

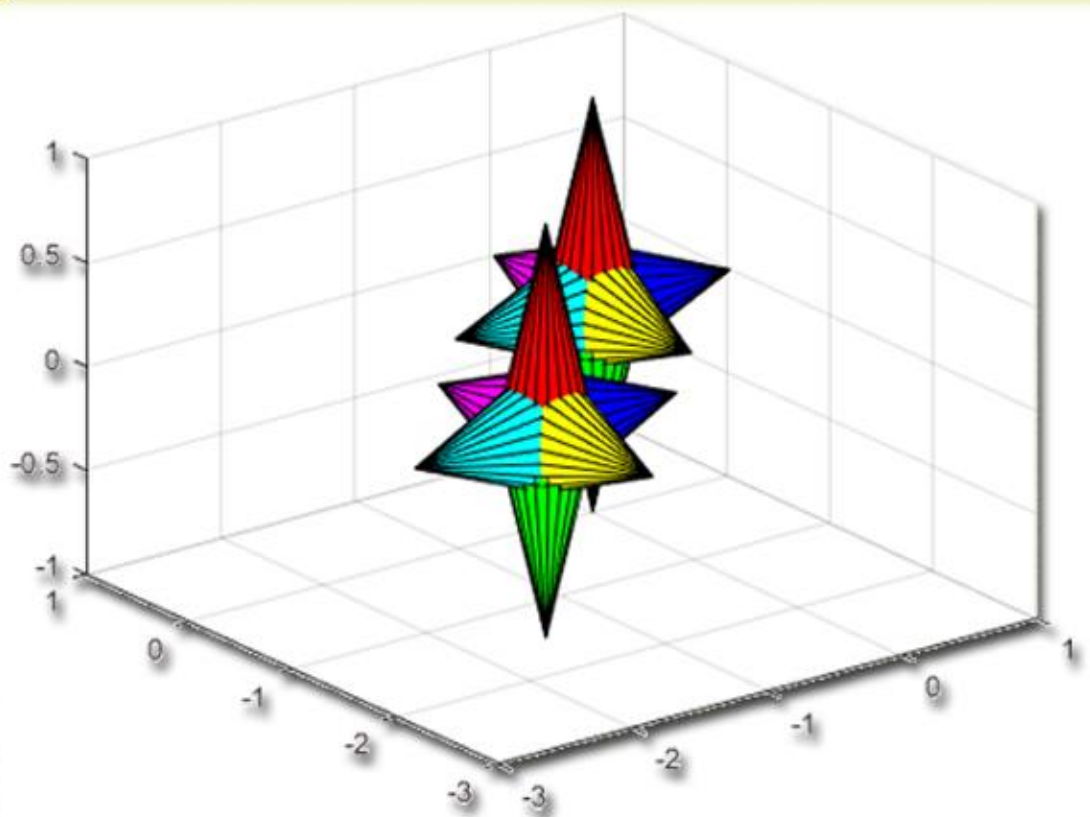
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1

ระบบสมการเชิงเส้น



นางสาวชลธิชา กำสนัก

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนกัปปาองค์การบริหารส่วนจังหวัดแพร่(พัฒนาประชาอุปถัมภ์)

องค์การบริหารส่วนจังหวัดแพร่

คำนำ

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค30202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จัดทำขึ้นเพื่อเป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนให้ประสบความสำเร็จ นักเรียนสามารถศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นสื่อการสอนที่ช่วยแบ่งเบาภาระของครูผู้สอนได้มากและใช้ได้ดีมีประสิทธิภาพ สามารถอำนวยความสะดวกต่อการเรียนการสอนให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรได้เป็นอย่างดี และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อในระดับสูงต่อไป

ผู้จัดทำขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครูอาจารย์โรงเรียนกีฬาองค์การบริหารส่วนจังหวัดแพร่(พัฒนาประชาอุปถัมภ์)ทุกท่าน ที่ให้ความรู้ให้คำปรึกษาในการจัดทำ ขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่กรุณาตรวจสอบความสอดคล้องและให้ข้อเสนอแนะ คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไข และขอขอบคุณทุกท่านที่ได้นำแบบฝึกทักษะไปทดลองใช้พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ คำแนะนำจนทำให้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์ เสร็จสมบูรณ์

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอน พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น และเป็นส่วนหนึ่งในการยกระดับคุณภาพการศึกษาให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

นางสาวชลธิชา คำสนธิ



สารบัญ

	หน้า
คำชี้แจงในการเรียน	ก
จุดประสงค์ของการใช้แบบฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์	ง
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	1
จุดประสงค์การเรียนรู้	1
แบบทดสอบก่อนเรียน	2
เนื้อหาการเรียนรู้ ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์	4
แบบฝึกทักษะที่ 1	12
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1	18
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	21
บรรณานุกรม	23

คำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งเป็น 11 เล่ม แต่ละเล่มมีส่วนประกอบดังนี้

เล่มที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น

เล่มที่ 2 เมตริกซ์

เล่มที่ 3 การเท่ากันของเมตริกซ์

เล่มที่ 4 การบวกและการลบเมตริกซ์

เล่มที่ 5 การคูณเมตริกซ์

เล่มที่ 6 ทราสโพสเมตริกซ์

เล่มที่ 7 ดีเทอร์มิแนนต์

เล่มที่ 8 อินเวอร์สการคูณของเมตริกซ์

เล่มที่ 9 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้อินเวอร์สการคูณ

เล่มที่ 10 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กฎของคราเมอร์

เล่มที่ 11 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมตริกซ์แต่งเติม

แบบฝึกหัดแต่ละชุดจะประกอบด้วยคำแนะนำการใช้แบบฝึก แบบทดสอบก่อนเรียน ส่วนที่เป็นแบบฝึกแต่ละแบบฝึกที่มีเนื้อหาสาระพร้อมกิจกรรมและแบบทดสอบหลังเรียน

2. แบบฝึกทักษะนี้เป็นเล่มที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น

3. การทำแบบฝึกทักษะแต่ละชุดให้ปฏิบัติดังนี้

3.1 ทำแบบทดสอบก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ เป็นปรนัย 4 ตัวเลือก เวลา 20 นาที แล้วตรวจคำตอบ บันทึกผลการสอบลงในตารางบันทึกคะแนน

3.2 ศึกษาเนื้อหาพร้อมตัวอย่างประกอบให้เข้าใจ ก่อนจะทำแบบฝึกทักษะ

3.3 ทำแบบฝึกทักษะทีละแบบฝึกให้เสร็จ แล้วจึงเปิดหน้าถัดไปเพื่อเฉลยหากกิจกรรมใดนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ 75% ควรกลับไปศึกษาเนื้อหานั้นซ้ำอีกรอบ การดูคำตอบก่อนจะไม่เกิดประโยชน์ใดๆ กับนักเรียนเลย

3.4 ทำแบบทดสอบหลังเรียน แล้วตรวจคำตอบ พร้อมบันทึกผลการสอบลงในตารางบันทึกคะแนนเดิมที่ใช้กับแบบบันทึกผลก่อนเรียน



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

เล่มที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น

จุดประสงค์ของการใช้แบบฝึกทักษะ

1. เพื่อส่งเสริมการอ่านและพัฒนาทักษะกระบวนการ การเรียนรู้แบบร่วมมือ
2. เพื่อส่งเสริมสนับสนุนให้นักเรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเองและก้าวหน้าไปตามศักยภาพของตนเองและได้รับความรู้ตรงตามที่ยุ้สร้างกำหนดไว้
3. เพื่อหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์ เล่มที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น
4. เพื่อหาค่าดัชนีประสิทธิผลของการพัฒนาทักษะกระบวนการ การเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยใช้สื่อการเรียนรู้ แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์ เล่มที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น



ผลการเรียนรู้

วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นได้

กิจกรรมก่อนเรียน

ให้นักเรียนทำข้อสอบจากแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัด
ความรู้ก่อนเรียนด้วยตนเองโดยทำทุกข้อ



แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

เล่มที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **x** ทับบนตัวอักษร ก, ข, ค หรือ ง ที่ถูกต้องที่สุด

1. จากระบบสมการ
$$\begin{aligned} -2x + 4y &= 10 \\ 3x - 2y &= -11 \end{aligned}$$
 จงหา $x^2 - 4y$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -9

ข. -5

ค. 5

ง. 13

2. จากระบบสมการ
$$\begin{aligned} x + 3y &= 8 \\ x - 2y &= 3 \end{aligned}$$
 จงหาค่าของ x และ y มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $(x, y) = (5, 1)$

ข. $(x, y) = (1, 5)$

ค. $(x, y) = (-5, 1)$

ง. $(x, y) = (-1, 5)$

3. จากระบบสมการ
$$\begin{aligned} x - y &= -4 \\ 2x + 3y &= 22 \end{aligned}$$
 จงหาค่าของ x และ y มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $(x, y) = (1, 2)$

ข. $(x, y) = (2, 6)$

ค. $(x, y) = (-2, 1)$

ง. $(x, y) = (-2, 6)$

4. จากระบบสมการ
$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 1 \\ 6x + 3y &= 4 \end{aligned}$$
 จงหาค่าของ x และ y มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $(x, y) = (1, 2)$

ข. $(x, y) = (2, 6)$

ค. $(x, y) = (-2, 1)$

ง. ไม่มีคำตอบ

$$4x + 5y = 0$$

5. จากระบบสมการ $20x + 25y = 3$ จงหาค่าของ x และ y มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $(x, y) = (3, 0)$

ข. $(x, y) = (0, 0)$

ค. ไม่มีคำตอบ

ง. ไม่มีข้อถูก

$$x + y + z = 6$$

6. จากระบบสมการ
$$\begin{aligned} x - y + z &= 2 \\ x + y - z &= 0 \end{aligned}$$
 จงหาค่าของ x และ y มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $(x, y, z) = (5, -9, -16)$

ข. $(x, y, z) = (-5, -9, -16)$

ค. $(x, y, z) = (10, 9, 16)$

ง. $(x, y, z) = (-10, 9, 16)$



$$x + 2y - z = 0$$

7. จงหาคำตอบของระบบสมการ $2x + y + z = 3$

$$x + y + 2z = 5$$

ก. $(x, y, z) = (1, -2, -0)$

ข. $(x, y, z) = (0, 1, 2)$

ค. $(x, y, z) = (-1, 2, 0)$

ง. $(x, y, z) = (-2, 1, 0)$

จากระบบสมการด้านล่างให้ตอบคำถามข้อ 7 – 9

$$2x + 3y + z = 3$$

... (1)

$$x + 2y + z = 1$$

... (2)

$$-x + 4y = -2$$

... (3)

8. ข้อใดถูกต้องจากสมการ (1) – (2)

ก. $2x + 3y + z - (x + 2y + z) = 2$

ข. $2x + 3y + z - x + 2y + z = 2$

ค. $2x + 3y + z - x + 2y + z = 4$

ง. $2x + 3y + z - (x + 2y + z) = 4$

9. ถ้า $y = 0$ ควรแทนค่า y ในสมการใด

ก. (1)

ข. (2)

ค. (3)

ง. ไม่มีข้อถูก

10. จงหาคำตอบของระบบสมการ

ก. $(x, y, z) = (1, -2, -0)$

ข. $(x, y, z) = (0, 1, 2)$

ค. $(x, y, z) = (-1, 2, 0)$

ง. $(x, y, z) = (2, 0, -1)$



ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์



ระบบสมการเชิงเส้น

สมการเชิงเส้น (linear equation) ในตัวแปร $x_1, x_2, \dots, x_n$ คือสมการซึ่งเขียนได้ในรูปแบบ

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

โดยที่ พจน์คงตัว (constant term) b และ สัมประสิทธิ์ (coefficient) $a_1, a_2, \dots, a_n$ เป็นจำนวนจริง

ระบบสมการเชิงเส้น (system of linear equations) หรือ ระบบเชิงเส้น (linear system) ในตัวแปร $x_1, x_2, \dots, x_n$ หมายถึงชุดจำกัดที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นในตัวแปร $x_1, x_2, \dots, x_n$

ผลเฉลย (solution) ของระบบสมการเชิงเส้น คือ จำนวนจริง $c_1, c_2, \dots, c_n$ ซึ่งเมื่อนำไปแทน $x_1, x_2, \dots, x_n$ ตามลำดับ แล้วทำให้แต่ละสมการในระบบสมการเชิงเส้นเป็นจริง และเรียกเซตของผลเฉลยทั้งหมดที่เป็นไปได้ของระบบสมการเชิงเส้นว่า เซตผลเฉลย (solution set)

โดยทั่วไป ระบบสมการเชิงเส้นในตัวแปร

$x_1, x_2, \dots, x_n$ มีรูปแบบเป็น

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$



บทนิยามระบบสมการเชิงเส้น n ตัวแปร

ระบบสมการเชิงเส้น n ตัวแปร โดยที่ $n \geq 2$

บทนิยาม ให้ $a_1, a_2, \dots, a_n, b$ เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ $a_1, a_2, \dots, a_n$ ไม่เป็นศูนย์ พร้อมกันเรียกสมการ $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ ว่า สมการเชิงเส้น n ตัวแปร โดยที่ $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวแปร

บทนิยาม ระบบสมการเชิงเส้นที่มี $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวแปร หมายถึง ชุดของ สมการเชิงเส้นที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นที่มี $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวแปร จำนวน m สมการ โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากกว่า 1 คำตอบของระบบสมการนี้ คือ ค่าของ $x_1, x_2, \dots, x_n$ ที่ทำให้สมการทั้ง m สมการเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 1.1

ระบบสมการเชิงเส้น

วิธีทำ

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2$$

$$x_2 - 5x_3 = 6$$

มี $(-1, 1, -1)$ เป็นผลเฉลยชุดหนึ่ง

Ans.



ตัวอย่างที่ 1.2

จงหาเซตผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$4x_1 + x_2 = 9$$

$$-x_1 + x_2 = -1$$

วิธีทำ

$$\text{ให้สมการ } 4x_1 + x_2 = 9 \quad \dots(1)$$

$$-x_1 + x_2 = -1 \quad \dots(2)$$

จาก (2) เราได้ว่า $x_2 = -1 + x_1$ นำไปแทนในสมการ (1) จะได้ว่า

$$4x_1 + (-1 + x_1) = 9$$

$$5x_1 = 10$$

ดังนั้น

$$x_1 = 2$$

$$\text{และได้ } x_2 = -1 + x_1 \rightarrow x_2 = 1$$

เพราะฉะนั้น เซตผลเฉลย คือ $\{(2, 1)\}$ Ans.

ตัวอย่างที่ 1.3

จงหาเซตผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$x_1 - 3x_2 = 4$$

$$-3x_1 + 9x_2 = 8$$

วิธีทำ

$$\text{ให้สมการ } x_1 - 3x_2 = 4 \quad \dots(1)$$

$$-3x_1 + 9x_2 = 8 \quad \dots(2)$$

นำ -3 คูณตลอดสมการ (1) จะได้ $-3x_1 + 9x_2 = -12$ จาก (2) ทำให้ได้ $8 = -12$ ซึ่งเป็นข้อขัดแย้ง

ดังนั้น ระบบสมการเชิงเส้นนี้ไม่มีผลเฉลย

เพราะฉะนั้น เซตผลเฉลย คือ เซตว่าง

Ans.

ตัวอย่างที่ 1.4

จงหาเซตผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$x_1 + 2x_2 = 3$$

$$-2x_1 - 4x_2 = -6$$

วิธีทำ

$$\text{ให้สมการ } x_1 + 2x_2 = 3 \quad \dots(1)$$

$$-2x_1 - 4x_2 = -6 \quad \dots(2)$$

นำ -2 คูณตลอดสมการ (1) จะได้ $x_1 + 2x_2 = 3$ ซึ่งคือสมการ (1)ดังนั้น $x_1 = 3 - 2x_2$ สอดคล้องทั้ง 2 สมการทุก $x_2 \in \mathbb{R}$ เพราะฉะนั้น เซตผลเฉลย คือ $\{(x_1, x_2) : x_1 = 3 - 2x_2 \text{ และ } x_2 \in \mathbb{R}\}$ หรือ $\{(3 - 2x_2, x_2) : x_2 \in \mathbb{R}\}$ Ans.

การสร้างระบบสมการเชิงเส้น

ตัวอย่างที่ 1.5

นักโภชนาการกำหนดการบริโภคอาหาร 1 มื้อ ให้ผู้ป่วยได้รับวิตามินซี แคลเซียม และเหล็ก ตามปริมาณที่ต้องการโดยใช้อาหาร 3 อย่าง คือ นมเปรี้ยว น้ำส้มคั้น และ ขนมปัง ซึ่งปริมาณสารอาหารของอาหารแต่ละอย่างได้แสดงในตารางด้านล่างนี้

ปริมาณสารอาหาร (มิลลิกรัมต่อหนึ่งหน่วย)				ปริมาณสารอาหาร ต้องการ (มิลลิกรัม)
สารอาหาร				
วิตามินซี	10	30	5	170
แคลเซียม	50	10	30	300
เหล็ก	30	20	25	250

ถ้าให้ x , y และ z แทนจำนวนหน่วยบริโภคของนมเปรี้ยว น้ำส้มคั้น และขนมปังตามลำดับ จงเขียนระบบสมการเชิงเส้นเพื่อคำนวณหาจำนวนหน่วยบริโภคซึ่งทำให้ผู้ป่วยได้รับสารอาหาร ในปริมาณที่ต้องการ

วิธีทำ เนื่องจากผู้ป่วยบริโภค

นมเปรี้ยว x หน่วย น้ำส้มคั้น y หน่วย และ ขนมปัง z หน่วย ทำให้ได้รับ

วิตามินซี ทั้งหมด $10x + 30y + 5z$ มิลลิกรัม

แคลเซียม ทั้งหมด $50x + 10y + 30z$ มิลลิกรัม

เหล็ก ทั้งหมด $30x + 20y + 25z$ มิลลิกรัม

ดังนั้นเพื่อให้ได้รับสารอาหารตามที่ต้องการ ปริมาณวิตามินซี แคลเซียม และเหล็ก ต้องสอดคล้องระบบสมการเชิงเส้น

$$\text{วิตามินซี} \quad 10x + 30y + 5z = 170$$

$$\text{แคลเซียม} \quad 50x + 10y + 30z = 300$$

$$\text{เหล็ก} \quad 30x + 20y + 25z = 250$$



ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของระบบสมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ และไม่มีคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1.6

จงแก้ระบบสมการ $2x + y = 3$, $3x - 2y = 8$

วิธีทำ

$$2x + y = 3 \quad (1)$$

$$3x - 2y = 8 \quad (2)$$

$$(1) \times 2 \text{ จะได้ } 4x + 2y = 6 \quad (3)$$

$$(3) + (2) \text{ จะได้ } 7x = 14$$

$$x = 2$$

$$\text{แทน } x = 2 \text{ ในสมการ (1) จะได้ } 2(2) + y = 3$$

$$4 + y = 3$$

$$y = -1$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(2, -1)$

Ans.

ตัวอย่างที่ 1.7

จงแก้ระบบสมการ $4x - 2y = 5$, $8x - 4y = 10$

วิธีทำ

$$4x - 2y = 5 \quad (1)$$

$$8x - 4y = 10 \quad (2)$$

$$\text{จาก (1) จะได้ } 2y = 4x - 5$$

$$y = \frac{4x - 5}{2}$$

$$\text{แทน } y = \frac{4x - 5}{2} \text{ ในสมการ (2) จะได้ } 8x - 4\left(\frac{4x - 5}{2}\right) = 10$$

$$16x - 16x + 20 = 20$$

$$20 = 20 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$\text{แสดงว่า } y = \frac{4x - 5}{2} \text{ สอดคล้องกับสมการ (1) และ (2)}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ มีคำตอบมากมาย คือ $(x, y) = \left(x, \frac{4x - 5}{2}\right)$

$x \in \mathbb{R}$ หรือเซตของคำตอบของระบบสมการ คือ $\left\{(x, y) \mid y = \frac{4x - 5}{2}, x \in \mathbb{R}\right\}$ **Ans.**



ตัวอย่างที่ 1.8

วิธีทำ

จงแก้ระบบสมการ $4x + 2y = 1$, $6x + 3y = 4$

$$4x + 2y = 1 \quad (1)$$

$$6x + 3y = 4 \quad (2)$$

$$(1) \times 3 \text{ จะได้ } 12x + 6y = 3 \quad (3)$$

$$(1) \times 2 \text{ จะได้ } 12x + 6y = 8 \quad (3)$$

$$(3) - (4) \text{ จะได้ } 0 = -5 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

แสดงว่าไม่มีค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการ (1) และ (2) เป็นจริงพร้อมกัน

ดังนั้น ระบบสมการที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบ

Ans.

ตัวอย่างที่ 1.9

วิธีทำ

จงแก้ระบบสมการ $x + y + z = 6$, $2x - 2y + 2z = 4$, $3x + 3y - 3z = 0$

$$x + y + z = 6 \quad (1)$$

$$2x - 2y + 2z = 4 \quad (2)$$

$$3x + 3y - 3z = 0 \quad (3)$$

$$(2) \div 2 \text{ จะได้ } x - y + z = 2 \quad (4)$$

$$(3) \div 3 \text{ จะได้ } x + y - z = 0 \quad (5)$$

$$(4) + (5) \text{ จะได้ } 2x = 2$$

$$x = 1$$

$$(1) - (4) \text{ จะได้ } 2y = 4$$

$$y = 2$$

$$(1) - (5) \text{ จะได้ } 2z = 6$$

$$z = 3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(1, 2, 3)$

Ans.

ตัวอย่างที่ 1.10

จงแก้ระบบสมการ $x + y + 3z = 5$, $x + 2y + 5z = 8$, $x - y - z = -1$

วิธีทำ

$$x + y + 3z = 5 \quad (1)$$

$$x + 2y + 5z = 8 \quad (2)$$

$$x - y - z = -1 \quad (3)$$

$$(2) - (1) \quad \text{จะได้} \quad y + 2z = 3 \quad (4)$$

$$(1) + (3) \quad \text{จะได้} \quad 2x + 2z = 4 \quad (5)$$

$$\text{จาก (4)} \quad \text{จะได้} \quad y = 3 - 2z$$

$$\text{จาก (5)} \quad \text{จะได้} \quad 2x = 4 - 2z$$

$$x = 2 - z$$

แทน $x = 2 - z$ และ $y = 3 - 2z$ ในสมการ (1)

$$\text{จะได้} \quad (2 - z) + (3 - 2z) + 3z = 5$$

$$5 = 5$$

แทน $x = 2 - z$ และ $y = 3 - 2z$ ในสมการ (2)

$$\text{จะได้} \quad (2 - z) + 2(3 - 2z) + 5z = 8$$

$$8 = 8$$

แทน $x = 2 - z$ และ $y = 3 - 2z$ ในสมการ (3)

$$\text{จะได้} \quad (2 - z) - (3 - 2z) - z = -1$$

$$-1 = -1$$

นั่นคือ $x = 2 - z$ และ $y = 3 - 2z$ สอดคล้องกับสมการ (1), (2), (3)ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $\{(x, y, z) | x = 2 - z, y = 3 - 2z, z \in \mathbb{R}\}$ ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $\{(2 - z, 3 - 2z, z) | z \in \mathbb{R}\}$ **Ans.**

ตัวอย่างที่ 1.11

จงแก้ระบบสมการ $3x + y - z = 3$, $x + 2y + 4z = 2$, $4x + 3y + 3z = 7$

วิธีทำ

$$3x + y - z = 3 \quad (1)$$

$$x + 2y + 4z = 2 \quad (2)$$

$$4x + 3y + 3z = 7 \quad (3)$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ } 4x + 3y + 3z = 5 \quad (4)$$

$$(3) - (4) \text{ จะได้ } 0 = 2 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

พบว่าไม่มีค่า x, y, z ที่ทำให้สมการ (3) และ (4) เป็นจริงพร้อมกันดังนั้น ระบบสมการที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบ **Ans.**



แบบฝึกทักษะ ที่ 1

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

คำชี้แจง จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. จงแก้ระบบสมการ $3x + y = 1$, $2x - 3y = 8$

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features a series of evenly spaced horizontal black lines across its entire width. A single vertical black line runs down the left side, creating a narrow margin. The paper is otherwise empty, with no text or other markings.

2. จงแก้ระบบสมการ $5x - 2y = 3$, $15x - 6y = 9$

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. On the left side, there is a vertical dashed pink line that serves as a margin. The rest of the page is filled with horizontal black dotted lines, providing a guide for letter height and placement. There are no other markings or text on the page.

3. จงแก้ระบบสมการ $x + 2y = 5$, $4x + 8y = 6$

[illegible]

4. จงแก้ระบบสมการ $x - 2y + z = -1$, $3x + y - 2z = 4$, $y - z = -1$

[illegible]

5. จงแก้ระบบสมการ $x-y+z+t=8$, $x+y-z+t=6$, $x+y-z-t=0$, $x-y-z+t=4$

This image shows a full page of a document template designed for handwritten notes or essays. It features approximately 28 evenly spaced, thin grey horizontal lines across the entire width of the page. The margins are consistent on all sides, providing ample space for writing. There are no pre-printed questions, headings, or other markings on the page.

$$x + 2y - z = 0$$

7. จงหาคำตอบของระบบสมการ $2x + y + z = 3$

$$x + y + 2z = 5$$

ก. $(x, y, z) = (1, -2, -0)$

ข. $(x, y, z) = (0, 1, 2)$

ค. $(x, y, z) = (-1, 2, 0)$

ง. $(x, y, z) = (-2, 1, 0)$

จากระบบสมการด้านล่างให้ตอบคำถามข้อ 8 – 10

$$2x + 3y + z = 3$$

... (1)

$$x + 2y + z = 1$$

... (2)

$$-x + 4y = -2$$

... (3)

8. ข้อใดถูกต้องจากสมการ (1) – (2)

ก. $2x + 3y + z - (x + 2y + z) = 2$

ข. $2x + 3y + z - x + 2y + z = 2$

ค. $2x + 3y + z - x + 2y + z = 4$

ง. $2x + 3y + z - (x + 2y + z) = 4$

9. จงหาคำตอบของระบบสมการ

ก. $(x, y, z) = (1, -2, -0)$

ข. $(x, y, z) = (0, 1, 2)$

ค. $(x, y, z) = (-1, 2, 0)$

ง. $(x, y, z) = (2, 0, -1)$

10. ถ้า $y = 0$ ควรแทนค่า y ในสมการใด

ก. (1)

ข. (2)

ค. (3)

ง. ไม่มีข้อถูก



เฉลยแบบฝึกทักษะ
นะคะนักเรียน





เฉลย แบบฝึกทักษะ ที่ 1

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

คำชี้แจง จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. จงแก้ระบบสมการ $3x + y = 1$, $2x - 3y = 8$

วิธีทำ

$$3x + y = 1 \quad \dots(1)$$

$$2x - 3y = 8 \quad \dots(2)$$

$$(1) \times 3 \quad \text{จะได้} \quad 9x + 3y = 3 \quad \dots(3)$$

$$(3) + (2) \quad \text{จะได้} \quad 11x = 11$$

$$x = 1$$

แทน $x = 1$ ใน สมการ (1)

$$\text{จะได้} \quad 3(1) + y = 1$$

$$3 + y = 1$$

$$y = 1 - 3$$

$$y = -2$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(1, -2)$ Ans.

2. จงแก้ระบบสมการ $5x - 2y = 3$, $15x - 6y = 9$

วิธีทำ

$$5x - 2y = 3 \quad \dots(1)$$

$$15x - 6y = 9 \quad \dots(2)$$

$$\text{จาก (1) จะได้} \quad -2y = 3 - 5x$$

$$y = -\frac{3-5x}{2}$$

แทน $y = -\frac{3-5x}{2}$ ใน สมการ (2)

$$\text{จะได้} \quad 15x - 6\left(-\frac{3-5x}{2}\right) = 9$$

$$15x + 9 - 15x = 9$$

$$9 = 9 \quad \text{เป็นจริง}$$

แสดงว่า $y = -\frac{3-5x}{2}$ สอดคล้องกับสมการ (1) และ (2)

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการมีคำตอบมากมายคือ $(x, y) = \left(x, -\frac{3-5x}{2}\right)$

$x \in \mathbb{R}$ หรือ เซตคำตอบของระบบสมการคือ $\{(x, y) | y = -\frac{3-5x}{2}, x \in \mathbb{R}\}$ Ans.



3. จงแก้ระบบสมการ $x + 2y = 5$, $4x + 8y = 6$

วิธีทำ

$$x + 2y = 5 \quad \dots(1)$$

$$4x + 8y = 6 \quad \dots(2)$$

$$4 \times (1) \quad \text{จะได้} \quad 4x + 8y = 20 \quad \dots (3)$$

$$(3) - (2) \quad \text{จะได้} \quad 0 = 14 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

แสดงว่าไม่มีค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการ (1) และ (2) เป็นจริงพร้อมกัน

ดังนั้น ระบบสมการที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบ **Ans.**

4. จงแก้ระบบสมการ $x - 2y + z = -1$, $3x + y - 2z = 4$, $y - z = -1$

วิธีทำ

$$x - 2y + z = -1 \quad \dots(1)$$

$$3x + y - 2z = 4 \quad \dots(2)$$

$$y - z = -1 \quad \dots(3)$$

$$3 \times (1) \quad \text{จะได้} \quad 3x - 6y + 3z = -3 \quad \dots (4)$$

$$(2) - (4) \quad \text{จะได้} \quad 7y - 5z = 7 \quad \dots (5)$$

$$7 \times (3) \quad \text{จะได้} \quad 7y - 7z = -7 \quad \dots (6)$$

$$(5) - (6) \quad \text{จะได้} \quad 2z = 14$$

$$z = 7$$

$$\text{แทน } z = 7 \text{ สมการ (3) จะได้ } y - 7 = -1$$

$$y = -1 + 7$$

$$y = 6$$

$$\text{แทน } z = 7, y = 6 \text{ สมการ (1)}$$

$$\text{จะได้ } x - 2(6) + 7 = -1$$

$$x - 12 + 7 = -1$$

$$x - 5 = -1$$

$$x = -1 + 5$$

$$x = 4$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(4, 6, 7)$ **Ans.**



5. จงแก้ระบบสมการ $x-y+z+t=8$, $x+y-z+t=6$, $x+y-z-t=0$, $x-y-z+t=4$

วิธีทำ

$$x-y+z+t=8 \quad \dots(1)$$

$$x+y-z+t=6 \quad \dots(2)$$

$$x+y-z-t=0 \quad \dots(3)$$

$$x-y-z+t=4 \quad \dots(4)$$

$$(1) - (2) \quad \text{จะได้} \quad -2y+2z=2 \quad \dots(5)$$

$$(3) - (4) \quad \text{จะได้} \quad 2y-2t=-4 \quad \dots(6)$$

$$(2) - (3) \quad \text{จะได้} \quad 2t=6$$

$$t=3$$

$$\text{แทน } t=3 \text{ สมการ (6) จะได้} \quad 2y-2(3)=-4$$

$$2y-6=-4$$

$$2y=-4+6$$

$$2y=2$$

$$y=1$$

$$\text{แทน } y=1 \text{ สมการ (5) จะได้} \quad -2(1)+2z=2$$

$$2z=4$$

$$z=2$$

$$\text{แทนค่า } y=1, z=2, t=3 \text{ จะได้ } x-1+2+3=8$$

$$x+4=8$$

$$x=8-4$$

$$x=4$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(4, 1, 2, 3)$ **Ans.**



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

1. ก

2. ก

3. ข

4. ง

5. ค

6. ก

7. ข

8. ก

9. ค

10. ง



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

1. ก

2. ค

3. ง

4. ข

5. ก

6. ค

7. ข

8. ก

9. ง

10. ค



math

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : 2551.

ศุภกิจ เฉลิมวิสุตมกุล. เทคนิคคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 2. กรุงเทพฯ : แม็ค, 2550.

ถวัลย์ มาศจรัส , สอทอง แว่นไธสง และบังอร สงวนหมู่. นวัตกรรมการศึกษา ชุด แบบฝึกหัดแบบฝึกทักษะเสริมทักษะ.พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ชารอักษร,2550.กรุงเทพฯ : ชาร อักษร, 2546.

ปาริชาติ สุพรรณกลาง. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการอินทิเกรตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกเรียน เป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มย่อย. งานนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา, 2550.

ศิริประภา พาหลง. การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2550.

สมพร ดอยยี่ปี. การพัฒนาแบบฝึกทักษะการเขียนเชิงสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเซนต์เทเรซา หนองจอก กรุงเทพฯ. ปริญญานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ, 2554.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2552.

คณรัักษ์ วงศ์ชูศิริ. เมตริกซ์ ม.4 เทอมปลาย สารการเรียนรู้เพิ่มเติม.

http://www.tewlek.com/anet_matrix.html#mi (14 กุมภาพันธ์ 2554)

กานดา ลือสุขธิวินุญญ์ และยุพิน จิรสุขานนท์. สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย เมตริกซ์.

http://www.neutron.rmutphysics.com/news/index.php?option=com_content&task=view&id=638&Itemid=5&limit=1&limitstart=0109 (13 กุมภาพันธ์ 2554)

