

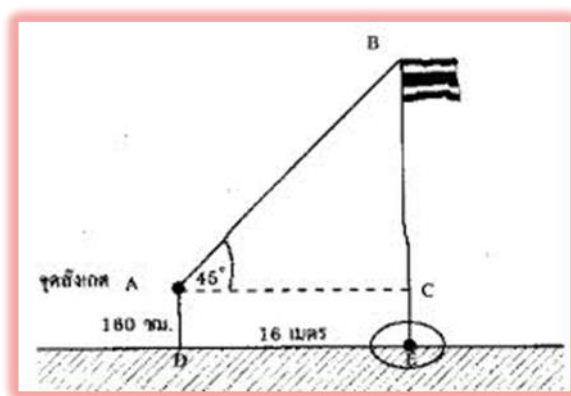
ชุดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 7 ขั้น (7E)

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชุดที่ 8

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง(2)



โดย

นางสาวทิตติพัทธ์ หล่อพันธ์

ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนพระแสงวิทยา อำเภอพระแสง จังหวัดสุราษฎร์ธานี

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

ชุดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 7 ขั้น (7 E) เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชุดที่ 8 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง(2) จัดทำขึ้นจากการศึกษาสภาพของปัญหาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รวมถึงหลักการ แนวคิดทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติ มีทักษะกระบวนการ ใฝ่รู้ ใฝ่เรียน และนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าชุดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 7 ขั้น (7 E) เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชุดที่ 8 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง(2) ชุดนี้ จะเป็นประโยชน์ในการฝึกทักษะเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง ทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดคำนวณการคิดวิเคราะห์ ตระหนักคุณค่าความสำคัญ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปแก้ปัญหาและประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

นางสาวทิตติพัชร หล่อพันธ์
ผู้จัดทำ



สารบัญ

เรื่อง

หน้า

คำชี้แจงการใช้ชุดการเรียนรู้	
คู่มือครู	1
มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	3
จุดประสงค์การเรียนรู้/ตัวชี้วัด	4
แบบทดสอบก่อนเรียน	5
ใบความรู้ที่ 8.1	8
ตัวอย่างที่ 1	9
ตัวอย่างที่ 2	10
ตัวอย่างที่ 3	12
ตัวอย่างที่ 4	13
ใบกิจกรรมที่ 8.1	14
กิจกรรมสรุป(แผนผังความคิดที่ 8)	17
ใบกิจกรรมที่ 8.2	18
แบบทดสอบหลังเรียน	20
บรรณานุกรม	23
ภาคผนวก	24
เฉลยใบกิจกรรมที่ 8.1	25
เฉลยใบกิจกรรมที่ 8.2	28
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน – หลังเรียน	30

คำชี้แจงการใช้ชุดการเรียนรู้

1. ชุดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 7 ขั้น (7 E) เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชุดที่ 8 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง(2) ใช้เวลาเรียน 4 ชั่วโมง
2. นักเรียนรับชุดการเรียนรู้แล้วอ่านคำชี้แจงและบทบาทของนักเรียนให้เข้าใจก่อนลงมือศึกษาชุดการเรียนรู้
3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนจำนวน 5 ข้อ โดยใช้เวลา 10 นาที เพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
4. นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้ตามขั้นตอนดังนี้
 - 4.1 ศึกษาเนื้อหาวิชาเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง
 - 4.2 ทำใบกิจกรรมทุกใบกิจกรรมที่ระบุไว้ในชุดการเรียนรู้
 - 4.3 ทำกิจกรรมสรุป(แผนผังความคิด)
5. ทำแบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ โดยใช้เวลา 10 นาที เพื่อประเมินความก้าวหน้าในการเรียนของนักเรียนหลังจากทำกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้
6. ในการทำกิจกรรมตามชุดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 7 ขั้น (7 E) เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ทุกชุด ขอให้ให้นักเรียนทำด้วยความตั้งใจ ให้ความร่วมมือและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองให้มากที่สุด โดยไม่ดูเฉลยก่อนทำกิจกรรม



คู่มือครู

คู่มือครูนี้สำหรับประกอบการใช้ชุดการเรียนรู้ชุดที่ 8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง(2)

ประกอบด้วย

1.บทบาทของครูผู้สอน

ครูผู้สอนเตรียมตัวให้พร้อม โดยศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนรู้ การจัดชั้นเรียน และการเตรียมสื่อการเรียนรู้ที่ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูจะต้องจัดกิจกรรมให้ครบตามที่ระบุไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้กิจกรรมเป็นไปอย่างต่อเนื่อง และบรรลุวัตถุประสงค์

ก่อนทำกิจกรรมทุกครั้ง ครูต้องอธิบาย ชี้แจงวิธีการปฏิบัติกิจกรรมให้ชัดเจนให้นักเรียนเข้าใจตรงกัน จึงจะทำให้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุเป้าหมายและมีประสิทธิภาพ

ครูควรเน้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักทำงานร่วมกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รับผิดชอบต่อหน้าที่และกล้าแสดงออก

หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสร็จสิ้นลงในแต่ละกิจกรรม ครูเป็นผู้ประเมินผลการเรียนรู้ทุกครั้ง

2. สิ่งที่ต้องเตรียม

ครูจะต้องเตรียมสื่อการเรียนรู้ ให้ครบตามขั้นตอนการจัดชุดการเรียนรู้ดังนี้

2.1 ใบความรู้ที่ 8.1

2.2 ใบกิจกรรมที่ 8.1 / เฉลย

2.3 กิจกรรมสรุป (แผนผังความคิดที่ 8)

2.4 กิจกรรมที่ 8.2 โอมัยโอเน็ต/เฉลย

2.5 แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่ม

2.6 แบบประเมินผลการทำใบกิจกรรม

2.7 แบบประเมินทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

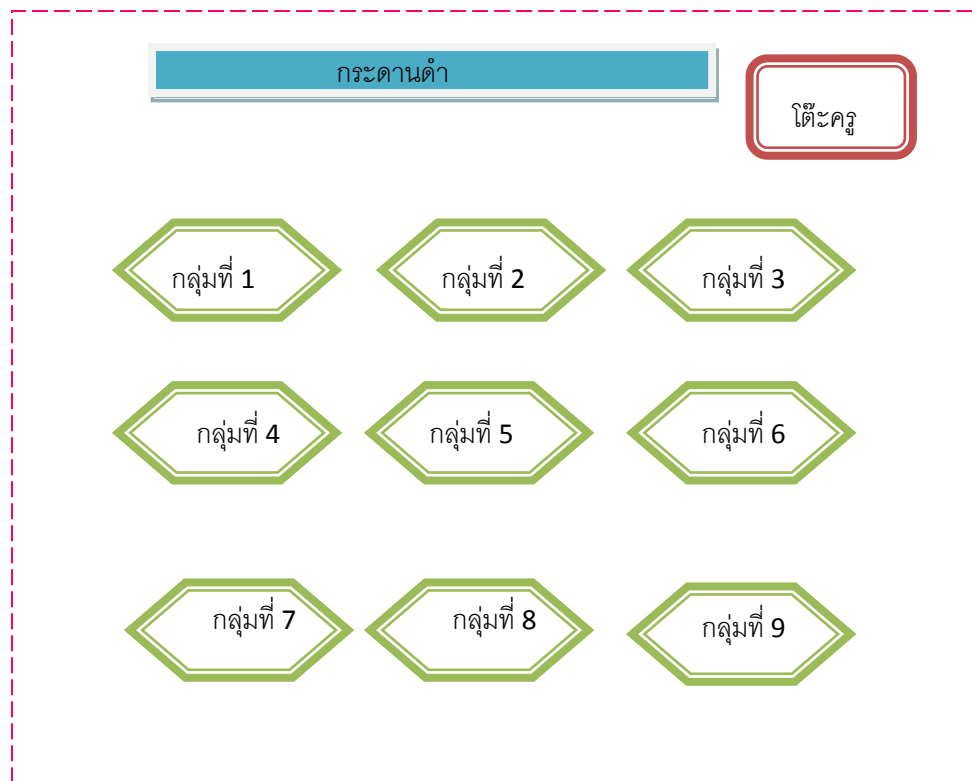
2.8 แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน

2.9 แบบประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

2.10 แบบทดสอบก่อนเรียน- หลังเรียนชุดการเรียนรู้ที่ 8

3. การจัดชั้นเรียน

ในการจัดชั้นเรียนขณะที่ใช้ชุดการเรียนรู้ นักเรียนจะทำกิจกรรมเป็นกลุ่มแบบร่วมมือ(STAD) กลุ่มละ 4-5 คนจำนวนกลุ่มขึ้นอยู่กับจำนวนนักเรียนในชั้นเรียน เมื่อทำการวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียนนักเรียนต้องแยกกลุ่มและจัดห้องทำการสอบเป็นรายบุคคล



4. การประเมินผลการเรียนรู้

- 4.1 ประเมินผลแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
- 4.2 ประเมินผลจากการทำใบกิจกรรม
- 4.3 ประเมินผลการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม
- 4.4 ประเมินผลจากการทำกิจกรรมสรุป
- 4.5 ประเมินทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- 4.6 ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน
- 4.7 ประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

สาระที่ 2 การวัด

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม. 4-6/1 แก้ไขข้อปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ค 6.1 ม. 4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 4-6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม. 4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง

ค 6.1 ม. 4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

ค 6.1 ม. 4-6/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์



ด้านความรู้ (K)

1. นักเรียนอธิบายวิธีการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดความยาว ระยะทาง และความสูงได้

ด้านทักษะกระบวนการ (P)

1. นักเรียนแก้ปัญหาได้
2. นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้
3. นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ด้านคุณลักษณะ (A)

1. นักเรียนมีวินัย
2. นักเรียนใฝ่เรียนรู้
3. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา





แบบทดสอบก่อนเรียน



คำชี้แจง ข้อสอบมีทั้งหมด 2 ตอน

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้แผนผัง K-W-D-L

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. A ยืนเล็งยอดตึกที่สูง 36 เมตร เป็นมุมเงย 60° แต่ B ซึ่งยืนเล็งยอดตึกเดียวกัน เป็นมุมเงย 30° จงหาระยะห่างระหว่าง A กับ B

ก. $12\sqrt{3}$ เมตร

ข. $24\sqrt{3}$ เมตร

ค. $36\sqrt{3}$ เมตร

ง. $48\sqrt{3}$ เมตร

2. นาย ก และนาย ข ยืนอยู่บนพื้นราบซึ่งห่างจากกำแพงเป็นระยะ 10 เมตร และ 40 เมตร

ตามลำดับ ถ้านาย ก มองหลอดไฟบนกำแพงด้วยมุมเงย α องศา ในขณะที่นาย ข มอง

หลอดไฟดวงเดียวกันด้วยเงย $90 - \alpha$ องศา ถ้าไม่คิดความสูงของนาย ก และนาย ข แล้ว

หลอดไฟอยู่สูงจากพื้นราบกี่เมตร (ข้อสอบ O'NET ปีการศึกษา 2554)

ก. 10 เมตร

ข. $10\sqrt{2}$ เมตร

ค. $10\sqrt{3}$ เมตร

ง. 20 เมตร



3. เรือลำหนึ่งจอดอยู่ในทะเล จากคาตฟ้าเรือซึ่งสูงจากพื้นน้ำทะเล 50 เมตร มองเห็นเรือเล็ก 2 ลำ จอดอยู่ในทะเลแนวเดียวกัน เป็นมุม 30° และ 60° เรือเล็ก 2 ลำ อยู่ห่างกันเท่าไร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

- ก. 57.73 เมตร
- ข. 56.43 เมตร
- ค. 57.43 เมตร
- ง. 56.23 เมตร

4. เด็กชายณเดชและเด็กหญิงญาญา ยืนอยู่คนละด้านของเจดีย์องค์หนึ่ง เด็กทั้งสองมองเห็นยอดเจดีย์เป็นมุมยกขึ้น 60° และ 45° ตามลำดับ ถ้าเด็กทั้งสองยืนอยู่ห่างกัน 100 เมตร เจดีย์สูงเท่าไร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

- ก. 63.40 เมตร
- ข. 70.43 เมตร
- ค. 68.25 เมตร
- ง. 73.24 เมตร

โอ้ว..ยากจัง
ต้องตั้งใจเรียนชะหน่อย



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้แผนผัง K-W-D-L

1. นักสังเกตผู้หนึ่งอยู่บนหลังคาของอาคารที่สูง 156 เมตร พบว่ามุมก้มของชั้นบนสุดและชั้น

ล่างสุดของอาคารอีกหลังหนึ่งที่อยู่ต่ำกว่าคือ 30° และ 45° ตามลำดับ จงหาความสูงของ

อาคารหลังที่ต่ำกว่า ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบ อะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้รู้อะไรบ้าง

ใบความรู้ที่ 8.1

การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับหาระยะทางและความสูงและการวัด

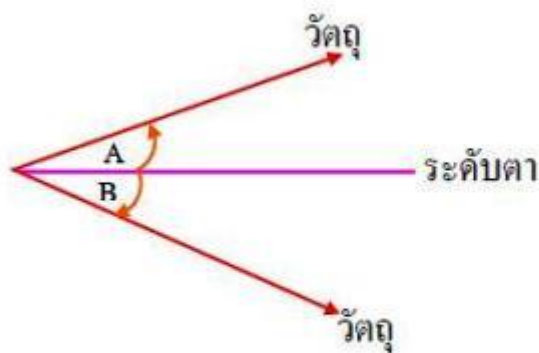
อัตราส่วนตรีโกณมิติมีประโยชน์มากในการหาความยาว ระยะทางหรือส่วนสูงโดยที่ทราบค่ามุมใดมุมหนึ่ง และความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วจะสามารถหาด้านที่เหลือได้

เส้นระดับสายตา คือ เส้นที่ขนานกับแนวพื้นราบ

มุมก้ม คือ มุมที่แขนข้างหนึ่งของมุม อยู่ต่ำกว่าระดับสายตา

มุมเงย คือ มุมที่แขนข้างหนึ่งอยู่สูงกว่าเส้นระดับสายตา

มุมก้มมุมเงย



จากรูป A เรียกว่า มุมเงย

B เรียกว่า มุมก้ม

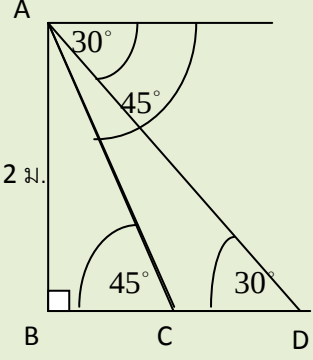
ตัวอย่างที่ 1

กล้องวงจรปิดซึ่งถูกติดตั้งอยู่สูงจากพื้นถนน 2 เมตรสามารถจับภาพได้ต่ำที่สุดที่มุมก้ม

45° และสูงที่สุดที่มุมก้ม 30° ระยะทางบนพื้นถนนในแนวกว้างที่กล้องนี้สามารถจับ

ภาพได้คือเท่าใด(กำหนด $\sqrt{3} = 1.732$) (ข้อสอบ ONET ปีการศึกษา 2553)

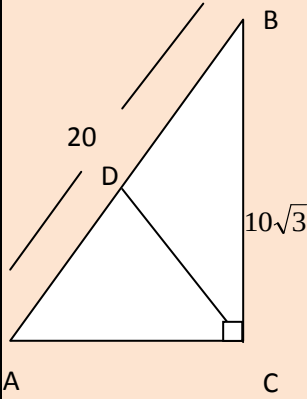
1. 1.00 เมตร
2. 1.46 เมตร
3. 2.00 เมตร
4. 3.46 เมตร

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง
1.กล้องวงจรปิดอยู่สูงจากพื้นถนน 2 เมตร 2. มุมก้มต่ำสุด 45° และสูงที่สุดที่มุมก้ม 30°	1.ระยะทางบนพื้นถนนในแนวกว้างที่กล้องนี้สามารถจับภาพได้ <u>วิธีการหาคำตอบ</u> วาดรูปจากโจทย์กำหนดให้ AB เป็นความสูงจากพื้นถนนถึงที่ติดตั้งกล้อง CD เป็นระยะทางบนพื้นถนนในแนวกว้างที่กล้องนี้สามารถจับภาพได้ 	ใน $\triangle ABC$: $\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$ $1 = \frac{2}{BC}$ $BC = 2$ ใน $\triangle ABD$: $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{BD}$ $BD = 2\sqrt{3}$ $BD \approx 2 \times 1.732$ $BD \approx 3.464$ $CD = BD - BC$ $CD = 3.464 - 2$ $CD = 1.464$	ดังนั้น ระยะทางบนพื้นถนนในแนวกว้างที่กล้องนี้สามารถจับภาพได้เป็นระยะทางประมาณ 1.464 เมตร ตอบ ข้อ 2

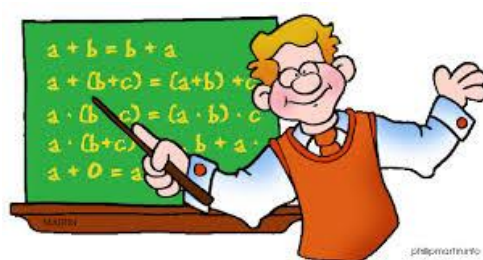
ตัวอย่างที่ 2

กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้าน BC ยาวเท่ากับ $10\sqrt{3}$ หน่วย และด้าน AB ยาวเท่ากับ 20 หน่วย ถ้าลากเส้นตรงจากจุด C ไปตั้งฉากกับด้าน AB ที่จุด D จะได้ว่าด้าน CD ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อสอบ ONET ปีการศึกษา 2549)

1. $5\sqrt{2}$ หน่วย
2. $5\sqrt{3}$ หน่วย
3. $10\sqrt{2}$ หน่วย
4. $10\sqrt{3}$ หน่วย

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง
1. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก 2. ด้าน BC ยาวเท่ากับ $10\sqrt{3}$ หน่วย 3. ด้าน AB ยาวเท่ากับ 20 หน่วย 4. เส้นตรงจากจุด C ไปตั้งฉากกับด้าน AB ที่จุด D	1. ความยาวของด้าน CD <u>วิธีการหาคำตอบ</u> 1. วาดรูปจากโจทย์ 2. ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ หาคความยาวของด้าน AB 3. ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ หาคความยาวของด้าน CD	 จากรูป $\sin A = \frac{BC}{AB}$ $\sin A = \frac{10\sqrt{3}}{20}$ $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$ $\therefore A = 60^\circ$ จะได้ $B = 30^\circ$	ด้าน CD ยาว $5\sqrt{3}$ หน่วย ตอบ ข้อ 2

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการ ทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง
		$\sin 30^\circ = \frac{CD}{BC}$ $\frac{1}{2} = \frac{CD}{10\sqrt{3}}$ $CD = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3}$ $\therefore CD = 5\sqrt{3}$	

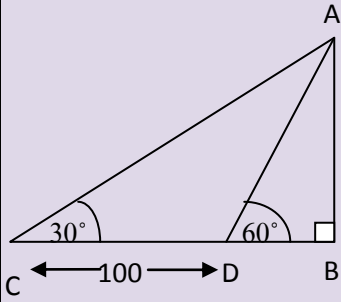


ตัวอย่างที่ 3

ดำรงยืนอยู่กลางสนามหน้าโรงเรียนแห่งหนึ่ง และยืนอยู่ห่างจากเสาธงเป็นระยะ

หนึ่ง สังเกตเห็นมุมยกขึ้นของเสาธงเป็นมุม 30 องศา และเมื่อเดินเข้าหาเสาธงเป็นระยะทาง 100 ฟุต

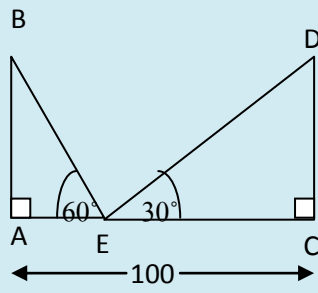
เขาได้สังเกตยอดเสาธงอีกครั้งได้เป็นมุมยกขึ้น 60 องศา จงหาความสูงของเสาธง

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง
1. มุมยกขึ้นของยอดเสาธงครั้งแรก 30 องศา 2. มุมยกขึ้นของยอดเสาธงครั้งที่สอง 60 องศา 3. ระยะทางระหว่างครั้งแรกและครั้งที่สอง 100 ฟุต	ความสูงของเสาธง <u>วิธีการหาคำตอบ</u> วาดรูปจากโจทย์ กำหนดให้ AB เป็นความสูงของเสาธง C และ D เป็นตำแหน่งของผู้สังเกตจะได้ 	ใน $\triangle ABD$; $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BD}$ $\sqrt{3} = \frac{AB}{BD}$ $BD = \frac{AB}{\sqrt{3}} \text{ ----(1)}$ ใน $\triangle ABC$; $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{CD + BD}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{100 + \frac{AB}{\sqrt{3}}}$ $100 + \frac{AB}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}AB$ นำ $\sqrt{3}$ คูณทั้งสมการ $100\sqrt{3} + AB = 3AB$ $2AB = 100\sqrt{3}$ $AB = 50\sqrt{3}$	เสาธงสูง $50\sqrt{3}$ ฟุต

ตัวอย่างที่ 4

เสาไฟสองต้นมีความสูงเท่ากัน อยู่ห่างกัน 100 ฟุต ชายคนหนึ่งยืนอยู่ที่จุดจุดหนึ่ง

ระหว่างเสาไฟทั้งสองและอยู่บนแนวเส้นตรงที่ลากผ่านจุดโคนเสาทั้งสอง สังเกตเห็นยอดเสาไฟทั้งสองเป็นมุมเงย 30 องศา และ 60 องศา จงหาว่าเสาไฟฟ้าทั้งสองสูงเท่าไร

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง
1. เสาไฟฟ้าสองต้นมีความสูงเท่ากัน อยู่ห่างกัน 100 ฟุต 2. จุดสังเกตอยู่ระหว่างเสาไฟทั้งสอง 3. มุมเงย 30 องศา และ 60 องศา	เสาไฟทั้งสองสูงเท่าไร <u>วิธีการหาคำตอบ</u> ให้ AB เป็นความสูงของเสาไฟฟ้า E เป็นตำแหน่งของผู้สังเกต 	ใน $\triangle ABE$; $\tan 60^\circ = \frac{AB}{AE}$ $\sqrt{3} = \frac{AB}{AE}$ $AB = \sqrt{3} AE$ ใน $\triangle ECD$; $\tan 30^\circ = \frac{CD}{CE}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{100 - AE}$ $CD = \frac{100 - AE}{\sqrt{3}}$ แต่ $AB = CD$ $\sqrt{3}AE = \frac{100 - AE}{\sqrt{3}}$ $3AE = 100 - AE$ $4AE = 100$ $AE = 25$ จะได้ $AB = 25\sqrt{3}$	เสาไฟฟ้าทั้งสองสูง $25\sqrt{3}$ ฟุต

ใบกิจกรรมที่ 8.1

1.อาคารเรียนหลังหนึ่งมีเสาธงปักตั้งฉากอยู่ นักเรียนคนหนึ่งอยู่ในสนามห่างจากตัวอาคารเรียนออกไป 40 ฟุต มองเห็นยอดอาคารเรียนเป็นมุมยกขึ้น 30 องศาและมองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมยกขึ้น 60 องศา จงหาความสูงของเสาธง(กำหนด $\sqrt{3} = 1.732$)

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

2. ชายคนหนึ่งอยู่บนหน้าผาริมทะเลแห่งหนึ่ง มองเห็นเรือจอดทอดสมออยู่ 2 ลำ ซึ่งอยู่ในแนวเดียวกันกับเชิงผา เป็นมุมก้ม 30 และ 60 องศา ตามลำดับ ถ้าเรือทั้งสองอยู่ห่างกัน 10 เมตร จงหาความสูงของหน้าผา

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

3. คำและแดงยืนอยู่คนละด้านของต้นไม้ต้นหนึ่งคนทั้งสองมองเห็นยอดต้นไม้นี้เป็นมุมเงย 45 และ 60 องศา ตามลำดับ ถ้าต้นไม้สูง 60 เมตร คนทั้งสองยืนอยู่ห่างกันประมาณเท่าใด

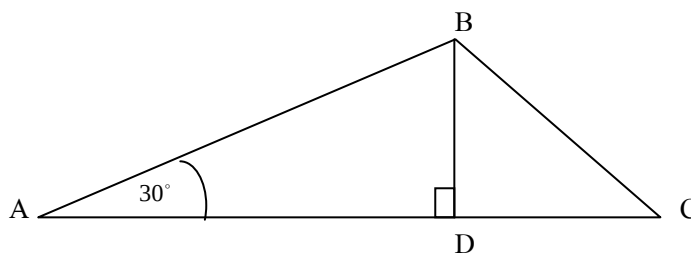
K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

กิจกรรมสรุป

ให้นักเรียนเขียนแผนผังความคิดที่ 8 (Mind Mapping) เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง

ใบกิจกรรมที่ 8.2
โอมัยโอเน็ต

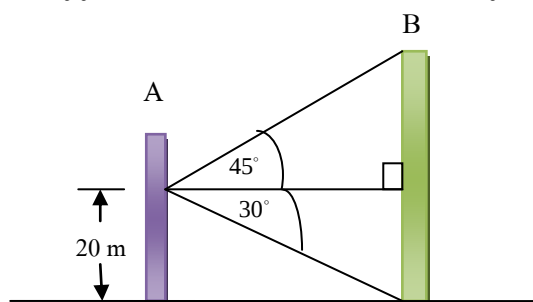
(ข้อสอบ ONET ปีการศึกษา 2558)



วิธีทำ

ใบกิจกรรมที่ 8.2
โอมัยโอเน็ต

(ข้อสอบ ONET ปีการศึกษา 2559)



วิธีทำ

แบบทดสอบหลังเรียน

คำชี้แจง ข้อสอบมีทั้งหมด 2 ตอน

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้แผนผัง K-W-D-L

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. A ยืนเล็งยอดตึกที่สูง 36 เมตร เป็นมุมเงย 60° แต่ B ซึ่งยืนเล็งยอดตึกเดียวกัน เป็นมุมเงย 30° จงหาระยะห่างระหว่าง A กับ B

- ก. $48\sqrt{3}$ เมตร
- ข. $36\sqrt{3}$ เมตร
- ค. $24\sqrt{3}$ เมตร
- ง. $12\sqrt{3}$ เมตร

2. นาย ก และนาย ข ยืนอยู่บนพื้นราบซึ่งห่างจากกำแพงเป็นระยะ 10 เมตร และ 40 เมตร

ตามลำดับ ถ้านาย ก มองหลอดไฟบนกำแพงด้วยมุมเงย α องศา ในขณะที่นาย ข มอง

หลอดไฟดวงเดียวกันด้วยเงย $90 - \alpha$ องศา ถ้าไม่คิดความสูงของนาย ก และนาย ข แล้ว

หลอดไฟอยู่สูงจากพื้นราบกี่เมตร (ข้อสอบ ONET ปีการศึกษา 2554)

- ก. 20 เมตร
- ข. $10\sqrt{3}$ เมตร
- ค. $10\sqrt{2}$ เมตร
- ง. 10 เมตร



3. เรือลำหนึ่งจอดอยู่ในทะเล จากคาบฟ้าเรือซึ่งสูงจากพื้นน้ำทะเล 50 เมตร มองเห็นเรือเล็ก 2 ลำ จอดอยู่ในทะเลแนวเดียวกัน เป็นมุม 30° และ 60° เรือเล็ก 2 ลำ อยู่ห่างกันเท่าไร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

ก. 56.23 เมตร

ข. 56.43 เมตร

ค. 57.43 เมตร

ง. 57.73 เมตร

4. เด็กชายณเดชและเด็กหญิงยา ยืนอยู่คนละด้านของเจดีย์องค์หนึ่ง เด็กทั้งสองมองเห็นยอดเจดีย์เป็นมุมยกขึ้น 60° และ 45° ตามลำดับ ถ้าเด็กทั้งสองยืนอยู่ห่างกัน 100 เมตร เจดีย์สูงเท่าไร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

ก. 73.24 เมตร

ข. 70.43 เมตร

ค. 68.25 เมตร

ง. 63.40 เมตร

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้แผนผัง K-W-D-L

1. นักสังเกตผู้หนึ่งอยู่บนหลังคาของอาคารที่สูง 150 เมตร พบว่ามุมก้มของชั้นบนสุดและชั้นล่างสุดของอาคารอีกหลังหนึ่งที่อยู่ต่ำกว่าคือ 45° และ 60° ตามลำดับ จงหาความสูงของอาคารหลังที่ต่ำกว่า ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบ อะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

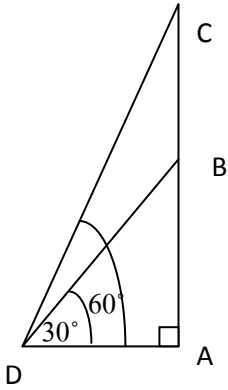
บรรณานุกรม

- กมล เอกไทยเจริญ. สารการเรียนรู้พื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ ม.4 . กรุงเทพฯ :ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง ,2547.
- กนกวลี อุณหกรกุล และคณะ. แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.4 เล่ม 1 .
กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด , 2547.
- กนกวลี อุณหกรกุล และธณชัย มาเจริญทรัพย์. รวมข้อสอบคณิตศาสตร์ O-net ข้อสอบจริงระดับ
ม.6 . กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ภูมิบัณฑิต , ม.ป.ป.
- กระทรวงศึกษาธิการ. แผนการสอนที่เน้นการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทย ค 011 คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ : กองการวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ ,2544.
- กระทรวงศึกษาธิการ. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่ม
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : องค์การค้ำของครูสภา ,2548.
- คณิต มงคลพิทักษ์สุข. คณิตศาสตร์ O-net , A-net . กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ SCIENCE
CENTER , 2548.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. คู่มือสารการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม. 4 เล่ม 2 .กรุงเทพฯ:
สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด , ม.ป.ป.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. แบบฝึกมาตรฐานแม่ค คณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 เล่มที่ 2 . กรุงเทพฯ:
บริษัท สำนักพิมพ์ แม่ค จำกัด , ม.ป.พ.
- พลอนันต์ แสงประสิทธิ์. รวมข้อสอบฉบับจริง O-net ม.6 วิชาคณิตศาสตร์ ฉบับรวม 5 พ.ศ. .
กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด , 2553.
- ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. หนังสือเรียนสารการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม 4 เล่ม 1 . กรุงเทพฯ :
บริษัท สำนักพิมพ์แม่ค จำกัด , 2547.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือครูสารการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์
เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 . กรุงเทพฯ :โรงพิมพ์ สกสค.
ลาดพร้าว , 2552.
- สมัย เหล่าวานิชย์และพัชรพรรณ เหล่าวานิชย์. คณิตศาสตร์มัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 2 รายวิชา
พื้นฐานและเพิ่มเติม . กรุงเทพฯ : บริษัท ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง จำกัด , 2537.

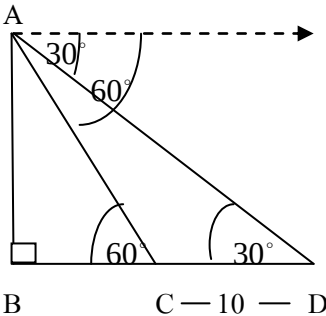
ภาคผนวก

เฉลยใบกิจกรรมที่ 8.1

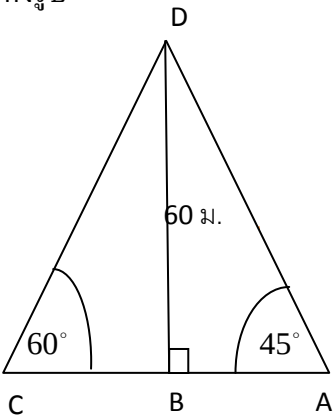
1. อาคารเรียนหลังหนึ่งมีเสาธงปักตั้งฉากอยู่ นักเรียนคนหนึ่งอยู่ในสนามห่างจากตัวอาคารเรียนออกไป 40 ฟุต มองเห็นยอดอาคารเรียนเป็นมุมยกขึ้น 30° องศาและมองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมยกขึ้น 60° องศา จงหาความสูงของเสาธง(กำหนด $\sqrt{3} = 1.732$)

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบ อะไรบ้าง	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง
1. จุดสังเกตอยู่ในสนามห่างจากอาคารเรียน 40 ฟุต 2. มุมยกขึ้น 30° และ 60° องศา	ความสูงของเสาธง <u>วิธีการหาคำตอบ</u> ให้ D เป็นจุดสังเกต AB เป็นความสูงของอาคารเรียน BC เป็นความสูงของเสาธง 	ใน $\triangle ABD$; $\tan 30^\circ = \frac{AB}{AD}$ $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{40}$ $AB = \frac{40\sqrt{3}}{3}$ ใน $\triangle ACD$; $\tan 60^\circ = \frac{AC}{AD}$ $\sqrt{3} = \frac{AC}{40}$ $AC = 40\sqrt{3}$ $BC = AC - AB$ $BC = 40\sqrt{3} - \frac{40\sqrt{3}}{3}$ $BC = \frac{120\sqrt{3}}{3} - \frac{40\sqrt{3}}{3}$ $BC = \frac{80\sqrt{3}}{3}$ $BC \approx 46.19$	เสาธงสูงประมาณ 46.19 ฟุต

2. ชายคนหนึ่งอยู่บนหน้าผาริมทะเลแห่งหนึ่ง มองเห็นเรือจอดทอดสมออยู่ 2 ลำ ซึ่งอยู่ในแนวเดียวกันกับเชิงผา เป็นมุมก้ม 30° และ 60° องศา ตามลำดับ ถ้าเรือทั้งสองอยู่ห่างกัน 10 เมตร จงหาความสูงของหน้าผา

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบ อะไรบ้าง	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง
1.มุมก้ม 30° และ 60° องศา 2.เรือทั้งสองอยู่ห่างกัน 10 เมตร	ความสูงของหน้าผา <u>วิธีการหาคำตอบ</u> ให้ A เป็นจุดสังเกต AB เป็นความสูงของหน้าผา CD เป็น 60° ระยะห่างระหว่างเรือทั้งสองลำ ดังรูป  B C — 10 — D	ใน $\triangle ABC$; $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$ $\sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$ $AB = \sqrt{3}BC \text{ -----(1)}$ ใน $\triangle ABD$; $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BC + 10}$ $BC + 10 = \sqrt{3}AB$ $AB = \frac{BC + 10}{\sqrt{3}} \text{ -----(2)}$ จาก (1) และ (2) จะได้ $\sqrt{3}BC = \frac{BC + 10}{\sqrt{3}}$ $3BC = BC + 10$ $2BC = 10$ $BC = 5$ แทนค่าใน (1) ; $AB = 5\sqrt{3}$	หน้าผาสูง $5\sqrt{3}$ เมตร

3. ดำและแดงยืนอยู่คนละด้านของต้นไม้ต้นหนึ่งคนทั้งสองมองเห็นยอดต้นไม้ต้นนี้เป็นมุมเงย 45 และ 60 องศา ตามลำดับ ถ้าต้นไม้สูง 60 เมตร คนทั้งสองยืนอยู่ห่างกันประมาณเท่าใด

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบ อะไรบ้าง	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้รู้อะไรบ้าง
1. มุมเงย 45 และ 60 องศา 2. ต้นไม้สูง 60 เมตร	ดำและแดงยืนห่างกันประมาณเท่าใด <u>วิธีการหาคำตอบ</u> ให้ A เป็นจุดที่ดำยืน C เป็นจุดที่แดงยืน BDเป็นความสูงของต้นไม้ ดังรูป  หาระยะ AC	ใน $\triangle ABD$; $\tan 45^\circ = \frac{BD}{AB}$ $1 = \frac{60}{AB}$ $AB = 60$ ใน $\triangle BCD$; $\tan 60^\circ = \frac{BD}{BC}$ $\sqrt{3} = \frac{60}{BC}$ $BC = \frac{60}{\sqrt{3}}$ $BC = 20\sqrt{3}$ ≈ 34.64 $AC = AB + BC$ $AC \approx 60 + 34.64$ $AC \approx 94.64$	ดำและแดงยืนห่างกันประมาณ 94.64 เมตร

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

ตอนที่ 1

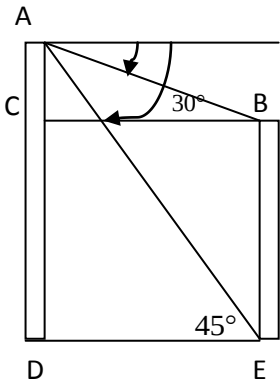
1. ข

2. ก

3. ก

4. ก

ตอนที่ 2

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบ อะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้รู้อะไรบ้าง
1. นักสังเกตอยู่บน หลังคาของอาคารที่สูง 156 เมตร 2. มุมก้มของชั้นบนสุด และชั้นล่างสุดของ อาคารอีกหลังหนึ่งที่ อยู่ต่ำกว่าคือ 30° และ 45° ตามลำดับ 3. $\sqrt{3} \approx 1.732$	1. ความสูงของอาคารหลังที่ ต่ำกว่า กำหนดให้ AD เป็นความสูงของอาคาร ที่นักสังเกตยืน BE เป็นความสูงของอาคาร หลังที่ต่ำกว่า BC และ DE เป็นระยะห่าง ระหว่างอาคารทั้งสอง 	จากรูป $\triangle ABC$; $\tan 30^\circ = \frac{AC}{BC}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{156 - CD}{BC}$ $BC = \sqrt{3}(156 - CD) \dots (1)$ จากรูป $\triangle ADE$; $\tan 45^\circ = \frac{AD}{DE}$ $1 = \frac{156}{DE}$ $DE = 156 \dots (2)$ แต่ $BC = DE$ จาก (1) และ (2) จะได้ $\sqrt{3}(156 - CD) = 156$ $156 - CD = \frac{156}{\sqrt{3}}$ $CD = 156 - \frac{156}{\sqrt{3}}$ $CD \approx 156 - 90.06$ ≈ 65.94	เนื่องจาก $CD = BE$ ดังนั้น ดึกหลังที่มองสูง ประมาณ 65.94 เมตร

เจดยแบบทดสอบหลังเรียน

ตอนที่ 1

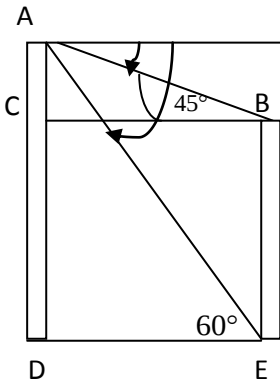
1. ค

2. ข

3. ง

4. จ

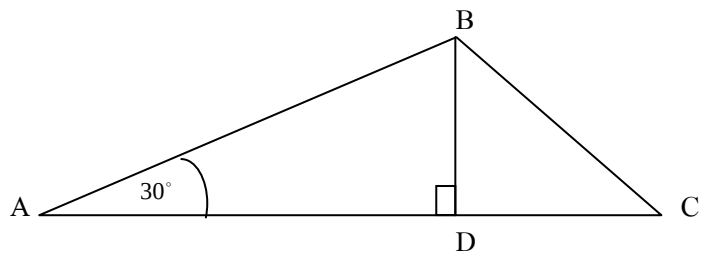
ตอนที่ 2

K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง	W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบ อะไร	D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร	L (what we learned) เราเรียนรู้้อะไรบ้าง
1. นักสังเกตอยู่บน หลังคาของอาคารที่สูง 156 เมตร 2. มุมก้มของชั้นบนสุด และชั้นล่างสุดของ อาคารอีกหลังหนึ่งที่ อยู่ต่ำกว่าคือ 45° และ 60° ตามลำดับ 3. $\sqrt{3} \approx 1.732$	1. ความสูงของอาคารหลังที่ ต่ำกว่า กำหนดให้ AD เป็นความสูงของอาคาร ที่นักสังเกตยืน BE เป็นความสูงของอาคาร หลังที่ต่ำกว่า BC และ DE เป็นระยะห่าง ระหว่างอาคารทั้งสอง 	จากรูป $\triangle ABC$; $\tan 45^\circ = \frac{AC}{BC}$ $1 = \frac{156 - CD}{BC}$ $BC = 156 - CD \dots (1)$ จากรูป $\triangle ADE$; $\tan 60^\circ = \frac{AD}{DE}$ $\sqrt{3} = \frac{156}{DE}$ $DE = \frac{156}{\sqrt{3}} \dots (2)$ แต่ $BC = DE$ จาก (1) และ (2) จะได้ $156 - CD = \frac{156}{\sqrt{3}}$ $CD = 156 - \frac{156}{\sqrt{3}}$ $CD \approx 156 - 90.06$ ≈ 65.94	เนื่องจาก $CD = BE$ ดังนั้น ดิกลหลังที่มองสูง ประมาณ 65.94 เมตร

เฉลยกิจกรรม 8.2

1. น้ำฝนปลูกไม้ดอก 2 ชนิด ภายในที่ดินรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป โดยปลูกกุหลาบในบริเวณภายในรูปสามเหลี่ยม ABD และปลูกทานตะวันภายในรูปสามเหลี่ยม BCD ถัดด้าน AB และ BC ขาว 12 เมตร และ 10 เมตรตามลำดับแล้ว พื้นที่ที่ปลูกทานตะวันเท่ากับกี่ตารางเมตร

(ข้อสอบ O'NET ปีการศึกษา 2558)



วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABD$ จะได้ $\sin 30^\circ = \frac{BD}{AB}$

$$\frac{1}{2} = \frac{BD}{12}$$

$$BD = 6$$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $CD^2 = BC^2 - BD^2$

$$CD^2 = 10^2 - 6^2$$

$$CD^2 = 64$$

$$CD = 8$$

พื้นที่สามเหลี่ยม BCD เท่ากับ $\frac{1}{2} \times CD \times BD$

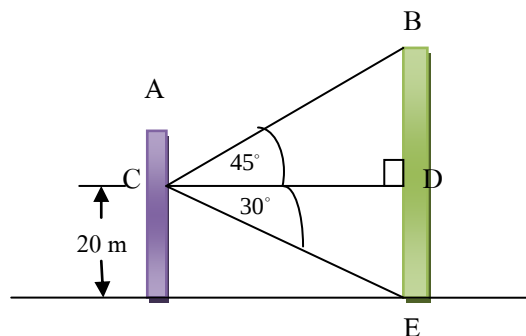
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$= 24 \quad \text{ตารางเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่ที่ปลูกทานตะวันเท่ากับ 24 ตารางเมตร

2. สุทัศน์ยืนมองจากหน้าต่างห้องพักในตึก A ไปยังตึก B เขามองยอดตึก B เป็นมุมเงย 45° และมองฐานตึก B เป็นมุมก้ม 30° ถ้าหน้าต่างห้องพักอยู่สูงจากพื้นดิน 20 เมตร แล้วตึก B สูงกี่เมตร

(ข้อสอบ O'NET ปีการศึกษา 2559)



วิธีทำ พิจารณา $\triangle CDE$ จะได้ $\tan 30^\circ = \frac{DE}{CD}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{CD}$$

$$CD = 20\sqrt{3}$$

พิจารณา $\triangle CBD$ จะได้ $\tan 45^\circ = \frac{BD}{CD}$

$$1 = \frac{BD}{20\sqrt{3}}$$

$$BD = 20\sqrt{3}$$

ความสูงของตึก B เท่ากับ BE จะได้

$$BE = BD + DE$$

$$BE = 20\sqrt{3} + 20$$

$$BE = 20(\sqrt{3} + 1)$$

ดังนั้น ตึก B สูง $20(\sqrt{3} + 1)$ เมตร