่านั้น

กิจกรรม 2.3 จุดยอดคู่และจุดยอดคี่



ให้นักเรียนพิจารณารูปแล้วเติมคำตอบให้สมบูรณ์

กำหนดกราฟดังรูป



$$\deg a = \dots\dots\dots$$

$$\deg b = \dots\dots\dots$$

$$\deg c = \dots\dots\dots$$

$$\deg d = \dots\dots\dots$$

$$\deg e = \dots\dots\dots$$

$$\deg f = \dots\dots\dots$$

จุดยอดคู่ ได้แก่.....จุดยอดคี่ ได้แก่

ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ เท่ากับ.....

จำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ เท่ากับ.....

จำนวนจุดยอดคี่ของกราฟเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

บัตรฝึกเสริมทักษะ 2

เรื่อง ดีกรีของจุดยอด

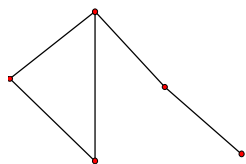
1. จงเขียนแผนภาพของกราฟ G ที่มีจุดยอด 5 จุด คือ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 และ $\deg v_1 = 3, v_2$ เป็นจุดยอดคือ $\deg v_3 = 2$ และ v_4 และ v_5 เป็นจุดยอดประชิด

2. ในการแข่งขันตอบปัญหาของนักเรียนเข้ารอบสุดท้ายจำนวน 6 คน แต่ละคนต้องตอบคำถามของผู้แข่งขันคนอื่น 5 คน ซึ่งถามคนละ 1 คำถาม

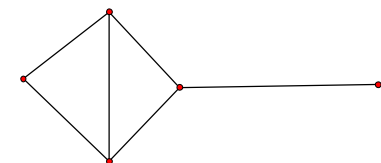
- 1) จงเปลี่ยนปัญหาข้างต้นเป็นกราฟ
- 2) จงหาจำนวนครั้งทั้งหมดที่มีการตอบคำถาม

7. กราฟในข้อใดต่อไปนี้ มีผลรวมของดีกรีของทุกจุดยอดเท่ากับ 10

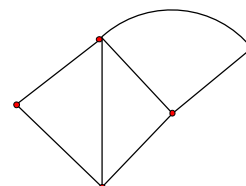
ก.



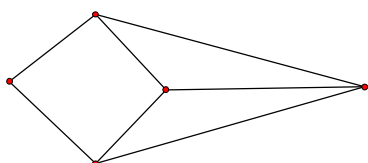
ข.



ค.



ง.



8. กราฟ G มีผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดเท่ากับ $2n+2$ เมื่อ $n \in I^+$ กราฟ G จะมีจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟกี่เส้น

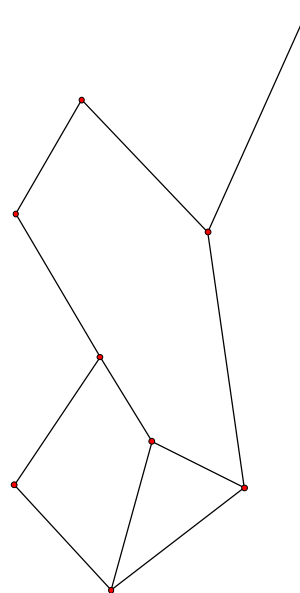
ก. $n+2$

ข. n

ค. $2n+2$

ง. $n+1$

9. กำหนดกราฟดังแผนภาพต่อไปนี้



ผลรวมของดีกรีของทุกจุดในกราฟเท่ากับข้อใด

ก. 20

ข. 21

ค. 22

ง. 23

10. กราฟในข้อใดต่อไปนี้ ที่ไม่สามารถสร้างได้

ก. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 0, 3, 5,

ข. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 1, 7, 4,

ค. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 1, 3, 5,

ง. กราฟที่มี 4 จุด และมีดีกรีเป็น 3, 5, 0,

9

บรรณานุกรม

กนกวลี อุษณกรกุล และธณชัย มาเจริญทรัพย์. (2554). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 4. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ :

โรงพิมพ์คุรุสภา.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2550). คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ : บริษัท ศุภาลัย

มีเดีย จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2558). หนังสือเรียนรายวิชา

คณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 4. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.

สุชีพ งามเจริญ และไอศุรีย์ สุดประเสริฐ. (2557). คณิตคิดทีละเรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น. นนทบุรี :

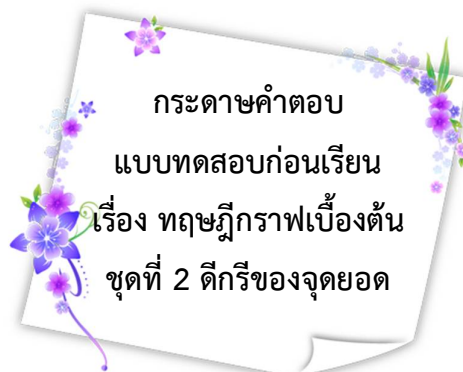
ธรรมบัณฑิต.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีกราฟ

หลักสูตรลดระยะเวลาเรียน สำหรับผู้ที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

ตอนปลาย. กรุงเทพฯ : บริษัท ออฟเซ็ท จำกัด.





ชื่อ.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระจาดคำตอบให้ตรงกับข้อที่ถูกต้องที่สุด

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนนเต็ม.....คะแนน
คะแนนที่ได้.....คะแนน

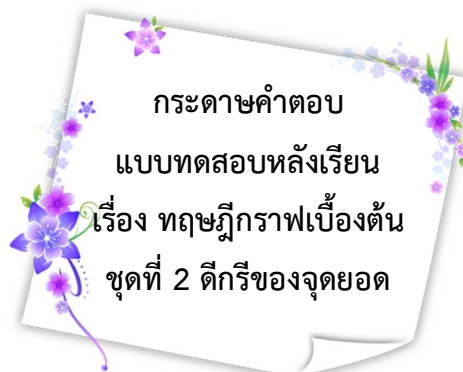


ผ่าน



ไม่ผ่าน





ชื่อ.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่ถูกต้องที่สุด

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนนเต็ม.....คะแนน

คะแนนที่ได้.....คะแนน



ผ่าน



ไม่ผ่าน



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
ชุดที่ 2 ดีกรีของจุดยอด

1. ค	6. ก
2. ข	7. ค
3. ง	8. ง
4. ก	9. ข
5. ค	10. ค

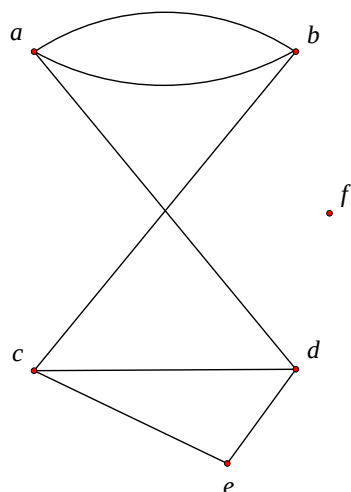


บัตรเฉลยกิจกรรม 2.1 มาหาดีกรีของจุดยอดกันเถอะ



ให้นักเรียนบอกดีกรีของจุดยอดของกราฟต่อไปนี้

1)



$$\deg a = \dots\dots 3 \dots\dots$$

$$\deg b = \dots\dots 3 \dots\dots$$

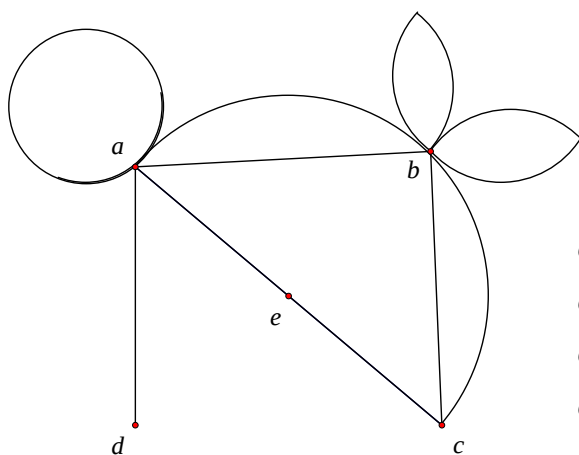
$$\deg c = \dots\dots 3 \dots\dots$$

$$\deg d = \dots\dots 3 \dots\dots$$

$$\deg e = \dots\dots 2 \dots\dots$$

$$\deg f = \dots\dots 0 \dots\dots$$

2)



$$\deg a = \dots\dots 6 \dots\dots$$

$$\deg b = \dots\dots 8 \dots\dots$$

$$\deg c = \dots\dots 3 \dots\dots$$

$$\deg d = \dots\dots 1 \dots\dots$$

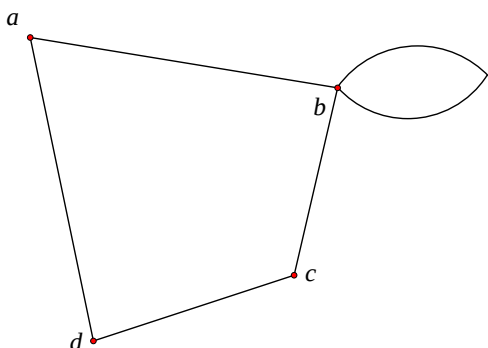
$$\deg e = \dots\dots 2 \dots\dots$$

บัตรเฉลยกิจกรรม 2.2 ผลรวมของดีกรีของจุดยอด



คำชี้แจง ให้นักเรียนบอกผลรวมของดีกรีของกราฟต่อไปนี้

1)



$$\deg a = \dots\dots 2 \dots\dots$$

$$\deg b = \dots\dots 4 \dots\dots$$

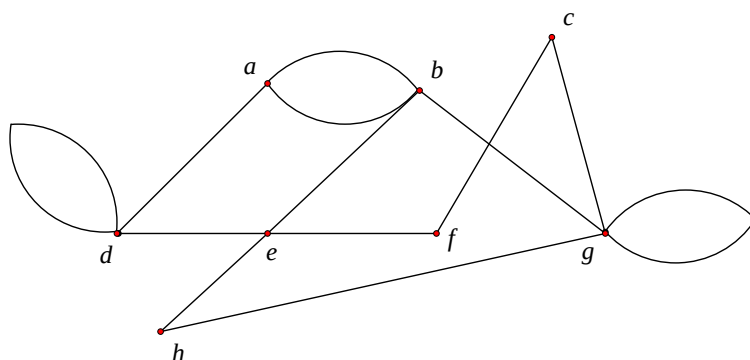
$$\deg c = \dots\dots 2 \dots\dots$$

$$\deg d = \dots\dots 2 \dots\dots$$

$$\text{ผลรวมของดีกรีเท่ากับ} \dots\dots 10 \dots\dots$$

$$\text{จำนวนเส้นเชื่อมเท่ากับ} \dots\dots 5 \dots\dots$$

2)



$$\deg a = \dots\dots 3 \dots\dots$$

$$\deg e = \dots\dots 4 \dots\dots$$

$$\deg b = \dots\dots 4 \dots\dots$$

$$\deg f = \dots\dots 2 \dots\dots$$

$$\deg c = \dots\dots 2 \dots\dots$$

$$\deg g = \dots\dots 5 \dots\dots$$

$$\deg d = \dots\dots 4 \dots\dots$$

$$\deg h = \dots\dots 2 \dots\dots$$

$$\text{ผลรวมของดีกรีเท่ากับ} \dots\dots 24 \dots\dots$$

$$\text{จำนวนเส้นเชื่อมเท่ากับ} \dots\dots 12 \dots\dots$$

เราจะสรุปได้ว่า

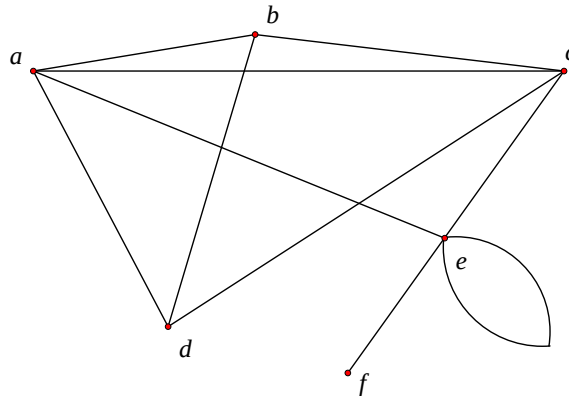
1. ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่.....
2. ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับ...สองเท่า...ของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

บัตรเฉลยกิจกรรม 2.3 จุดยอดคู่และจุดยอดคี่



ให้นักเรียนพิจารณารูปแล้วเติมคำตอบให้สมบูรณ์

กำหนดกราฟดังรูป



$$\begin{array}{lll} \deg a = \dots\dots 4 \dots\dots & \deg b = \dots\dots 3 \dots\dots & \deg c = \dots\dots 4 \dots\dots \\ \deg d = \dots\dots 3 \dots\dots & \deg e = \dots\dots 5 \dots\dots & \deg f = \dots\dots 1 \dots\dots \end{array}$$

จุดยอดคู่ ได้แก่.....จุดยอด a และ cจุดยอดคี่ ได้แก่จุดยอด b, d, e และ f

ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ เท่ากับ.....20.....

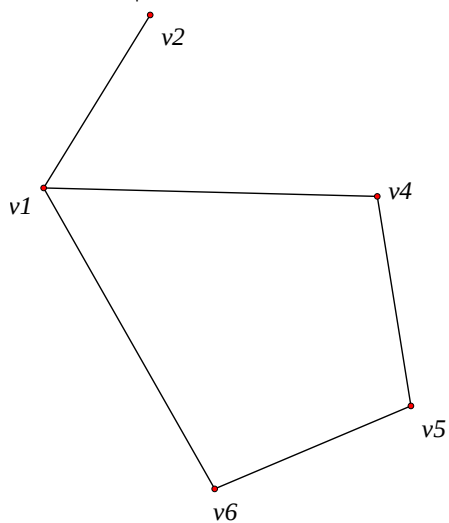
จำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ เท่ากับ.....10.....

จำนวนจุดยอดคี่ของกราฟเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ เท่ากับ.....จำนวนคู่.....

บัตรเฉลยแบบฝึกเสริมทักษะ 2

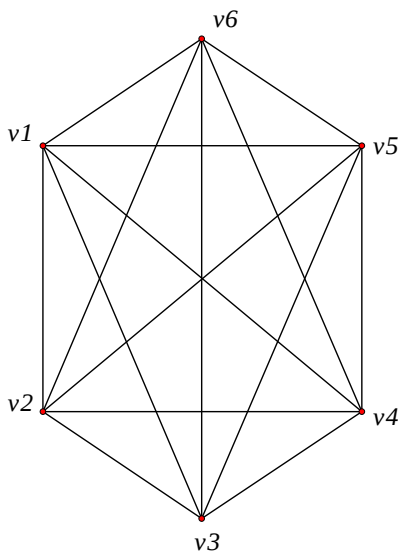
เรื่อง ดีกรีของจุดยอด

1. จงเขียนแผนภาพของกราฟ G ที่มีจุดยอด 5 จุด คือ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 และ $\deg v_1 = 3$ v_2 เป็นจุดยอดคือ $\deg v_3 = 2$ และ v_4 และ v_5 เป็นจุดยอดประชิด



2. ในการแข่งขันตอบปัญหาของนักเรียนเข้ารอบสุดท้ายจำนวน 6 คน แต่ละคนต้องตอบคำถามของผู้แข่งขันคนอื่น 5 คน ซึ่งถามคนละ 1 คำถาม
- 1) จงเปลี่ยนปัญหาข้างต้นเป็นกราฟ
 - 2) จงหาจำนวนครั้งทั้งหมดที่มีการตอบคำถาม

- 1) ให้ จุด แทน นักเรียนเข้ารอบทั้ง 6 คน และให้ เส้นเชื่อม แทน การตอบคำถาม



- 2) จากกราฟจะได้เส้นเชื่อมทั้งหมด 30 ครั้ง

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
ชุดที่ 2 ดีกรีของจุดยอด

1. ง	6. ง
2. ข	7. ก
3. ข	8. ง
4. ค	9. ค
5. ก	10. ข

Degree of Vertex

