

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชุดที่ 9

$$f^{(4)}(x) = \frac{d^4 y}{dx^4} = 0$$

เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง



นางนิภาพร ไทยหล่อ
ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ
โรงเรียนกงไกรลาศวิทยา

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 38
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอน รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น เพื่อแก้ปัญหา นักเรียนที่ขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถฝึกฝนเพิ่มเติม ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องแคลคูลัสมากขึ้น เกิดทักษะในการคำนวณ เพื่อช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา ฝึกการทำงานกลุ่มอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัยรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความซื่อสัตย์ มีความเชื่อมั่นในตนเอง รวมทั้งเพื่อตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล กระตุ้นให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชา คณิตศาสตร์ ตระหนักและเห็นคุณค่าของการเรียน อันจะนำไปสู่การบรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของหลักสูตรคณิตศาสตร์

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียน และบุคคลที่สนใจเป็นอย่างดี

นิภาพร ไทยหล่อ



สารบัญ

	หน้า
คำนำ	2
สารบัญ	3
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	5
คำชี้แจงสำหรับครู	7
คำชี้แจงสำหรับนักเรียน	9
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	10
จุดประสงค์การเรียนรู้	11
เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้	11
คุณลักษณะอันพึงประสงค์	11
แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง	13
กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน	15
ใบความรู้ เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง	16
แบบฝึกทักษะที่ 9.1	20
แบบฝึกทักษะที่ 9.2	22
แบบฝึกทักษะที่ 9.3	26
แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง	30
กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน	32
เอกสารอ้างอิง	33
ภาคผนวก	34
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	35
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.1	36
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.2	38
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.3	42

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	46
เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะ	47
แบบบันทึกคะแนน	48



คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. เอกสารฉบับนี้เป็นแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รายวิชา ค30206 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แคลคูลัสเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีทั้งหมด 14 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 LIMIT ของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 2 การหาค่า LIMIT ของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลง
- ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม
- ชุดที่ 6 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร
- ชุดที่ 7 ความชันของเส้นโค้ง
- ชุดที่ 8 อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท
- ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง
- ชุดที่ 10 การประยุกต์อนุพันธ์
- ชุดที่ 11 ปริพันธ์
- ชุดที่ 12 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต
- ชุดที่ 13 ปริพันธ์จำกัดเขต
- ชุดที่ 14 พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ในแต่ละชุดประกอบด้วย เอกสาร 2 เล่ม ใช้ควบคู่กันในการจัดการเรียนการสอน คือ

- เล่มที่ 1 คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ (สำหรับครูผู้สอน)
- เล่มที่ 2 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ (สำหรับนักเรียน)

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้เป็น ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง
ประกอบด้วย

- 3.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 3.2 คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู
- 3.3 คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน
- 3.4 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 3.5 แบบทดสอบก่อนเรียน
- 3.6 ใบความรู้
- 3.7 แบบฝึกทักษะ
- 3.8 แบบทดสอบหลังเรียน
- 3.9 เอกสารอ้างอิง
- 3.10 เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
- 3.11 เฉลยแบบฝึกทักษะ
- 3.12 เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
- 3.13 เกณฑ์การให้คะแนน
- 3.14 แบบบันทึกคะแนน

4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ ใช้เวลาเรียน 3 ชั่วโมง

คำชี้แจงสำหรับครู



การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค30206 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แคลคูลัสเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครูผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนจึงควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. ครูต้องศึกษาแบบฝึกทักษะและอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกชุดก่อนการใช้งาน
2. ครูตรวจแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ครูเตรียมเครื่องมือวัดผลและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน
4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะอย่างชัดเจน และประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ
5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียน ในการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์โดยไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำหรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำด้วยตนเอง
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
7. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
8. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9
9. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา และทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามเฉลย
10. ครูสังเกตความตั้งใจของนักเรียน ความสนใจในการเรียน การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของนักเรียนทุกกลุ่มอย่างใกล้ชิด ถ้ากลุ่มใดมีปัญหาครูจะได้ทำการช่วยเหลือได้ทันที

11. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียนแต่ละคน แต่ละกลุ่มอาจจะไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
12. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
13. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกกลุ่ม หรือแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาร่วมอภิปรายเรื่องที่เรียนมา
14. ในกรณีที่นักเรียนคนใดขาดเรียน ให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลด้วยตนเองนอกเวลาเรียนจากแบบฝึกทักษะ
15. การจัดชั้นเรียนอาจจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้





คำชี้แจงสำหรับนักเรียน



ในการศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค30206 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แคลคูลัสเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ และคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะ สำหรับนักเรียนให้เข้าใจก่อนลงมือทำงานหรือทำการศึกษาทุกครั้ง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อประเมินความรู้เดิม
3. ศึกษาเนื้อหาและทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 ถ้าทำแบบฝึกทักษะ ไม่ได้ให้ศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง ศึกษาตัวอย่าง หรือปรึกษาครูผู้สอน
4. เปลี่ยนกันตรวจแบบฝึกทักษะตามเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ จากนั้น ร่วมกันสรุปองค์ความรู้ โดยครูคอยชี้แนะแนวทางและอธิบายเพิ่มเติม
5. ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเองจากการศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 จบแล้ว
6. ในการทำแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบก่อนเรียน – หลังเรียน ให้นักเรียน พยายามทำด้วยความตั้งใจและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองให้มากที่สุด โดยไม่เปิดดูเฉลย ก่อน

ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ

1. อ่านคำชี้แจงสำหรับนักเรียน

2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน

3. ศึกษาแบบฝึกทักษะโดยปฏิบัติการ

- ศึกษาเนื้อหา
- ทำแบบฝึกทักษะ
- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ

4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน

5. ศึกษาแบบฝึกทักษะชุดต่อไป

ไม่ผ่านเกณฑ์

ประเมินผล


ผ่านเกณฑ์



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชัน เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้
2. หาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้
3. นำความรู้เรื่องอนุพันธ์อันดับสูงไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้



เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง จำนวน 3 ชั่วโมง



คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

ทุกคนพร้อมที่จะเรียนแล้วหรือยังคะ
ถ้าพร้อมแล้ว...

เราไปทำแบบทดสอบก่อนเรียน
ก่อนนะครับ...ไปเลยครับ



แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค30206

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 15 นาที



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ทับตัวอักษร ก, ข, ค หรือ ง หน้าคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. อนุพันธ์อันดับ 2 ของ $f(x) = x^4 - 3x^2 + x$ คือข้อใด

ก. $12x^2 - 6$

ข. $4x^3 - 6x$

ค. $24x^2$

ง. 24

2. ถ้า $s = \sqrt{2t+1}$ แล้ว $\frac{d^3s}{dt^3}$ คือข้อใด

ก. $3(2t+1)^{\frac{5}{2}}$

ข. $\frac{-3}{2\sqrt{(2t+1)^5}}$

ค. $\frac{3}{2(2t+1)^{\frac{5}{2}}}$

ง. $\frac{3}{(2t+1)^{\frac{5}{2}}}$

3. ถ้า $y = 4x^3$ แล้ว $\frac{d^3y}{dx^3}$ เท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 24

ค. 60

ง. 120

4. ถ้า $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + x + 1}{120}$ แล้ว $f^4(x)$ คือข้อใด

ก. 0

ข. 10

ค. 5

ง. $\frac{1}{5}$

5. ถ้า $y = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ แล้ว $\frac{d^4y}{dx^4}$ ที่ $x = 2$ คือข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$

ข. 12

ค. 16

ง. 24

6. ถ้า $f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 5$ ค่าของ $f''(2)$ เท่ากับข้อใด

ก. -12

ข. -8

ค. 8

ง. 112

7. ถ้า $y = (x+2)^4$ แล้วอนุพันธ์อันดับ 4 คือข้อใด

ก. 24

ข. 12

ค. 4

ง. 0

8. สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุชิ้นหนึ่งเป็น $S = t^3 - 3t^2 + 3$ ความเร็วจะเป็นศูนย์เมื่อวินาทีที่เท่าใด

ก. 0 และ 4

ข. 0 และ 3

ค. 0 และ 2

ง. 0 และ 1

9. โยนวัตถุขึ้นไปในอากาศ วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $S = 10t - t^2$ เมตร จงพิจารณาว่าข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ความเร็วขณะเวลา $t = 3$ วินาที คือ 6 เมตรต่อวินาที

ข. หลังจากโยนวัตถุไปแล้ว 5 วินาที วัตถุเคลื่อนที่ได้ทาง 25 เมตร

ค. ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ คือ -2 เมตรต่อวินาที²

ง. ความเร่งขณะเวลา $t = 2$ วินาที คือ -2 เมตรต่อวินาที²

10. กำหนดสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ $S = \frac{t^3}{3} - \frac{5t^2}{2}$ เมตร เมื่อ $t \geq 0$ วัตถุจะหยุดนิ่งเมื่อเคลื่อนที่เป็นเวลานานเท่าไร

ก. 5 วินาที

ข. 7 วินาที

ค. $\frac{15}{2}$ วินาที

ง. 15 วินาที

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน

ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนนเต็ม	10
คะแนนที่ได้	

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

เกณฑ์การประเมิน

9 – 10	คะแนน	ระดับ 4	ดีเยี่ยม
7 – 8	คะแนน	ระดับ 3	ดี
4 – 6	คะแนน	ระดับ 2	พอใช้ ผ่านเกณฑ์
0 – 3	คะแนน	ระดับ 1	ปรับปรุง

ใบความรู้ เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง



$$\begin{aligned}\text{ถ้าให้ } f(x) &= x^5 + 2x^4 + 3x^3 - 2x + 3 \\ \text{จะได้ } f'(x) &= 5x^4 + 8x^3 + 9x^2 - 2 \\ \text{เราเรียก } f'(x) &\text{ว่า อนุพันธ์อันดับหนึ่งของ } f(x)\end{aligned}$$

ถ้าเรานำ $f'(x)$ มาหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของ $f(x)$ ใหม่ว่าเป็นอนุพันธ์อันดับสองของ $f(x)$ นั่นคือ $f''(x) = 20x^3 + 24x^2 + 18x$

ในการทำนองเดียวกัน ถ้านำ $f''(x)$ มาหาอนุพันธ์ต่อไปเรื่อย ๆ เราก็จะได้อนุพันธ์อันดับสาม อันดับสี่ต่อไปเรื่อย ๆ และเพื่อสรุปเป็นหมวดหมู่ เรานิยมใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ดังนี้

$$\begin{aligned}f'(x) &= y' = \frac{dy}{dx} && \text{แทน อนุพันธ์อันดับหนึ่ง} \\ f''(x) &= y'' = \frac{d^2y}{dx^2} && \text{แทน อนุพันธ์อันดับสอง} \\ f'''(x) &= y''' = \frac{d^3y}{dx^3} && \text{แทน อนุพันธ์อันดับสาม} \\ &\cdot && \\ &\cdot && \\ &\cdot && \\ f^{(n)}(x) &= y^{(n)} = \frac{d^ny}{dx^n} && \text{แทน อนุพันธ์อันดับ } n\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $f(x) = 3x^3 + 6x^2 + 2x + 10$ จงหา $f'''(x)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{จาก } f(x) &= 3x^3 + 6x^2 + 2x + 10 \\ f'(x) &= 9x^2 + 12x + 2 \\ f''(x) &= 18x + 12 \\ \text{ดังนั้น } f'''(x) &= 18\end{aligned}$$



ตัวอย่างที่ 2 ให้ $y = 3x^5 + 4x^2 + 8x + 2$ จงหา $\frac{d^4y}{dx^4}$

วิธีทำ จาก $y = 3x^5 + 4x^2 + 8x + 2$

$$\frac{dy}{dx} = 15x^4 + 8x + 8$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 60x^3 + 8$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 180x^2$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 360x$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหา $f''(1)$ เมื่อ $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5$

วิธีทำ จาก $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5$

$$\therefore f'(x) = 12x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 24x - 6$$

ดังนั้น $f''(1) = 24(1) - 6$

$$= 18$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $f(x) = (x^3 + 1)^4$ จงหา $f''(x)$ และ $f''(1)$

วิธีทำ จาก $f(x) = (x^3 + 1)^4$

$$\therefore f'(x) = 4(x^3 + 1)^3 \frac{d}{dx}(x^3 + 1)$$

$$= 12x^2(x^3 + 1)^3$$

$$f''(x) = 12x^2 \frac{d}{dx}(x^3 + 1)^3 + (x^3 + 1)^3 \frac{d}{dx}(12x^2)$$

$$= 12x^2 \cdot 3(x^3 + 1)^2(3x^2) + (x^3 + 1)^3(24x)$$

$$= 108x^4(x^3 + 1)^2 + 24x(x^3 + 1)^3$$

ดังนั้น $f''(1) = 108(1)^4((1)^3 + 1)^2 + 24(1)((1)^3 + 1)^3$

$$= 108(1)(4) + 24(1)(8)$$

$$= 432 + 192$$

$$= 624$$

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนำอนุพันธ์อันดับสูง

ตัวอย่างที่ 4

เมื่อเวลา t วินาที วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $S = 4t^3 + 2t + 3$ เมตร

จงหา

- 1) ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ 2 วินาที
- 2) ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ
- 3) ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ
- 4) ความเร่งขณะเวลา $t = 2$ วินาที

วิธีทำ 1) ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ 2 วินาที

จาก วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $S = 4t^3 + 2t + 3$ เมตร ในเวลา t วินาที

ดังนั้น ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ 2 วินาที คือ

$$S = 4(2)^3 + 2(2) + 3 = 39 \text{ เมตร}$$

$$2) \text{ จาก } S = 4t^3 + 2t + 3$$

$$\text{จะได้ } v = \frac{dS}{dt} = 12t^2 + 2 \text{ เมตร/วินาที}$$

ดังนั้น ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ เท่ากับ $12t^2 + 2$ เมตร/วินาที

$$3) \text{ จาก } v = 12t^2 + 2$$

$$\text{จะได้ } a = \frac{dv}{dt} = 24t \text{ เมตร/วินาที}^2$$

ดังนั้น ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ เท่ากับ $24t$ เมตร/วินาที²

$$4) \text{ จาก (2) จะได้ความเร่งขณะเวลา } t = 2 \text{ วินาที เท่ากับ } 24(2)$$

$$= 48 \text{ เมตร/วินาที}^2$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชัน
ขณะที่ $x = 2$


วิธีทำ จาก $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 5$

$$f'(x) = 3x^2 + 4x + 1$$

$$f''(x) = 6x + 4$$

ให้ $x = 2$ จะได้

$$\begin{aligned} f''(2) &= 6(2) + 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันของเส้นสัมผัสของกราฟที่ $x = 2$ เท่ากับ 8 

สรุป

ความเร่ง (a) ของวัตถุขณะเวลา t ใดๆ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของ
ความเร็ว (v) เทียบกับเวลา t ใดๆ ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ตามสมการเคลื่อนที่
คือ $S = f(t)$ เมื่อ S คือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลา t จะได้

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \text{และ} \quad v = \frac{dS}{dt}$$

$$\therefore a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dS}{dt} \right) = \frac{d^2S}{dt^2}$$

นั่นคือ ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ ก็คือ อนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ $S = f(t)$

ถ้าเข้าใจแล้ว เราไปทำแบบฝึกหัด
กันดีกว่าค่ะ...





แบบฝึกทักษะที่ 9.1

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้

คำสั่ง

ให้นักเรียนเลือกคำตอบทางขวาแล้วนำตัวอักษรมาเติมหน้าข้อให้ถูกต้อง

_____ 1. $f(x) = 5x^3 - 6x^2 + 2x - 3$

_____ 2. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 2$

_____ 3. $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x + 4$

_____ 4. $f(x) = x^2 - 2x + 5$

_____ 5. $f(x) = 7x^3 - 8x^2$

_____ 6. $f(x) = x^2\sqrt{x} - 5x$

_____ 7. $f(x) = 2x^2 + x$

_____ 8. $f(x) = x^2(x^5 - 1)$

_____ 9. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$

_____ 10. $f(x) = x^2(3x^2 + x)$

a. $f''(x) = 36x^2 + 6x$

b. $f''(x) = 54 - 162x$

c. $f''(x) = 42x - 16$

d. $f''(x) = 30x - 12$

e. $f''(x) = 2$

f. $f''(x) = 12x + 4$

g. $f''(x) = 6$

h. $f''(x) = 2 + 6x^{-4}$

i. $f''(x) = 36x^2 - 10$

j. $f''(x) = 6x - 4$

_____ 11. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

_____ 12. $f(x) = 2x(x^2 + x + 1)$

_____ 13. $f(x) = (1 - 3x)^3$

_____ 14. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

_____ 15. $f(x) = (x + 2)(3x - 1)$

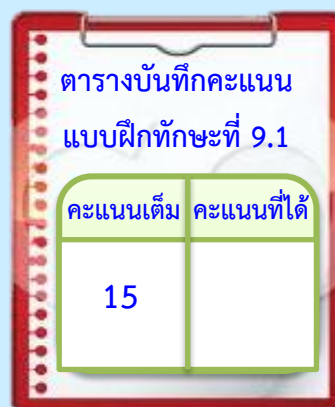
k. $f''(x) = \frac{15}{4}\sqrt{x}$

l. $f''(x) = 12x^2 - 12x + 2$

m. $f''(x) = 42x^5 - 2$

n. $f''(x) = \frac{3}{4\sqrt{x^5}}$

o. $f''(x) = 4$





แบบฝึกทักษะที่ 9.2

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้

คำสั่ง จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้

1.

ให้ $y = x^{\frac{5}{2}} + 4x^3 - 5x + 7$ จงหา $\frac{d^3y}{dx^3}$

2.

ให้ $y = \sqrt[3]{x} - 5x^6 + 8$ จงหา $\frac{d^3y}{dx^3}$

3. ให้ $f(x) = 3x^{-2} + 4x^{-1} + x$ จงหา $f'''(x)$

4. ให้ $f(x) = 2x^5 - 3x^4 + x - 2$ จงหา $f^5(x)$

5. ให้ $f(x) = 6 + 3x + 8x^3 - 2x^5$ จงหา $f'''(x)$

6.

ให้ $f(x) = (5x^2 - 3)(7x^3 + x)$ จงหา $f'''(x)$

7.

ให้ $f(x) = \frac{3x-2}{5x}$ จงหา $f''(x)$

8.

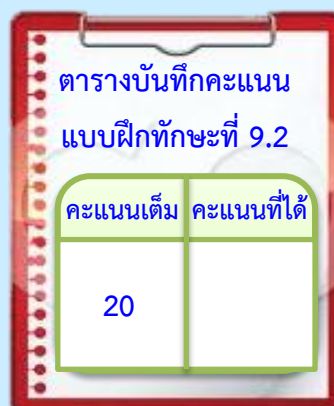
ให้ $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7$ จงหา $f''(1)$



9. ให้ $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 10$ จงหา $f'''(3)$



10. ให้ $f(x) = 5x^5 - 6x^3 + 13$ จงหา $f'''(2)$





แบบฝึกทักษะที่ 9.3

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องอนุพันธ์อันดับสูงไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

คำสั่ง จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้



1. สุทธิพงษ์ปล่อยวัตถุจากที่สูงลงสู่พื้นดิน วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 16t^2$ เมตร
ในเวลา t วินาที จงหา

(1.1) ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้หลังจากปล่อยวัตถุไป 3 วินาที

(1.2) ความเร็วขณะเวลา $t = 2$ วินาที

(1.3) ความเร่งขณะวินาที t ใดๆ

(1.4) ความเร่งขณะเวลา $t = 5$ วินาที



2. อรสาโยนวัตถุขึ้นไปในอากาศ วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 12t - 16t^2$ เมตร ในเวลา t วินาที จงหา

(2.1) ระยะทางเฉลี่ยในช่วงวินาทีที่ 2 ถึงวินาทีที่ 3

(2.2) ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้หลังจากโยนวัตถุไปแล้ว 5 วินาที

(2.3) ความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุขณะวินาทีที่ 4

(2.4) ความเร่งของวัตถุขณะเวลา t ใด ๆ และขณะเวลา $t = 2$ วินาที

3.

3. วัตถุชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง มีสมการเป็น $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$ โดยที่ s เป็นระยะทางจากจุดเริ่มต้นมีหน่วยเป็น เมตร เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไป t วินาที จงหา

(3.1) ระยะทางของวัตถุอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไป 2 วินาที

(3.2) ทหาระยะทางและความเร่ง ในขณะที่ความเร็ว เป็น ศูนย์

[illegible]

4.

ยิ่งจรวดขึ้นไปบนอากาศ ซึ่งมีฟังก์ชันของการเคลื่อนที่ คือ $s(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{4t}{t+1}$ เมื่อ s เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นฟุต ส่วน t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที ขณะที่จรวดไม่มีความเร่งเลย จะมีความเร็วเป็นเท่าใด

[illegible]

ตารางบันทึกคะแนน
แบบฝึกทักษะที่ 9.3

คะแนนเต็ม คะแนนที่ได้

20

แบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค30206

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 15 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **x** ทับตัวอักษร ก, ข, ค หรือ ง หน้าคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้า $y = 4x^3 + 20$ แล้ว $\frac{d^3y}{dx^3}$ เท่ากับข้อใด

ก. 120

ข. 60

ค. 24

ง. 0

2. ถ้า $s = \sqrt{2t+1}$ แล้ว $\frac{d^3s}{dt^3}$ คือข้อใด

ก. $\frac{-3}{2\sqrt{(2t+1)^5}}$ ข. $3(2t+1)^{\frac{5}{2}}$ ค. $\frac{3}{(2t+1)^{\frac{5}{2}}}$ ง. $\frac{3}{2(2t+1)^{\frac{5}{2}}}$

3. อนุพันธ์อันดับ 2 ของ $f(x) = x^4 - 3x^2 + x$ คือข้อใด

ก. 24

ข. $24x^2$ ค. $4x^3 - 6x$ ง. $12x^2 - 6$

4. ถ้า $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + x + 1}{120}$ แล้ว $f^{(4)}(x)$ คือข้อใด

ก. 0

ข. $\frac{1}{5}$

ค. 5

ง. 10

5. ถ้า $f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 5$ ค่าของ $f''(2)$ เท่ากับข้อใด

ก. -8

ข. -12

ค. 8

ง. 112

6. ถ้า $y = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ แล้ว $\frac{d^4y}{dx^4}$ ที่ $x = 2$ คือข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$

ข. 12

ค. 16

ง. 24

7. ถ้า $y = (x+2)^4$ แล้วอนุพันธ์อันดับ 4 คือข้อใด

ก. 0

ข. 4

ค. 12

ง. 24

8. สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุชิ้นหนึ่งเป็น $S = t^3 - 3t^2 + 3$ ความเร็วจะเป็นศูนย์เมื่อวินาทีที่เท่าใด

ก. 0 และ 1

ข. 0 และ 2

ค. 0 และ 3

ง. 0 และ 4

9. กำหนดสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ $S = \frac{t^3}{3} - \frac{5t^2}{2}$ เมตร เมื่อ $t \geq 0$ วัตถุจะหยุดนิ่งเมื่อเคลื่อนที่เป็นเวลานานเท่าไร

ก. 5 วินาที

ข. 7 วินาที

ค. $\frac{15}{2}$ วินาที

ง. 15 วินาที

10. โยนวัตถุขึ้นไปในอากาศ วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $S = 10t - t^2$ เมตร จงพิจารณาว่าข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ความเร่งขณะเวลา $t = 2$ วินาที คือ -2 เมตรต่อวินาที²

ข. ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ คือ -2 เมตรต่อวินาที²

ค. ความเร็วขณะเวลา $t = 3$ วินาที คือ 6 เมตรต่อวินาที

ง. หลังจากโยนวัตถุไปแล้ว 5 วินาที วัตถุเคลื่อนที่ได้ทาง 25 เมตร

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				
9.				
10.				

คะแนนเต็ม	10
คะแนนที่ได้	

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

เกณฑ์การประเมิน

9 – 10	คะแนน	ระดับ 4	ดีเยี่ยม
7 – 8	คะแนน	ระดับ 3	ดี
4 – 6	คะแนน	ระดับ 2	พอใช้ ผ่านเกณฑ์
0 – 3	คะแนน	ระดับ 1	ปรับปรุง

เอกสารอ้างอิง

- กนกวลี อุษณกรกุล. (2548). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ม.6 เล่ม 2. กรุงเทพฯ: บริษัท สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- ดำรง ทิพย์โยธา. (2547). แคลคูลัส 1. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนวิวัฒน์ สันทราพรพล. (2551). แบบฝึกหัดทักษะและวิธีคิดเลขเร็ว คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 6
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6. นนทบุรี: สำนักพิมพ์ธรรมบัณฑิต.
- ธีระศักดิ์ ุรจันนันทน์. (2555). แคลคูลัส 1 สำหรับวิศวกร. ปทุมธานี: สกายบุ๊กส์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้
เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 6.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สุกัญญา สนิทวงศ์ ณ อยุธยา. (2555). แคลคูลัส 1 ฉบับเสริมประสบการณ์. กรุงเทพฯ:
บริษัท วิทย์พัฒน์ จำกัด.
- สุรพล เสียงสนั่น. (2546). หนังสือเรียนวิชา แคลคูลัส 1 รหัส 3000-1525. นนทบุรี: บริษัท
สำนักพิมพ์ เอ็มพันธ์ จำกัด.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2552). แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง LIMIT ของฟังก์ชัน
อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และการอินทิเกรต หลักสูตรลดระยะเวลาเรียนสำหรับผู้มี
ความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ:
บริษัท ออฟเซ็ท จำกัด



ภาคผนวก

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง



1.

ก



2.

ง



3.

ข



4.

ง



5.

ง



6.

ข



7.

ก



8.

ค



9.

ก



10.

ก

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.1



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้

คำสั่ง

ให้นักเรียนเลือกคำตอบทางขวาแล้วนำตัวอักษรมาเติมหน้าข้อให้ถูกต้อง

 d 1. $f(x) = 5x^3 - 6x^2 + 2x - 3$

 i 2. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 2$

 l 3. $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x + 4$

 e 4. $f(x) = x^2 - 2x + 5$

 c 5. $f(x) = 7x^3 - 8x^2$

 k 6. $f(x) = x^2\sqrt{x} - 5x$

 o 7. $f(x) = 2x^2 + x$

 m 8. $f(x) = x^2(x^5 - 1)$

 j 9. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$

 a 10. $f(x) = x^2(3x^2 + x)$

a. $f''(x) = 36x^2 + 6x$

b. $f''(x) = 54 - 162x$

c. $f''(x) = 42x - 16$

d. $f''(x) = 30x - 12$

e. $f''(x) = 2$

f. $f''(x) = 12x + 4$

g. $f''(x) = 6$

h. $f''(x) = 2 + 6x^{-4}$

i. $f''(x) = 36x^2 - 10$

j. $f''(x) = 6x - 4$

h 11. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

f 12. $f(x) = 2x(x^2 + x + 1)$

b 13. $f(x) = (1 - 3x)^3$

n 14. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

g 15. $f(x) = (x + 2)(3x - 1)$

k $f''(x) = \frac{15}{4}\sqrt{x}$

l $f''(x) = 12x^2 - 12x + 2$

m $f''(x) = 42x^5 - 2$

n $f''(x) = \frac{3}{4\sqrt{x^5}}$

o $f''(x) = 4$



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้



1. ให้ $y = x^{\frac{5}{2}} + 4x^3 - 5x + 7$ จงหา $\frac{d^3y}{dx^3}$

วิธีทำ จาก $y = x^{\frac{5}{2}} + 4x^3 - 5x + 7$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} + 12x^2 - 5$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{15}{4}x^{\frac{1}{2}} + 24x$$

ดังนั้น $\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{15}{8}x^{-\frac{1}{2}} + 24$

หรือ $\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{15}{8\sqrt{x}} + 24$



2. ให้ $y = \sqrt[3]{x} - 5x^6 + 8$ จงหา $\frac{d^3y}{dx^3}$

วิธีทำ จาก $y = \sqrt[3]{x} - 5x^6 + 8$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - 30x^5$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}} - 150x^4$$

ดังนั้น $\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{10}{27}x^{-\frac{8}{3}} - 600x^3$

หรือ $\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{10}{27x^{\frac{8}{3}}} - 600x^3$





3. ให้ $f(x) = 3x^{-2} + 4x^{-1} + x$ จงหา $f'''(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 3x^{-2} + 4x^{-1} + x$

$$f'(x) = -6x^{-3} - 4x^{-2} + 1$$

$$f''(x) = 18x^{-4} + 8x^{-3}$$

$$f'''(x) = -72x^{-5} - 24x^{-4}$$

ดังนั้น $f'''(x) = -\frac{72}{x^5} - \frac{24}{x^4}$



4. ให้ $f(x) = 2x^5 - 3x^4 + x - 2$ จงหา $f^5(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 2x^5 - 3x^4 + x - 2$

$$f'(x) = 10x^4 - 12x^3 + 1$$

$$f''(x) = 40x^3 - 36x^2$$

$$f'''(x) = 120x^2 - 72x$$

$$f^4(x) = 240x - 72$$

ดังนั้น $f^5(x) = 240$



5. ให้ $f(x) = 6 + 3x + 8x^3 - 2x^5$ จงหา $f'''(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 6 + 3x + 8x^3 - 2x^5$

$$f'(x) = 3 + 24x^2 - 10x^4$$

$$f''(x) = 48x - 40x^3$$

ดังนั้น $f'''(x) = 48 - 120x^2$





6. ให้ $f(x) = (5x^2 - 3)(7x^3 + x)$ จงหา $f'''(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = (5x^2 - 3)(7x^3 + x)$

$$f'(x) = (5x^2 - 3)(21x^2 + 1) + (7x^3 + x)(10x)$$

$$= 175x^4 - 48x^2 - 3$$

$$f''(x) = 700x^3 - 96x$$

ดังนั้น $f'''(x) = 2100x^2 - 96$



7. ให้ $f(x) = \frac{3x-2}{5x}$ จงหา $f''(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{3x-2}{5x}$

$$f'(x) = \frac{(5x)(3) - (3x-2)(5)}{(5x)^2}$$

$$= \frac{2}{5x^2}$$

ดังนั้น $f''(x) = \frac{-4x^{-3}}{5}$

หรือ $f''(x) = \frac{-4}{5x^3}$



8. ให้ $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7$ จงหา $f''(1)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7$

$$f'(x) = 12x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 24x - 6$$

ดังนั้น $f''(1) = 24(1) - 6$

$$= 18$$





9. ให้ $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 10$ จงหา $f'''(3)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 10$

$$f'(x) = 16x^3 + 9x^2 - 12x$$

$$f''(x) = 48x^2 + 18x - 12$$

$$f'''(x) = 96x + 18$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } f'''(3) &= 96(3) + 18 \\ &= 306\end{aligned}$$



10. ให้ $f(x) = 5x^5 - 6x^3 + 13$ จงหา $f'''(2)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 5x^5 - 6x^3 + 13$

$$f'(x) = 25x^4 - 18x^2$$

$$f''(x) = 100x^3 - 36x$$

$$f'''(x) = 300x^2 - 36$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } f'''(2) &= 300(2)^2 - 36 \\ &= 1,164\end{aligned}$$



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.3



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องอนุพันธ์อันดับสูงไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ได้

1.

สุทธิพงษ์ปล่อยวัตถุจากที่สูงลงสู่พื้นดิน วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 16t^2$ เมตร ในเวลา t วินาที จงหา

(1.1) ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้หลังจากปล่อยวัตถุไป 3 วินาที

วิธีทำ จากวัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 16t^2$ เมตร ในเวลา t วินาที
ดังนั้น ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้หลังจากปล่อยวัตถุไป 3 วินาที คือ

$$s = 16(3)^2 = 144 \text{ เมตร}$$

(1.2) ความเร็วขณะเวลา $t = 2$ วินาที

วิธีทำ จาก $s = 16t^2$
ให้ v แทนความเร็วขณะเวลา t ใด ๆ

$$\text{จะได้ } v = \frac{ds}{dt} = 32t \text{ เมตร / วินาที}$$

ดังนั้น ความเร็วขณะเวลา t ใด ๆ เท่ากับ $32t$ เมตร / วินาที

นั่นคือ ความเร็วขณะเวลา $t = 2$ วินาที $= 32(2) = 64$ เมตร / วินาที

(1.3) ความเร่งขณะวินาที t ใด ๆ

วิธีทำ ให้ a แทนความเร่งขณะเวลา t ใด ๆ

$$\text{จาก } v = 32t \text{ เมตร / วินาที}$$

$$\text{จะได้ } a = \frac{dv}{dt} = 32 \text{ เมตร / วินาที}^2$$

นั่นคือ ความเร่งขณะวินาที t ใด ๆ เท่ากับ 32 เมตร / วินาที²

(1.4) ความเร่งขณะเวลา $t = 5$ วินาที

วิธีทำ จากความเร่งขณะวินาที t ใด ๆ เท่ากับ 32 เมตร / วินาที²

ดังนั้น ความเร่งขณะเวลา $t = 5$ วินาที เท่ากับ 32 เมตร / วินาที²

2.

อระสาโยนวัตถุขึ้นไปในอากาศ วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 128t - 16t^2$ เมตร ในเวลา t วินาที จงหา

(2.1) ระยะทางเฉลี่ยในช่วงวินาทีที่ 2 ถึงวินาทีที่ 3

วิธีทำ ระยะทางเฉลี่ยในช่วงวินาทีที่ t ถึงวินาทีที่ $t+h$ คือ

$$\begin{aligned}\frac{f(t+h)-f(t)}{h} &= \frac{f(3)-f(2)}{1} \\ &= \frac{(128(3)-16(3)^2)-(128(2)-16(2)^2)}{1} \\ &= 384-144-256+64 \\ &= 48\end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะทางเฉลี่ยในช่วงวินาทีที่ 2 ถึงวินาทีที่ 3 = 48 เมตร

(2.2) ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้หลังจากโยนวัตถุไปแล้ว 5 วินาที

วิธีทำ จากวัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 128t - 16t^2$ เมตร ในเวลา t วินาที

ดังนั้น ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้หลังจากโยนวัตถุไปแล้ว 5 วินาที คือ

$$\begin{aligned}s &= 128(5) - 16(5)^2 \\ &= 640 - 400 \\ &= 240 \text{ เมตร}\end{aligned}$$

(2.3) ความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุขณะวินาทีที่ 4

วิธีทำ จาก $s = 128t - 16t^2$

$$\text{จะได้ } v = \frac{ds}{dt} = 128 - 32t \text{ เมตร / วินาที}$$

ดังนั้น ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ เท่ากับ $128 - 32t$ เมตร / วินาที

นั่นคือ ความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุขณะวินาทีที่ 4 = $128 - 32(4)$

$$= 0 \text{ เมตร / วินาที}$$

(2.4) ความเร่งของวัตถุขณะเวลา t ใดๆ และขณะเวลา $t=2$ วินาที

วิธีทำ จาก $v = 128 - 32t$ เมตร / วินาที

$$\text{จะได้ } a = \frac{dv}{dt} = -32 \text{ เมตร/วินาที}^2$$

ดังนั้น ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ เท่ากับ -32 เมตร/วินาที²

นั่นคือ ความเร่งของวัตถุขณะเวลา $t = 2$ วินาที เท่ากับ -32 เมตร/วินาที²



3.

วัตถุชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง มีสมการเป็น $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$ โดยที่ s เป็นระยะทางจากจุดเริ่มต้นมีหน่วยเป็น เมตร เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไป t วินาที จงหา

(3.1) ระยะทางของวัตถุอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไป 2 วินาที

วิธีทำ จากวัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$ ในเวลา t วินาที
ดังนั้น ระยะทางที่วัตถุห่างจากจุดเริ่มต้นเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ได้ 2 วินาที คือ

$$\begin{aligned}s &= (2)^3 - 6(2)^2 + 9(2) + 4 \\ &= 6 \text{ เมตร}\end{aligned}$$

(3.2) หาระยะทางและความเร่ง ในขณะที่ความเร็ว เป็น ศูนย์

วิธีทำ จาก

$$s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$$

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 12t + 9$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = 6t - 12$$

ความเร็วเป็นศูนย์ เมื่อ $v(t) = \frac{ds}{dt} = 0$ จะได้

$$3t^2 - 12t + 9 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t-3)(t-1) = 0$$

$$t = 1, 3$$

ดังนั้น หาระยะทางและความเร่ง

เมื่อ $t = 1$ $s(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) + 4$

$$= 1 - 6 + 9 + 4$$

$$= 8 \text{ เมตร}$$

$$a(1) = 6(1) - 12$$

$$= -6 \text{ เมตร / (วินาที)}^2$$

เมื่อ $t = 3$ $s(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) + 4$

$$= 27 - 54 + 27 + 4$$

$$= 4 \text{ เมตร}$$

$$a(3) = 6(3) - 12$$

$$= 6 \text{ เมตร / (วินาที)}^2$$



4.

ยิงจรวดขึ้นไปบนอากาศ ซึ่งมีฟังก์ชันของการเคลื่อนที่ คือ $s(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{4t}{t+1}$ เมื่อ s เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นฟุต ส่วน t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที ขณะที่จรวดไม่มีความเร่งเลย จะมีความเร็วเป็นเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์ $s(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{4t}{t+1}$

ความเร็ว คือ $v(t) = \frac{ds}{dt} = t + \frac{4}{(t+1)^2}$

ความเร่ง คือ $a(t) = \frac{dv}{dt} = 1 - \frac{8}{(t+1)^3}$

ขณะที่จรวดไม่มีความเร่งเลย $a(t) = 0$

จะได้ $1 - \frac{8}{(t+1)^3} = 0$

$$t = 1$$

นั่นคือ ณ เวลา $t = 1$ จรวดไม่มีความเร่งเลย

หาความเร็ว $v(1) = 1 + \frac{4}{(1+1)^2}$

$$= 1 + \frac{4}{(2)^2}$$

$$= 1 + \frac{4}{4}$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

ดังนั้น ขณะที่จรวดไม่มีความเร่งเลย จะมีความเร็ว เท่ากับ 2 ฟุต / วินาที ✍

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง



ก



ก



ง



ข



ก



ง



ง



ข



ก



ก



เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะ

แบบฝึกทักษะที่ 9.1 มีจำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 15 คะแนน

➤ ข้อ 1 – 15 ข้อละ 1 คะแนน

แบบฝึกทักษะที่ 9.2 มีจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน

➤ ข้อ 1 – 10 ข้อละ 2 คะแนน

แบบฝึกทักษะที่ 9.3 มีจำนวน 4 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน

➤ ข้อ 1 มี 4 ข้อย่อย ข้อย่อยละ 1 คะแนน

➤ ข้อ 2 มี 4 ข้อย่อย

- ข้อ 2.1 ข้อละ 2 คะแนน

- ข้อ 2.2 ข้อละ 1 คะแนน

- ข้อ 2.3 ข้อละ 2 คะแนน

- ข้อ 2.4 ข้อละ 2 คะแนน

➤ ข้อ 3 มี 2 ข้อย่อย

- ข้อ 3.1 ข้อละ 1 คะแนน

- ข้อ 3.2 ข้อละ 4 คะแนน

➤ ข้อ 4 ข้อละ 4 คะแนน



แบบบันทึกคะแนน ชุดที่ 9 อนุพันธ์อันดับสูง

ชื่อ – สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ผลการประเมิน
แบบทดสอบก่อนเรียน	10		
แบบทดสอบหลังเรียน	10		
ผลการพัฒนา			

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ผลการประเมิน
แบบฝึกทักษะที่ 9.1	15		
แบบฝึกทักษะที่ 9.2	20		
แบบฝึกทักษะที่ 9.3	20		
รวม	55		

เกณฑ์การประเมิน

- ★ ผลการพัฒนา หมายถึง คะแนนสอบหลังเรียนมากกว่าก่อนเรียน
- ★ ในแต่ละแบบฝึกทักษะนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80
 - แบบฝึกทักษะที่ 9.1 นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่า 12 คะแนน
 - แบบฝึกทักษะที่ 9.2 นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่า 16 คะแนน
 - แบบฝึกทักษะที่ 9.3 นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่า 16 คะแนน

สรุปผลการประเมิน

☺ ผ่านเกณฑ์

☹ ไม่ผ่านเกณฑ์