

คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน



วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิต และเป็นสาระพื้นฐานในการเรียนรู้สาระต่างๆ โดยปกติเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีความซับซ้อน และเป็นนามธรรม ยากต่อการเข้าใจ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ทำให้มีความสนุกเพลิดเพลิน โดยจัดหาสื่อนวัตกรรมเพื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนั้นจึงได้ดำเนินการจัดทำแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งแบบฝึกทักษะเล่มนี้เป็นแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน ประกอบด้วย แบบฝึกทักษะ 4 แบบฝึก ดังนี้

- แบบฝึกทักษะ 1.1 เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน
- แบบฝึกทักษะ 1.2 เรื่อง ส่วนจริงและส่วนจินตภาพ
- แบบฝึกทักษะ 1.3 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$
- แบบฝึกทักษะ 1.4 เรื่อง การหาค่า i^n

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน จะเกิดประโยชน์ต่อนักเรียน สามารถช่วยพัฒนานักเรียนให้เกิดความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น และมีคุณภาพมากขึ้น



ขนาดของคุณขึ้นอยู่กับ
สิ่งที่คุณทำในวันนี้ ไม่ใช่วันพรุ่งนี้



คำชี้แจงสำหรับครู



แบบฝึกทักษะเล่มนี้ใช้ประกอบการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

1. ครูใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเล่มนี้เป็นแบบฝึกทักษะชุดที่ 1 เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน
2. ครูแจกแบบฝึกทักษะให้กับนักเรียนเป็นรายบุคคล
3. ครูแนะนำวิธีการใช้แบบฝึกทักษะเล่มนี้ให้กับนักเรียนเข้าใจก่อนนำไปใช้
4. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างแล้วทำแบบฝึกทักษะด้วยตัวเองเป็นรายบุคคล โดยกำหนดเวลาให้เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียน
5. ครูสังเกตและบันทึกพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน พร้อมทั้งให้คำแนะนำแก่นักเรียน เมื่อเกิดปัญหาหรือข้อสงสัย

คำชี้แจงสำหรับนักเรียน



แบบฝึกทักษะเล่มนี้ สร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะได้รับประโยชน์จากแบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้ ด้วยการปฏิบัติตามคำแนะนำต่อไปนี้อย่างเคร่งครัด

1. ให้นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ก่อนลงมือทำแบบฝึกทักษะ
2. ให้นักเรียนอ่านคำชี้แจงแต่ละตอนของแบบฝึกอย่างละเอียด และศึกษาตัวอย่างจากแบบฝึกทักษะให้เข้าใจก่อนแล้วจึงลงมือทำแบบฝึกให้ครบทุกข้อ
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะลงในแบบฝึกทักษะชุดนี้
4. ทำแบบฝึกทักษะด้วยความตั้งใจ รอบคอบ และซื่อสัตย์





สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 4 พิชคณิต

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา



1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน เขียนกราฟและหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้

2. หารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้

3. แก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวที่มีสัมประสิทธิ์และดีกรีเป็นจำนวนเต็มได้



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเชิงซ้อนหรือไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อน
2. นำสมบัติการเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อนในรูป (a, b) ไปใช้ได้
3. หาส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
4. จำแนกจำนวนที่กำหนดให้ออกเป็นจำนวนชนิดต่างๆ ได้
5. นำสมบัติการบวก การคูณ และการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ ไปใช้ได้
6. หาค่า i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้

คนเราฉลาดพอกัน
แต่ที่ชนะกันได้ คือ ความขยัน



แบบฝึกทักษะ 1.1

เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเชิงซ้อนหรือไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อน
2. นำสมบัติการเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อนในรูป (a, b) ไปใช้ได้

คำชี้แจง

แบบฝึกทักษะ 1.1 เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน มี 4 ตอน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวน ที่กำหนดให้ต่อไปนี้จำนวนใดเป็นจำนวนเชิงซ้อนและจำนวนใดไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในตารางให้ถูกต้อง มีจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน มีจำนวน 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการบวกของจำนวนเชิงซ้อน มีจำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 4 ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการคูณของจำนวนเชิงซ้อน มีจำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

เกณฑ์การประเมิน

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.1 ถูกไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 หรือได้คะแนนอย่างน้อย 21 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน ถือว่า “ผ่านเกณฑ์การประเมิน”





แบบฝึกทักษะ 1.1

เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้จำนวนใดเป็นจำนวนเชิงซ้อน และจำนวนใดไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อนโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในตารางให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

จำนวน	เป็นจำนวนเชิงซ้อน	ไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อน
ตัวอย่าง $(2, 0)$	✓	
1. $(-4, 3)$		
2. $(1, \sqrt{2})$		
3. $(-\frac{1}{5}, 0)$		
4. $(\sqrt{-2}, 1)$		
5. $(0, \sqrt[4]{-16})$		
6. $(\sqrt[3]{-5}, 5)$		
7. $(-1, \sqrt{25})$		
8. $(-\sqrt{-4}, 4)$		
9. $(- -8 , \sqrt{3})$		
10. $(\pi, \sqrt{-1})$		



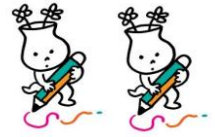
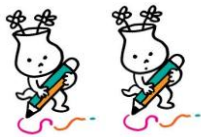
การเรียงนัยนี้เนื่องจาก กลุ่มลำดับก่อนที่ต่อแท้
สุดท้ายที่รอดอง คือ อนาคตอันงดงาม



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากโจทย์ที่กำหนดให้ ต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน (ข้อละ 2 คะแนน)

**** หาค่า x ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน หาค่า y ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน ****

ข้อที่	จำนวนเชิงซ้อน	ค่า x	ค่า y
0	$(2x, 6) = (-6, y)$	-3	6
1	$(x, 12) = (-10, -3y)$		
2	$(2x - 1, y + 2) = (-5, 9)$		
3	$(8, y + 1) = (x - 1, 0)$		
4	$(15 - x, 5y) = (2x, y - 12)$		
5	$(2x + 1, 4) = (5, y - 3)$		



ทางโค้งที่จะถึงเส้นชัย คือก้าวต่อไปข้างหน้า



ตอนที่ 3 ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการบวกของจำนวนเชิงซ้อน (ข้อละ 1 คะแนน)

ตัวอย่าง $(-4, 3) + (2, -1) = (-4 + 2, 3 + (-1))$ $= (-2, 2)$	
2.1) $(2, 0) + (3, 0)$ $=$ $=$	2.2) $(0, 5) + (-1, 0)$ $=$ $=$
2.3) $(\sqrt{2}, 2) + (-\sqrt{2}, 0)$ $=$ $=$	2.4) $(-1, 3) + (-6, 5)$ $=$ $=$
2.5) $(20, -5) + (-19, 9)$ $=$ $=$	



อย่ากลัวการเริ่มต้นใหม่
 อย่าใส่ใจคำพูดคนที่ไม่เคยทำอะไร
 ด้วยตัวเอง



ตอนที่ 4 ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการคูณของจำนวนเชิงซ้อน (ข้อละ 1 คะแนน)

ตัวอย่าง $(-4, 3)(2, -1) = ((-4)(2) - (3)(-1), (-4)(-1) + (3)(2))$
 $= (-8 + 3, 4 + 6)$
 $= (-5, 10)$

3.1) $(2, 0)(3, 0)$

$=$
 $=$
 $=$

3.2) $(0, 5)(-1, 0)$

$=$
 $=$
 $=$

3.3) $(1, -4)(10, -2)$

$=$
 $=$
 $=$

3.4) $(0, -8)(1, 7)$

$=$
 $=$
 $=$

3.5) $(\sqrt{2}, \sqrt{8})(-1, 1)$

$=$
 $=$
 $=$



“ความตั้งใจ ใฝ่เรียนรู้ เป็นประตูสู่ความสำเร็จ”

บันทึกคะแนน แบบฝึกทักษะ 1.1 เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน							
ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	คะแนนรวม	คะแนนผ่านเกณฑ์	ผลการประเมิน	ผู้ตรวจ
(10)	(10)	(5)	(5)	(30)			
					21		



แบบฝึกทักษะ 1.2

เรื่อง ส่วนจริงและส่วนจินตภาพ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. บอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
2. จำแนกจำนวนที่กำหนดให้ออกเป็นจำนวนชนิดต่างๆได้

คำชี้แจง

แบบฝึกทักษะ 1.2 เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน มี 2 ตอน

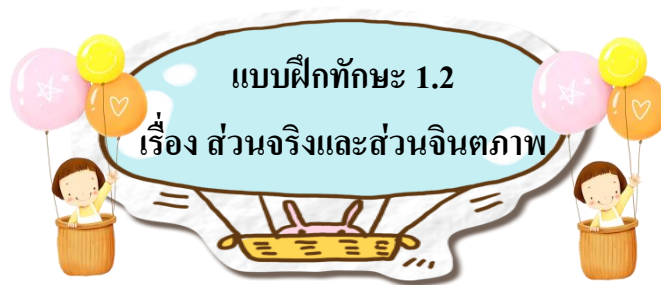
ตอนที่ 1 ให้นักเรียนบอกส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อน z ต่อไปนี้ โดยเขียนคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์ มีจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนจำแนกจำนวนต่อไปนี้ออกเป็นจำนวนชนิดต่างๆ ลงในตาราง มีจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

เกณฑ์การประเมิน

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ถูกไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 หรือได้คะแนนอย่างน้อย 14 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน ถือว่า “ผ่านเกณฑ์การประเมิน”





ตอนที่ 1 ให้นักเรียนบอกส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อน z ต่อไปนี้ โดยเขียนคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์ (ข้อละ 1 คะแนน)
 ** นักเรียนต้องตอบถูกทั้ง 2 ช่อง จึงจะได้คะแนนในข้อนี้ **

จำนวนเชิงซ้อน	ส่วนจริง $\text{Re}(z)$	ส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$
ตัวอย่างที่ $z = 4 + i$	4	1
1) $z = (2, 0)$		
2) $z = (-1, \sqrt{5})$		
3) $z = (0, 9)$		
4) $z = -3 - 4i$		
5) $z = -5i$		
6) $z = (-2, 5)$		
7) $\sqrt{2}i + 4$		
8) $z = (-2\sqrt{2}, -3\sqrt{3})$		
9) $z = 8 - i$		
10) $z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$		



อย่าดูถูกความสามารถของ
ตัวเอง ... ความพหุอาจมาอยู่ที่ไหน
ความสำเร็จจะงอกเกิดขึ้นที่นั่น

ตอนที่ 2

ให้นักเรียนจำแนกจำนวนต่อไปนี้ออกเป็นจำนวนชนิดต่างๆ ลงในตาราง

ให้ถูกต้องสมบูรณ์ (ข้อละ 1 คะแนน)

** นักเรียนต้องตอบทุกช่อง จึงจะได้คะแนนในข้อนี้**

จำนวน	จำนวน เชิงซ้อน	จำนวน จินตภาพแท้	จำนวน จริง	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม
8	 ✓		 ✓	 ✓		 ✓
$2 - 5i$						
$-4i$						
$\sqrt{3}$						
$\sqrt{2} + i$						
0						
$9 - \sqrt{5}i$						
-12						
$1 + 11i$						
$\frac{1}{2} - i$						
$10i$						



บันทึกคะแนน แบบฝึกทักษะ 1.2 เรื่อง ส่วนจริงและส่วนจินตภาพ					
ตอนที่ 1 (10)	ตอนที่ 2 (10)	คะแนนรวม (20)	คะแนน ผ่านเกณฑ์	ผลการประเมิน	ผู้ตรวจ
			14		



แบบฝึกทักษะ 1.3

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำสมบัติการบวก การคูณ และการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน
ในรูป $a + bi$ ไปใช้ได้

คำชี้แจง

แบบฝึกทักษะ 1.3 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ มี 3 ตอน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อน ในรูป $a + bi$ ที่กำหนดให้
ต่อไปนี้ มีจำนวน 6 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อน ในรูป $a + bi$ ที่กำหนดให้
ต่อไปนี้ มีจำนวน 6 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากโจทย์ที่กำหนดให้ ต่อไปนี้ มีจำนวน 4 ข้อ
ข้อละ 2 คะแนน

เกณฑ์การประเมิน

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ถูกไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 หรือได้คะแนน
อย่างน้อย 14 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน ถือว่า “ผ่านเกณฑ์การประเมิน”





ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
(ข้อละ 1 คะแนน)

ตัวอย่าง $(-6 + 3i) + (4 - 2i) = [(-6) + 4] + [3 + (-2)]i$
 $= -2 + i$

1) $(4 - 3i) + (3 + i) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

2) $(-3 + 4i) + (2 - 3i) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

3) $(-4 + 5i) + (3 - 6i) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

4) $(-2 - \sqrt{8}i) + (1 - \sqrt{18}i) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

5) $(-9 + i) + (-3 - 4i) + (8 + 2i) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

6) $(3 + 4i) + (-2 - 3i) + (7 - 8i) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



อย่ากังวลกับสิ่งที่จำมาไม่ถึง
 ปล่อยให้ดำเนินถึงสิ่งที่กำลังทำ



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
(ข้อละ 1 คะแนน)

ตัวอย่าง $(4 + 3i)(3 - 4i)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } (4 + 3i)(3 - 4i) &= 4(3 - 4i) + 3i(3 - 4i) \\ &= 12 - 16i + 9i - 12i^2 \\ &= 12 - 7i - (12)(-1) \\ &= 24 - 7i \end{aligned}$$

1) $(5 - 2i)(3 - i)$

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

2) $(-4 + 3i)(3 - 9i)$

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

3) $(2 + 3i)(2 - 3i)$

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

4) $(2 + 3i)(4 - 5i)(3 + 2i)$

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$



5) $(1 + i)^2$



=
 =
 =
 =

6) $(\sqrt{2} + i)(\sqrt{8} - i)$



=
 =
 =
 =
 =



“รากคือพื้นฐานของชีวิต
 ความตั้งใจและความอดทนคือพื้นฐานของความสำเร็จ”



ตอนที่ 3 ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อละ 2 คะแนน)

**** หาค่า x ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน ค่า y ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน ****

ตัวอย่าง $(x + 2) - 5yi = -3 + 20i$

วิธีทำ $(x + 2) - 5yi = -3 + 20i$

จะได้ $x + 2 = -3$ และ $-5y = 20$

$x = -3 - 2$ และ $y = -4$

ดังนั้น $x = -5$ และ $y = -4$

1) $8 - 9yi = 4x + 3i$

2) $(x + 2) + (y - 3)i = 3 + i$

การเป็นผู้มีระเบียบวินัย อยู่ที่ไหนก็มีแต่ เจริญ



$$3) (x + yi) + (3 - 5i) = 2 - 3i$$

$$4) (x + yi)(1 - 2i) = 3 - 4i$$

ความมีวินัย คือ สะพานที่เชื่อมต่อระหว่าง
เป้าหมายกับความสำเร็จ



บันทึกคะแนน แบบฝึกทักษะ 1.3 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$						
ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 2	คะแนนรวม	คะแนนผ่านเกณฑ์	ผลการประเมิน	ผู้ตรวจ
(6)	(6)	(8)	(20)	14		



แบบฝึกทักษะ 1.4

เรื่อง การหาค่า i^n

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาค่า i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้

คำชี้แจง

แบบฝึกทักษะ 1.4 เรื่อง การหาค่า i^n มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาค่า i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก
มีจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนจับคู่จำนวนเชิงซ้อน ที่มีค่าเท่ากัน โดยเลือกตัวอักษรที่อยู่ใน
ช่องผลสำเร็จ ไปเติมในช่องจำนวนเชิงซ้อน i^n มีจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

เกณฑ์การประเมิน

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.4 ถูกไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 หรือได้คะแนน
อย่างน้อย 14 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน ถือว่า “ผ่านเกณฑ์การประเมิน”





แบบฝึกทักษะ 1.4

เรื่อง การหาค่า i^n

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาค่าของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อละ 1 คะแนน)

ตัวอย่าง $i^{49} = i^{4(12)+1}$
 $= i$

1) $i^{21} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



2) $i^{28} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



3) $i^{39} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



4) $i^{46} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



5) $i^{50} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



6) $i^{75} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



7) $i^{102} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



8) $i^{851} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



9) $i^{1253} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



10) $i^{5000} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนจับคู่จำนวนเชิงซ้อนที่มีค่าเท่ากัน โดยเลือกตัวอักษรที่อยู่ในช่อง
ผลสำเร็จ ไปเติมในช่องจำนวนเชิงซ้อน i^n (ข้อละ 1 คะแนน)

จำนวนเชิงซ้อน i^n	
ตัวอย่าง $i^{10} + i^{11} + i^{12} + i^{13} + i^{14} + i^{15}$	C
1) $i^7 + i^8 + i^9 + i^{10}$	
2) $i^4 + i^8 + i^{12} + i^{18}$	
3) $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{83}$	
4) $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{17}$	
5) $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{101}$	
6) $3i^{125} \times i^{318}$	
7) $i^{15} \times i^{16} \times i^{17} \times \dots \times i^{24}$	
8) $i^{105} \times i^{204} \times i^{303} \times i^{408}$	
9) $\frac{i^4 + i^8 + i^9}{i^{20} \times i^{24} \times i^{30}}$	
10) $\frac{i^{77} + i^{88} + i^{99} + i^{100}}{i^{12} + i^{25} + i^{35} + i^{176}}$	

ผลสำเร็จ	
A	$-3i$
B	-1
C	$-1 - i$
D	2
E	$-2 - i$
F	0
G	$-i$
H	1
I	$1 - i$
J	i
K	$1 + i$



บันทึกคะแนน แบบฝึกทักษะ 1.4 เรื่อง การหาค่า i^n					
ตอนที่ 1 (10)	ตอนที่ 2 (10)	คะแนนรวม (20)	คะแนน ผ่านเกณฑ์	ผลการประเมิน	ผู้ตรวจ
			14		



ภาคผนวก





เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1
เรื่อง รู้จักจำนวนเชิงซ้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้จำนวนใดเป็นจำนวนเชิงซ้อน และจำนวนใดไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในตารางให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

จำนวน	เป็นจำนวน เชิงซ้อน	ไม่เป็นจำนวน เชิงซ้อน
ตัวอย่าง (2, 0)	✓	
1. (-4, 3)	✓	
2. $(1, \sqrt{2})$	✓	
3. $(-\frac{1}{5}, 0)$	✓	
4. $(\sqrt{-2}, 1)$		✓
5. $(0, \sqrt[4]{-16})$		✓
6. $(\sqrt[3]{-5}, 5)$	✓	
7. $(-1, \sqrt{25})$	✓	
8. $(-\sqrt{-4}, 4)$		✓
9. $(- -8 , \sqrt{3})$	✓	
10. $(\pi, \sqrt{-1})$		✓

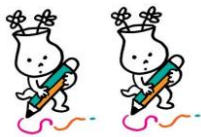
การเรียงนัยนี้เนื่องจาก กลุ่มลำดับกองจำกัดแท้
สุดท้ายที่รอดคง คือ อนาคตอันไกลงาม



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากโจทย์ที่กำหนดให้ ต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน (ข้อละ 2 คะแนน)

**** หาค่า x ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน หาค่า y ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน ****

ข้อที่	จำนวนเชิงซ้อน	ค่า x	ค่า y
0	$(2x, 6) = (-6, y)$	-3	6
1	$(x, 12) = (-10, -3y)$	-10	-4
2	$(2x - 1, y + 2) = (-5, 9)$	-2	7
3	$(8, y + 1) = (x - 1, 0)$	9	-1
4	$(15 - x, 5y) = (2x, y - 12)$	5	-3
5	$(2x + 1, 4) = (5, y - 3)$	2	7



ทางเดินที่จะถึงเส้นชัย คือก้าวต่อไปข้างหน้า



ตอนที่ 3 ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการบวกของจำนวนเชิงซ้อน (ข้อละ 1 คะแนน)

ตัวอย่าง $(-4, 3) + (2, -1) = (-4 + 2, 3 + (-1))$ $= (-2, 2)$	
2.1) $(2, 0) + (3, 0)$ $= (2 + 3, 0 + 0)$ $= (5, 0)$	2.2) $(0, 5) + (-1, 0)$ $= (0 + (-1), 5 + 0)$ $= (-1, 5)$
2.3) $(\sqrt{2}, 2) + (-\sqrt{2}, 0)$ $= (\sqrt{2} + (-\sqrt{2}), 2 + 0)$ $= (0, 2)$	2.4) $(-1, 3) + (-6, 5)$ $= ((-1) + (-6), 3 + 5)$ $= (-7, 8)$
2.5) $(20, -5) + (-19, 9)$ $= (20 + (-19), (-5) + 9)$ $= (1, 4)$	



อย่ากลัวการเริ่มต้นใหม่
อย่าใส่ใจคำพูดคนที่ไม่เคยทำอะไร
ด้วยตัวเอง



ตอนที่ 4 ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ โดยใช้สมบัติการคูณของจำนวนเชิงซ้อน (ข้อละ 1 คะแนน)

ตัวอย่าง $(-4, 3)(2, -1) = ((-4)(2) - (3)(-1), (-4)(-1) + (3)(2))$
 $= (-8 + 3, 4 + 6)$
 $= (-5, 10)$

3.1) $(2, 0)(3, 0)$
 $= ((2)(3) - (0)(0), (2)(0) + (0)(3))$
 $= (6 - 0, 0 + 0)$
 $= (6, 0)$

3.2) $(0, 5)(-1, 0)$
 $= ((0)(-1) - (5)(0), (0)(0) + (5)(-1))$
 $= (0 - 0, 0 + (-5))$
 $= (0, -5)$

3.3) $(1, -4)(10, -2)$
 $= ((1)(10) - (-4)(-2), (1)(-2) + (-4)(10))$
 $= (10 - 8, -2 + (-40))$
 $= (2, -42)$

3.4) $(0, -8)(1, 7)$
 $= ((0)(1) - (-8)(7), (0)(7) + (-8)(1))$
 $= (0 + 56, 0 + (-8))$
 $= (56, -8)$

3.5) $(\sqrt{2}, \sqrt{8})(-1, 1)$
 $= ((\sqrt{2})(-1) - (\sqrt{8})(1), (\sqrt{2})(1) + (\sqrt{8})(-1))$
 $= (-\sqrt{2} - \sqrt{8}, \sqrt{2} - \sqrt{8})$
 $= (-3\sqrt{2}, -\sqrt{2})$



“ความตั้งใจ ใฝ่เรียนรู้ เป็นประตูสู่ความสำเร็จ”





เคล็ดลับฝึกทักษะ 1.2
เรื่อง ส่วนจริงและส่วนจินตภาพ

ตอนที่ 1

ให้นักเรียนบอกส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อน z ต่อไปนี้ โดยเขียนคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์ (ข้อละ 1 คะแนน)
** นักเรียนต้องตอบถูกทั้ง 2 ช่อง จึงจะได้คะแนนในข้อนี้ **

จำนวนเชิงซ้อน	ส่วนจริง $\text{Re}(z)$	ส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$
ตัวอย่างที่ $4 + i$	4	1
1) $(2, 0)$	2	0
2) $(-1, \sqrt{5})$	-1	$\sqrt{5}$
3) $(0, 9)$	0	9
4) $-3 - 4i$	-3	-4
5) $-5i$	0	-5
6) $(-2, 5)$	-2	5
7) $\sqrt{2}i + 4$	4	$\sqrt{2}$
8) $(-2\sqrt{2}, -3\sqrt{3})$	$-2\sqrt{2}$	$-3\sqrt{3}$
9) $8 - i$	8	-1
10) $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$



ตอนที่ 2

ให้นักเรียนจำแนกจำนวนต่อไปนี้ออกเป็นจำนวนชนิดต่างๆ ลงในตาราง

ให้ถูกต้องสมบูรณ์ (ข้อละ 1 คะแนน)

** นักเรียนต้องตอบทุกช่อง จึงจะได้คะแนนในข้อนี้**

จำนวน	จำนวน เชิงซ้อน	จำนวน จินตภาพแท้	จำนวน จริง	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม
8	 ✓		 ✓	 ✓		 ✓
$2 - 5i$	 ✓					
$-4i$	 ✓	 ✓				
$\sqrt{3}$	 ✓		 ✓		 ✓	
$\sqrt{2} + i$	 ✓					
0	 ✓		 ✓	 ✓		 ✓
$9 - \sqrt{5}i$	 ✓					
-12	 ✓		 ✓	 ✓		 ✓
$1 + 11i$	 ✓					
$\frac{1}{2} - i$	 ✓					
$10i$	 ✓	 ✓				



“งานทุกอย่างจะสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี
ถ้าเรามีความมุ่งมั่นตั้งใจ”





เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.3
เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน $a + bi$

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
(ข้อละ 1 คะแนน)

- 1) $(4 - 3i) + (3 + i) = (4 + 3) + [(-3) + 1]i$
 $= 7 - 2i$
- 2) $(-3 + 4i) + (-2 - 3i) = [(-3) + (-2)] + [4 + (-3)]i$
 $= -5 + i$
- 3) $(-4 + 5i) + (3 - 6i) = [(-4) + 3] + [5 + (-6)]i$
 $= -1 - i$
- 4) $(-2 - \sqrt{8}i) + (1 - \sqrt{18}i) = (-2) + 1 + (-2\sqrt{2}) + (-3\sqrt{2})i$
 $= -1 - 5\sqrt{2}i$
- 5) $(-9 + i) + (-3 - 4i) + (8 + 2i) = ((-9) + (-3) + 8) + (1 + (-4) + 2)i$
 $= -4 - i$
- 6) $(3 + 4i) + (-2 - 3i) + (7 - 8i) = (3 + (-2) + 7) + (4 + (-3) + (-8))i$
 $= 8 - 7i$



อย่ากังวลกับสิ่งที่ส่งมาไม่ถึง
แต่ให้ดำเนินถึงสิ่งที่กำลังทำ



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
(ข้อละ 1 คะแนน)

$$\begin{aligned}
 1) (5 - 2i)(3 - i) &= 5(3 - i) + (-2i)(3 - i) \\
 &= 15 - 5i - 6i + 2i^2 \\
 &= 15 - 11i + (2)(-1) \\
 &= 13 - 11i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) (-4 + 3i)(3 - 9i) &= (-4)(3 - 9i) + (3i)(3 - 9i) \\
 &= -12 + 36i + 9i - 27i^2 \\
 &= -12 + 45i - (27)(-1) \\
 &= 15 + 45i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) (2 + 3i)(2 - 3i) &= 2(2 - 3i) + (3i)(2 - 3i) \\
 &= 4 - 6i + 6i - 9i^2 \\
 &= 4 - (9)(-1) \\
 &= 13
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) (2 + 3i)(4 - 5i)(3 + 2i) &= [2(4 - 5i) + (3i)(4 - 5i)](3 + 2i) \\
 &= [8 - 10i + 12i - 15i^2](3 + 2i) \\
 &= [8 + 2i - (15)(-1)](3 + 2i) \\
 &= (23 + 2i)(3 + 2i) \\
 &= 69 + 46i + 6i + 4i^2 \\
 &= 69 + 52i + (4)(-1) \\
 &= 65 + 52i
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 5) (1+i)^2 &= 1^2 + 2(1)(i) + i^2 \\
 &= 1 + 2i + (-1) \\
 &= 2i
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 6) (\sqrt{2} + i)(\sqrt{8} - i) &= \sqrt{2}(\sqrt{8} - i) + i(\sqrt{8} - i) \\
 &= \sqrt{16} - \sqrt{2}i + \sqrt{8}i - i^2 \\
 &= 4 - \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i - (-1) \\
 &= 5 + \sqrt{2}i
 \end{aligned}$$



ตอนที่ 3 ให้นักเรียนหาค่า x และ y จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อละ 2 คะแนน)

**** หาค่า x ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน ค่า y ถูกต้อง ได้ 1 คะแนน ****

$$1) 8 - 9yi = 4x + 3i$$

วิธีทำ $8 - 9yi = 4x + 3i$

จะได้ $8 = 4x$ และ $-9y = 3$

ดังนั้น $x = 2$ และ $y = -3$

$$2) (x+2) + (y-3)i = 3 + i$$

วิธีทำ $(x+2) + (y-3)i = 3 + i$

จะได้ $x+2 = 3$ และ $y-3 = 1$

ดังนั้น $x = 1$ และ $y = 4$



$$3) (x + yi) + (3 - 5i) = 2 - 3i$$

วิธีทำ $(x + yi) + (3 - 5i) = 2 - 3i$

จัดรูปแบบสมการใหม่ จะได้

$$(x + 3) + (y - 5)i = 2 - 3i$$

จะได้ว่า $x + 3 = 2$ และ $y - 5 = -3$

ดังนั้น $x = -1$ และ $y = 2$

$$4) (x + yi)(1 - 2i) = 3 - 4i$$

วิธีทำ $(x + yi)(1 - 2i) = 3 - 4i$

จัดรูปแบบสมการใหม่ จะได้

$$(x)(1 - 2i) + (yi)(1 - 2i) = 3 - 4i$$

$$x - 2xi + yi - 2yi^2 = 3 - 4i$$

จะได้ $(x + 2y) + (-2x + y)i = 3 - 4i$

ดังนั้น จะได้ว่า $x + 2y = 3$ -----(1) และ $-2x + y = -4$ -----(2)

แก้ระบบสมการจะได้ $x = \frac{11}{5}$ และ $y = \frac{2}{5}$

ความมีวินัย คือ สะพานที่เชื่อมต่อระหว่าง
เป้าหมายกับความสำเร็จ





เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.4

เรื่อง การหาค่า i^n

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาค่าของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อละ 1 คะแนน)

$$1.1) i^{21} = i^{4(5)+1} \\ = i$$



$$1.2) i^{28} = i^{4(7)} \\ = 1$$



$$1.3) i^{39} = i^{4(9)+3} \\ = -i$$



$$1.4) i^{46} = i^{4(11)+2} \\ = -1$$



$$1.5) i^{50} = i^{4(12)+2} \\ = i^2 = -1$$



$$1.6) i^{75} = i^{4(18)+3} \\ = i^3 = -i$$



$$1.7) i^{102} = i^{4(25)+2} \\ = i^2 = -1$$



$$1.8) i^{851} = i^{4(212)+3} \\ = i^3 = -i$$



$$1.9) i^{1253} = i^{4(313)+1} \\ = i^1 = i$$



$$1.10) i^{5000} = i^{4(1250)} \\ = 1$$



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนจับคู่จำนวนเชิงซ้อนที่มีค่าเท่ากัน โดยเลือกตัวอักษรที่อยู่ในช่อง
ผลสำเร็จ ไปเติมในช่องจำนวนเชิงซ้อน i^n (ข้อละ 1 คะแนน)

จำนวนเชิงซ้อน	
ตัวอย่าง $i^{10} + i^{11} + i^{12} + i^{13} + i^{14} + i^{15}$	C
4) $i^7 + i^8 + i^9 + i^{10}$	F
5) $i^4 + i^8 + i^{12} + i^{18}$	D
6) $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{83}$	I
4) $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{17}$	J
5) $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{101}$	K
6) $3i^{125} \times i^{318}$	A
7) $i^{15} \times i^{16} \times i^{17} \times \dots \times i^{24}$	G
8) $i^{105} \times i^{204} \times i^{303} \times i^{408}$	B
9) $\frac{i^4 + i^8 + i^9}{i^{20} \times i^{24} \times i^{30}}$	E
10) $\frac{i^{77} + i^{88} + i^{99} + i^{100}}{i^{12} + i^{25} + i^{35} + i^{176}}$	H

ผลสำเร็จ	
A	$-3i$
B	-1
C	$-1 - i$
D	2
E	$-2 - i$
F	0
G	$-i$
H	1
I	$1 - i$
J	i
K	$1 + i$

ไม่มีสิ่งยิ่งใหญ่สิ่งไหนที่จะสำเร็จได้
โดยปราศจากความกระตือรือร้น



บรรณานุกรม

- กมล เอกไทยเจริญ. ม.ป.ป. (2537). **คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2**. กรุงเทพมหานคร :ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ . (2552). **หลักสูตรสถานศึกษา**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช
2551. ตรีง : ร้านกิฟเอกสาร.
- คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน , สำนักงาน. (2551). **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช
2551. กรุงเทพมหานคร : ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2548). **คู่มือ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2**.
กรุงเทพมหานคร : ธนรัชการพิมพ์.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2554). **คู่มือประกอบการเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4-6 เล่ม 4**.
กรุงเทพมหานคร : ธนรัชการพิมพ์.
- จรัส อินสม. (2547). **คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2**.
กรุงเทพมหานคร : แม็ค.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2551). **ขยันท่อนสอบ คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5**.
กรุงเทพมหานคร : แม็ค.
- ศุภกิจ เถลิวิสุตม์กุล. (2550). **เทคนิคคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 2**.
กรุงเทพมหานคร : แม็ค.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสถาบัน (2546). **คู่มือการวัดประเมินผลคณิตศาสตร์**.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบัน. (2554). **คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์**
เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลาง
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.



ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีฉบับ (2554). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม
คณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์
สทศ. ลาดพร้าว.

สมัย เหล่าวานิชย์. (2555). คู่มือเตรียมสอบ คณิตศาสตร์ ม.4-5-6 (รายวิชาเพิ่มเติม).
กรุงเทพมหานคร : ไฮเอดพับลิชชิง.

