





จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนบอกได้ว่าสัตว์ที่กินเนื้อเป็นอาหารคือสัตว์กินเนื้อ
2. นักเรียนสามารถจำแนกประเภทสัตว์ที่กินเนื้อได้
3. นักเรียนสามารถจำแนกสัตว์ที่กินพืชเป็นอาหารได้



คำถามสำหรับการใช้ใบความรู้

1. ชื่อของจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ชื่อแบบทดสอบก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ
3. ชื่อแบบทดสอบหลังเรียนซึ่งใช้แบบฝึกหัดก่อนและหลังเรียน
4. ชื่อแบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ





พบุรุษครู





นายสมยศ สารชาติ
 ตำแหน่ง ครู วิชาภาษาไทย วิชาคณิตศาสตร์
 โรงเรียนจันทบุรี
 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 3




แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง ตัวเลข

จุดประสงค์ ใช้ตัวเลขเขียนบอกค่าของตัวเลขที่ถูกต้องที่สุดของตัวเลข




1. ฟังก์ชันข้อใดเป็นลำดับ

ก. $f = \{(1,1), (3,2), (5,3), (7,4)\}$

ข. $f = \{(1,4), (2,7), (3,10), (4,13)\}$

ค. $f = \{(2,4), (4,8), (6,12), (8,16)\}$

ง. $f = \{(0,2), (1,4), (2,6), \dots\}$



2. ฟังก์ชันข้อใดไม่ใช่ลำดับ

ก. $f = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$

ข. $f = \{(1,-1), (2,-3), (3,-5), (4,4), \dots\}$

ค. $f = \{(a,b) \mid b = a^2 - 1; a \in \mathbb{I}\}$

ง. $f = \{(a,b) \mid b = 3a - 1; a \in \mathbb{I}\}$



3. ข้อใดเป็นลำดับจำกัด

 $2, 6, 10, 14, \dots$


 $1, 3, 9, 27, \dots$

 $a_n = 2n - 1$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

 $a_n = n^2 + 3$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$



4. ข้อใดเป็นลำดับอนันต์

 $1, 3, 5, 7, 9, 11$

 $-2, -4, -6, \dots, -100$

 $a_n = 3n - 1 ; n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

 $a_n = \frac{n+1}{n}$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$



5. ลำดับพหุนามหนึ่งมี $a_n = 2n^2 - 1$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $a_1 = 1$

ข. $a_2 = 7$

ค. $a_3 = 11$

ง. $a_4 = 31$



6. สามพจน์ถัดไปของ ลำดับ 1, 4, 7, 10, ... คือข้อใด

ก. 13, 18, 21

ข. 13, 16, 19

ค. 14, 18, 22

ง. 15, 20, 25



7. กำหนดลำดับ 2, 6, 12, 20,... ทอนับลงไปของลำดับนี้คือข้อใด

 24

 26

 28

 30



8. ข้อใดเป็นทอนทั่วๆไปของลำดับ 11, 13, 15, 17, ...

 $a_n = n + 10$

 $a_n = 2n + 9$

 $a_n = 3n + 8$

 $a_n = 4n + 7$



9. ลำดับ $a_n = 5 - 2n$ เขียนในรูปของพจน์ตรงกับข้อใด

 3, 5, 7, 9, ...

 5, 3, 1, -1, ...

 3, 1, -1, -3, ...

 7, 5, 3, 1, ...



10. พจน์ทั่วไปของลำดับ -1, -4, -7, -10, ... ตรงกับข้อใด

 $a_n = 2 - 3n$

 $a_n = 1 - 3n$

 $a_n = 2 - 4n$

 $a_n = 1 - 4n$



รวมคะแนน

คุณทำได้

4 คะแนน

คิดเป็นร้อยละ

40



ณ ศูนย์การเรียนรู้

เรื่อง ล่าตัว

ความฉลาดของเจ้าด้บ $\frac{1}{2}$

การหาพจน์ทั่วไปของเจ้าด้บ $\frac{1}{2}$





สาระสำคัญ

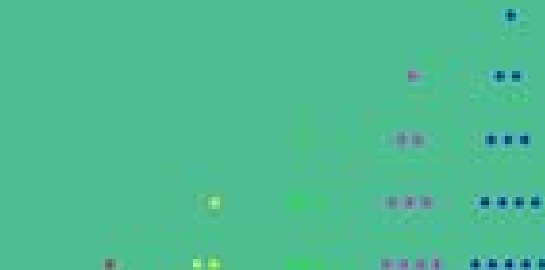
น้ำเสียง คือ พยางค์ที่มีลักษณะเป็นชุดของจำนวนเวลาที่แน่นอนที่
เกี่ยวข้องกันโดยปราศจากขีดจำกัด 1 การเขียนน้ำเสียงเขียน
สมมติการอ่านของพยางค์นั้นหรือเขียนเป็นรูปท่อนทั่วไป



เขียนด้วยมือ

เขียนด้วยมือ

1) ศึกษาความถี่กับพยางค์ของรูปต่อไปนี้



รูปที่ (1) (2) (3) (4) (5)

เขียนด้วยมือ

เขียนด้วยมือ

เขียนด้วยมือ



ในแบบรูปข้างต้น ทราบค่าสมาชิกของรูปและจำนวนจุดในรูป มี
ความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนจุด	1	3	6	10	15

จากการพิจารณาค่าความสัมพันธ์ของสมาชิกของรูปและจำนวนจุดในแบบ
รูป เป็นลำดับขั้นที่ 1 { 1, 2, 3, 4, 5 } (เป็นอีกสมการ) และ 2 { 1, 3, 6, 10, 15 }
เป็นการ

สมาชิกใหม่

นักเรียน

สมาชิกต่อไป

2) พิจารณาความสัมพันธ์ของสมาชิกต่อไปนี้

			
	
	•	••	•••
รูปที่	(1)	(2)	(3)	(4)

สมาชิกใหม่

นักเรียน

สมาชิกต่อไป



ในแบบรูปข้างต้น ทบว่าค่าเฉลี่ยของรูปแต่ละจำนวนจุดในรูป มีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	...
จำนวนจุด	1	4	9	16	...

จากตารางข้างต้นความสัมพันธ์ของค่าเฉลี่ยของรูปแต่ละจำนวนจุดในแบบรูป เป็นอีกชั้นที่มี $\{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$ เป็นโดเมน และมี $\{ 1, 4, 9, 16, \dots \}$ เป็นเรนจ์



หน้าขึ้นอีว



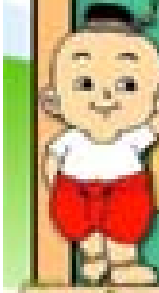
บ้านคุณช้าง

หน้าต่อไป



ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเลขของจำนวนเต็มบวก และพิพจน์เป็นฟังก์ชันใน พหุนามที่ค่ารวมเป็นพหุนามของฟังก์ชันที่เรียกว่า ค่าเฉลี่ย

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเลขของจำนวนเต็มบวกที่พหุนามที่ค่ารวมคือค่าไปมาถ โดยเริ่มตั้งแต่ 1 เรียกว่า ค่าเฉลี่ย



หน้าขึ้นอีว



บ้านคุณช้าง

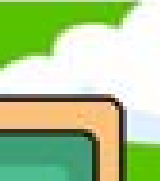
หน้าต่อไป



ลำดับที่เรียงกันเป็นลำดับที่มีสมการเป็น $\{ 1, 2, 3, \dots, n \}$ จะเรียกว่า
 ลำดับจำกัด และลำดับที่มีสมการเป็น $\{ 1, 2, 3, \dots \}$ จะเรียกว่า ลำดับอนันต์
 เมื่อรวมลำดับที่เรียงกันการเขียนลำดับจะคล้ายกับการเขียนวงเล็บ
 แต่จะมีการใส่เครื่องหมายปีกบนและปีกขวาไว้ด้วย เช่น

$$I_1 = \{ (0,1), (2,3), (3,6), (4,10), (5,15) \} \text{ เป็นลำดับ จะเขียนย่อด้วย } 1, 3, 6, 10, 15$$

$$I_2 = \{ (0,1), (2,4), (3,9), (4,16), \dots \} \text{ เป็นลำดับ จะเขียนย่อด้วย } 1, 4, 9, 16, \dots$$



ถ้า r เป็นเรียงกันของลำดับโดยกำหนดให้

$$R(1) = a_1 \text{ เรียก } a_1 \text{ ว่าพจน์ที่ } 1 \text{ ของลำดับ}$$

$$R(2) = a_2 \text{ เรียก } a_2 \text{ ว่าพจน์ที่ } 2 \text{ ของลำดับ}$$

$$R(3) = a_3 \text{ เรียก } a_3 \text{ ว่าพจน์ที่ } 3 \text{ ของลำดับ}$$

$$R(n) = a_n \text{ เรียก ว่าพจน์ที่ } n \text{ หรือพจน์ทั่วไปของลำดับ}$$





ลำดับจำนวนที่ใด ก็

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \quad \text{เป็น ลำดับเลขคณิต}$$

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots \quad \text{เป็น ลำดับเลขยกกำลัง}$$



หน้าบ้าน



หน้าบ้าน

หน้าบ้าน



การเขียนลำดับเลขยกกำลังจะอยู่ในรูป $a_n = \text{เลขยกกำลัง } n$ หรือที่เรียกว่า
จะเขียนเป็นเลขยกกำลัง เช่น

$$a_n = n^2 + 1 \quad \text{เมื่อ } n \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{จะได้ } a_1 = 1^2 + 1 = 2$$

$$a_2 = 2^2 + 1 = 5$$

$$a_3 = 3^2 + 1 = 10 \quad \text{ไปเรื่อยๆ}$$

ลำดับเลขยกกำลัง $a_n = n^2 + 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ก็คือลำดับ 2, 5, 10, 17, ..., $n^2 + 1$



หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

ข้อสังเกต

1. ถ้า a เป็นค่าเริ่มต้นแล้วจะคงมีเงื่อนไข $a_n =$ (แทนของ a) เช่น
 $2, 5, 10, 17, \dots, n^2 + 1, \dots$
2. ถ้า a เป็นค่าเริ่มต้น จะไม่มีเงื่อนไขอื่นที่
3. ในกรณีที่กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวไป ถ้าไม่ใช่ระบุโดยนัย ถือว่าเป็นค่าเริ่มต้น

หน้าถัดไป

หน้าก่อนหน้า

หน้าต่อไป

ตัวอย่างของลำดับ

- 1) $2, 5, 10, 17, 26$
- 2) $-4, 9, 16, 25, \dots, (n+1)^2, \dots$
- 3) $a_n = n^2 + 1 : n \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
- 4) $a_n = 2n + 3$

เด็กที่จบออกได้ใจความข้อใดเป็นลำดับและข้อใดเป็นลำดับอนันต์

หน้าถัดไป

หน้าก่อนหน้า

หน้าต่อไป

๓๑

เฉลย

- ข้อ 1) เป็นอ่าลับอ่ากั๊ด
- ข้อ 2) เป็นอ่าลับอ่านั๊ด
- ข้อ 3) เป็นอ่าลับอ่ากั๊ด
- ข้อ 4) เป็นอ่าลับอ่านั๊ด



หน้าบ้าน

หน้าหลัง

๓๒

แบบฝึกทักษะที่ 1.1ก

จุดประสงค์ : นักเรียนบอกได้ว่าวงจันใดเป็นอ่าลับอ่านั๊ด

เว็บไซต์แบบฝึกทักษะ



หน้าบ้าน

หน้าหลัง

วิชา คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

จงหาค่าตอบที่ถูกต้องและกลีบเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

งระที่สารณาที่รกัซันตังไปมีว้าว้อโศเป็นฉ่าดับหรือไฉนเป็นฉ่าดับ

1) $f = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,10), (6,12)\}$

  เป็นฉ่าดับ  ไฉนเป็นฉ่าดับ

นางสุพพณฉ่า

1) $f = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,10), (6,12)\}$

 เป็นฉ่าดับ

คังมมาก ...

ถ้าฉ่าฉ่าไป



$$2) f = \{(1,1), (2,3), (3,5), \dots, (9,17)\}$$



เป็นลำดับ



ไม่เป็นลำดับ



$$2) f = \{(1,1), (2,3), (3,5), \dots, (9,17)\}$$

 เป็นลำดับ

ดู ดู เอะ



ถ้าเจอต่อไป



$$3) f = \{(-1,1), (-2,2), (-3,3), \dots\}$$



เป็นลำดับ



ไม่เป็นลำดับ

เป็นจุดทศนิยม



$$4) f = \{(1,1), (2,-1), (3,2), (4,-2), \dots\}$$



เป็นลำดับ

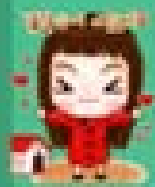


ไม่เป็นลำดับ

เป็นจุดทศนิยม



$$5) f = \{(0,-3), (1,3), (2,2), (3,5), (4,2)\}$$



เป็นลำดับ

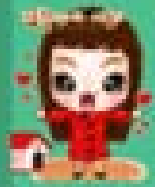


ไม่เป็นลำดับ

เป็นลำดับ



$$6) f = \{(1,a), (2,b), (3,c), (4,d), \dots\}$$



เป็นลำดับ



ไม่เป็นลำดับ

เป็นลำดับ



$$7) f = \{(x,y) / y = 2x ; x \in I\}$$



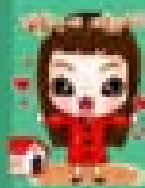
เป็นค่าตัว



ไม่เป็นค่าตัว



$$8) f = \{(x,y) / y = 3x-1 ; x \in I\}$$



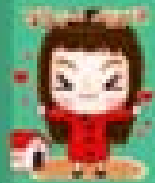
เป็นค่าตัว



ไม่เป็นค่าตัว



$$9) f = \{(x,y) / y = x^2 + 1 : x \in \mathbb{R}\}$$



 เป็นฉ่าลับ

 ไม่เป็นฉ่าลับ



$$10) f = \{(x,y) / y = 2x + 3 : x \in \mathbb{I}\}$$



 เป็นฉ่าลับ

 ไม่เป็นฉ่าลับ

จงพิจารณาข้อใดเป็นลำดับจำกัดข้อใดเป็นลำดับอนันต์

1) 3, 6, 9, 12, 15, 18



ลำดับจำกัด



ลำดับอนันต์



2) 5, 8, 11, 14, ..., $3n+2$, ...



ลำดับจำกัด



ลำดับอนันต์



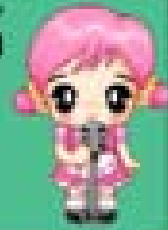
3) 1, 3, 5, 7, ..., 101



ส้มจุกัด



มะนาวมันต



ลิขสิทธิ์ © 2015

4) 3, 4, 5, 6, ..., 50



ส้มจุกัด



มะนาวมันต



ลิขสิทธิ์ © 2015

$$5) -1, -3, -5, -7, \dots, 1-2n, \dots$$



ลำดับจำกัด



ลำดับอนันต์



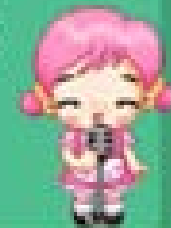
$$6) a_n = 2n^2 + 3 \text{ เมื่อ } n \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$



ลำดับจำกัด



ลำดับอนันต์



7) $a_n = 3n + 1$

 ลำดับจำกัด  ลำดับอนันต์



The image shows a green chalkboard with a wooden frame. At the top center, the equation $a_n = 3n + 1$ is written. Below the equation, there are two options: an orange icon followed by the text 'ลำดับจำกัด' (finite sequence) and a lemon icon followed by 'ลำดับอนันต์' (infinite sequence). On the left side of the board, there is a cartoon girl with a globe. On the right side, there is a cartoon girl with pink hair holding a microphone. At the bottom center of the board, there is a small house icon with the text 'คณิตศาสตร์' (mathematics) below it.

ความหมายของ $n \in \mathbb{I}$

8) $a_n = 2n^2 - 3$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}$

 ลำดับจำกัด  ลำดับอนันต์



The image shows a green chalkboard with a wooden frame. At the top left, there is a small wooden sign that says 'ความหมายของ $n \in \mathbb{I}$ '. In the center of the board, the equation $a_n = 2n^2 - 3$ is written, followed by 'เมื่อ $n \in \mathbb{I}$ '. Below the equation, there are two options: an orange icon followed by the text 'ลำดับจำกัด' (finite sequence) and a lemon icon followed by 'ลำดับอนันต์' (infinite sequence). On the left side of the board, there is a cartoon girl with a globe. On the right side, there is a cartoon girl with pink hair holding a microphone. At the bottom center of the board, there is a small house icon with the text 'คณิตศาสตร์' (mathematics) below it.

$$9) a_n = \frac{1}{n^2} \text{ เมื่อ } n \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$



ถ้าลับจำกัด



ถ้าลบบอนันต์



$$10) 3, 9, 27, 81, \dots, 3^n, \dots$$



ถ้าลับจำกัด



ถ้าลบบอนันต์



รวมคะแนนแบบฝึกหัดทักษะที่ 1.1 ก

คุณทำได้ **11** คะแนน

จากทั้งหมด 20 คะแนน

คิดเป็นร้อยละ

55

เข้าสอบ

หน้าหลัก

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสูตรแรกของลำดับ $a_n = 2n + 3$

วิธีทำ

$$a_1 = 2(1) + 3 = 5$$

$$a_2 = 2(2) + 3 = 7$$

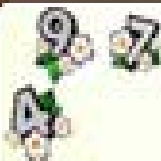
$$a_3 = 2(3) + 3 = 9$$

$$a_4 = 2(4) + 3 = 11$$

ดังนั้น สูตรแรกของลำดับคือ 5, 7, 9, 11

หน้าหลัก

เข้าสอบ



ตัวอย่างที่ 2 จงหาสูตรนัยแรกของลำดับ $a_n = \frac{n}{2n-1}$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{2(1)-1} = \frac{1}{2-1} = 1$

$a_2 = \frac{2}{2(2)-1} = \frac{2}{4-1} = \frac{2}{3}$

$a_3 = \frac{3}{2(3)-1} = \frac{3}{6-1} = \frac{3}{5}$

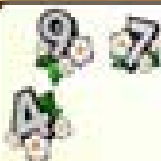
$a_4 = \frac{4}{2(4)-1} = \frac{4}{8-1} = \frac{4}{7}$

ดังนั้น สูตรนัยแรกของลำดับคือ $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}$

หน้าขึ้น



หน้าต่อไป



ตัวอย่างที่ 3 จงหาสูตรนัยแรกของลำดับ $a_n = 2n^2 - 1$

วิธีทำ $a_1 = 2(1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$

$a_2 = 2(2)^2 - 1 = 2(4) - 1 = 7$

$a_3 = 2(3)^2 - 1 = 2(9) - 1 = 17$

$a_4 = 2(4)^2 - 1 = 2(16) - 1 = 31$

ดังนั้น สูตรนัยแรกของลำดับคือ $1, 7, 17, 31$

หน้าขึ้น



หน้าต่อไป



ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลรวมแรกของลำดับ $a_n = \frac{2+(-1)^n}{n}$



วิธีทำ $a_1 = \frac{2+(-1)^1}{1} = \frac{2-1}{1} = 1$

$$a_2 = \frac{2+(-1)^2}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = \frac{2+(-1)^3}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

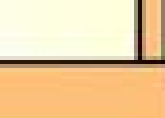
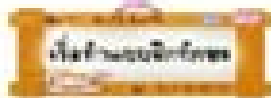
$$a_4 = \frac{2+(-1)^4}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ผลรวมแรกของลำดับคือ $1, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}$



แบบฝึกหัดที่ 1.1 ข

จุดประสงค์ : นักเรียนหาผลรวมแรกของลำดับที่กำหนดให้เป็นรูปท่อนหัวไปท้าย





ให้นักเรียนพิมพ์ชื่อพจน์แรกของลำดับ ที่กำหนดต่อไปนี้
โดยใช้เมสจิกติกและพิมพ์ลงในช่องว่างที่ถูกต้อง



1) $a_n = 3n - 2$

ชื่อพจน์แรกของลำดับคือ , , ,



ถ้ายังไม่เข้าใจ



2) $a_n = \frac{n}{n+2}$ ตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ



ชื่อพจน์แรกของลำดับคือ $\frac{\square}{\square}$, $\frac{\square}{\square}$, $\frac{\square}{\square}$, $\frac{\square}{\square}$



ถ้ายังไม่เข้าใจ

3) $a_n = \frac{1}{3n}$ ตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ



สี่พจน์แรกของลำดับคือ



ถ้ายังไม่เข้าใจ

4) $a_n = (-1)^n n^2$



สี่พจน์แรกของลำดับคือ

--	--	--	--



ถ้ายังไม่เข้าใจ



5) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)}$ **ตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ**



สี่พจน์แรกของลำดับคือ



ถ้ายังไม่ไป



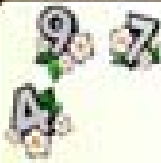
6) $a_n = \frac{1}{2^n - 1}$ **ตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ**



สี่พจน์แรกของลำดับคือ



ผลการทำแบบฝึกหัด >>



รวมคะแนนแบบฝึกหัดที่ 1.1 ข

คุณทำได้ 0 คะแนน

ดูเฉลยและวิธีทำ

จากทั้งหมด 6 คะแนน
คิดเป็นร้อยละ

0



คลังข้อสอบ



$$1) a_n = 3n - 2$$

วิธีทำ

$$a_1 = 3(1) - 2 = 1$$

$$a_2 = 3(2) - 2 = 4$$

$$a_3 = 3(3) - 2 = 7$$

$$a_4 = 3(4) - 2 = 10$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกคือ 1, 4, 7, 10



ขอตกลับไป >>



คลังข้อสอบ



$$2) a_n = \frac{n}{n+2}$$

วิธีทำ

$$a_1 = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$a_2 = \frac{2}{2+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$$

$$a_4 = \frac{4}{4+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



ดังนั้นสี่พจน์แรกคือ $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$



$$3) a_n = \frac{1}{3n}$$

วิธีทำ

$$a_1 = \frac{1}{3(1)} = \frac{1}{3}$$

$$a_2 = \frac{1}{3(2)} = \frac{1}{6}$$

$$a_3 = \frac{1}{3(3)} = \frac{1}{9}$$

$$a_4 = \frac{1}{3(4)} = \frac{1}{12}$$



ดังนั้นสี่พจน์แรกคือ $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}$





$$4) a_n = (-1)^n n^2$$

วิธีทำ $a_1 = (-1)^1 \times 1^2 = -1$

$$a_2 = (-1)^2 \times 2^2 = 1 \times 4 = 4$$

$$a_3 = (-1)^3 \times 3^2 = (-1) \times 9 = -9$$

$$a_4 = (-1)^4 \times 4^2 = 1 \times 16 = 16$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกคือ -1, 4, -9, 16



ขอตต่อไป -->



$$5) a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)}$$

วิธีทำ $a_1 = \frac{(-1)^{1+1}}{1(1+1)} = \frac{1}{2}$

$$a_2 = \frac{(-1)^{2+1}}{2(2+1)} = \frac{-1}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^{3+1}}{3(3+1)} = \frac{1}{12}$$

$$a_4 = \frac{(-1)^{4+1}}{4(4+1)} = \frac{-1}{20} = -\frac{1}{20}$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกคือ $\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{20}$



ขอตต่อไป -->



$$6) a_n = \frac{1}{2^n - 1}$$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{2^1 - 1} = \frac{1}{1} = 1$

$$a_2 = \frac{1}{2^2 - 1} = \frac{1}{4 - 1} = \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{2^3 - 1} = \frac{1}{8 - 1} = \frac{1}{7}$$

$$a_4 = \frac{1}{2^4 - 1} = \frac{1}{16 - 1} = \frac{1}{15}$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกคือ $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{15}$



การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ เป็นการเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูป
ที่มี n เป็นตัวแปร

เมื่อแทน n ด้วยสมาชิกในเซต $\{1, 2, 3, \dots, m\}$ แล้วจะได้พจน์ที่
 $1, 2, 3, \dots, m$ ของลำดับที่กำหนด

การหาพจน์ทั่วไปใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และ
สังเกตความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่ของพจน์ด้วย



ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

- 1) 2, 6, 10, 14, ...
- 2) 13, 10, 7, 4, ...
- 3) -5, -3, -1, 1, ...
- 4) 3, 0, -3, -6, ...

หน้าขึ้นชื่อ

หน้าลงชื่อ

หน้าลงชื่อ

วิธีทำ 1) 2, 6, 10, 14, ...

พิจารณาลำดับจะพบว่า พจน์ที่ n (a_n) สมมติพจน์ก่อนหน้าที่อยู่ติดกัน (a_{n-1})

เท่ากับ 4 ตลอด

$$a_1 = 2 = 4(1) - 2$$

$$a_2 = 6 = 4(2) - 2$$

$$a_3 = 10 = 4(3) - 2$$

$$a_4 = 14 = 4(4) - 2$$

จะได้ $a_n = 4n - 2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

หน้าขึ้นชื่อ

หน้าลงชื่อ

หน้าลงชื่อ

การหาผลพหุคูณไปของลำดับ

2) 13, 10, 7, 4, ...

วิธีทำ พิจารณาลำดับจะพบว่า $a_{n+1} - a_n = 10 - 13 = 7 - 10 = 4 - 7 = -3$

$$a_1 = 13 = -3(1) + 16$$

$$a_2 = 10 = -3(2) + 16$$

$$a_3 = 7 = -3(3) + 16$$

$$a_4 = 4 = -3(4) + 16$$

จะได้ $a_n = -3n + 16$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

หรือ $a_n = 16 - 3n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4\}$



หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

3) -5, -3, -1, 1, ...

วิธีทำ พิจารณาลำดับจะพบว่า $a_{n+1} - a_n = (-3) - (-5) = 2$ หรือ

$$a_1 = -5 = 2(1) - 7$$

$$a_2 = -3 = 2(2) - 7$$

$$a_3 = -1 = 2(3) - 7$$

$$a_4 = 1 = 2(4) - 7$$

จะได้ $a_n = 2n - 7$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4\}$



หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

ข้อสังเกต พจน์ทั่วไปของลำดับที่มีพจน์หลัง (a_{n+1}) ลบด้วยพจน์หน้าที่อยู่ติดกัน

(a_n) เท่ากับเสมอ จะมีค่า $a_n = dn + c$ เมื่อ $d = a_{n+1} - a_n$

n = ลำดับพจน์ที่ และ $c = a_n - dn$

จากตัวอย่างที่ 1 ข้อ 3) $d = 2$; $a_1 = -5$ จะได้ $c = a_1 - 2(1) = -5 - 2 = -7$

จะได้ $a_n = 2n - 7$

หมายเหตุ จะใช้ค่า a_2, a_3, \dots ในการหาค่า c ก็ได้ แต่ถ้า n จะเป็น $2, 3, \dots$ ตามลำดับพจน์ที่

หน้าขึ้นชื่อ



หน้าต่อไป

ตัวอย่างที่ 1 ข้อ 4) $3, 0, -3, -6, \dots$

สูตร $a_n = dn + c$

$$d = 0 - 3 = -3 - 0 = -6 - (-3) = -3$$

สมมติ $a_2 = 0$

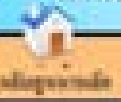
$$\text{ดังนั้น } c = a_n - dn$$

$$c = a_2 - (-3)(2) = 0 - (-6) = 6$$

ดังนั้น $a_n = -3n + 6$



หน้าขึ้นชื่อ



หน้าต่อไป

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

- 1) 2, 4, 8, 16, ...
- 2) 1, 4, 9, 16, ...
- 3) $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$
- 4) -1, 3, -4, 5, ...
- 5) 0.2, 0.02, 0.002, 0.0002, ...



สมาชิกเนอว์



สมาชิกเนอว์



สมาชิกเนอว์

สมาชิกเนอว์

- 1) 2, 4, 8, 16, ...

วิธีทำ พิจารณา $a_{n+1} - a_n$ ไม่เท่ากัน จึงใช้วิธีสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์กับลำดับที่ของพจน์

$$a_1 = 2 = 2^1$$

$$a_3 = 8 = 2^3$$

$$a_2 = 4 = 2^2$$

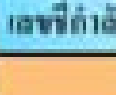
$$a_4 = 16 = 2^4$$

ดังนั้น $a_n = 2^n$

ข้อสังเกต ค่าของพจน์แต่ละพจน์มีค่าเป็นเลขยกกำลังก่า 2 มีฐานคงที่เป็น 2 และ เลขชี้กำลังเท่ากับลำดับที่ของพจน์



สมาชิกเนอว์



สมาชิกเนอว์



สมาชิกเนอว์

สมาชิกเนอว์

2) $1, 4, 9, 16, \dots$

วิธีทำ

$$a_1 = 1 = 1^2$$

$$a_3 = 9 = 3^2$$

$$a_2 = 4 = 2^2$$

$$a_4 = 16 = 4^2$$

ดังนั้น $a_n = n^2$

ข้อสังเกต ถ้าของมกแต่ละพจน์มีกบเป็นเลขยกกำลัง มีฐานเท่ากับลำดับที่ของพจน์และเลขชี้กำลังคงที่ที่เป็น 2



หน้าบ้าน



หน้าบ้าน



หน้าบ้าน

3) $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$

วิธีทำ

$$a_1 = \frac{1}{4} = \frac{1}{1+3}$$

$$a_3 = \frac{1}{6} = \frac{1}{3+3}$$

$$a_2 = \frac{1}{5} = \frac{1}{2+3}$$

$$a_4 = \frac{1}{7} = \frac{1}{4+3}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{1}{n+3}$



หน้าบ้าน



หน้าบ้าน



หน้าบ้าน

4) $-2, 3, -4, 5, \dots$

วิธีทำ

$$a_1 = -2 = (-1)^1(1+1)$$

$$a_3 = -4 = (-1)^3(3+1)$$

$$a_2 = 3 = (-1)^2(2+1)$$

$$a_4 = 5 = (-1)^4(4+1)$$

ดังนั้น $a_n = (-1)^n(n+1)$



หน้าบ้าน



หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

5) $0.2, 0.02, 0.002, 0.0002, \dots$

วิธีทำ

$$a_1 = 0.2 = \frac{2}{10^1}$$

$$a_3 = 0.002 = \frac{2}{10^3}$$

$$a_2 = 0.02 = \frac{2}{10^2}$$

$$a_4 = 0.0002 = \frac{2}{10^4}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{2}{10^n}$



หน้าบ้าน



หน้าบ้าน

หน้าบ้าน

แบบฝึกทักษะที่ 1.2

จุดประสงค์ : นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้

ชื่อท่านบนฝึกทักษะ

หน้าที่ยกย่อง

หน้าที่ยกย่อง

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่ต่อไปนี้โดยเลือกอักษรภาษาอังกฤษจากตัวอักษรทางขวาเมื่อตัวอักษรมาตัวที่ n ในช่องว่างด้านหน้าแต่ละข้อ

- 1. 3, 5, 7, 9, ...
- 2. 2, 5, 8, 11, ...
- 3. 3, 6, 9, 12, ...
- 4. 2, 3, 4, 5, ...
- 5. -1, -3, -5, -7, ...

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| a) $a_n = 3n$ | h) $a_n = n+1$ |
| b) $a_n = -5n-1$ | i) $a_n = 1-2n$ |
| c) $a_n = 2n+1$ | k) $a_n = 2n-3$ |
| d) $a_n = \frac{n}{5^{n-1}}$ | l) $a_n = 5-n$ |
| e) $a_n = 3n-1$ | m) $a_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ |
| f) $a_n = 3^{n-1}$ | n) $a_n = \frac{n}{n+1}$ |
| g) $a_n = 2^{3-n}$ | o) $a_n = \frac{3n-1}{2}$ |
| h) $a_n = \frac{3}{10^{n-1}}$ | |



จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้โดยเลือกอักษรภาษาอังกฤษจากตัวเอียงทาง
ขวามือแล้วกลั๊กขึ้นมาใส่ที่พิมพ์ในช่องว่างด้านหน้าแต่ละข้อ

6. $-1, 1, 3, 5, \dots$

7. $-6, -11, -16, -21, \dots$

8. $4, 3, 2, 1, \dots$

9. $1, 3, 9, 27, \dots$

10. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

a) $a_n = 3n$

b) $a_n = -5n-1$

c) $a_n = 2n+1$

d) $a_n = \frac{n}{5^{n+1}}$

e) $a_n = 3n-1$

f) $a_n = 3^{n-1}$

g) $a_n = 2^{3n}$

h) $a_n = \frac{3}{10^{n+1}}$

i) $a_n = n+1$

j) $a_n = 1-2n$

k) $a_n = 2n-3$

l) $a_n = 5-n$

m) $a_n = \frac{1}{3^{n+1}}$

n) $a_n = \frac{n}{n+1}$

o) $a_n = \frac{3n-1}{3}$



ภาคสามของตัวแปรของลำดับ

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้โดยเลือกอักษรภาษาอังกฤษจากตัวเอียงทาง
ขวามือแล้วกลั๊กขึ้นมาใส่ที่พิมพ์ในช่องว่างด้านหน้าแต่ละข้อ

11. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

12. $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{25}, \frac{4}{125}, \dots$

13. $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}, \frac{11}{3}, \dots$

14. $0.03, 0.003$
 $, 0.0003, 0.00003$

15. $16, 8, 4, 2, \dots$

a) $a_n = 3n$

b) $a_n = -5n-1$

c) $a_n = 2n+1$

d) $a_n = \frac{n}{5^{n+1}}$

e) $a_n = 3n-1$

f) $a_n = 3^{n-1}$

g) $a_n = 2^{3n}$

h) $a_n = \frac{3}{10^{n+1}}$

i) $a_n = n+1$

j) $a_n = 1-2n$

k) $a_n = 2n-3$

l) $a_n = 5-n$

m) $a_n = \frac{1}{3^{n+1}}$

n) $a_n = \frac{n}{n+1}$

o) $a_n = \frac{3n-1}{3}$



รวมคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 1.2

คุณทำได้ 0 คะแนน

ดูเฉลย

จากทั้งหมด 15 คะแนน

คิดเป็นร้อยละ

0



เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.2

1. $a_n = 2n + 1$

6. $a_n = 2n - 3$

11. $a_n = \frac{n}{n+1}$

2. $a_n = 3n - 1$

7. $a_n = -5n - 1$

12. $a_n = \frac{n}{3^{n-1}}$

3. $a_n = 3n$

8. $a_n = 5 - n$

13. $a_n = \frac{3n-1}{3}$

4. $a_n = n + 1$

9. $a_n = 3^{n-1}$

14. $a_n = \frac{3}{10^{n+1}}$

5. $a_n = 1 - 2n$

10. $a_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

15. $a_n = 2^{2-n}$

ดูวิธีทำแบบฝึกทักษะ 1.2

แบบวิธีที่สามแบบอีกทีค่ะ 1.2

😊 1. 3, 5, 7, 9, ...

วิธีทำ $d = 5 - 3 = 7 - 5 = 9 - 7 = 2$

(ให้ $d = a_{n+1} - a_n$)

$a_1 = 3 = 2(1) + 1$

$a_2 = 5 = 2(2) + 1$

$a_3 = 7 = 2(3) + 1$

ดังนั้น $a_n = 2n + 1$

ขอบคุณ -->

😊 5. -1, -3, -5, -7, ...

วิธีทำ $d = (-3) - (-1) = (-3) + 1 = -2$

$a_1 = -1 = -2(1) + 1$

$a_2 = -3 = -2(2) + 1$

$a_3 = -5 = -2(3) + 1$

ดังนั้น $a_n = -2n + 1$ หรือ $a_n = 1 - 2n$

ขอบคุณ -->

6. $-1, 1, 3, 5, \dots$

วิธีทำ $d = 1 - (-1) = 3 - 1 = 5 - 3 = 2$

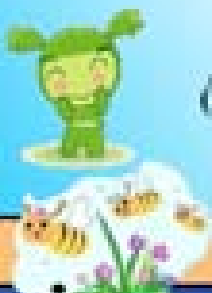
$$a_1 = -1 = 2(1) - 3$$

$$a_1 = 2(1) - 3$$

ดังนั้น $a_n = 2n - 3$

(ใช้สังเกตจาก $a_1 = 2(1) - 3$ พบว่าคล้ายกันได้)

ข้อต่อไป -->



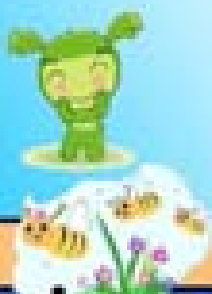
7. $-6, -11, -16, -21, \dots$

วิธีทำ $d = (-11) - (-6) = (-11) + 6 = -5$

$$a_1 = -6 = -5(1) - 1$$

ดังนั้น $a_n = -5n - 1$

ข้อต่อไป -->





8. 4, 3, 2, 1, ...

วิธีทำ $d = 3 - 4 = 2 - 3 = 1 - 2 = -1$

$$a_1 = 4 = -1(1) + 5$$

ดังนั้น $a_n = -n + 5$ หรือ $a_n = 5 - n$

ขอมต่อไป -->

9. 1, 3, 9, 27, ...

วิธีทำ ข้อสังเกตแต่ละพจน์เขียนเป็นเลขยกกำลังโดยมีฐานเป็น 3 ได้

$$a_1 = 1 = 3^0$$

$$a_2 = 3 = 3^1$$

$$a_3 = 9 = 3^2$$

ดังนั้น $a_n = 3^{n-1}$

(เลขชี้กำลังน้อยกว่าหอยคำด้นพจน์อยู่ 1)

ขอมต่อไป -->

10. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

วิธีทำ เมื่อมองจากเศษเท่ากับ 1 คงตัว ที่ลดทอนส่วน 1, 3, 9, 27, ...

ซึ่งจะได้ตามข้อ 9 คือ $a_n = 3^{n-1}$



ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

ขอต่อไป -->

11. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

วิธีทำ $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{n}{n+1}$$



ข้อสังเกตจำนวนที่เป็นเศษเท่ากับเลขลำดับพจน์ที่
และจำนวนที่เป็นส่วนมากกว่าเลขลำดับพจน์ที่อยู่ 1

ดังนั้น $a_n = \frac{n}{n+1}$

ขอต่อไป -->

$$12. 1, \frac{2}{5}, \frac{3}{25}, \frac{4}{125}, \dots$$

ถัดไป →

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{5^0}$

$$a_2 = \frac{2}{5} = \frac{2}{5^1}$$

$$a_3 = \frac{3}{25} = \frac{3}{5^2}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{n}{5^{n-1}}$

ข้อสังเกต จำนวนที่เป็นสมาชิกกับเลขชี้กำลังที่พจน์และจำนวนที่เป็นส่วน
เป็นเลขยกกำลังฐานเท่ากับ 5 เลขชี้กำลังน้อยกว่าเลขชี้กำลังพจน์ที่อยู่ 1



$$13. \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}, \frac{11}{3}, \dots$$

วิธีทำ เนื่องจากเลขส่วนคงที่เป็น 3 จึงคิดเฉพาะเศษ 2, 5, 8, 11

เนื่องจาก $5 - 2 = 8 - 5 = 11 - 8 = 3$

$$a_1 = 2 = 3(1) - 1$$

$$a_n = 3n - 1$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของนี้ $a_n = \frac{3n - 1}{3}$

ถัดไป →



14. 0.03 , 0.003 , 0.0003 , 0.00003

ขอต่อไป -->

วิธีทำ $a_1 = 0.03 = \frac{3}{100} = \frac{3}{10^2}$

$$a_2 = 0.003 = \frac{3}{1000} = \frac{3}{10^3}$$

$$a_3 = 0.0003 = \frac{3}{10000} = \frac{3}{10^4}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{3}{10^{n+1}}$

(ทุกพจน์มีเลขชี้กำลังของ 10 มากกว่าพจน์ก่อนที่อยู่มากกว่า 1)



15. 16 , 8 , 4 , 2 , ...



วิธีทำ $a_1 = 16 = 2^4$

$$a_2 = 8 = 2^3$$

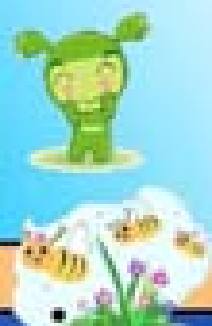
$$a_3 = 4 = 2^2$$

$$a_4 = 2 = 2^1$$

ดังนั้น $a_n = 2^{5-n}$

ข้อสังเกต ลำดับเป็นเลขยกกำลังมีฐานคงที่คือ 2 เลขชี้กำลัง

4, 3, 2, 1 เขียนในรูปพจน์ทั่วไปเหมือนข้อ 8 ได้ $a_n = 5 - n$



แบบทดสอบเชิงใจซ

เรื่อง จำนวน

คำชี้แจง ใช้บัตรใจซเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว



2. พหุคูณข้อใดเป็นลำดับ

- ก. $f = \{(0,2), (1,4), (2,6), \dots\}$
- ข. $f = \{(1,1), (3,2), (5,3), (7,4)\}$
- ค. $f = \{(2,4), (4,8), (6,12), (8,16)\}$
- ง. $f = \{(1,4), (2,7), (3,10), (4,13)\}$



2. ช่วงชั้นข้อใดเป็นลำดับ

๑. $i = \{(1,4),(2,7),(3,10),(4,13)\}$

ถูกต้อง

ถ้าผิดต่อไป

3. ข้อใดเป็นลำดับอนันต์

ก. $-2, -4, -6, \dots, -100$

ข. $1, 3, 5, 7, 9, 11$

ค. $a_n = \frac{n+1}{n}$ เมื่อ $n \in i'$

ง. $a_n = 3n - 1 ; n \in \{1,2,3,4,5\}$

3. ข้อใดเป็นลำดับอนันต์



ตอบถูกที

ก. $-2, -4, -6, \dots, -100$

ข. $1, 3, 5, 7, 9, 11$

ค. $a_n = \frac{n+1}{n}$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

ง. $a_n = 3n - 1 ; n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ถ้ายังไม่เข้าใจ



4. ข้อใดเป็นลำดับจำกัด



ก. $a_n = n^2 + 3$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

ข. $a_n = 2n - 1$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

ค. $1, 3, 9, 27, \dots$

ง. $2, 6, 10, 14, \dots$



5. ลำดับชุดหนึ่งมี $a_n = 2n^2 - 1$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $a_1 = 1$

ข. $a_2 = 7$

ค. $a_3 = 11$

ง. $a_4 = 31$

ใบนี้เป็นพระ

ดูวิธีทำ

ถ้าผิดต่อไป

6. ถ้าพจน์ลำดับ 2, 6, 12, 20,... พจน์ถัดไปของลำดับนี้คือข้อใด

ก. 30

ข. 28

ค. 26

ง. 24

7. สามท่อนถัดไปของ ลำดับ $1, 4, 7, 10, \dots$ คือข้อใด

ก. 15, 20, 25

ข. 14, 18, 22

ค. 13, 16, 19

ง. 13, 18, 21



8. ลำดับ $a_n = 5 - 2n$ เขียนในรูปดอกจอกตรงกับข้อใด

ก. 7, 5, 3, 1, ...

ข. 3, 1, -1, -3, ...

ค. 5, 3, 1, -1, ...

ง. 3, 5, 7, 9, ...



9. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ 11, 13, 15, 17, ...

ก. $a_n = 2n + 9$

ข. $a_n = n + 10$

ค. $a_n = 4n + 7$

ง. $a_n = 3n + 8$



10. พจน์ทั่วไปของลำดับ -1, -4, -7, -10, ... ตรงกับข้อใด

ก. $a_n = 1 - 3n$

ข. $a_n = 2 - 3n$

ค. $a_n = 1 - 4n$

ง. $a_n = 2 - 4n$



สรุปผลการทำแบบทดสอบ

แบบทดสอบก่อนเรียนได้คะแนน	4	คะแนน
แบบทดสอบหลังเรียนได้คะแนน	1	คะแนน
ความก้าวหน้า	-3	คะแนน

ศูนย์สุขภาพเด็ก

นักเรียนต้องกรอออกจากบทเรียนใช่หรือไม่

ใช่

ไม่ใช่