



ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค31203)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชุดที่ 1 พื้นฐานของเมทริกซ์

Upper triangular matrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

Lower triangular matrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$



นางสาวหทัยรัตน์ รำพึงจิตต์
ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ





การจัดการศึกษามีเป้าหมายสำคัญที่สุด คือ การจัดการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคนได้พัฒนาตนเองสูงสุด ตามกำลังหรือศักยภาพของแต่ละคน การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นสื่อการเรียนรู้อีกรูปแบบหนึ่งที่ช่วยทำให้กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนมีประสิทธิภาพ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ ชุดที่ 1 เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์ เป็นนวัตกรรมที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค31203) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งในชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน ใบความรู้ ใบกิจกรรม แบบฝึกเสริมทักษะ พร้อมแนวคำตอบใบกิจกรรม เฉลยคำตอบแบบฝึกเสริมทักษะ เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการคิดคำนวณ มีความรู้และความเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น

ผู้จัดทำขอขอบคุณผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สำเร็จลุล่วงด้วยดีและหวังเป็นอย่างยิ่งว่าชุดกิจกรรมการเรียนรู้เล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาทักษะความคิดของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

หทัยรัตน์ ราพึงจิตต์



เรื่อง	หน้า
คำนำ.....	ก
สารบัญ.....	ข
คำชี้แจงเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้.....	ง
คำแนะนำสำหรับครู.....	จ
คำแนะนำสำหรับนักเรียน.....	ฉ
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้.....	ช
จุดประสงค์การเรียนรู้.....	1
แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์.....	2
ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น	7
ใบกิจกรรมที่ 1	9
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1	10
ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง ความหมาย มิติ และการเรียกตำแหน่งของเมทริกซ์.....	11
ใบกิจกรรมที่ 2	13
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2	14
ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์.....	15
ใบกิจกรรมที่ 3	18
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3	20
ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง การเท่ากันและไม่เท่ากันของเมทริกซ์.....	21
ใบกิจกรรมที่ 4	22
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 4	24
ใบกิจกรรม concept learning sheet.....	25
แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์	26
กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน.....	31
บรรณานุกรม.....	32
ภาคผนวก.....	33
แนวคำตอบใบกิจกรรม.....	34
เฉลยคำตอบแบบฝึกเสริมทักษะ.....	40



แนวคำตอบ Concept learning sheet.....	44
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน.....	46
แบบบันทึกความก้าวหน้าของคะแนน.....	47



1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 มีทั้งหมด 7 ชุด ดังนี้
 - ชุดที่ 1 พื้นฐานของเมทริกซ์
 - ชุดที่ 2 การดำเนินการของเมทริกซ์การบวกเมทริกซ์และการลบเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
 - ชุดที่ 3 การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัวและการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
 - ชุดที่ 4 ไมเนอร์และโคแฟกเตอร์
 - ชุดที่ 5 ดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์
 - ชุดที่ 6 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์
 - ชุดที่ 7 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้นและการใช้กฎของคาร์เมอร์
2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการจัดการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ให้ผู้เรียนได้มีชุดกิจกรรมการเรียนรู้ศึกษาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับ เรื่อง เมทริกซ์ (Matrix)
3. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดนี้เป็นชุดที่ 1 เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์ ใช้เวลาในการเรียน 4 ชั่วโมง หรือศึกษาด้วยตนเองตามความเหมาะสม



ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีทั้งหมด 7 ชุด และชุดนี้เป็นชุดที่ 1 เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์ ใช้ประกอบการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค31203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ครูผู้สอนควรศึกษาเนื้อหารายละเอียดเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ละปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

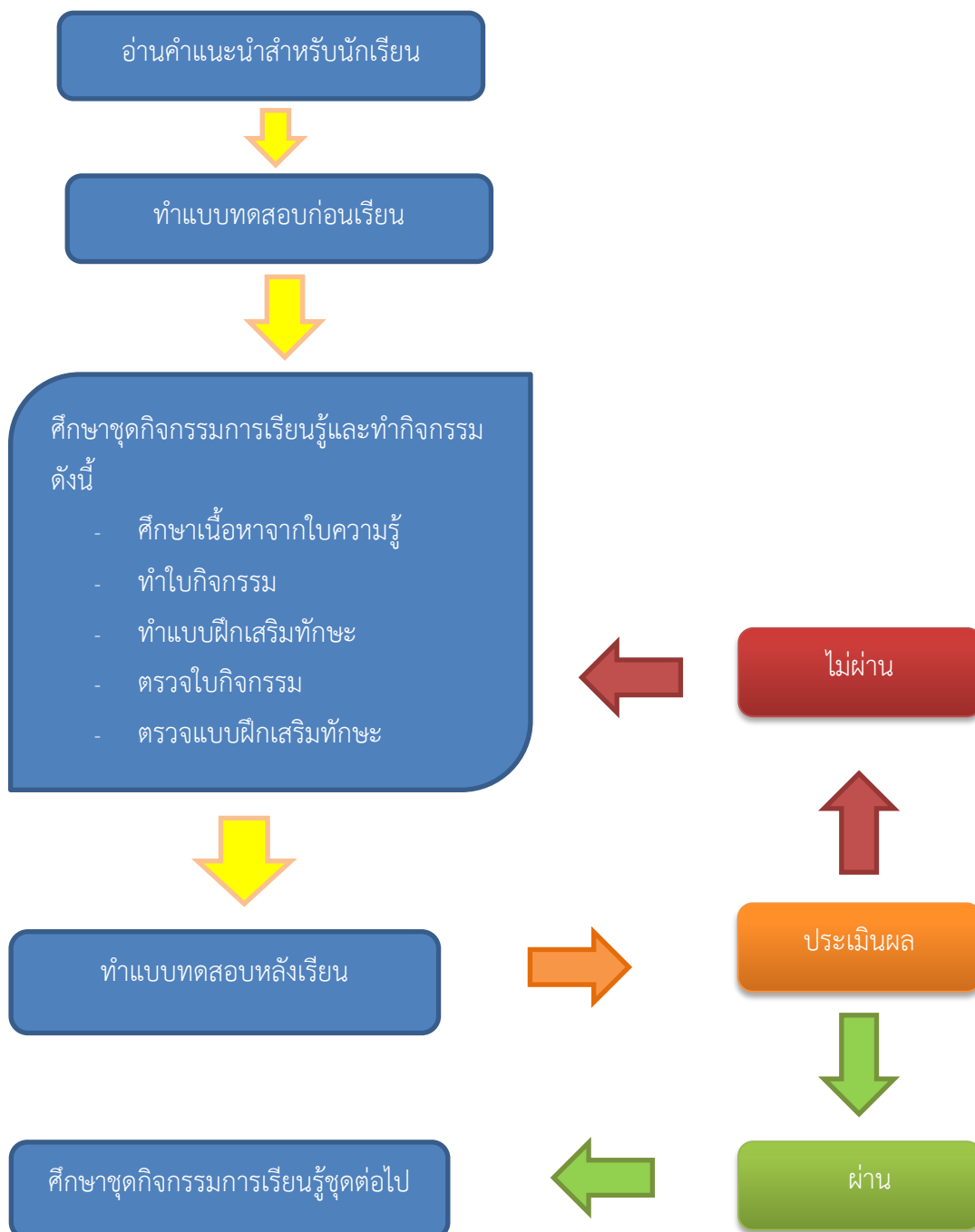
1. ครูเตรียมชุดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้ครบตามจำนวนนักเรียน
2. ควรใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค31203 เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. แจกมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
5. ให้นักเรียนศึกษาและแนะนำวิธีการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อนักเรียนจะได้ปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง
6. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้
7. สังเกต ดูแล ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะแก่นักเรียนเมื่อมีปัญหาขณะทำกิจกรรมและแก้ไขพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์ของนักเรียน
8. หากมีนักเรียนบางคนเรียนไม่ทันเพื่อน ครูควรให้คำแนะนำหรืออาจมอบหมายงาน หรือนำเอกสารให้ศึกษาเพิ่มเติมในเวลาว่าง
9. หลังจากนักเรียนศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้และทำทุกกิจกรรมตามขั้นตอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป และให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน
10. ครูบันทึกคะแนนของนักเรียนแต่ละคนจากกิจกรรมแต่ละกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนรู้ รวมทั้งคะแนนทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน เพื่อประเมินการพัฒนาและความก้าวหน้า หากมีนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ ครูควรจัดสอนซ่อมเสริมให้



ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีทั้งหมด 7 ชุด และชุดนี้เป็นชุดที่ 1 เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์ ใช้ประกอบการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นักเรียนควรศึกษาและอ่านคำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เข้าใจและปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. นักเรียนศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้ของชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้เข้าใจ
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน เพื่อวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อทำเสร็จแล้วตรวจคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียนจากแนวคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียนแล้วบันทึกผลที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน
3. นักเรียนศึกษาใบความรู้และทำใบกิจกรรมทุกกิจกรรม เมื่อทำเสร็จแล้วตรวจคำตอบจากแนวคำตอบใบกิจกรรม แล้วบันทึกผลการทำกิจกรรมลงในตารางบันทึกผล ถ้านักเรียนไม่เข้าใจให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากใบความรู้อีกครั้งหนึ่ง
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน แล้วให้ตรวจคำตอบแบบทดสอบหลังเรียนจากแนวคำตอบแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อวัดความก้าวหน้า แล้วบันทึกผลที่ได้ลงในตารางบันทึกคะแนน
5. นักเรียนต้องตั้งใจปฏิบัติกิจกรรมอย่างจริงจัง ในการประกอบกิจกรรมทุกครั้ง นักเรียนควรมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง ไม่ดูแนวคำตอบคำตอบก่อนทำกิจกรรมเสร็จ
6. นักเรียนเกิดข้อสงสัยหรือเกิดปัญหาให้ถามครูผู้สอน

ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้





ด้านความรู้

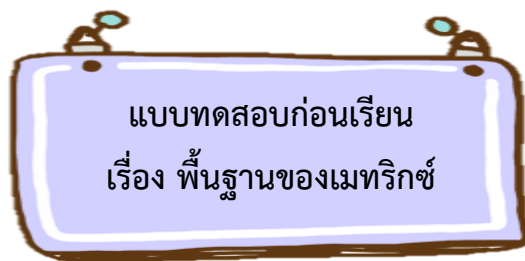
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการของเมทริกซ์
2. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกไม่เกินสี่
3. วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
3. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

ด้านคุณลักษณะ

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน



คำชี้แจง แบบทดสอบเป็นแบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วกาเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในช่อง 1) 2) 3) 4) หรือ 5) ในกระดาษคำตอบ

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- 1) เมทริกซ์ A มีมิติ 3×2
- 2) แถวที่ 2 หลักที่ 1 คือ 1
- 3) $a_{22} = -1$
- 4) $a_{12} + a_{23} = 3$
- 5) แถวที่ 3 หลักที่ 2 คือ 5

2. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- 1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์หลัก
- 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์แถว
- 3) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์ 0
- 4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์จัตุรัส
- 5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน

3. ข้อใดเขียนเมทริกซ์สลับเปลี่ยนเมทริกซ์ได้ถูกต้อง

$$1) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3) A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4) A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$5) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. การเท่ากันของเมทริกซ์ในข้อใดถูกต้อง

$$1) \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$4) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$5) \begin{bmatrix} x & 1 & 2 \\ y & 0 & 3 \\ z & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

5. ข้อใดไม่เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

6. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ $a_{11} + a_{31} - a_{22}$ ตรงกับข้อใด

1) 2

2) 7

3) 8

4) 9

5) 10

7. $x - \frac{y-2}{3} = 0$ จากระบบสมการนี้ จงหาค่าของ x และ y
 $0.2x + 0.3y = 0.5$

1) $x=1$ และ $y=6$

2) $x = -\frac{1}{11}$ และ $y = \frac{19}{11}$

3) $x=6$ และ $y=9$

4) $x = \frac{2}{13}$ และ $y = -\frac{4}{11}$

5) $x=10$ และ $y = \frac{1}{2}$

8. ข้อใดเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

5) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ทำกันได้เลยค่ะ



9. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ และ $-A = B$ จงหา $2b_{11} - b_{31} + 3b_{23}$

- 1) -14
- 2) -12
- 3) -10
- 4) 5
- 5) 10

10. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. เมทริกซ์เอกลักษณ์ เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ข. เมทริกซ์ A ที่มีมิติ 2×3 จะสามารถหาค่าของ a_{32} ได้

ค. เมทริกซ์เอกลักษณ์เท่ากับเมทริกซ์ศูนย์

- 1) ก. ถูก ข. และ ค. ผิด
- 2) ก. และ ข. ถูก ค. ผิด
- 3) ข. และ ค. ถูก ก. ผิด
- 4) ก, ข, ค ถูกทุกข้อ
- 5) ไม่มีข้อถูก

ทำแบบทดสอบก่อนเรียนจบแล้ว
เรามาเข้าสู่บทเรียนกันเลย



ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น



ความรู้ในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามารถนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้หลายเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นจะประกอบด้วยสมการเชิงเส้นตั้งแต่สองสมการขึ้นไป เช่น ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอย่างน้อยสองสมการดังนี้

ให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

เรียก
$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$
 ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

โดยที่ x และ y เป็นตัวแปร

คำตอบของระบบสมการนี้คือ จำนวนที่ไปแทน x และ y ในทั้งสองสมการของระบบสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว หรือมีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้

ในหัวข้อนี้จะศึกษาระบบสมการเชิงเส้น n ตัวแปร โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

บทนิยาม ให้ $a_1, a_2, \dots, a_n, b$ เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ $a_1, a_2, \dots, a_n$ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียกสมการ $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ ว่า สมการเชิงเส้น n ตัวแปร โดยที่ $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวแปร

บทนิยาม ระบบสมการเชิงเส้นที่มี $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวแปร หมายถึง ชุดของสมการเชิงเส้นที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นที่มี $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวแปรจำนวน m สมการ โดยที่ $m \geq 2$

คำตอบของระบบสมการนี้ คือ จำนวน n จำนวน ที่นำไปแทนตัวแปร $x_1, x_2, \dots, x_n$ ในทุกๆ สมการ ตามลำดับ แล้วได้สมการที่เป็นจริงทั้งหมด

ตัวอย่าง

จงแก้ระบบสมการ

$$x + y + z = 2$$

$$x + y - z = 4$$

$$x + 2y + z = 4$$

$$x + y + z = 2 \quad \text{.....(1)}$$

วิธีทำ

$$x + y - z = 4 \quad \text{.....(2)}$$

$$x + 2y + z = 4 \quad \text{.....(3)}$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } 2z = -2$$

$$z = -1$$

$$(3) - (1) \text{ จะได้ } y = 2$$

แทน y และ z ใน (1) ด้วย 2 และ -1 ตามลำดับ จะได้ $x + 2 - 1 = 2$

$$x = 1$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(1, 2, -1)$



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$3x - 2y = 4$$

$$1) \quad -2x + 4y = 0$$

วิธีทำ _____ = _____ → ①

-2x + _____ = _____ → ②

① $\times 2$ _____ - _____ = _____ → ③

② $\times 3$ _____ + _____ = _____ → ④

③ + ④ _____ = _____

y = _____

แทนค่า y = _____ ใน _____

จะได้ _____ = _____

_____ = _____

จะได้ x = _____

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ _____

ตอบ _____

2) ถุงใบหนึ่งบรรจุเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทจำนวน 23 เหรียญ เป็นเงิน 160 บาท จงหาจำนวนเหรียญแต่ละชนิด

วิธีทำ จงเขียนประโยคข้อความเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ให้ x แทน _____

ให้ y แทน _____

ถุงใบหนึ่งบรรจุเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทจำนวน 23 เหรียญ

แทนด้วย _____

ถุงใบหนึ่งบรรจุเหรียญสิบบาทและห้าบาทเป็นเงิน 160 บาท

แทนด้วย _____

จากโจทย์จะเขียนระบบสมการได้ คือ _____

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/.....เลขที่.....

คำชี้แจง จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$7x + y = 13$$

$$1) \quad 4x + y = 7$$

$$2x + 5y = 11$$

$$2) \quad 2x + 3y = 5$$

$$x + y + 2z = 8$$

$$3) \quad x + 2y + z = 10$$

$$2x + 3y - 3z = 14$$

$$3x + 2y + z = 3$$

$$4) \quad x + 3y + 2z = -1$$

$$x + y - 2z = 2$$

ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง ความหมาย มิติ และการเรียกตำแหน่งของเมทริกซ์

ความหมายของเมทริกซ์

เมทริกซ์ คือ กลุ่มของจำนวนหรือสมาชิกของสิ่งใดๆ เขียนเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือจัตุรัส กล่าวคือเรียงเป็นแถวในแนวนอน และเรียงเป็นแถวในแนวตั้ง เรามักเขียนเมทริกซ์เป็นตารางที่ไม่มีเส้นแบ่งและเขียนวงเล็บคร่อมตารางไว้ (ไม่ว่าจะเป็นวงเล็บโค้งหรือวงเล็บเหลี่ยม)

$$\text{เช่น } M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

มิติและการเรียกตำแหน่ง

- มิติ ถ้าเมทริกซ์ M_1 มีสมาชิก m แถว และ n หลัก เราเรียกเมทริกซ์นั้นว่า เมทริกซ์ M_1 มีมิติ $m \times n$ หรือเรียกว่า เมทริกซ์ M_1 มีขนาด $m \times n$

เช่น พิจารณาเมทริกซ์ M_1 จากตัวอย่างข้างบนจะได้

เมทริกซ์ M_1 มีมิติ 3×3

- ตำแหน่ง

เราใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนเมทริกซ์ $m \times n$

$$A = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

a_{ij} หมายถึง สมาชิกแถวที่ i หลักที่ j

$$\text{เช่น } M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $a_{11} = 1, a_{12} = 2, a_{13} = 3, a_{21} = 4, a_{22} = 5, a_{23} = 6$

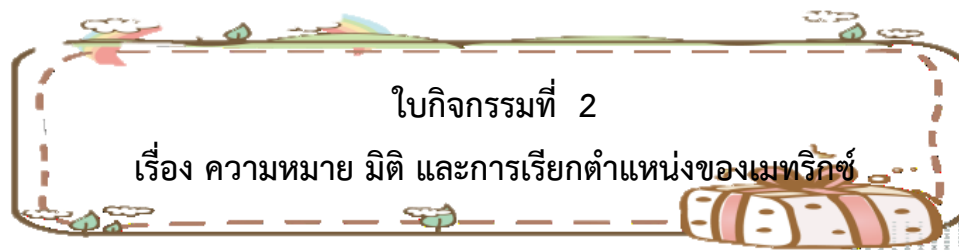
บทนิยาม เมทริกซ์ คือ ชุดของจำนวน mn จำนวน ($m \in \mathbb{I}^+$ และ $n \in \mathbb{I}^+$) ซึ่งเขียนเรียงกัน m แถว (row) n หลัก (column) ภายในเครื่องหมายวงเล็บ ในรูปแบบ

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{แถวที่ 1} \\ \text{แถวที่ 2} \\ \vdots \\ \text{แถวที่ } m \end{matrix}$$

หลักที่ 1 หลักที่ 2 หลักที่ n

เรียก a_{ij} ว่าเป็นสมาชิก (entry) ในแถวที่ i และหลักที่ j ของเมทริกซ์ หรือเรียกว่าเป็นสมาชิกในตำแหน่งที่ ij ของเมทริกซ์ เมื่อ $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ และ $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียก เมทริกซ์ที่มี m แถว และ n หลักว่าเป็น $m \times n$ เมทริกซ์ (อ่านว่า เอ็ม คูณ เอ็น เมทริกซ์) และเรียก $m \times n$ ว่าเป็นมิติของเมทริกซ์ (dimension of matrix)





ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

1. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ จงเขียนเมทริกซ์ตามรูปแบบที่กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

2. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ จงเขียนเมทริกซ์ตามรูปแบบที่กำหนดให้

$$a_{11}=1, a_{12}=-6, a_{13}=7$$

$$a_{21}=4, a_{22}=12, a_{23}=5$$

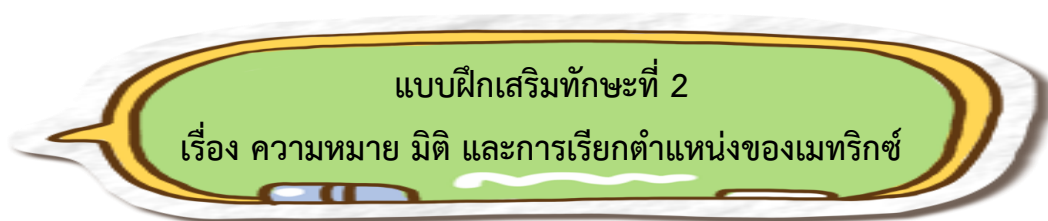
$$a_{31}=12, a_{32}=-6, a_{33}=14$$

$$A = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

3. ให้ A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 2×3 จงยกตัวอย่างเมทริกซ์ A
และ B เป็นเมทริกซ์ มิติ 3×2 จงยกตัวอย่างเมทริกซ์ B

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

เป็นเมทริกซ์.....

2. กำหนดให้ B เป็นเมทริกซ์

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 6 & 7 & 8 \\ 12 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

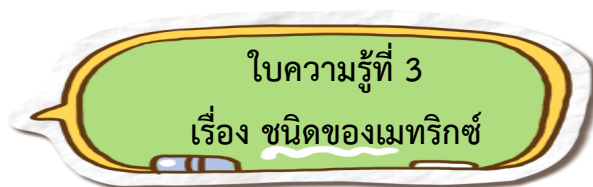
2.1) ตำแหน่ง b_{12} =

2.2) ตำแหน่ง b_{32} =

2.3) ตำแหน่ง b_{21} =

2.4) ตำแหน่ง b_{33} =

2.5) ตำแหน่ง b_{22} =



- เมทริกซ์แถว คือ เมทริกซ์ซึ่งมีเพียง 1 แถวเท่านั้น เช่น $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

- เมทริกซ์หลัก คือ เมทริกซ์ซึ่งมีเพียง 1 หลักเท่านั้น เช่น $\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

- เมทริกซ์ศูนย์ คือ เมทริกซ์ที่สมาชิกในทุกตำแหน่งมีค่าเป็น 0 เช่น $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

- เมทริกซ์จัตุรัส คือ เมทริกซ์ที่จำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก

เช่น $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- เมทริกซ์เอกลักษณ์ คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่สมาชิกในตำแหน่งแถวเท่ากับตำแหน่งหลัก จะมีสมาชิกมีค่าเป็น 1 และในทางกลับกันสมาชิก

ในตำแหน่งแถวไม่เท่ากับตำแหน่งหลัก จะมีสมาชิกมีค่าเป็น 0

เช่น $I_1 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$ $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

บทนิยาม สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ จะให้ $I_n = [i_{jk}]_{n \times n}$ เมื่อ j และ k เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ n มีสมาชิก ดังนี้

เมื่อ $j=k$

เมื่อ $j \neq k$

และเรียก I_n ว่า เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) มีมิติ $n \times n$ ถ้าไม่เกิดความสับสนเกี่ยวกับมิติแล้ว อาจเขียน I_n เป็น I

- เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกของเมทริกซ์ทุกตัวที่อยู่ใต้เส้นทแยงมุมหลักมีค่าเท่ากับ 0 ตำแหน่งที่เหลือนี้อาจมีค่าเท่าไรก็ได้

เช่น
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกของเมทริกซ์ทุกตัวที่อยู่บนเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเท่ากับ 0 ตำแหน่งที่เหลือนี้อาจมีค่าเท่าไรก็ได้

เช่น
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

● สเกลาร์เมทริกซ์

คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก เท่ากันหมด และสมาชิกที่เหลือเป็น 0 หมด

เช่น
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

A^t เรียกว่า “เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A ” การทำ A ให้เป็น A^t ทำได้โดย

นำแถวที่ 1 ของ A มาเป็นหลักที่ 1 ของ A^t

นำแถวที่ 2 ของ A มาเป็นหลักที่ 2 ของ A^t

.....

นำแถวสุดท้ายของ A มาเป็นหลักสุดท้ายของ A^t

เช่น

$$\text{ให้ } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad \text{จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}_{2 \times 4}$$

A มีมิติ 4×2 จะได้ A^t มีมิติเป็น 2×4

สมบัติ

- 1) $(A^t)^t = A$
- 2) $(AB)^t = B^t A^t$
- 3) $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
- 4) $(cA)^t = cA^t$ ให้ c เป็นค่าคงตัว
- 5) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ถ้า $B = [b_{ij}]_{n \times m}$ มีสมบัติว่า $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ และ $j \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ แล้วเรียก B ว่า เมทริกซ์สลับเปลี่ยน (transpose of a matrix) ของ A และแทน B ด้วย A^t



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงช่วยกันวิเคราะห์และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เป็นคำตอบ

ข้อ	โจทย์	เมทริกซ์ แถว	เมทริกซ์ หลัก	เมทริกซ์ ศูนย์	เมทริกซ์ สามเหลี่ยม บน	เมทริกซ์ สามเหลี่ยม ล่าง	เมทริกซ์ เอกลักษณะ	เมทริกซ์ จัตุรัส
1	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$							
2	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$							
3	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$							
4	$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$							
5	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$							
6	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$							

คำชี้แจง จงเติมคำตอบ

$$1) A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} - & 2 \\ - & 0 \end{bmatrix}$$

$$2) B = \begin{bmatrix} - & - & - \\ 2 & 0 & 4 \\ - & - & - \end{bmatrix} \text{ จะได้ } B^t = \begin{bmatrix} 1 & - & 1 \\ 0 & - & 3 \\ -1 & - & 5 \end{bmatrix}$$

$$3) C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } C^t = \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \end{bmatrix}$$

$$4) D = \begin{bmatrix} - & - & 3 \\ - & 10 & 15 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } D^t = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & - \\ - & - \end{bmatrix}$$

$$5) E = \begin{bmatrix} 4 & 7 & -8 \\ - & 6 & - \\ - & 5 & - \end{bmatrix} \text{ จะได้ } E^t = \begin{bmatrix} - & 5 & 12 \\ - & - & - \\ -8 & 9 & -4 \end{bmatrix}$$

สู้ๆ!!!!





ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง นำตัวอักษรด้านขวามาใส่ในช่องว่างให้ถูกต้อง

1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

2) $[0]$

3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

5) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

- ก. เมทริกซ์แถว
- ข. เมทริกซ์หลัก
- ค. เมทริกซ์ศูนย์
- ง. เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน
- จ. เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
- ฉ. เมทริกซ์เอกลักษณะ

คนเก่งสู้ๆ



ใบความรู้ที่ 4

เรื่อง การเท่ากันและไม่เท่ากันของเมทริกซ์



ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์

$A = B$ ก็ต่อเมื่อ A และ B มีมิติเท่ากัน และค่าที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันใน A และ B มีค่าเท่ากัน เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix}$$

ถ้า $A = B$ จะได้ว่า $w = 1, x = 2, y = 3, z = 4$

บทนิยาม

ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$

A เท่ากับ B ก็ต่อเมื่อ $a_{ij} = b_{ij}$ สำหรับทุกๆ $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ และ $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$

และเขียน $A=B$ แทน A เท่ากับ B



ถ้า $\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ แล้ว x เท่ากับเท่าใด

ตอบ $x = 4$



ถ้า $\begin{bmatrix} x-2 & 7 \\ 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ แล้ว x เท่ากับเท่าใด

ตอบ $x = 6$



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง กำหนดให้ $x = -2, y = 1, z = 0$ จงจับคู่บัตรโจทย์ที่กำหนดให้ เมทริกซ์ใดบ้างที่มีค่าเท่ากัน
ให้เขียนลงในกิจกรรมพร้อมบอกเหตุผล

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & y \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} x & -y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} y & -x & -3 \\ 4 & 5 & z \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & x \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -x & z \\ -2x & -2 \\ -y & y \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & -1 \\ 2x & -y & 3z \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ y & z & -y \\ -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

ตอบ _____ และ _____ เหตุผล _____
 _____ และ _____ เหตุผล _____
 _____ และ _____ เหตุผล _____
 _____ และ _____ เหตุผล _____
 _____ และ _____ เหตุผล _____

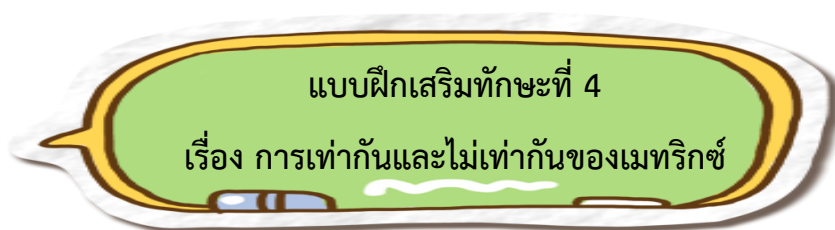
คำชี้แจง จงเติมตัวเลขในช่องว่าง เมื่อแสดงว่าเป็นเมทริกซ์ที่เท่ากับเมทริกซ์ที่กำหนดให้

กำหนดให้ $x=3$, $y=-2$, $z=0$

$$1) \begin{bmatrix} z & 3 & 9 \\ -9 & 15 & -3 \\ - & -27 & - \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} - & - & x \\ -3 & - & -1 \\ y & - & z \end{bmatrix}$$

$$2) - \begin{bmatrix} 3 & - \\ - & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & z \\ x & - \end{bmatrix}$$

$$3) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & y & - \\ - & - & 6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} - & - & z \\ y & x & - \end{bmatrix}$$



ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง กำหนดให้ $x = -2, y = 1, z = 0$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ข้อใดเป็นเมทริกซ์ที่เท่ากัน

1) $A = \begin{bmatrix} x & -y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} y & -x & -3 \\ 4 & 5 & z \end{bmatrix}$

3) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & x \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -x & z \\ -2x & -2 \\ -y & y \end{bmatrix}$

4) $A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & -1 \\ 2x & -y & 3z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ y & z & -y \\ -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

คำชี้แจง จงเติมตัวเลขในช่องว่างเมื่อแสดงว่าเป็นเมทริกซ์ที่เท่ากับเมทริกซ์ที่กำหนดให้

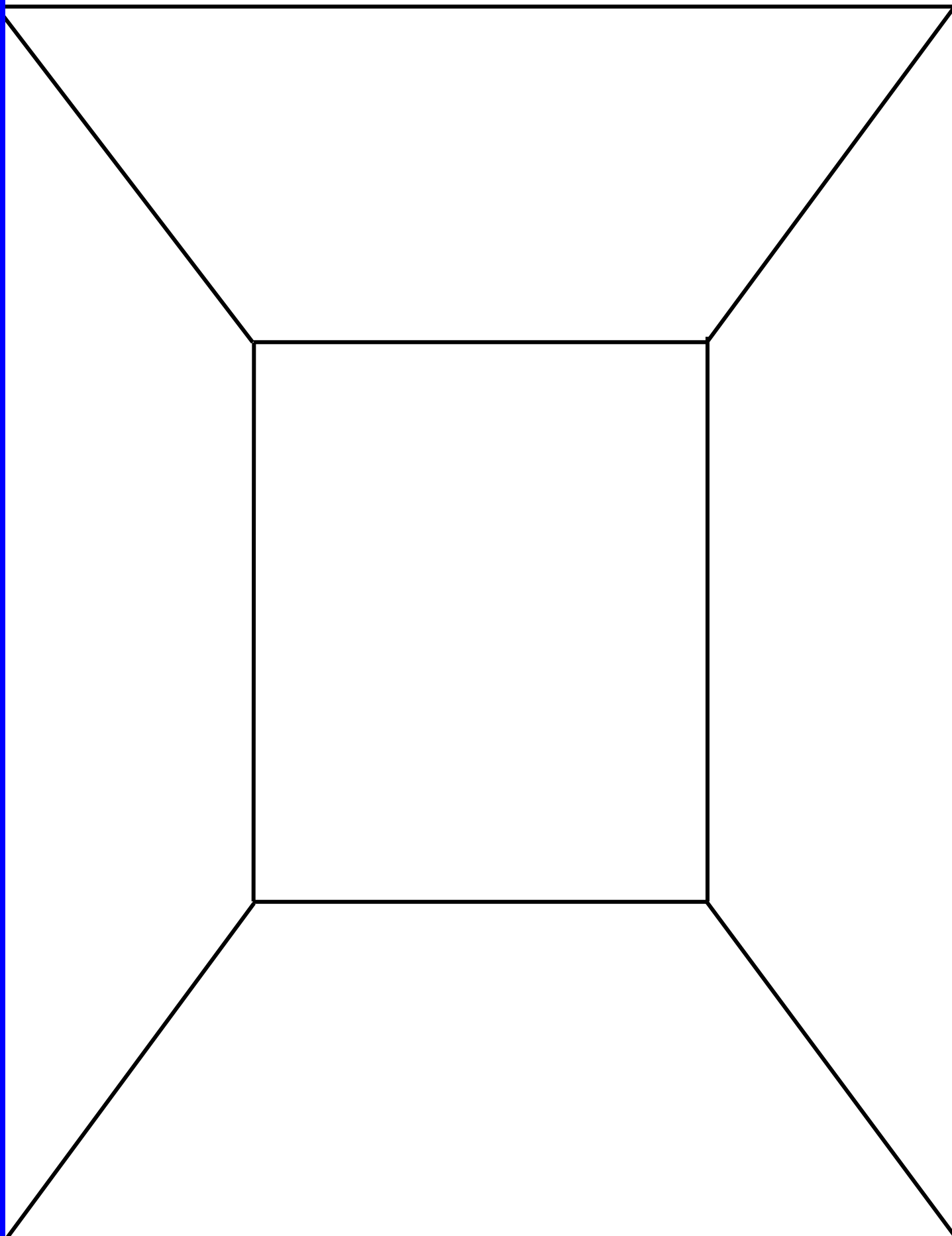
กำหนดให้ $x=3, y=-2, z=0$

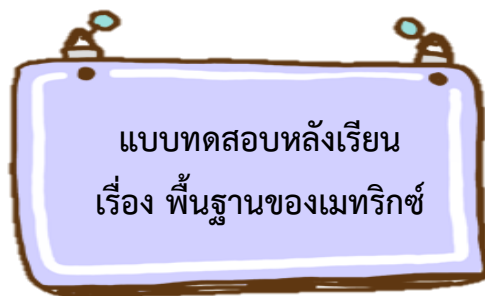
1) $\begin{bmatrix} z & 3 & 9 \\ -9 & 15 & -3 \\ - & -27 & - \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} - & - & x \\ -3 & - & -1 \\ y & - & z \end{bmatrix}$

2) $- \begin{bmatrix} 3 & - \\ - & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & z \\ x & - \end{bmatrix}$

3) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & y & - \\ - & - & 6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} - & - & z \\ y & x & - \end{bmatrix}$

Concept learning sheet





คำชี้แจง แบบทดสอบเป็นแบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วกาเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในช่อง 1) 2) 3) 4) หรือ 5) ในกระดาษคำตอบ

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- 1) เมทริกซ์ A มีมิติ 3×2
- 2) แถวที่ 3 หลักที่ 2 คือ 5
- 3) แถวที่ 2 หลักที่ 1 คือ 1
- 4) $a_{12} + a_{23} = 3$
- 5) $a_{22} = -1$

2. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- 1) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์แถว
- 2) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์หลัก
- 3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์จัตุรัส
- 4) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์ 0
- 5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน

3. ข้อใดเขียนเมทริกซ์สลับเปลี่ยนเมทริกซ์ได้ถูกต้อง

- 1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ จะได้ $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- 2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ จะได้ $A^t = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
- 3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $A^t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$
- 4) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $A^t = \begin{bmatrix} 5 & 1 \end{bmatrix}$
- 5) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ จะได้ $A^t = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

4. การเท่ากันของเมทริกซ์ในข้อใดถูกต้อง

- 1) $\begin{bmatrix} x & 1 & 2 \\ y & 0 & 3 \\ z & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$
- 2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$
- 3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
- 4) $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$
- 5) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

5. ข้อใดไม่เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

1)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

2)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

4)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5)
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ $a_{11} + a_{31} - a_{22}$ ตรงกับข้อใด

1) 2

2) 7

3) 8

4) 9

5) 10

7. $x - \frac{y-2}{3} = 0$ จากระบบสมการนี้ จงหาค่าของ x และ y
 $0.2x + 0.3y = 0.5$

1) $x = -\frac{1}{11}$ และ $y = \frac{19}{11}$

2) $x=1$ และ $y=6$

3) $x=6$ และ $y=9$

4) $x = \frac{2}{13}$ และ $y = -\frac{4}{11}$

5) $x=10$ และ $y = \frac{1}{2}$

8. ข้อใดเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

5) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

9. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ และ $-A=B$ จงหา $2b_{11} - b_{31} + 3b_{23}$

- 1) -14
- 2) -12
- 3) -10
- 4) 5
- 5) 10

10. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก. เมทริกซ์เอกลักษณ์ เป็นเมทริกซ์จัตุรัส
 - ข. เมทริกซ์ A ที่มีมิติ 2×3 จะสามารถหาค่าของ a_{32} ได้
 - ค. เมทริกซ์เอกลักษณ์เท่ากับเมทริกซ์ศูนย์
- 1) ก. และ ข. ถูก ค. ผิด
 - 2) ข. และ ค. ถูก ก. ผิด
 - 3) ก. ถูก ข. และ ค. ผิด
 - 4) ก,ข,ค ถูกทุกข้อ
 - 5) ไม่มีข้อถูก

ทำกันได้เลยค่ะ



กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์

โรงเรียนสตรีวัดระฆัง เขตบางกอกน้อย จังหวัดกรุงเทพมหานคร

ชื่อ-สกุล.....ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบในแบบทดสอบแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในกระดาษคำตอบข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

แบบทดสอบก่อนเรียน					
ข้อ	1)	2)	3)	4)	5)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

แบบทดสอบหลังเรียน					
ข้อ	1)	2)	3)	4)	5)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

แบบทดสอบก่อนเรียน
คะแนนเต็ม 10 คะแนน
คะแนนที่ได้.....คะแนน

แบบทดสอบหลังเรียน
คะแนนเต็ม 10 คะแนน
คะแนนที่ได้.....คะแนน



กมล เอกไทยเจริญ. **เทคนิคการทำโจทย์ข้อสอบ คณิตศาสตร์ ม.4 เทอม 1.** -- กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง, 2556. 428 หน้า.

กระทรวงศึกษาธิการ. **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.) 2545.

เทพวิ ชนะชาญมงคล. **Perfect Maths สรุปเข้มคณิตศาสตร์ ม.ปลาย.** -- กรุงเทพฯ : อินส์พัล, 2559. 568 หน้า.

ทวินันท์ อยู่สุนทร. **ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์ เตรียมสอบมัธยมปลาย PAT + วิชาสามัญ.** -- กรุงเทพฯ : สมาร์ท อินเทลลิเจนท์, 2560. 444 หน้า.

พิทักษ์ ศิริพรรณ. **รวมสูตรคณิตฯ พิชิตข้อสอบ ม.4 พร้อมแนวข้อสอบ.** -- นนทบุรี : ริงค์ ปียอนด์ บุ๊คส์, 2559. 232 หน้า.

พลอนันต์ แสงประสิทธิ์. **โค้งสำคัญ ทิวแนวข้อสอบวิชาสามัญ คณิตศาสตร์ ระบบปรับตรง และ กสพท.** -- กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์, 2556. 268 หน้า.

ศินาพร แสงใส. **Inspire คณิตศาสตร์ ม.ปลาย มั่นใจเต็ม 100.** -- นนทบุรี : ไอดีซี, 2558. 512 หน้า.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน.(2545). **หนังสือวิชาคณิตศาสตร์ ค011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย หลังสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).** พิมพ์ครั้งที่ 13. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

สมัย เหล่าวานิชย์. **Hi-ED's Mathematics คณิตศาสตร์ ม.4-6 เล่ม 1 (รายวิชาพื้นฐานและเพิ่มเติม).** -- กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง, 2554. 364 หน้า.

(ออนไลน์). แหล่งที่มา : http://www.tewlek.com/anet_matrix.html สืบค้นเมื่อ 10 เมษายน 2561

(ออนไลน์). แหล่งที่มา : <https://www.gotoknow.org/posts/200674> สืบค้นเมื่อ 10 เมษายน 2561

(ออนไลน์). แหล่งที่มา : <https://depositphotos.com/search/teacherst60>. สืบค้นเมื่อ 2 พฤษภาคม 2561

ภาคผนวก

แนวคำตอบใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

คำชี้แจง จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{array}{rcl}
 3x - 2y & = & 4 \\
 1) \quad -2x + 4y & = & 0 \\
 \text{วิธีทำ} & & \\
 & 3x - 2y & = 4 \rightarrow \textcircled{1} \\
 & -2x + 4y & = 0 \rightarrow \textcircled{2} \\
 \textcircled{1} \times 2 & 6x - 4y & = 8 \rightarrow \textcircled{3} \\
 \textcircled{2} \times 3 & -6x + 12y & = 0 \rightarrow \textcircled{4} \\
 \textcircled{3} + \textcircled{4} & 8y & = 8 \\
 & y & = 1
 \end{array}$$

แทนค่า $y = 1$ ใน $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{จะได้} & 3x - 2 & = 4 \\
 & 3x & = 6 \\
 \text{จะได้} & x & = 2
 \end{array}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $x = 2, y = 1$

ตอบ $x = 2, y = 1$

- 2) ถุงใบหนึ่งบรรจุเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทจำนวน 23 เหรียญ เป็นเงิน 160 บาท จงหาจำนวนเหรียญแต่ละชนิด

วิธีทำ จงเขียนประโยคข้อความเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ให้ x แทน จำนวนเหรียญห้าบาท

ให้ y แทน จำนวนเหรียญสิบบาท

ถุงใบหนึ่งบรรจุเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทจำนวน 23 เหรียญ

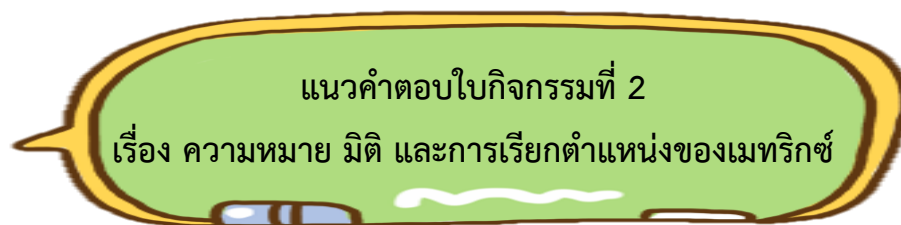
แทนด้วย $x + y = 23$

ถุงใบหนึ่งบรรจุเหรียญสิบบาทและห้าบาทเป็นเงิน 160 บาท

แทนด้วย $5x + 10y = 160$

จากโจทย์จะเขียนระบบสมการได้ คือ $x + y = 23$

$$5x + 10y = 160$$



1. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ จงเขียนเมทริกซ์ตามรูปแบบที่กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

หมายเหตุ : คำตอบอาจแตกต่างจากเฉลย

2. กำหนดให้

$$a_{11} = 1, a_{12} = -6, a_{13} = 7$$

$$a_{21} = 4, a_{22} = 12, a_{23} = 5$$

$$a_{31} = 12, a_{32} = -6, a_{33} = 14$$

จงสร้างเป็นเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} 1 & -6 & 7 \\ 4 & 12 & 5 \\ 12 & -6 & 14 \end{bmatrix}$$

3. ให้ A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 2×3 จงยกตัวอย่างเมทริกซ์ A มา 2 ตัวอย่าง

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ 8 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ : คำตอบอาจแตกต่างจากเฉลย

แนวคำตอบใบกิจกรรมที่ 3
เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์

คำชี้แจง จงช่วยกันวิเคราะห์และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เป็นคำตอบ

ข้อ	โจทย์	เมทริกซ์ แถว	เมทริกซ์ หลัก	เมทริกซ์ ศูนย์	เมทริกซ์ สามเหลี่ยม บน	เมทริกซ์ สามเหลี่ยม ล่าง	เมทริกซ์ เอกลักษณะ	เมทริกซ์ จัตุรัส
1	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	✓						
2	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$		✓					
3	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$			✓				✓
4	$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				✓			✓
5	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$					✓		✓
6	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$						✓	✓

คำชี้แจง จงเติมคำตอบ

$$1) A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2) B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } B^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$3) C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } C^t = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$4) D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 10 & 15 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } D^t = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 10 \\ 3 & 15 \end{bmatrix}$$

$$5) E = \begin{bmatrix} 4 & 7 & -8 \\ 5 & 6 & 9 \\ 12 & 5 & -4 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } E^t = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 12 \\ 7 & 6 & 5 \\ -8 & 9 & -4 \end{bmatrix}$$



แนวคำตอบใบกิจกรรมที่ 4

เรื่อง การเท่ากันและไม่เท่ากันของเมทริกซ์

คำชี้แจง กำหนดให้ $x = -2, y = 1, z = 0$ จงจับคู่บัตรโจทย์ที่กำหนดให้ เมทริกซ์ใดบ้างที่มีค่าเท่ากัน
ให้เขียนลงในกิจกรรมพร้อมบอกเหตุผล

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & y \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} x & -y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} y & -x & -3 \\ 4 & 5 & z \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & x \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -x & z \\ -2x & -2 \\ -y & y \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & -1 \\ 2x & -y & 3z \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ y & z & -y \\ -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

ตอบ A และ B เหตุผล เมื่อแทน $y=1$ แล้ว เมทริกซ์มีค่าเท่ากัน

C และ D เหตุผล เมื่อแทน $x=-2$ และ $y=1$ แล้ว เมทริกซ์มีค่าเท่ากัน

E และ F เหตุผล เมื่อแทน $x = -2, y = 1$ และ $z = 0$ แล้ว เมทริกซ์มีค่าเท่ากัน

G และ H เหตุผล เมื่อแทน $x = -2, y = 1$ และ $z = 0$ แล้ว เมทริกซ์มีค่าเท่ากัน

I และ J เหตุผล เมื่อแทน $x = -2, y = 1$ และ $z = 0$ แล้ว เมทริกซ์มีค่าเท่ากัน

คำชี้แจง จงเติมตัวเลขในช่องว่าง เมื่อแสดงว่าเป็นเมทริกซ์ที่เท่ากับเมทริกซ์ที่กำหนดให้

กำหนดให้ $x=3$, $y=-2$, $z=0$

$$4) \begin{bmatrix} z & 3 & 9 \\ -9 & 15 & -3 \\ -6 & -27 & 0 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 0 & 1 & x \\ -3 & 5 & -1 \\ y & -9 & z \end{bmatrix}$$

$$5) - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & z \\ x & 2 \end{bmatrix}$$

$$6) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & y & 0 \\ 4 & -6 & 6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -2 & 1 & z \\ y & x & -3 \end{bmatrix}$$



เฉลยคำตอบแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

คำชี้แจง จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$7x + y = 13$$

$$1) \quad 4x + y = 7$$

$$x = 2 \text{ และ } y = -1$$

$$2x + 5y = 11$$

$$2) \quad 2x + 3y = 5$$

$$x = -2 \text{ และ } y = 3$$

$$x + y + 2z = 8$$

$$3) \quad x + 2y + z = 10$$

$$2x + 3y - 3z = 14$$

$$x = 4, y = \frac{8}{3} \text{ และ } z = \frac{2}{3}$$

$$3x + 2y + z = 3$$

$$4) \quad x + 3y + 2z = -1$$

$$x + y - 2z = 2$$

$$x = \frac{3}{2}, y = -\frac{1}{2} \text{ และ } z = -\frac{1}{2}$$

เฉลยคำตอบแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2
เรื่อง ความหมาย มิติ และการเรียกตำแหน่งของเมทริกซ์

คำชี้แจง จงเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

แถวที่ 1

แถวที่ 2

แถวที่ 3

หลักที่ 1 หลักที่ 2 หลักที่ 3

เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน.....

2. กำหนดให้ B เป็นเมทริกซ์

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 6 & 7 & 8 \\ 12 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

2.1) ตำแหน่ง b_{12} =5.....

2.2) ตำแหน่ง b_{32} =4.....

2.3) ตำแหน่ง b_{21} =6.....

2.4) ตำแหน่ง b_{33} =5.....

2.5) ตำแหน่ง b_{22} =7.....

เฉลยคำตอบแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3
เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์

คำชี้แจง นำตัวอักษรด้านขวามาใส่ในช่องว่างให้ถูกต้อง

1)ก..... $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

2)ค..... $[0]$

3)ฉ..... $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

4)ข..... $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

5)ง..... $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

- ก. เมทริกซ์แถว
ข. เมทริกซ์หลัก
ค. เมทริกซ์ศูนย์
ง. เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน
จ. เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
ฉ. เมทริกซ์เอกลักษณ์

เฉลยคำตอบแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4
เรื่อง การเท่ากันและไม่เท่ากันของเมทริกซ์

คำชี้แจง กำหนดให้ $x = -2, y = 1, z = 0$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ข้อใดเป็นเมทริกซ์ที่เท่ากัน

- 1) $A = \begin{bmatrix} x & -y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ไม่เท่ากัน
- 2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} y & -x & -3 \\ 4 & 5 & z \end{bmatrix}$ เท่ากัน
- 3) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & x \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -x & z \\ -2x & -2 \\ -y & y \end{bmatrix}$ เท่ากัน
- 4) $A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & -1 \\ 2x & -y & 3z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ y & z & -y \\ -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ เท่ากัน

คำชี้แจง จงเติมตัวเลขในช่องว่างเมื่อแสดงว่าเป็นเมทริกซ์ที่เท่ากับเมทริกซ์ที่กำหนดให้

กำหนดให้ $x=3, y=-2, z=0$

- 1) $\begin{bmatrix} z & 3 & 9 \\ -9 & 15 & -3 \\ -6 & -27 & 0 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 0 & 1 & x \\ -3 & 5 & -1 \\ y & -9 & z \end{bmatrix}$
- 2) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & z \\ x & 2 \end{bmatrix}$
- 3) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & y & 0 \\ 4 & -6 & 6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -2 & 1 & z \\ y & x & -3 \end{bmatrix}$

แนวคำตอบ Concept learning sheet

1) เมทริกซ์ หมายถึง

กลุ่มของจำนวนหรือสมาชิกของสิ่งใดๆ เขียนเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือจัตุรัส กล่าวคือเรียงเป็นแถวในแนวนอน และเรียงเป็นแถวในแนวตั้ง เรามักเขียนเมทริกซ์เป็นตารางที่ไม่มีเส้นแบ่งและเขียนวงเล็บคร่อมตารางไว้ (ไม่ว่าจะเป็นวงเล็บโค้งหรือวงเล็บเหลี่ยม)

$$\text{เช่น } M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

2) ชนิดของเมทริกซ์

- เมทริกซ์แถว คือ เมทริกซ์ซึ่งมีเพียง 1 แถวเท่านั้น เช่น $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

- เมทริกซ์หลัก คือ เมทริกซ์ซึ่งมีเพียง 1 หลักเท่านั้น เช่น $\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

- เมทริกซ์ศูนย์ คือ เมทริกซ์ที่สมาชิกในทุกตำแหน่งมีค่าเป็น 0 เช่น $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

- เมทริกซ์จัตุรัส คือ เมทริกซ์ที่จำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก

$$\text{เช่น } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- เมทริกซ์เอกลักษณ์ คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่สมาชิกในตำแหน่งแถวเท่ากับตำแหน่งหลักจะมีสมาชิกมีค่าเป็น 1 และในทางกลับกันสมาชิกในตำแหน่งแถวไม่เท่ากับตำแหน่งหลัก จะมีสมาชิกมีค่าเป็น 0

$$\text{เช่น } I_1 = [1] \quad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกของเมทริกซ์ทุกตัวที่อยู่ใต้เส้นทแยงมุมหลักมีค่าเท่ากับ 0 ตำแหน่งที่เหลือมีค่าเท่าไรก็ได้

เช่น
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกของเมทริกซ์ทุกตัวที่อยู่บนเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเท่ากับ 0 ตำแหน่งที่เหลือมีค่าเท่าไรก็ได้

เช่น
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

3) เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ คือ

A^t เรียกว่า “เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A” การทำ A ให้เป็น A^t ทำได้โดย

นำแถวที่ 1 ของ A มาเป็นหลักที่ 1 ของ A^t

นำแถวที่ 2 ของ A มาเป็นหลักที่ 2 ของ A^t

นำแถวสุดท้ายของ A มาเป็นหลักสุดท้ายของ A^t เช่น

ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}_{4 \times 2}$ จะได้ $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}_{2 \times 4}$

A มีมิติ 4×2 จะได้ A^t มีมิติเป็น 2×4

4) การเท่ากันและไม่เท่ากันของเมทริกซ์

ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์

$A = B$ ก็ต่อเมื่อ A และ B มีมิติเท่ากัน และค่าที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันใน A และ B มีค่าเท่ากัน เช่น

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix}$

ถ้า $A = B$ จะได้ว่า $w = 1, x = 2, y = 3, z = 4$

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์

แบบทดสอบก่อนเรียน					
ข้อ	1)	2)	3)	4)	5)
1			X		
2			X		
3					X
4	X				
5				X	
6		X			
7		X			
8			X		
9			X		
10	X				

แบบทดสอบหลังเรียน					
ข้อ	1)	2)	3)	4)	5)
1					X
2				X	
3	X				
4					X
5		X			
6		X			
7	X				
8	X				
9			X		
10			X		



แบบบันทึกความก้าวหน้าของคะแนน
เรื่อง พื้นฐานของเมทริกซ์

โรงเรียนสตรีวัดระฆัง เขตบางกอกน้อย จังหวัดกรุงเทพมหานคร

ชื่อ-สกุล.....ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4/..... เลขที่.....

แบบทดสอบ

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
ผลการพัฒนา			

คะแนนระหว่างเรียน

คะแนนระหว่างเรียน	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ใบกิจกรรม			
แบบฝึกเสริมทักษะ			
รวม			
เฉลี่ย			
ร้อยละ			

นางสาวหทัยรัตน์ รำพึงจิตต์
ผลงานวิชาการเพื่อขอมีวิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีวัดระฆัง