

คำชี้แจงสำหรับครู

เมื่อครูผู้สอนได้นำแบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค32203 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ไปใช้ให้ปฏิบัติดังนี้



1. ศึกษาคู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค32203 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. ทดสอบความรู้ก่อนเรียนเพื่อวัดพื้นฐานความรู้ของนักเรียนแต่ละคน
3. ชี้แจงให้นักเรียนอ่านคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะ และปฏิบัติตามขั้นตอนหรือตามคำชี้แจงที่ระบุไว้
4. ชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือรูปแบบ STAD ที่มีการประเมินจากคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม
5. ถ้านักเรียนคนใดมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ หรือวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือรูปแบบ STAD ครูควรอธิบายชี้แนะเสริมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น
6. ครูผู้สอนสรุปผลการพัฒนาของนักเรียนหลังจากการใช้แบบฝึกทักษะแต่ละชุด

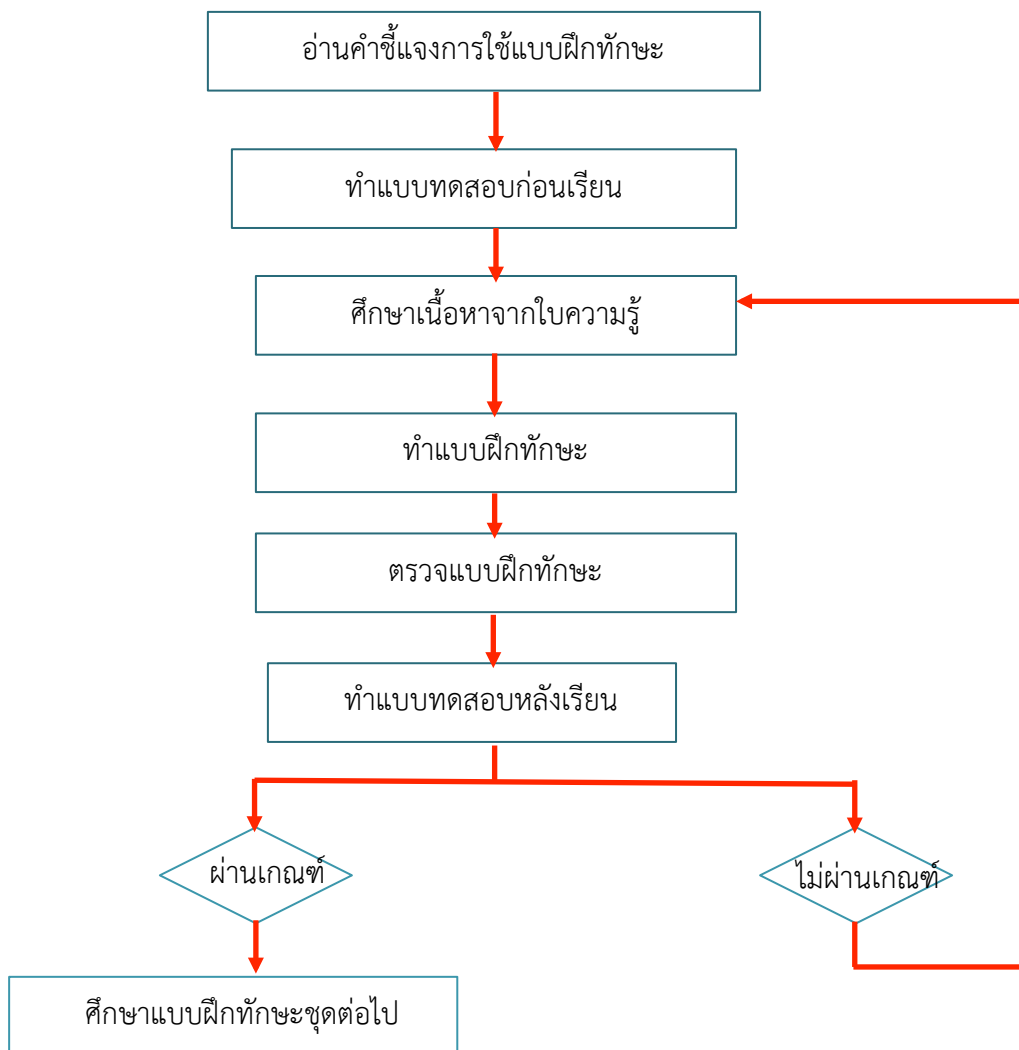
คำชี้แจงสำหรับนักเรียน

แบบฝึกทักษะรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค32203 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบฝึกทักษะที่นักเรียนสามารถศึกษาเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ขอให้เรียนอ่านคำชี้แจงและปฏิบัติตามขั้นตอน ดังนี้

1. อ่านคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจอย่างละเอียด และศึกษาผลการเรียนรู้ เพื่อจะได้ทราบว่า เมื่อเรียนจบแบบฝึกทักษะนี้แล้วนักเรียนจะได้รับความรู้อะไรบ้าง
2. แบบฝึกทักษะนี้ใช้เวลาศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมทั้งหมด 3 คาบเรียน ปฏิบัติกิจกรรมตามลำดับ ดังนี้
 - 2.1 ทำแบบทดสอบก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ ด้วยความซื่อสัตย์ เปลี่ยนกันตรวจคำตอบ แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน
 - 2.2 ศึกษาใบความรู้ที่ 1
 - 2.3 ทำแบบฝึกทักษะที่ 1.1
 - 2.4 ทำแบบฝึกทักษะที่ 1.2
 - 2.5 ศึกษาใบความรู้ที่ 2
 - 2.6 ทำแบบฝึกทักษะที่ 2.1
 - 2.7 ศึกษาใบความรู้ที่ 3
 - 2.8 ทำแบบฝึกทักษะที่ 3.1
3. ในแต่ละแบบฝึกทักษะเมื่อทำเสร็จแล้วจึงตรวจสอบความถูกต้องจากเฉลย แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน
4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ ด้วยความซื่อสัตย์ เปลี่ยนกันตรวจคำตอบ แล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน เพื่อเปรียบเทียบกับคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน หากคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 นักเรียนควรย้อนกลับไปศึกษาเนื้อหาซ้ำอีกรอบ
5. นักเรียนบันทึกคะแนนความก้าวหน้า เพื่อประเมินพัฒนาการของแต่ละกลุ่ม



แผนผังแสดงขั้นตอนการเรียนรู้
โดยใช้แบบฝึกทักษะรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค32203
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
เล่มที่ 3 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด





สาระสำคัญ / ผลการเรียนรู้ / จุดประสงค์การเรียนรู้

สาระสำคัญ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นวิธีการนำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเรียง โดยถือลำดับหรือตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ ซึ่งความรู้เรื่องนี้จะประโยชน์ในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการนำสิ่งของทั้งหมด n สิ่ง มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น จะได้ จำนวนวิธีทั้งหมด $n!$ วิธี

ถ้ามีสิ่งของ m ชุดที่แตกต่างกัน แต่ละชุดมี n สิ่งแตกต่างกัน นำสิ่งของ m ชุดมาวางเรียงเป็นแถวยาว โดยวางสลับกันทีละ k สิ่ง เมื่อ k หาร n ลงตัว

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน} = m! \underbrace{(n! \ n! \ \dots \ n!)}_{m \text{ ชุด}} = m! (n!)^m \text{ วิธี}$$

ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการนำสิ่งของคราวละ r สิ่ง ($r \leq n$) มาเรียงสับเปลี่ยน

เชิงเส้น จะมีวิธีจัดเรียงได้ $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

ผลการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1 หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดได้
- 1.2 หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของหลายชุดที่แตกต่างกันสลับกันได้
- 1.3 หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน โดยนำมาจัดเรียงคราวละ r สิ่งได้

2. ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

- 2.1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้
- 2.2 ให้เหตุผลในการแสดงขั้นตอนการหาคำตอบ
- 2.3 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ

3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียน

- 3.1 มีความซื่อสัตย์สุจริต
- 3.2 มีวินัย
- 3.3 ใฝ่เรียนรู้
- 3.4 มุ่งมั่นในการทำงาน



แบบทดสอบก่อนเรียน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค32203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เล่มที่ 3 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

คำชี้แจง เลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นแล้วทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ
 ใช้ข้อมูลนี้ตอบคำถามข้อ 1 – 3

ตัวอักษรคำว่า ORIENTAL นำอักษรทั้งหมด
 มาจัดเป็นคำใหม่โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

1. ถ้าไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม จะมีวิธีในการ
 จัดตัวอักษรได้กี่วิธี

ก. 40,320 ข. 5,040
 ค. 24 ง. 8

2. ถ้าสระต้องอยู่ติดกัน จะมีวิธีในการ
 จัดตัวอักษรได้กี่วิธี

ก. $4! 4!$ ข. $5! P(5, 4)$
 ค. $4! 5!$ ง. $4! P(5, 4)$

3. ถ้า T และ N ต้องอยู่ในตำแหน่งที่ จะจะมีวิธี
 ในการจัดตัวอักษรได้กี่วิธี

ก. 60,480 ข. 8,640
 ค. 1,440 ง. 288

4. ต้องการสร้างคำซึ่งประกอบไปด้วยอักษร
 3 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน จากตัวอักษรในคำว่า
 FRACTION ได้ทั้งหมดกี่คำ โดยคำที่สร้าง
 ไม่จำเป็นต้องมีความหมาย

ก. 6 ข. 24
 ค. 336 ง. 6,720

5. จากข้อ 4 ถ้าอักษรตัวสุดท้ายต้องเป็น
 สระ จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ

ก. $5 \times P(8, 2)$ ข. $5 \times P(7, 2)$
 ค. $3 \times P(8, 2)$ ง. $3 \times P(7, 2)$

6. มีหมวก 4 ใบแตกต่างกัน กระเป๋า 4 ใบ
 แตกต่างกัน และเข็มขัด 4 เส้นแตกต่างกัน
 นำมาจัดเรียง บนชั้นได้กี่วิธี เมื่อสลับทีละ 2
 ก. $3! (4!)^3$ ข. $3! (4!)^2$
 ค. $2! (4!)^3$ ง. $2! (4!)^2$

7. มีลูกบอลสีขาว สีเขียว สีฟ้า และสีชมพู
 อย่างละ 6 ลูกที่แตกต่างกัน จะจัดวางเรียง
 เป็นแนวตรงได้กี่วิธี โดยสลับทีละ 3 ลูก
 ก. $4! (6!)^3$ ข. $6! (6!)^3$
 ค. $4! (6!)^4$ ง. $6! (6!)^4$

8. จัดนักเรียนชาย 6 คน นักเรียนหญิง 6 คน
 นั่งเป็นแถวตรงได้กี่วิธี โดยสลับทีละ 2 คน
 ก. $6! (2!)^6$ ข. $2! (6!)^6$
 ค. $6! (2!)^2$ ง. $2! (6!)^2$

9. ถ้า $8 P(n, 3) = 2 P(n, 4)$ แล้ว n
 มีค่าตรงกับข้อใด
 ก. 12 ข. 7
 ค. 6 ง. 1

10. ถ้ามีธง 5 ผืน ๆ ละ 1 สี นำธงมาผูกเป็น
 แถวยาวเพื่อทำเป็นสัญญาณธง แต่ละ
 สัญญาณใช้ธงอย่างน้อย 2 ผืน จะทำ
 สัญญาณได้ทั้งหมดกี่สัญญาณ
 ก. 325 ข. 320
 ค. 205 ง. 120

ใบความรู้ที่ 1

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)

เป็นวิธีนำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเรียงโดยถือลำดับหรือตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งก็คือวิธีเดียวกับกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ แต่มีข้อแม้ว่าสิ่งใดที่นำไปใช้ในตำแหน่งหรือขั้นตอนใดแล้ว จะนำไปใช้ในตำแหน่งอื่นหรือขั้นตอนอีกไม่ได้ เช่น การยืนเรียงแถวของนักเรียน 3 คน จะมีวิธียืนเรียงแถวได้ทั้งหมด 6 วิธี



จะสังเกตได้ว่า ตำแหน่งในการยืนเรียงแถวของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกันในแต่ละวิธี ซึ่งถือว่าเป็นวิธีที่แตกต่างกัน การจัดสิ่งของมาเรียงในลักษณะเช่นนี้ว่า **วิธีเรียงสับเปลี่ยน** สิ่งที่ต้องการศึกษาก็คือ จำนวนวิธีที่เกิดขึ้น

วิธีเรียงสับเปลี่ยนที่จะกล่าวถึงในที่นี้มี 2 ลักษณะ คือ

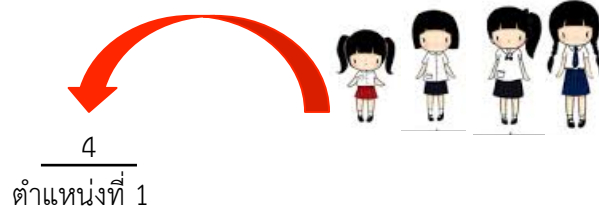
1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น หรือวิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรง
2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ซึ่งในแต่ละลักษณะจะแยกเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด และวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน ดังนี้

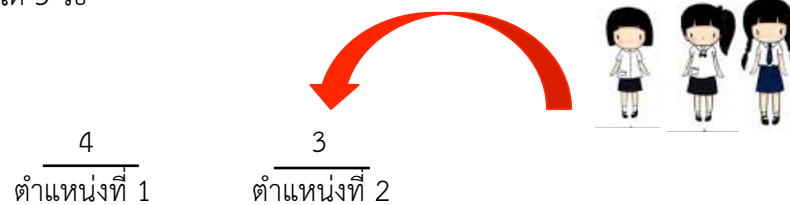
วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

ในการจัดนักเรียน 4 คน นั่งเรียงเป็นแถวตรง สามารถใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ โดยใช้หลักการคูณมาคำนวณหาจำนวนวิธีได้ทั้งหมด ดังนี้

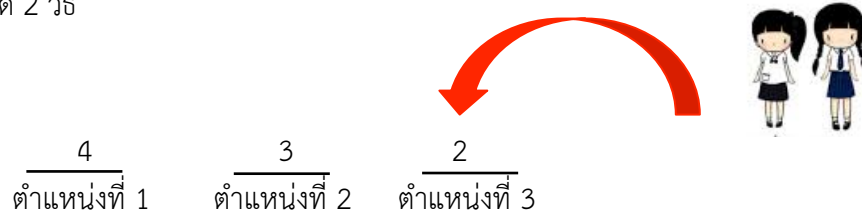
ขั้นตอนที่ 1 เลือกนักเรียน 1 คน จากนักเรียน 4 คน มานั่งในตำแหน่งที่ 1 ซึ่งสามารถเลือก ได้ 4 วิธี



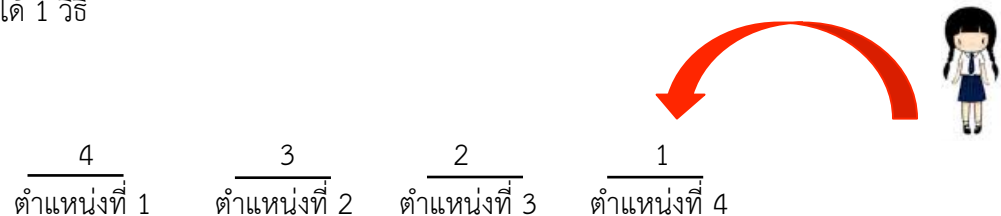
ขั้นตอนที่ 2 เลือกนักเรียน 1 คน จากนักเรียนที่เหลือ 3 คน มานั่งในตำแหน่งที่ 2 ซึ่งสามารถเลือก ได้ 3 วิธี



ขั้นตอนที่ 3 เลือกนักเรียน 1 คน จากนักเรียนที่เหลือ 2 คน มานั่งในตำแหน่งที่ 3 ซึ่งสามารถเลือก ได้ 2 วิธี



ขั้นตอนที่ 4 เลือกนักเรียน 1 คน จากนักเรียนที่เหลือ 1 คน มานั่งในตำแหน่งที่ 4 ซึ่งสามารถเลือก ได้ 1 วิธี



จากการทำงานทั้ง 4 ขั้นตอนต่อเนื่องกัน จะได้จำนวนวิธีทั้งหมด $4 \times 3 \times 2 \times 1$ วิธี หรือ 4! วิธี ซึ่งเท่ากับ 24 วิธี นั่นคือ



ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการนำสิ่งของทั้งหมด n สิ่ง มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น จะได้จำนวนวิธีทั้งหมด $n!$ วิธี

บททวนจำนวนในรูปแฟกทอเรียลที่พบบ่อย ๆ

$$\begin{aligned}
 0! &= 1 \\
 1! &= 1 \\
 2! &= 2 \times 1 = 2 \\
 3! &= 3 \times 2 \times 1 = 6 \\
 4! &= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \\
 5! &= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \\
 6! &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \\
 7! &= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5,040 \\
 8! &= 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40,320
 \end{aligned}$$



ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่จะจัดตัวอักษรจากคำว่า EXPORT มาจัดเป็นคำใหม่ โดยไม่คำนึงว่าจะมีความหมายหรือไม่

วิธีทำ ตัวอักษรทั้งหมด 6 ตัวแตกต่างกัน นำมาจัดเรียงทั้ง 6 ตัว จะได้จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $6! = 720$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 จะจัดเรียงหนังสือคณิตศาสตร์ 7 เล่มแตกต่างกันบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

วิธีทำ หนังสือคณิตศาสตร์ทั้ง 7 เล่มแตกต่างกัน นำมาจัดเรียงทั้ง 7 เล่ม จะได้จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $7! = 5,040$ วิธี

ตัวอย่างที่ 3 ครุณานักเรียน 6 คน มาเข้าแถวเป็น 2 แถว ๆ ละ 3 คน จะมีวิธียืนเข้าแถวได้กี่วิธี

วิธีทำ ลักษณะของแถวเป็นดังนี้

ตำแหน่งที่ 1 ตำแหน่งที่ 2 ตำแหน่งที่ 3

ตำแหน่งที่ 4 ตำแหน่งที่ 5 ตำแหน่งที่ 6

จะเห็นว่าในแต่ละตำแหน่งจะจัดใครยืนก็ได้ นั่นหมายความว่าไม่แตกต่างกับการจัดนักเรียน 6 คน ยืนแถวเดียวกัน

ดังนั้นจัดนักเรียนยืนเข้าแถวได้ $6! = 720$ วิธี

ตัวอย่างที่ 4 จะสร้างคำโดยสลับตัวอักษรคำว่า MEDIAN ได้ทั้งหมดกี่คำ โดยคำที่สร้างขึ้นไม่คำนึงถึงความหมาย และต้องขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระเท่านั้น

วิธีทำ ตัวอักษรทั้งหมด 7 ตัว เป็นพยัญชนะ 4 ตัว คือ M, D, N, S
และเป็นสระ 3 ตัว คือ E, I, A

เงื่อนไข : คำขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระ

ในการสร้างคำ ประกอบด้วยการทำงาน 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกสระมา 1 ตัว ว่างตำแหน่งแรกได้ 3 วิธี (มีสระให้เลือก 3 ตัว คือ E, I, A)

ขั้นตอนที่ 2 เลือกสระอีก 1 ตัว ว่างตำแหน่งท้ายสุดได้ 2 วิธี (มีสระเหลือให้เลือกอีก 2 ตัว)

ขั้นตอนที่ 3 เลือกตัวอักษรที่เหลืออยู่ทั้ง 5 ตัว ว่างตำแหน่งตรงกลาง 5 ตัว (มีพยัญชนะ 4 ตัว รวมกับสระที่เหลืออีก 1 ตัว) สลับที่ได้ 5! วิธี

$$\frac{3}{\text{↑}} \times \frac{5}{\text{↑}} \times \frac{4}{\text{↑}} \times \frac{3}{\text{↑}} \times \frac{2}{\text{↑}} \times \frac{1}{\text{↑}} \times \frac{2}{\text{↑}}$$

ขึ้นต้นด้วยสระ
5!
ลงท้ายด้วยสระ

จะสร้างคำได้ทั้งหมด $3 \times 2 \times 5! = 720$ คำ

ตัวอย่างที่ 5 มีหนังสือแตกต่างกัน 8 เล่ม ซึ่งมีหนังสือท่องเที่ยว 3 เล่ม จะจัดเรียงหนังสือทั้งหมดบนชั้นหนังสือเดียวกันได้กี่วิธี เมื่อ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) หนังสือท่องเที่ยวอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม
- 3) หนังสือท่องเที่ยวอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้
- 4) หนังสือท่องเที่ยวทั้ง 3 เล่มอยู่แยกกัน

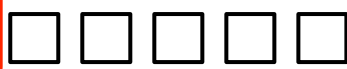
วิธีทำ 1) จำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือท่องเที่ยวได้ทั้งหมด $8! = 40,320$ วิธี

2) **เงื่อนไข :** ต้องการหนังสือท่องเที่ยวอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม โดยนำหนังสือทั้ง 3 เล่ม มามัดไว้ด้วยกัน และถือว่าเป็นหนังสือเล่มเดียวกัน ดังนั้นหนังสือ 8 เล่ม จะคิดเป็นหนังสือเพียง 6 เล่ม

ห้องเที่ยว 1

ห้องเที่ยว 2

ห้องเที่ยว 3



ในการจัดเรียงหนังสือทั้งหมด ประกอบด้วยการทำงาน 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 จัดเรียงหนังสือ 6 เล่ม จัดได้ $6!$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธี จัดเรียงหนังสือห้องเที่ยว 3 เล่มในมัด จัดได้ $3!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือทั้งหมดเท่ากับ $6! \times 3! = 720 \times 6 = 4,320$ วิธี

3) เงื่อนไข : หนังสือห้องเที่ยวอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้ ซึ่งไม่เหมือนข้อ 2) จึงใช้วิธีการตรงข้ามกับข้อ 2) คือ

จำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือห้องเที่ยวอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้

เท่ากับ

จำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือทั้งหมดแบบไม่มีเงื่อนไข (ข้อ 1)

ลบด้วย

จำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือห้องเที่ยวอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่ม (ข้อ 2)

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือห้องเที่ยวอยู่ติดกันทั้ง 3 เล่มไม่ได้ เท่ากับ

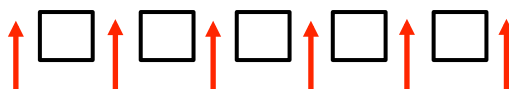
$$\begin{aligned} 8! - 6! 3! &= (8 \times 7 \times 6!) - (6! \times 6) \\ &= 6! (56 - 6) \\ &= 720 \times 50 \\ &= 36,000 \quad \text{วิธี} \end{aligned}$$

4) เงื่อนไข : หนังสือห้องเที่ยวทั้ง 3 เล่มอยู่แยกกัน นั่นหมายความว่า หนังสือห้องเที่ยวจะต้องแยกกันทั้ง 3 เล่ม จะอยู่ติดกัน 2 เล่มก็ไม่ได้ จึงควรจัดเรียงหนังสือเล่มอื่นก่อน จากนั้นคั่นระหว่างด้วยหนังสือห้องเที่ยว

ขั้นตอนที่ 1 จัดเรียงหนังสือเล่มอื่น 5 เล่ม จัดได้ $5!$ วิธี



ขั้นตอนที่ 2 มีที่ว่าง 6 ที่ที่สามารถจัดเรียงหนังสือห้องเที่ยวแทรกได้ จัดได้ $6 \times 5 \times 4 = 120$ วิธี



ดังนั้นจำนวนวิธีจัดเรียงหนังสือห้องเที่ยวทั้ง 3 เล่มอยู่แยกกันเท่ากับ $5! \times 120 = 14,400$ วิธี

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับโดยใช้หลักการคูณ และ
เรื่องแฟกทอเรียล เติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง
(ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 12 คะแนน)

ข้อที่	โจทย์	คำตอบ
ตัวอย่าง	มีดอกไม้ประดับ 4 ชนิด ๆ ละ 1 ต้น จะมีวิธีจัดเรียงกันเป็นแนวตรง ได้กี่วิธี	$4! = 24$ วิธี
1	นำนักเรียน 7 คน นั่งเก้าอี้เป็นแถว 7 ตัว จัดได้กี่วิธี	
2	จัดเรียงหนังสือ 8 เล่มที่แตกต่างกัน เป็นแถวบนชั้นหนังสือเดียวกัน ได้กี่วิธี	
3	ใช้เลขโดด 2, 4, 6, 8, 9 สร้างจำนวนเต็มบวก 5 หลัก โดยที่ตัวเลข แต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่วิธี	
4	นำลูกบอล 6 ลูกแตกต่างกัน ใส่กล่อง 6 ใบ โดยที่กล่อง แต่ละใบมี ลูกบอลเพียง 1 ลูก จะมีวิธีใส่ลูกบอลได้กี่วิธี	
5	มีธงสีต่าง ๆ กัน 7 ผืน นำมาผูกเป็นแถวยาวเพื่อทำเป็นสัญญาณธง จะทำสัญญาณธงได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี	
6	จัดตัวอักษรจากคำว่า APRIL เป็นคำใหม่ โดยไม่คำนึงว่าจะมี ความหมายหรือไม่ ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี	
7	สามีภรรยาคนหนึ่ง พร้อมด้วยลูกอีก 3 คน มายืนเรียงแถวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนถ่ายรูปได้ทั้งหมดกี่วิธี	
8	เขียนหมายเลข 0 ถึง 5 ลงในแผ่นกระดาษ แล้วนำหมายเลขทั้งหมด มาเรียงได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี	
9	มีหนังสือภาษาไทย 3 เล่มแตกต่างกัน หนังสือรวมคำศัพท์ ภาษาอังกฤษ 2 เล่มแตกต่างกัน และหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่มแตกต่างกัน นำหนังสือทั้งหมดมาเรียงบนชั้นได้กี่วิธี	
10	คณะสี่หมพอต้องการเลือกประธาน รองประธาน เลขานุการ และ เหรัญญิก ถ้ามีนักเรียนมาสมัคร 4 คน จะมีวิธีการเลือกได้กี่วิธี	
11	ในการบรรจุคนเข้าทำงานในตำแหน่งต่าง ๆ 6 ตำแหน่ง ถ้ามีผู้หญิง มาสมัคร 2 คน ผู้ชาย 4 คน จะมีบรรจุคนเข้าทำงานได้กี่วิธี	
12	ถ้ามีสิ่งของแตกต่างกัน n สิ่ง นำสิ่งของทั้ง n สิ่ง มาเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นได้ทั้งหมดกี่วิธี	



แบบฝึกทักษะที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงแนวความคิดการหาคำตอบจากโจทย์ต่อไปนี้
(ข้อย่อยละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

1. จะสร้างคำโดยสลับตัวอักษร MONDAY ได้กี่คำ โดยคำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมาย และ
- 1) ไม่มีเงื่อนไขใด
 - 2) ลงท้ายด้วยสระ
 - 3) ลงท้ายด้วยพยัญชนะ
 - 4) ขึ้นต้นด้วยสระและลงท้ายด้วยพยัญชนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. มีนักเรียน 7 คน ในจำนวนนี้มี ด.ญ.บัว และ ด.ช. เกม รวมอยู่ด้วย ถ้าจัดนักเรียนทั้งหมดนั่งบนเก้าอี้ที่วางเรียงเป็นแถวยาว 7 ตัว จะมีวิธีการนั่งได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ
- 1) ด.ญ.บัว นั่งตรงกลางเสมอ
 - 2) ด.ช. เกม นั่งหัวแถวเสมอ
 - 3) ด.ญ. บัว และ ด.ช. เกม นั่งติดกัน
 - 4) ด.ญ. บัว และ ด.ช. เกม นั่งแยกกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ต้องการจ้ดนักเรียนหญิง 4 คน นักเรียนชาย 5 คน ให้นั่งบนเก้าอี้ที่วางเรียงเป็นแถวยาว 9 ตัว เมื่อ
- 1) ไม่มีนักเรียนหญิง 2 คนใดเลยนั่งติดกัน
 - 2) ไม่มีนักเรียนชาย 2 คนใดเลยนั่งติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ต้องการจ้ดหญิง 3 คน และชาย 4 คน นั่งเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อ
- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
 - 2) หญิงนั่งติดกันและชายนั่งติดกัน
 - 3) สุดาและก้าพลอยู่ในกลุ่มนี้ด้วย แต่ไม่ต้องการนั่งติดกัน
 - 4) หญิงนั่งแยกกัน
 - 5) ชายนั่งแยกกัน
 - 6) หญิงนั่งติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้ที่ 2

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของหลายชุดที่แตกต่างกันสลับกัน

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของหลายชุดที่แตกต่างกันสลับกัน

ตัวอย่างที่ 1 หญิง 6 คน ชาย 6 คน นั่งสลับกันเป็นแถวได้กี่วิธี เมื่อ

- 1) สลับหญิง 1 คน ชาย 1 คน
- 2) สลับหญิง 2 คน ชาย 2 คน
- 3) สลับหญิง 3 คน ชาย 3 คน

วิธีทำ ให้ $\square$ แทน หญิง และ $\bigcirc$ แทน ชาย

- 1) เนื่องจากจำนวนหญิงและชายเท่ากัน จึงสามารถจัดรูปแบบการยืนได้ 2 กรณี คือ
กรณี 1 หญิงยืนหัวแถว

$\square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc$

กรณี 2 ชายยืนหัวแถว

$\bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square$

แนวที่ 1 การหาจำนวนวิธีจัดคนทั้งหมดยืนในแต่ละรูปแบบ อาจคิดได้ 2 แนว ดังนี้
แบ่งการทำงานเป็น 12 ขั้นตอน จัดคนยืนใน 12 ตำแหน่ง
จะได้จำนวนวิธีจัดคนทั้งหมดในแต่ละรูปแบบ = $6 \times 6 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3$

$$\times 2 \times 2 \times 1 \times 1$$

$$= 6! 6! \quad \text{วิธี}$$

ดังนั้นจำนวนวิธีจัดคนทั้งหมด 2 รูปแบบ เท่ากับ $6! 6! + 6! 6! = 2(6! 6!) = 2!(6!)^2$ วิธี

แนวที่ 2 แบ่งการทำงานเป็น 3 ขั้นตอน คือ

จัดหญิงยืนสลับกันได้ $6!$ วิธี

จัดชายยืนสลับกันได้ $6!$ วิธี

สลับของสองชุดคือหญิงกับชายได้ $2!$ วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีจัดคนทั้งหมด เท่ากับ $= 2! (6! 6!) = 2! (6!)^2$ วิธี

2) ในทำนองเดียวกันกับข้อ 1) จัดให้ยืนโดยสลับหญิง 2 คน ชาย 2 คน มี 2 รูปแบบ

ดังรูป



หรือ



แบ่งการทำงานเป็น 3 ขั้นตอน คือ

จัดหญิงยืนสลับกันได้ $6!$ วิธี

จัดชายยืนสลับกันได้ $6!$ วิธี

สลับของสองชุดคือหญิงกับชายได้ $2!$ วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีจัดคนทั้งหมด เท่ากับ $= 2! (6! 6!) = 2! (6!)^2$ วิธี

3) ในทำนองเดียวกันกับข้อ 1) และข้อ 2) จัดให้ยืนโดยสลับหญิง 3 คน ชาย 3 คน

มี 2 รูปแบบ ดังรูป



หรือ



แบ่งการทำงานเป็น 3 ขั้นตอน คือ

จัดหญิงยืนสลับกันได้ $6!$ วิธี

จัดชายยืนสลับกันได้ $6!$ วิธี

สลับของสองชุดคือหญิงกับชายได้ $2!$ วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีจัดคนทั้งหมด เท่ากับ $= 2! (6! 6!) = 2! (6!)^2$ วิธี

จากตัวอย่างที่ 1 สรุปได้ดังนี้



ถ้ามีสิ่งของ 2 ชุดที่แตกต่างกัน แต่ละชุดมี n สิ่งแตกต่างกัน นำสิ่งของ 2 ชุดมาวางเรียงเป็นแถวยาว โดยวางสลับกันทีละ k สิ่ง เมื่อ k หาร n ลงตัว

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 2! (n! n!) = 2! (n!)^2$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มีปากกา ยางลบและไม้บรรทัดอย่างละ 12 ชิ้นแตกต่างกัน จะจัดวางเรียงเป็นแนวเส้นตรงได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- | | |
|---------------------------|---------------------|
| 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม | 2) สลับที่ละ 1 ชิ้น |
| 3) สลับที่ละ 2 ชิ้น | 4) สลับที่ละ 3 ชิ้น |
| 5) สลับที่ละ 4 ชิ้น | 6) สลับที่ละ 6 ชิ้น |
| 7) สลับที่ละ 12 ชิ้น | |

วิธีทำ

- 1) จำนวนวิธีจัดวางเรียง เท่ากับ $36!$ วิธี
- 2) ถึง 7) สามารถแบ่งการทำงานเป็น 4 ขั้นตอน คือ

จัดปากกาสลับกันได้	$12!$ วิธี
จัดยางลบสลับกันได้	$12!$ วิธี
จัดไม้บรรทัดสลับกันได้	$12!$ วิธี

สลับของสามชุดคือปากกา ยางลบ และไม้บรรทัดได้ $3!$ วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีจัดวางเรียงทั้งหมด เท่ากับ $= 3! (12! 12! 12!) = 3! (12!)^3$ วิธี

จากตัวอย่างที่ 2 จะพบว่าสิ่งของแบ่งเป็น 3 ชุดที่แตกต่างกัน ซึ่งกรณีทั่วไปสามารถสรุปได้ดังนี้



ถ้ามีสิ่งของ m ชุดที่แตกต่างกัน แต่ละชุดมี n สิ่งแตกต่างกัน นำสิ่งของ m ชุดมาวางเรียงเป็นแถวยาว โดยวางสลับกันที่ละ k สิ่ง เมื่อ k หาร n ลงตัว

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน} = m! \underbrace{(n! n! \dots n!)_{m \text{ ชุด}}} = m! (n!)^m \text{ วิธี}$$

แบบฝึกทักษะที่ 2.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างจากโจทย์ข้อต่อไปนี
(ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

1. มีหนังสือคณิตศาสตร์ 8 เล่มแตกต่างกัน และหนังสือชีววิทยา 8 เล่มแตกต่างกัน นำหนังสือทั้งหมดมาจัดเรียงบนชั้นหนังสือจะจัดได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- | | |
|---------------------------|-------|
| 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม | |
| 2) สลับทีละ 1 เล่ม | |
| 3) สลับทีละ 2 เล่ม | |
| 4) สลับทีละ 4 เล่ม | |
| 5) สลับทีละ 8 เล่ม | |

2. จัดเด็กชาย 9 คน เด็กหญิง 9 คน นั่งเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- | | |
|---------------------------|-------|
| 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม | |
| 2) สลับทีละ 1 คน | |
| 3) สลับทีละ 3 คน | |
| 4) สลับทีละ 9 คน | |

3. มีมะนาว มะเขือเทศ และสับปะรดแตกต่างกันอย่างละ 10 ผล จะจัดวางเรียงเป็นแนวตรงได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- | | |
|---------------------------|-------|
| 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม | |
| 2) สลับทีละ 1 ผล | |
| 3) สลับทีละ 2 ผล | |
| 4) สลับทีละ 5 ผล | |
| 5) สลับทีละ 10 ผล | |

4. มีลูกบอลสีเขียว สีขาว และสีฟ้าอย่างละ 4 ลูกแตกต่างกัน จะจัดวางเรียงเป็นแนวตรงได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- | | |
|-------------------|-------|
| 1) สลับทีละ 2 ลูก | |
| 2) สลับทีละ 4 ลูก | |

ใบความรู้ที่ 3
วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของบางสิ่ง
จากสิ่งของทั้งหมดที่แตกต่างกัน

ในหัวข้อนี้จะศึกษาการนำสิ่งของเพียงบางสิ่ง จากสิ่งของทั้งหมดที่แตกต่างกัน มาเรียงสับเปลี่ยนหรือจัดลำดับ เช่น

หาจำนวนวิธีจัดนักเรียน 6 คน นั่งเก้าอี้ที่เรียงเป็นแถวยาว 4 ตัว ซึ่งขั้นตอนในการทำงานมี 4 ขั้นตอน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ $6 \times 5 \times 4 \times 3$ วิธี สามารถเขียนอยู่ในรูปแฟกทอเรียลเป็น

$$\frac{6!}{2!} = \frac{6!}{(6-4)!} \text{ วิธี}$$

หาจำนวนวิธีสร้างจำนวนเต็มบวก 5 หลัก จากเลขโดด 1 ถึง 8 โดยที่ตัวเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ซึ่งขั้นตอนในการทำงานมี 5 ขั้นตอน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4$ วิธี สามารถเขียนอยู่ในรูปแฟกทอเรียลเป็น

$$\frac{8!}{3!} = \frac{8!}{(8-5)!} \text{ วิธี}$$

จากตัวอย่างข้างต้น เป็นการนำสิ่งของเพียงบางสิ่งจากสิ่งของทั้งหมดที่แตกต่างกัน มาเรียงสับเปลี่ยนหรือจัดลำดับ ซึ่งกรณีทั่วไปสรุปได้ดังนี้



ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการนำสิ่งของคราวละ r สิ่ง ($r \leq n$) มาเรียงสับเปลี่ยน

เชิงเส้น จะมีวิธีจัดเรียงได้ $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน โดยจัดคราวละ r สิ่ง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(n,r)$ หรือ $P_{n,r}$ หรือ ${}_nP_r$ หรือ nPr

จะได้
$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนเต็มบวก n ที่ทำให้ $P(n-1, 5) = 3 P(n, 4)$

วิธีทำ

$$P(n-1, 5) = 3 P(n, 4)$$

$$\frac{(n-1)!}{(n-1-5)!} = 3 \frac{n!}{(n-4)!}$$

$$\frac{(n-1)!}{(n-6)!} = 3 \frac{n!}{(n-4)!}$$

$$\frac{(n-4)!}{(n-6)!} = 3 \frac{n!}{(n-1)!}$$

$$\frac{(n-4)(n-5)(n-6)!}{(n-6)!} = 3 \frac{n(n-1)!}{(n-1)!}$$

$$(n-4)(n-5) = 3n$$

$$n^2 - 9n + 20 = 3n$$

$$n^2 - 12n + 20 = 0$$

$$(n-10)(n-2) = 0$$

$$n = 10, 2$$

แต่ $n = 2$ ใช้ไม่ได้

ดังนั้น $n = 10$

ตัวอย่างที่ 2 มีหนังสือ 9 เล่ม จะจัดเรียงบนชั้นหนังสือซึ่งมีที่ว่าง 4 ที่ ได้กี่วิธี

วิธีทำ มีหนังสือ 9 เล่มแตกต่างกัน แต่นำมาจัดเรียงเพียงคราวละ 4 เล่ม
ดังนั้น จะจัดเรียงหนังสือบนชั้นได้

$$P(9, 4) = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = 9(8)(7)(6) = 3,024 \quad \text{วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 3 ในการแข่งขันปั่นจักรยาน ระยะทาง 10 กิโลเมตร มีผู้สมัคร 6 คน แต่ปั่นถึงเส้นชัย

เพียง 3 คน จะมีผู้ชนะที่ 1 ที่ 2 และที่ 3 ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ มีผู้สมัครทั้งหมด 6 คน แต่นำมาจัดเรียงลำดับเพียงคราวละ 3 คน
ดังนั้น จะจัดลำดับผู้เข้าแข่งขันได้ทั้งหมด

$$P(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = 6(5)(4) = 120 \quad \text{วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 4 ถ้าต้องการสร้างคำซึ่งประกอบไปด้วยอักษร 4 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกอักษรจากคำว่า PECULIAR จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยที่คำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมายและ

- 1) ไม่มีเงื่อนไข
- 2) อักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ
- 3) E และ U ต้องอยู่ในตำแหน่งที่เป็นจำนวนคู่เสมอ

วิธีทำ คำว่า PECULIAR มีอักษรที่แตกต่างกันทั้งหมด 8 ตัว เป็นพยัญชนะ 4 ตัว คือ P, C, L, R และสระ 4 ตัว คือ E, U, I, A
การสร้างคำที่ประกอบด้วยอักษร 4 ตัว ไม่ซ้ำกัน จากอักษรที่แตกต่างกัน 8 ตัว ก็คือการนำตัวอักษร 8 ตัวที่แตกต่างกันมาจัดลำดับคราวละ 4 ตัว นั่นเอง

- 1) เมื่อไม่มีเงื่อนไขใด ๆ จะสร้างคำได้ทั้งหมด

$$P(8,4) = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8!}{4!} = 8(7)(6)(5) = 1,680 \quad \text{วิธี}$$

- 2) เมื่ออักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ ซึ่งมีพยัญชนะอยู่ 4 ตัว

_____ พยัญชนะ	_____ _____ _____ พยัญชนะหรือสระก็ได้
------------------	--

ขั้นตอนที่ 1 เขียนอักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ เลือกได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีของการเขียนอักษรตัวแรก จะมีวิธีเขียนอักษรอีก 3 ตำแหน่งที่เหลือ ซึ่งจะเป็นพยัญชนะหรือสระก็ได้ จากอักษรที่เหลือ 7 ตัว ได้

$$P(7,3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7(6)(5) = 210 \quad \text{วิธี}$$

ดังนั้น จะสร้างคำได้ทั้งหมด $4 \times P(7,3) = 4 \times 210 = 840$ วิธี

สระอยู่ในตำแหน่งคู่

3) ตำแหน่งที่

สระมีทั้งหมด 4 ตัว ตำแหน่งที่เป็นจำนวนคู่มี 2 ตำแหน่ง คือ 2 และ 4

ขั้นตอนที่ 1 เขียน E และ U สระ 2 ตัว ในตำแหน่งที่เป็นจำนวนคู่ 2 ตำแหน่ง ได้

$$P(2,2) = \frac{2!}{(2-2)!} = 2! = 2 \quad \text{วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีการเขียนอักษรขั้นตอนที่ 1 จะมีวิธีเขียนอักษรอีก

2 ตำแหน่งที่เหลือ ซึ่งจะเป็นพยัญชนะหรือสระก็ได้ จากอักษรที่เหลือ 6 ตัว ได้

$$P(6,2) = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = 6(5) = 30 \quad \text{วิธี}$$

ดังนั้น จะสร้างคำได้ทั้งหมด $P(2,2) \times P(6,2) = 2 \times 30 = 60$ วิธี

ตัวอย่างที่ 5 เรือลำหนึ่งต้องการให้สัญญาณกับเรืออีกลำหนึ่ง โดยใช้ธงสัญญาณซึ่งเป็นธงสี

แตกต่างกัน 4 ผืน ในการให้สัญญาณแต่ละสัญญาณจะต้องใช้ธงอย่างน้อย 1 ผืน และ

ธงจะถูกชักเรียงบนเชือกเส้นเดียวกัน จงหาว่าเรือลำนี้จะให้สัญญาณได้ทั้งหมดกี่สัญญาณ

วิธีทำ

มีธงสีแตกต่างกัน 4 ผืน ในการส่งสัญญาณจะใช้ธงอย่างน้อย 1 ผืน นั้นหมายความว่า สามารถใช้ธง 1 ผืน หรือ 2 ผืน หรือ 3 ผืน หรือ 4 ผืน ก็ได้ ดังนั้นจึงคิดเป็นกรณีต่าง ๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ใช้ธง 1 ผืน จะให้สัญญาณได้

$$P(4,1) = \frac{4!}{(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4 \quad \text{สัญญาณ}$$

กรณีที่ 2 ใช้ธง 2 ผืน จะให้สัญญาณได้

$$P(4,2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 4(3) = 12 \quad \text{สัญญาณ}$$

กรณีที่ 3 ใช้ธง 3 ผืน จะให้สัญญาณได้

$$P(4,3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 24 \quad \text{สัญญาณ}$$

กรณีที่ 4 ใช้ธง 4 ผืน จะให้สัญญาณได้

$$4! = 24 \quad \text{สัญญาณ}$$

ดังนั้น เรือลำนี้จะให้สัญญาณได้ทั้งหมด $4 + 12 + 24 + 24 = 64$ สัญญาณ

แบบฝึกทักษะที่ 3.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบต่อไปนี้
(ข้อย่อยละ 2 คะแนน คะแนนเต็ม 14 คะแนน)

1. จะสร้างคำซึ่งประกอบไปด้วยอักษร 5 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกจากอักษร 8 ตัว คือ A, B, E, G, S, N, I และ U ได้กี่วิธี โดยที่คำที่สร้างมีหรือไม่มีความหมายก็ได้ แต่ A, E และ I ต้องอยู่ตำแหน่งที่เป็นจำนวนคี่

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2. มีกวีวิธีที่ขาย 4 คน หญิง 3 คน ยืนเรียงกันเป็นแถวตรง โดยที่หญิงทั้ง 3 คนไม่ยืนติดกัน

[illegible]

[illegible]

- 1) วิชาเดียวกันอยู่ติดกันและเคมีต้องอยู่ตรงกลาง
- 2) เคมีอยู่แยกกันทั้ง 3 เล่ม
- 3) คณิตศาสตร์อยู่แยกกันทั้ง 4 เล่ม

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

5. ถ้า $P(n, 4) = (18) P(n - 1, 2)$ จงหาค่า n

[illegible]



โรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมือง จังหวัดตราด
กระดาษคำตอบก่อนเรียนและหลังเรียน

ชื่อ - สกุล..... ชั้น ม. / เลขที่

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยเขียนเครื่องหมายกากบาท (X)
ลงในกระดาษคำตอบ (จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

แบบทดสอบก่อนเรียน



ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

แบบทดสอบหลังเรียน



ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

แบบบันทึกคะแนน
เล่มที่ 3 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

แบบทดสอบ/ แบบฝึกทักษะ	คะแนนเต็ม	เกณฑ์การผ่าน ร้อยละ 75	คะแนนที่ได้	สรุปผล	
				ผ่านเกณฑ์	ไม่ผ่านเกณฑ์
แบบทดสอบก่อนเรียน	10	7.5			
แบบฝึกทักษะ 1.1	12	9			
แบบฝึกทักษะ 1.2	16	12			
แบบฝึกทักษะ 2.1	16	12			
แบบฝึกทักษะ 3.1	14	10.5			
แบบทดสอบหลังเรียน	10	7.5			

แบบบันทึกคะแนนความก้าวหน้า
เล่มที่ 3 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

กลุ่มที่..... ชื่อกลุ่ม.....

เลขที่	คะแนนฐาน 100 คะแนน	คะแนนแบบทดสอบ หลังเรียน 100 คะแนน	คะแนนความก้าวหน้า
รวม			
คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม			
เกณฑ์ที่ได้รับการยกย่อง			

เกณฑ์คะแนนความก้าวหน้า

คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนความก้าวหน้า
ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐานมากกว่า 10 คะแนน	0
ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐาน 1 – 10 คะแนน	10
ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนฐาน 0 – 10 คะแนน	20
ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนฐานเกิน 10 คะแนน	30
ได้คะแนนยอดเยี่ยม (คะแนนเต็ม)	30

เกณฑ์ที่ได้รับการยกย่อง

คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม	ตัดสินอยู่ในระดับ
15 – 19	เก่ง (Good Team)
20 – 24	เก่งมาก (Great Team)
25 ขึ้นไป	ยอดเยี่ยม (Super Team)

เกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 – 10	1	เลือกคำตอบถูกต้อง
	0	เลือกคำตอบไม่ถูกต้อง

แบบฝึกทักษะที่ 1.1 (คะแนนเต็ม 12 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 – 12	1	คำตอบถูกต้อง
	0	คำตอบไม่ถูกต้อง

แบบฝึกทักษะที่ 1.2 (คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 – 4	1	คำตอบถูกต้อง
	0	คำตอบไม่ถูกต้อง

แบบฝึกทักษะที่ 2.1 (คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 – 4	1	คำตอบถูกต้อง
	0	คำตอบไม่ถูกต้อง

แบบฝึกทักษะที่ 3.1 (คะแนนเต็ม 14 คะแนน)

ข้อที่	ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 – 5	2	แสดงวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจน และครบถ้วน คำตอบถูกต้อง
	1	แสดงวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้อง หรือ แสดงวิธีการหาคำตอบได้บางส่วน แต่ไม่สำเร็จ
	0	แสดงคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว แต่ไม่แสดงแนวคิด หรือไม่มีร่องรอยการแสดงแนวคิด

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค32203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เล่มที่ 3 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

1. ก
2. ค
3. ข
4. ค
5. ง
6. ก
7. ค
8. ง
9. ข
10. ข



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับโดยใช้หลักการคูณ และ
เรื่องแฟกทอเรียล เติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง
(ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 12 คะแนน)

ข้อที่	โจทย์	คำตอบ
ตัวอย่าง	มีดอกไม้ประดับ 4 ชนิด ๆ ละ 1 ต้น จะมีวิธีจัดเรียงกันเป็นแนวตรงได้กี่วิธี	$4! = 24$ วิธี
1	นำนักเรียน 7 คน นั่งเก้าอี้เป็นแถว 7 ตัว จัดได้กี่วิธี	$7! = 5,040$ วิธี
2	จัดเรียงหนังสือ 8 เล่มที่แตกต่างกัน เป็นแถวบนชั้นหนังสือเดียวกันได้กี่วิธี	$8! = 40,320$ วิธี
3	ใช้เลขโดด 2, 4, 6, 8, 9 สร้างจำนวนเต็มบวก 5 หลัก โดยที่ตัวเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่วิธี	$5! = 120$ วิธี
4	นำลูกบอล 6 ลูกแตกต่างกัน ใส่กล่อง 6 ใบ โดยที่กล่องแต่ละใบมีลูกบอลเพียง 1 ลูก จะมีวิธีใส่ลูกบอลได้กี่วิธี	$6! = 720$ วิธี
5	มีธงสีต่าง ๆ กัน 7 ผืน นำมาผูกเป็นแถวยาวเพื่อทำเป็นสัญญาณธง จะทำสัญญาณธงได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี	$7! = 5,040$ วิธี
6	จัดตัวอักษรจากคำว่า APRIL เป็นคำใหม่ โดยไม่คำนึงว่าจะมีความหมายหรือไม่ ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี	$5! = 120$ วิธี
7	สามภริยาคู่หนึ่ง พร้อมด้วยลูกอีก 3 คน มายืนเรียงแถวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนถ่ายรูปได้ทั้งหมดกี่วิธี	$5! = 120$ วิธี
8	เขียนหมายเลข 0 ถึง 5 ลงในแผ่นกระดาษ แล้วนำหมายเลขทั้งหมดมาเรียงได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี	$6! = 720$ วิธี
9	มีหนังสือภาษาไทย 3 เล่มแตกต่างกัน หนังสือรวมคำศัพท์ภาษาอังกฤษ 2 เล่มแตกต่างกัน และหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่มแตกต่างกัน นำหนังสือทั้งหมดมาเรียงบนชั้นได้กี่วิธี	$8! = 40,320$ วิธี
10	คณะสภามุต้องการเลือกประธาน รองประธาน เลขานุการ และ เภรณูญิก ถ้ามีนักเรียนมาสมัคร 4 คน จะมีวิธีการเลือกได้กี่วิธี	$4! = 24$ วิธี
11	ในการบรรจุคนเข้าทำงานในตำแหน่งต่าง ๆ 6 ตำแหน่ง ถ้ามีผู้หญิงมาสมัคร 2 คน ผู้ชาย 4 คน จะมีบรรจุคนเข้าทำงานได้กี่วิธี	$6! = 720$ วิธี
12	ถ้ามีสิ่งของแตกต่างกัน n สิ่ง นำสิ่งของทั้ง n สิ่ง มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นได้ทั้งหมดกี่วิธี	$n!$ วิธี



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงแนวความคิดการหาคำตอบจากโจทย์ต่อไปนี้
(ข้อย่อยละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

1. จะสร้างคำโดยสลับตัวอักษร MONDAY ได้กี่คำ โดยคำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมาย และ

- | | |
|----------------------|---------------------------------------|
| 1) ไม่มีเงื่อนไขใด | 2) ลงท้ายด้วยสระ |
| 3) ลงท้ายด้วยพยัญชนะ | 4) ขึ้นต้นด้วยสระและลงท้ายด้วยพยัญชนะ |

- 1) $6! = 720$ วิธี
- 2) $5! \times 2 = 120 \times 2 = 240$ วิธี
- 3) $5! \times 4 = 120 \times 4 = 480$ วิธี
- 4) $2 \times 4! \times 4 = 2 \times 24 \times 4 = 192$ วิธี

2. มีนักเรียน 7 คน ในจำนวนนี้มี ด.ญ.บัว และ ด.ช. เกม รวมอยู่ด้วย ถ้าจัดนักเรียนทั้งหมดนั่งบนเก้าอี้ที่วางเรียงเป็นแถวยาว 7 ตัว จะมีวิธีการนั่งได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) ด.ญ.บัว นั่งตรงกลางเสมอ | 2) ด.ช. เกม นั่งหัวแถวเสมอ |
| 3) ด.ญ. บัว และ ด.ช. เกม นั่งติดกัน | 4) ด.ญ. บัว และ ด.ช. เกม นั่งแยกกัน |

- 1) $1 \times 6! = 720$ วิธี
- 2) $1 \times 6! = 720$ วิธี
- 3) $6! \times 2! = 720 \times 2 = 1,440$ วิธี
- 4) $5! \times 6 \times 5 = 120 \times 30 = 3,600$ วิธี

3. ต้องการจัดนักเรียนหญิง 4 คน นักเรียนชาย 5 คน ให้นั่งบนเก้าอี้ที่วางเรียงเป็นแถวยาว 9 ตัว เมื่อ

- | | |
|--|---|
| 1) ไม่มีนักเรียนหญิง 2 คนใดเลยนั่งติดกัน | 2) ไม่มีนักเรียนชาย 2 คนใดเลยนั่งติดกัน |
|--|---|

- 1) $5! \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 120 \times 360 = 43,200$ วิธี
- 2) $4! \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! \times 5! = 24 \times 120 = 2,880$ วิธี

4. ต้องการจัดหญิง 3 คน และชาย 4 คน นั่งเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อ

- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม | 2) หญิงนั่งติดกันและชายนั่งติดกัน |
| 3) สุดาและกำพลอยู่ในกลุ่มนี้ด้วย แต่ไม่ต้องการนั่งติดกัน | 4) หญิงนั่งแยกกัน |
| 5) ชายนั่งแยกกัน | 6) หญิงนั่งติดกัน |

1) $7! = 5,040$ วิธี

2) $3! 4! 2! = 6 \times 24 \times 2 = 288$ วิธี

3) $5! \times 6 \times 5 = 120 \times 30 = 3600$ วิธี

4) $4! \times 5 \times 4 \times 3 = 24 \times 60 = 1,440$ วิธี

5) $3! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6 \times 24 = 144$ วิธี

6) $5! 3! = 120 \times 6 = 720$ วิธี

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างจากโจทย์ข้อต่อไปนี
(ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

1. มีหนังสือคณิตศาสตร์ 8 เล่มแตกต่างกัน และหนังสือชีววิทยา 8 เล่มแตกต่างกัน นำหนังสือทั้งหมดมาจัดเรียงบนชั้นหนังสือจะจัดได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) สลับทีละ 1 เล่ม
- 3) สลับทีละ 2 เล่ม
- 4) สลับทีละ 4 เล่ม
- 5) สลับทีละ 8 เล่ม

16!
2! 8! 8! หรือ $2! (8!)^2$
2! 8! 8! หรือ $2! (8!)^2$
2! 8! 8! หรือ $2! (8!)^2$
2! 8! 8! หรือ $2! (8!)^2$

2. จัดเด็กชาย 9 คน เด็กหญิง 9 คน นั่งเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) สลับทีละ 1 คน
- 3) สลับทีละ 3 คน
- 4) สลับทีละ 9 คน

18!
2! 9! 9! หรือ $2! (9!)^2$
2! 9! 9! หรือ $2! (9!)^2$
2! 9! 9! หรือ $2! (9!)^2$

3. มีมะนาว มะเขือเทศ และสับปะรดแตกต่างกันอย่างละ 10 ผล จะจัดวางเรียงเป็นแนวตรงได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) สลับทีละ 1 ผล
- 3) สลับทีละ 2 ผล
- 4) สลับทีละ 5 ผล
- 5) สลับทีละ 10 ผล

30!
3! 10! 10! 10! หรือ $3! (10!)^3$
3! 10! 10! 10! หรือ $3! (10!)^3$
3! 10! 10! 10! หรือ $3! (10!)^3$
3! 10! 10! 10! หรือ $3! (10!)^3$

4. มีลูกบอลสีเขียว สีขาว และสีฟ้าอย่างละ 4 ลูกแตกต่างกัน จะจัดวางเรียงเป็นแนวตรงได้กี่วิธี เมื่อ

คำตอบ

- 1) สลับทีละ 2 ลูก
- 2) สลับทีละ 4 ลูก

3! 4! 4! 4! หรือ $3! (4!)^3$
3! 4! 4! 4! หรือ $3! (4!)^3$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบต่อไปนี้
(ช้อย่อยละ 2 คะแนน คะแนนเต็ม 14 คะแนน)

1. จะสร้างคำซึ่งประกอบไปด้วยอักษร 5 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกจากอักษร 8 ตัว คือ A, B, E, G, S, N, I และ U ได้กี่วิธี โดยที่คำที่สร้างมีหรือไม่มีความหมายก็ได้ แต่ A, E และ I ต้องอยู่ตำแหน่งที่เป็นจำนวนคี่

วิธีทำ ขั้นตอนที่ 1 นำ A, E และ I สระ 3 ตัว มาจัดเรียงในตำแหน่งที่เป็นจำนวนคี่ 3 ตำแหน่ง (ตำแหน่งที่ 1, 3 และ 5) ได้

$$P(4,3) = \frac{4!}{(4-3)!} = 4! = 24 \quad \text{วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีในขั้นตอนที่ 1 จะมีวิธีจัดอักษรอีก 2 ตำแหน่งที่เหลือ ซึ่งจะเป็นพยัญชนะหรือสระก็ได้ จากอักษรที่เหลือ 5 ตัว ได้

$$P(5,2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 5(4) = 20 \quad \text{วิธี}$$

ดังนั้น จะสร้างคำได้ทั้งหมด $P(4,3) \times P(5,2) = 24 \times 20 = 480$ วิธี

2. มีกี่วิธีที่ชาย 4 คน หญิง 3 คน ยืนเรียงกันเป็นแถวตรง โดยที่หญิงทั้ง 3 คนไม่ยืนติดกัน

วิธีทำ ขั้นตอนที่ 1 จัดชาย 4 คน ยืนเรียงเป็นแถวตรงได้ $4!$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 มีที่ว่าง 5 ที่ ให้หญิง 3 คนยืนแทรก จัดหญิงยืนได้

$$P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 = 20 \quad \text{วิธี}$$

ดังนั้น จะจัดได้ทั้งหมด $4! \times P(5,3) = 24 \times 20 = 480$ วิธี

3. จัดนักเรียน 5 คน ยืนเรียงเป็นแถวตรงเพื่อถ่ายรูป โดยจะถ่ายทีละกี่คนก็ได้ จะได้ภาพที่ต่าง กันทั้งหมดกี่ภาพ

วิธีทำ กรณีที่ 1 จัดนักเรียน 1 คน ยืนถ่ายรูปได้

$$P(5,1) = \frac{5!}{(5-1)!} = \frac{5!}{4!} = 5 \quad \text{วิธี}$$

กรณีที่ 2 จัดนักเรียน 2 คน ยืนถ่ายรูปได้

$$P(5,2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 5(4) = 20 \quad \text{วิธี}$$

กรณีที่ 3 จัดนักเรียน 3 คน ยืนถ่ายรูปได้

$$P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5(4)(3) = 60 \quad \text{วิธี}$$

กรณีที่ 4 จัดนักเรียน 4 คน ยืนถ่ายรูปได้

$$P(5,4) = \frac{5!}{(5-4)!} = 5! = 120 \quad \text{วิธี}$$

กรณีที่ 5 จัดนักเรียน 5 คน ยืนถ่ายรูปได้ $5! = 120$ วิธี

ดังนั้น จัดนักเรียนยืนถ่ายรูปได้ทั้งหมด $5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$ วิธี

4. มีหนังสือคณิตศาสตร์ 4 เล่มต่างกัน เคมี 3 เล่มต่างกัน ฟิสิกส์ 3 เล่มต่างกัน นำหนังสือทั้งหมด มาจัดเรียงบนชั้นหนังสือเป็นแถวยาว จะจัดได้กี่วิธี เมื่อ

- 1) วิชาเดียวกันอยู่ติดกันและเคมีต้องอยู่ตรงกลาง
- 2) เคมีอยู่แยกกันทั้ง 3 เล่ม
- 3) คณิตศาสตร์อยู่แยกกันทั้ง 4 เล่ม

วิธีทำ 1) มัดหนังสือคณิตศาสตร์ไว้ด้วยกัน มัดหนังสือเคมีไว้ด้วยกัน และมัดหนังสือฟิสิกส์ไว้ด้วยกัน จะมีหนังสือทั้งหมด 3 เล่ม

ขั้นตอนที่ 1 นำหนังสือคณิตศาสตร์และฟิสิกส์มาจัดเรียงได้ 2! วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธี จัดเรียงหนังสือคณิตศาสตร์ 4 เล่มในมัด จัดได้ 4! วิธี

และจัดเรียงหนังสือฟิสิกส์ 3 เล่มในมัด จัดได้ 3! วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละวิธี นำหนังสือเคมีจัดวางตำแหน่งตรงกลาง จัดได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 4 ในแต่ละวิธี จัดเรียงหนังสือเคมี 3 เล่มในมัด จัดได้ 3! วิธี

ดังนั้น จัดหนังสือได้ทั้งหมด $2! (4!) (3!) (1) (3!) = 2 (24)(6)(1)(6) = 1,728$ วิธี

- 2) ขั้นตอนที่ 1 นำหนังสือคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ทั้งหมด 7 เล่ม จัดได้ $7!$ วิธี
 ขั้นตอนที่ 2 มีที่ว่าง 8 ที่ให้หนังสือเคมี 3 เล่มวางแทรก จัดได้

$$P(8,3) = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 8(7)(6) = 336 \quad \text{วิธี}$$

ดังนั้น จัดหนังสือได้ $7! \times P(8,3) = 5040 \times 336 = 1,693,440$ วิธี

- 3) ขั้นตอนที่ 1 นำหนังสือเคมีและฟิสิกส์ทั้งหมด 6 เล่ม จัดได้ $6!$ วิธี
 ขั้นตอนที่ 2 มีที่ว่าง 7 ที่ให้หนังสือคณิตศาสตร์ 4 เล่มวางแทรก จัดได้

$$P(7,4) = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = 7(6)(5)(4) = 840 \quad \text{วิธี}$$

ดังนั้น จัดหนังสือได้ $6! \times P(7,4) = 720 \times 840 = 604,800$ วิธี

5. ถ้า $P(n, 4) = (18) P(n-1, 2)$ จงหาค่า n

วิธีทำ

$$P(n, 4) = (18) P(n-1, 2)$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = (18) \frac{(n-1)!}{(n-1-2)!}$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = (18) \frac{(n-1)!}{(n-3)!}$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = (18) \frac{(n-4)!}{(n-3)!}$$

$$\frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = (18) \frac{(n-4)!}{(n-3)(n-4)!}$$

$$n = (18) \frac{1}{(n-3)}$$

$$n(n-3) = 18$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$

$$(n-6)(n+3) = 0$$

$$n = 6, -3$$

ดังนั้น $n = 6$

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค32203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เล่มที่ 3 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

1. ง
2. ก
3. ข
4. ค
5. ข
6. ง
7. ก
8. ค
9. ค
10. ง



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2550). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 เล่ม 2 ช่วงชั้นที่ 4. กรุงเทพฯ : เจริญรัฐ การพิมพ์.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (ม.ป.ป.). คู่มือคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5. กรุงเทพฯ : ธนรัชการพิมพ์.
- ประทุมพร ศรีวัฒนกุล. (ม.ป.ป.). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิช. (ม.ป.ป.). คณิตศาสตร์ 4 พื้นฐาน + เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6). กรุงเทพฯ : อีรพงษ์การพิมพ์.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2552). แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ หลักสูตรระยะเวลาเรียนสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้าน คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ : ออฟเซ็ท.