

แบบฝึกหัดทักษะคณิตศาสตร์

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ชุดที่

เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง



รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5
รหัส ค33201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายจตุพร เป้นมี

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการ
โรงเรียนเบญจมราชูทิศ จังหวัดปัตตานี
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาปัตตานี
กระทรวงศึกษาธิการ



คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค33201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของหน่วยการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ประกอบด้วย แบบฝึกทักษะทั้งหมด 8 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง
- ชุดที่ 2 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 3 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร
- ชุดที่ 4 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
- ชุดที่ 5 เส้นสัมผัสเส้นโค้ง
- ชุดที่ 6 อนุพันธ์อันดับสูง
- ชุดที่ 7 การประยุกต์ของอนุพันธ์ (1)
- ชุดที่ 8 การประยุกต์ของอนุพันธ์ (2)

โดยในแบบฝึกทักษะแต่ละชุด ประกอบด้วย ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการและด้านคุณลักษณะ ซึ่งกิจกรรมของ แบบฝึกทักษะแต่ละชุดเสร็จสมบูรณ์ในตัวเอง ผู้เรียนสามารถใช้ได้ด้วยตนเอง

สำหรับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง จัดทำขึ้นเพื่อใช้ ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียน สามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ อีกทั้งยังเป็นแนวทางในการปฏิรูป กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ส่งเสริมผู้เรียนได้ฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์และ แสวงหาความรู้ด้วยตนเองอันจะทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น เกิด ความคงทนในการเรียนรู้และสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมี ประสิทธิภาพ

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการ จัด การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียนและเป็นประโยชน์ต่อผู้สนใจ เพื่อนครู และวงการศึกษต่อไป

จตุพร แป้นมี



	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับครูผู้สอน	ง
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน	จ
ผลการเรียนรู้	ฉ
จุดประสงค์การเรียนรู้	ฉ
สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	ฉ
ลำดับขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน	ช
สาระสำคัญ	ช
แบบทดสอบก่อนเรียน	1
กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน	3
ใบความรู้ 1.1 อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย	4
แบบฝึกทักษะ 1.1 อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย	8
ใบความรู้ 1.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใด ๆ	14
แบบฝึกทักษะ 1.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใด ๆ	20
ใบความรู้ 1.3 ความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะเวลา t ใดๆ	27
แบบฝึกทักษะ 1.3 ความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะเวลา t ใดๆ	29
แบบทดสอบหลังเรียน	32
กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน	35
แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน	36
แบบบันทึกความก้าวหน้าของแบบฝึกทักษะ	37
บรรณานุกรม	38



	หน้า
ภาคผนวก	40
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	41
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1	42
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.2	50
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.3	56
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	59
เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะ	60



1. ศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้และการใช้แบบฝึกทักษะ
2. ศึกษาและทำความเข้าใจเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และดำเนินการสอน เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอน
3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน
4. ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้
5. ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือแก่นักเรียนเมื่อมีปัญหา ตามความเหมาะสมกับความสามารถและศักยภาพของนักเรียนที่แตกต่างกัน
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน
7. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 3 ชั่วโมง



คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
สำหรับผู้เรียน

1. ศึกษาการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้ทราบว่านักเรียนต้องรู้และปฏิบัติสิ่งใดบ้าง
หลังจากจบบทเรียนแล้ว
3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมในเรื่องที่เรียน จากนั้นตรวจ
คำตอบจากเฉลยในภาคผนวกท้ายเล่มและบันทึกคะแนน
4. ศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างให้เข้าใจ แล้วทำแบบฝึกทักษะตามลำดับขั้นตอน
5. หากไม่เข้าใจหรือมีปัญหา นักเรียนสามารถปรึกษาและแลกเปลี่ยนองค์ความรู้
6. ทำแบบทดสอบหลังเรียนแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยในภาคผนวกท้ายเล่มและบันทึก
คะแนน แล้วเปรียบเทียบกับคะแนนทดสอบก่อนเรียน
7. หากยังมีข้อสงสัยและไม่เข้าใจให้กลับไปทบทวนบทเรียนจากแบบฝึกทักษะอีกครั้ง
8. นักเรียนควรซื่อสัตย์ต่อตนเอง โดยไม่เปิดดูเฉลยระหว่างศึกษาแบบฝึกทักษะ เพื่อ
นักเรียนจะได้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองอย่างเต็มความสามารถ

ผลการเรียนรู้

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้และนำไปใช้แก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. บอกความหมายอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย และอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใด ๆ ของฟังก์ชันได้
2. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย และอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใด ๆ ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
3. หาความเร็วในระยะเวลาใด ๆ เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่มาให้ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

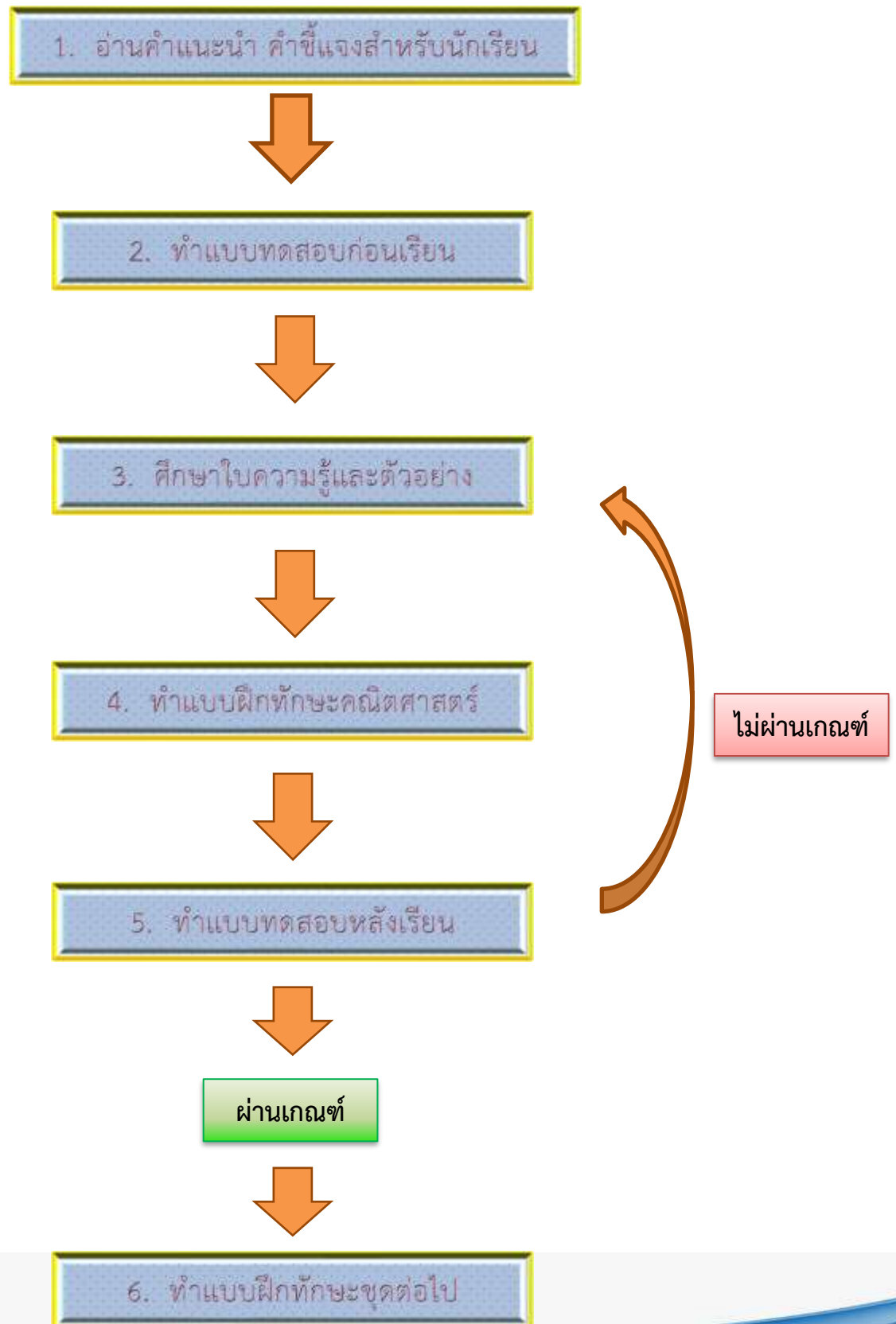
ด้านคุณลักษณะ

1. มีความซื่อสัตย์ สุจริต
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการคิด
2. ความสามารถในการแก้ปัญหา
3. ความสามารถในการสื่อสาร

ลำดับขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน



สาระสำคัญ

ถ้า $y=f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก x เป็น $x+h$ โดยที่ $h \neq 0$ และค่าของ y เปลี่ยนจาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$ แล้ว

1. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก x เป็น $x+h$ คือ $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

2. อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ คือ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

เริ่มทำแบบทดสอบกัน
ก่อนนะครับ



แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค33201)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ

2. แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
คะแนนเต็ม 10 คะแนน

1. กำหนดให้ $y = x^2 + 2x - 1$ แล้วอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 2$ คือข้อใด

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. 7 หน่วย/หน่วย | 2. 6 หน่วย/หน่วย |
| 3. 5 หน่วย/หน่วย | 4. 4 หน่วย/หน่วย |

2. กำหนดให้ $y = x - 3$ แล้วอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เมื่อ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 3 คือข้อใด

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1. 1 หน่วย/หน่วย | 2. -1 หน่วย/หน่วย |
| 3. 2 หน่วย/หน่วย | 4. 0 หน่วย/หน่วย |

3. จากข้อ 2 อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$ คือข้อใด

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1. 1 หน่วย/หน่วย | 2. -1 หน่วย/หน่วย |
| 3. 2 หน่วย/หน่วย | 4. 0 หน่วย/หน่วย |

4. กำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่ตามสมการ $s = 2t - 3$ แล้วความเร็วของวัตถุขณะ $t = 1$ วินาที คือข้อใด

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. 1 เมตร/วินาที | 2. 2 เมตร/วินาที |
| 3. 3 เมตร/วินาที | 4. 4 เมตร/วินาที |

5. กำหนดให้ $y = \frac{1}{x}$ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 3$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $-\frac{1}{9}$ หน่วย/หน่วย

2. $\frac{1}{9}$ หน่วย/หน่วย

3. $-\frac{1}{3}$ หน่วย/หน่วย

4. $\frac{1}{3}$ หน่วย/หน่วย

6. อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลสาร N กรัม เทียบกับเวลา t วินาทีใดๆ เมื่อสาร N ในสารละลายชนิดหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงมวลสารตามสมการ $N = \frac{8}{t+1}$ คือข้อใด

1. $-\frac{8}{(t+1)^2}$

2. $\frac{8}{(t+1)^2}$

3. $-\frac{(t+1)^2}{8}$

4. $\frac{(t+1)^2}{8}$

7. กำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่ตามสมการ $s = t^2 + 4$ แล้วความเร็วเฉลี่ยในช่วง $t = 1$ ถึง $t = 2$ วินาที ตรงกับข้อใด

1. 8 เมตร/วินาที

2. 5 เมตร/วินาที

3. 3 เมตร/วินาที

4. 4 เมตร/วินาที

8. กำหนดให้ $y = 2x^2 - 5$ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 3 มีค่าตรงกับข้อใด

1. 5 หน่วย/หน่วย

2. 6 หน่วย/หน่วย

3. 7 หน่วย/หน่วย

4. 8 หน่วย/หน่วย

9. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้านเมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตรเป็น 12 เซนติเมตร ตรงกับข้อใด

1. 22 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

2. 44 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

3. 100 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

4. 144 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

10. จากข้อ 9. อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะที่ความยาวด้านเป็น 10 เซนติเมตร ตรงกับข้อใด

1. 44 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

2. 40 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

3. 22 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

4. 20 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

ข้อ	ตัวเลือก			
	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนนที่ได้

ระดับ



ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

เกณฑ์การประเมิน

9-10	คะแนน	ระดับ	ดีเยี่ยม
7-8	คะแนน	ระดับ	ดี
4-6	คะแนน	ระดับ	พอใช้/ผ่านเกณฑ์
0-3	คะแนน	ระดับ	ปรับปรุง/ไม่ผ่านเกณฑ์

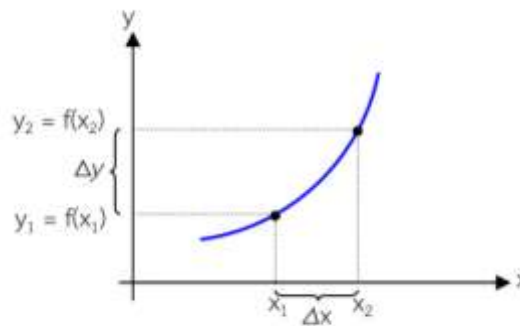
ใบความรู้ที่ 1.1 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย

ในชีวิตประจำวัน เรามักจะพบเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของสองสิ่ง เช่น

1. จำนวนประชากรสัมพันธ์กับเวลา
2. ระยะทางที่เคลื่อนที่สัมพันธ์กับเวลา
3. ปริมาตรของทรงกลมสัมพันธ์กับรัศมี
4. พื้นที่วงกลมสัมพันธ์กับรัศมี

เป็นต้น เราพบต่อไปว่าการเปลี่ยนแปลงของสิ่งของแต่ละสิ่งดังกล่าว มีความสัมพันธ์กัน เราสนใจค่าที่ได้จากการหาอัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงของสิ่งของทั้งสองสิ่งนั้น

กำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ (ในที่นี้ y สัมพันธ์กับ x)



ให้ (x_1, y_1) เป็นจุดหนึ่งที่สอดคล้องกับ $y = f(x)$ นั่นคือ

$$y_1 = f(x_1)$$

ให้ (x_2, y_2) เป็นจุดอีกจุดหนึ่งที่สอดคล้องกับ $y = f(x)$ นั่นคือ โดยที่ $x_1 \neq x_2$

$$y_2 = f(x_2)$$

เรียก $x_2 - x_1$ ว่า การเปลี่ยนแปลงของ x จาก x_1 ถึง x_2 แทนด้วยสัญลักษณ์ Δx (อ่านว่า เดลตาเอกซ์) นั่นคือ $\Delta x = x_2 - x_1$

เรียก $y_2 - y_1$ ว่า การเปลี่ยนแปลงของ y จาก y_1 ถึง y_2 แทนด้วยสัญลักษณ์ Δy (อ่านว่า เดลตาเอกซ์) นั่นคือ $\Delta y = y_2 - y_1$

$$\text{หรือ } \Delta y = f(x_2) - f(x_1)$$

$$\text{หรือ } \Delta y = f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)$$

เนื่องจาก $\Delta x \neq 0$ ดังนั้น อัตราส่วนระหว่าง Δy ต่อ Δx คือ

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

หรือ
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

หรือ
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

จะเรียกอัตราส่วน $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ดังกล่าวว่า เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x จาก x_1 ถึง $x_1 + \Delta x$ (หรือจาก x_1 ถึง x_2)

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก x เป็น $x+h$ โดยที่ $h \neq 0$ และค่าของ y เปลี่ยนจาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$ แล้ว อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก x เป็น $x+h$ คือ $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $y = x^2 + 1$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=3$ ถึง $x=5$

วิธีทำ

จาก $y = f(x) = x^2 + 1$

$$f(3) = (3)^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$f(5) = (5)^2 + 1 = 25 + 1 = 26$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=3$ ถึง

$$\begin{aligned} x=5 \text{ คือ } &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(5) - f(3)}{5-3} \\ &= \frac{26-10}{2} \\ &= \frac{16}{2} \\ &= 8 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=3$ ถึง $x=5$ เท่ากับ 8

.....☆

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2x + 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 3

วิธีทำ

จาก $y = f(x) = x^2 + 2x + 5$

$$f(1) = (1)^2 + 2(1) + 5 = 1 + 2 + 5 = 8$$

$$f(3) = (3)^2 + 2(3) + 5 = 9 + 6 + 5 = 20$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=1$ ถึง $x=3$

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(3) - f(1)}{3-1} \\ &= \frac{20-8}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 3 เท่ากับ 6

.....☆

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $y = f(x) = x^3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=1$ ถึง $x=4$

วิธีทำ

จาก $y = f(x) = x^3$

$$f(x) = f(1) = (1)^3 = 1$$

$$f(x+h) = f(4) = (4)^3 = 64$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=1$ ถึง

$$\begin{aligned} x=4 \text{ คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(4) - f(1)}{4-1} \\ &= \frac{64-1}{3} \\ &= \frac{63}{3} \\ &= 21 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=1$ ถึง $x=4$ เท่ากับ 21

.....☆

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน เมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตรเป็น 12 เซนติเมตร

วิธีทำ

ให้ x เป็นความยาวด้าน

$f(x)$ เป็นฟังก์ชันการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

จะได้ว่า $f(x) = x^2$

$$f(10) = 10^2 = 100$$

$$f(12) = 12^2 = 144$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้านเมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตรเป็น 12 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(12) - f(10)}{12 - 10} \\ &= \frac{144 - 100}{2} \\ &= \frac{44}{2} \\ &= 22 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้านเมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตรเป็น 12 เซนติเมตรเท่ากับ 22 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร☆

ศึกษาใบความรู้และตัวอย่าง
เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง เข้าใจแล้ว
มาทำแบบฝึกหัดทักษะกับเกอะ
ข้อใดมีปัญหาปรึกษาครูได้ครับ



แบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดทุกข้อ

1. กำหนด $y = f(x) = 3x + 1$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 3

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 5

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนด $f(x) = x^2 + 2x - 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 4

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

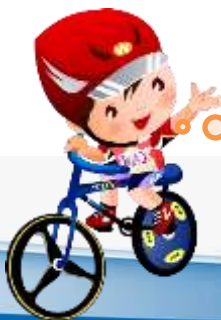
.....

.....

.....

.....

.....



ทำต่อข้อถัดไป...ยังไหว
ครับ

4. กำหนด $y = f(x) = 2x^3 - 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 2.1

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. กำหนด $y = f(x) = 5 - 4x^2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 3 เป็น 1

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. กำหนด $y = f(x) = \frac{1}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x

ขณะ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 5

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. กำหนด $y = f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x

ขณะ x เปลี่ยนจาก 4 เป็น 9

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปวงกลม เทียบกับความยาวรัศมีของรูปวงกลมนั้น เมื่อความยาวของรัศมี เปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตรเป็น 12 เซนติเมตร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง เทียบกับความยาวของด้าน เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 4 เซนติเมตร เป็น 8 เซนติเมตร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตรเป็น 6 เซนติเมตร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ทำแบบฝึกทักษะเสร็จแล้ว 10 ข้อ มาดูคำตอบกับ
ตรวจสอบคำตอบจากภาคผนวกได้เลยครับ



ใบความรู้ที่ 1.2 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ

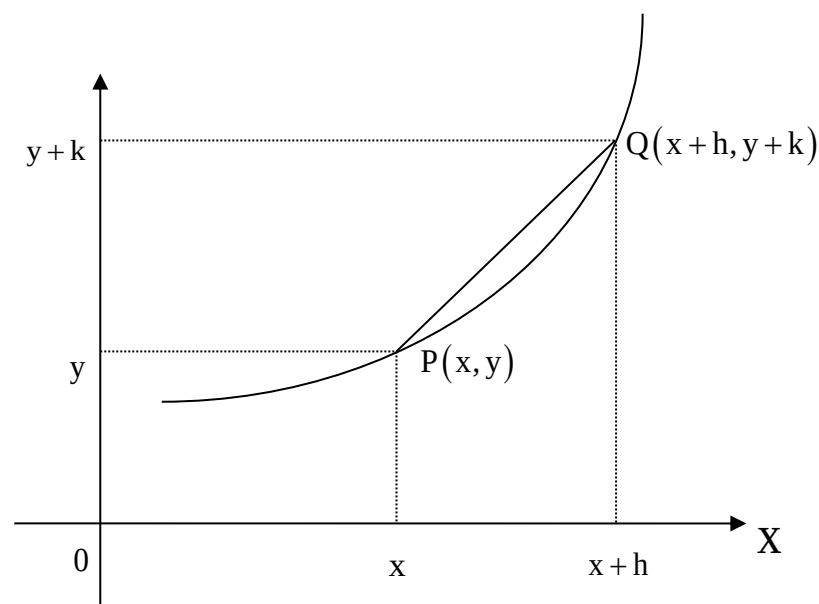
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ ของสิ่งที่กำหนดให้ได้

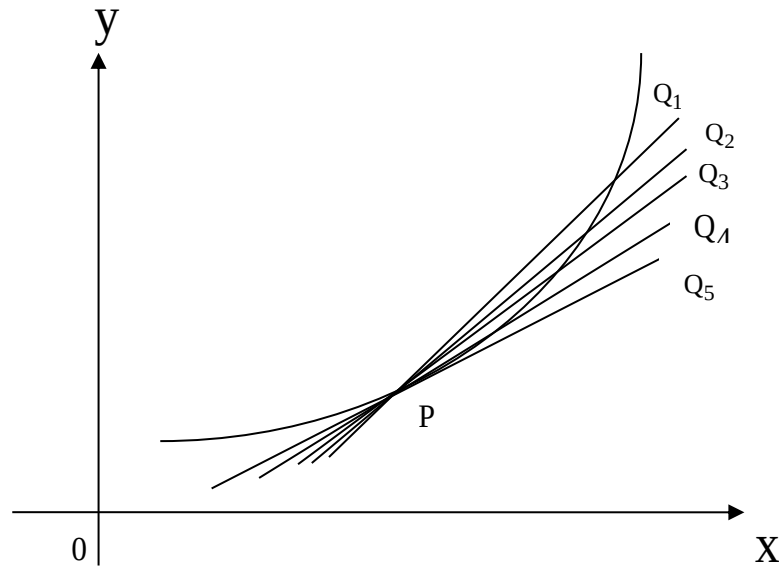
อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ

จากการศึกษาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$

ถ้ากำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ มีจุด $P(x,y)$ และ $Q(x+h,y+k)$ อยู่บนกราฟของฟังก์ชัน จะได้ว่า ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด P และจุด Q มีค่าเท่ากับ อัตราส่วนนี้เรียกว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก x เป็น $x+h$



ถ้าเลื่อนจุด Q ตามแนวเส้นกราฟเข้าหาจุด P นั่นคือ h เข้าใกล้ ศูนย์ และถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตนี้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะที่ x มีค่าใดๆ ซึ่งมีบทนิยามดังนี้



บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก x เป็น $x+h$ โดยที่ $P(x,y)$ และค่าของ y เปลี่ยนจาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$ แล้ว อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ คือ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

ตัวอย่าง 5 กำหนด $y = 9x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$

วิธีทำ

จาก $y = f(x) = 9x$

จะได้ $f(x+h) = 9(x+h)$

$$= 9x + 9h$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(9x+9h) - (9x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9x+9h-9x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 9$$

$$= 9$$

ดังนั้น ขณะที่ $x = 2$ อัตราการเปลี่ยนแปลงคือ 9

.....☆

ตัวอย่าง 6 กำหนด $y = f(x) = x^2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ และ ที่ $x = 1$

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = f(x) = x^2$

จะได้ $f(x+h) = (x+h)^2$

$$= x^2 + 2xh + h^2$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2) - (x^2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

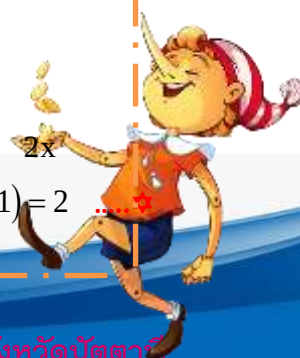
$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2x+h)$$

$$= 2x$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $2x$

และ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 1$ คือ $2(1) = 2$



ตัวอย่างที่ 7 กำหนด $f(x) = x^2 + 4x - 3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ และ ขณะที่ $x = 3$

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = f(x) = x^2 + 4x - 3$

จะได้ $f(x+h) = (x+h)^2 + 4(x+h) - 3$

$$= x^2 + 2xh + h^2 + 4x + 4h - 3$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2 + 4x + 4h - 3) - (x^2 + 4x - 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 4x + 4h - 3 - x^2 - 4x + 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh + 4h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h + 2x + 4)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2x + 4) \\ &= 2x + 4 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $2x + 4$

และ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 3$

คือ $2(3) + 4 = 10$

.....☆

เป็นอย่างไรบ้างครับ ศึกษาตัวอย่าง
ไปหลายข้อ ... ถ้ายังไม่เข้าใจปรึกษา
ครูหรือเพื่อน ๆ ได้ครับ

ศึกษาตัวอย่างถัดไปเลยครับ

ตัวอย่างที่ 8 จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน ขณะที่ความยาวด้านเป็น 10 เซนติเมตร

วิธีทำ

ให้ x เป็นความยาวด้าน

$f(x)$ เป็นฟังก์ชันการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } f(x) &= x^2 \\ f(x+h) &= (x+h)^2 \\ &= x^2 + 2hx + h^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2) - (x^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) \\ &= 2x + 0 \\ &= 2x \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน ขณะที่ความยาวด้านเป็น 10 เซนติเมตร เท่ากับ $2(10) = 20$ ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

ศึกษาตัวอย่างถัดไปเลยครับ
นักเรียนคงเข้าใจมากยิ่งขึ้น



ตัวอย่างที่ 9 ถ้าแบคทีเรียชนิดหนึ่งเพิ่มจำนวนตามสมการ $Q = t^2 + 18t$ โดย Q เป็นจำนวนตัว t เป็นเวลาหน่วยเป็นวินาที แล้วอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลา ขณะเวลา 1 วินาทีเป็นเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{จาก } Q(t) &= t^2 + 18t \\ \text{จะได้ว่า } Q(t+h) &= (t+h)^2 + 18(t+h) \\ &= t^2 + 2ht + h^2 + 18t + 18h\end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ Q เทียบกับ t ขณะที่ t ใดๆ คือ

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{Q(t+h) - Q(t)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(t^2 + 2th + h^2 + 18t + 18h) - (t^2 + 18t)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{t^2 + 2th + h^2 + 18t + 18h - t^2 - 18t}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2th + h^2 + 18h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2t + h + 18)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2t + h + 18) \\ &= 2t + 0 + 18 \\ &= 2t + 18\end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลา ขณะเวลา 1 วินาทีเท่ากับ $2(1) + 18 = 20$ ตัวต่อวินาที☆



มาถึงตัวอย่างสุดท้ายของ
เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงอะไร
เป็นอย่างไรบ้าง
มาลองทำแบบฝึกหัดที่ 10 ซักกันนะครับ

แบบฝึกทักษะที่ 1.2
เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. กำหนด $y = f(x) = 4x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $y = f(x) = x^3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



วิธีทำ

[illegible]

วิธีทำ

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features approximately 20 horizontal dotted lines spaced evenly down the page. At the very bottom, there is a decorative blue wavy border. The rest of the page is plain white.

วิธีทำ

วิธีทำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง อเนกประสงค์ของฟังก์ชัน โรงเรียนเบญจมราชูทิศ จังหวัดปัตตานี

วิธีทำ

[illegible]

วิธีทำ

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

วิธีทำ

[illegible]

10. ในการปล่อยลูกบอลลงจากที่สูง กำหนดให้ลูกบอลลงจากที่สูงเป็นระยะทาง $s = f(t) = 4t^2 + 5t - 3$ เมตร เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที จงหาว่าลูกบอลตกจากที่สูงด้วยอัตราเร็วเท่าใด ณ เวลาที่ $t = 5$ วินาที

วิธีทำ.....

มาถึง..แบบฝึกทักษะข้อสุดท้ายของ
เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราการ
เปลี่ยนแปลง ตรวจสอบคำตอบ และ
สอบถามครูผู้สอนเข้าใจในเนื้อหา
...ไปต่อเลยครับ ใบความรู้ที่ 1.3



ใบความรู้ที่ 1.3

เรื่อง ความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะเวลา t ใดๆ

การเคลื่อนที่ของวัตถุ

ในเรื่องการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวเส้นตรงจะเกี่ยวข้องกับอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย โดยมีการกำหนดชื่อลงไปในการเคลื่อนที่ $s = f(t)$ หรือเขียนด้วย $s(t)$

s แทน ระยะทางการเคลื่อนที่ของวัตถุมีหน่วยเป็นเมตร

t แทน เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่มีหน่วยเป็นวินาที

ซึ่งระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ (s) มีความสัมพันธ์กับเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ (t)

นักฟิสิกส์ได้กำหนดชื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของระยะทางเทียบกับเวลาจาก t_1 ถึง t_2 ด้วย “ความเร็วเฉลี่ย” ในช่วง t_1 ถึง t_2 ซึ่งเขียนแทนด้วย v_{ave} หรือ $v_{เฉลี่ย}$ ดังนั้น

$$\text{ความเร็วเฉลี่ย ในช่วงเวลาจาก } t_1 \text{ ถึง } t_2 \text{ เท่ากับ } \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$$

สำหรับความเร็วขณะเวลา t ใดๆ ย่อมน้อยกว่าความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาที่เริ่มนับเวลานั้นเป็นต้นไป เช่น ความเร็วขณะวินาทีที่ 3 ย่อมน้อยกว่าความเร็วเฉลี่ยในช่วงวินาทีที่ 3 ถึงวินาทีที่ 4 ดังนั้น

$$\text{ความเร็วขณะ } t \text{ ใดๆ เท่ากับ } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

ศึกษาใบความรู้ให้เข้าใจ
สอบถามจากครูได้ ศึกษา
ตัวอย่างประกอบด้วยครับ



ตัวอย่างที่ 9 กำหนดสมการการเคลื่อนที่ $s = 5t^2$ เมื่อ s เป็นระยะทางที่วัดจากจุดเริ่มต้น มีหน่วยเป็นเมตร t เป็นเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ มีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงวินาทีที่ 3 ถึงวินาทีที่ 5

วิธีทำ

จาก $s = f(t) = 5t^2$

จะได้ $f(3) = 5(3^2) = 45$

$$f(5) = 5(5^2) = 125$$

ดังนั้น ความเร็วเฉลี่ยในช่วงวินาทีที่ 3 ถึงวินาทีที่ 5

$$\begin{aligned} \text{คือ } \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} &= \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} \\ &= \frac{125 - 45}{2} \\ &= 40 \quad \text{เมตรต่อวินาที} \quad \dots \star \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 10 กำหนดสมการการเคลื่อนที่ $s = 5t^2$ เมื่อ s เป็นระยะทางที่วัดจากจุดเริ่มต้น มีหน่วยเป็นเมตร t เป็นเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ มีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วขณะเวลา t ใดๆ และความเร็วขณะเวลา $t = 3$

วิธีทำ

จาก $s = f(t) = 5t^2$

จะได้ $f(t+h) = 5(t+h)^2$

$$= 5t^2 + 10th + 5h^2$$

$$\begin{aligned} 1) \text{ ความเร็วขณะเวลา } t \text{ ใดๆ} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(5t^2 + 10th + 5h^2) - (5t^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{10th + 5h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(10t + 5h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (10t + 5h) \\ &= 10t \end{aligned}$$

นั่นคือ ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ เท่ากับ $10t$ เมตรต่อวินาที

2) ความเร็วขณะเวลา $t = 3$

จาก ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ $= 10t$

ดังนั้น ความเร็วขณะเวลา $t = 3$ คือ $10(3) = 30$ เมตรต่อวินาที $\dots \star$

แบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะเวลา t ใดๆ

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. กำหนดสมการการเคลื่อนที่ $s = t^2 - 3t$ เมื่อ s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วขณะเวลา t ใดๆ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $s = f(t) = t^2 + 2t + 5$ เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อ s เป็นระยะทาง มีหน่วยเป็นเมตร และ t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยของวัตถุในช่วงเวลา $t = 2$ วินาที ถึง $t = 5$ วินาที

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- ## วิธีทำ

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. Each line consists of two short dashes followed by a small gap, creating a dotted or dashed effect. There are approximately 20 such lines visible on the page. The margins are consistent on all sides.

- ## วิธีทำ

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. At the bottom of the page, there is a decorative blue wavy border. The overall appearance is that of a clean, unused piece of stationery or a template for writing.

[illegible]

นักเรียนศึกษา เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงจาก
ใบความรู้เข้าใจแล้ว...มาทำแบบทดสอบหลัง
เรียนกันเถอะ...แล้วจะรู้ว่าเราทำได้ไม่ใช่เรื่องยาก





แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง

- คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวแล้วทำเครื่องหมายกากบาท(X)
ลงในกระดาษคำตอบ
2. แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
คะแนนเต็ม 10 คะแนน

1. กำหนดให้ $y = x - 3$ แล้วอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เมื่อ x เปลี่ยนจาก
2 เป็น 3 คือข้อใด
 1. 1 หน่วย/หน่วย
 2. -1 หน่วย/หน่วย
 3. 2 หน่วย/หน่วย
 4. 0 หน่วย/หน่วย
2. จากข้อ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$ คือข้อใด
 1. 1 หน่วย/หน่วย
 2. -1 หน่วย/หน่วย
 3. 2 หน่วย/หน่วย
 4. 0 หน่วย/หน่วย
3. กำหนดให้ $y = x^2 + 2x - 1$ แล้วอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x
ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 2$ คือข้อใด
 1. 7 หน่วย/หน่วย
 2. 6 หน่วย/หน่วย
 3. 5 หน่วย/หน่วย
 4. 4 หน่วย/หน่วย

4. กำหนดให้ $y = \frac{1}{x}$ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x=3$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $-\frac{1}{9}$ หน่วย/หน่วย
2. $\frac{1}{9}$ หน่วย/หน่วย
3. $-\frac{1}{3}$ หน่วย/หน่วย
4. $\frac{1}{3}$ หน่วย/หน่วย

5. กำหนดให้ $y = 2x^2 - 5$ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 3 มีค่าตรงกับข้อใด

1. 5 หน่วย/หน่วย
2. 6 หน่วย/หน่วย
3. 7 หน่วย/หน่วย
4. 8 หน่วย/หน่วย

6. กำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่ตามสมการ $s = 2t - 3$ แล้วความเร็วของวัตถุขณะ $t=1$ วินาที คือข้อใด

1. 1 เมตร/วินาที
2. 2 เมตร/วินาที
3. 3 เมตร/วินาที
4. 4 เมตร/วินาที

7. อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลสาร N กรัม เทียบกับเวลา t วินาทีใดๆ เมื่อสาร N ในสารละลายชนิดหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงมวลสารตามสมการ $N = \frac{8}{t+1}$ คือข้อใด

1. $-\frac{8}{(t+1)^2}$
2. $\frac{8}{(t+1)^2}$
3. $-\frac{(t+1)^2}{8}$
4. $\frac{(t+1)^2}{8}$

8. กำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่ตามสมการ $s = t^2 + 4$ แล้วความเร็วเฉลี่ยในช่วง $t = 1$ ถึง $t = 2$ วินาที ตรงกับข้อใด
1. 8 เมตร/วินาที
 2. 5 เมตร/วินาที
 3. 3 เมตร/วินาที
 4. 4 เมตร/วินาที
9. อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขณะที่ความยาวด้านเป็น 10 เซนติเมตร ตรงกับข้อใด
1. 44 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร
 2. 40 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร
 3. 22 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร
 4. 20 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร
10. จากข้อ 9. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยเทียบกับความยาวด้าน เมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตรเป็น 12 เซนติเมตร ตรงกับข้อใด
1. 22 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร
 2. 44 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร
 3. 100 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร
 4. 144 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

ตรวจสอบคำตอบจากภาคผนวกได้เลยครับ
เป็นอย่างไร...สงสัยในคำตอบข้อไหน
สอบถามได้จากครูผู้สอนเลยครับ



กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

ข้อ	ตัวเลือก			
	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนนที่ได้

ระดับ



ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

เกณฑ์การประเมิน

9-10	คะแนน	ระดับ	ดีเยี่ยม
7-8	คะแนน	ระดับ	ดี
4-6	คะแนน	ระดับ	พอใช้/ผ่านเกณฑ์
0-3	คะแนน	ระดับ	ปรับปรุง/ไม่ผ่านเกณฑ์

แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
ชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง



ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

โรงเรียนเบญจมราชูทิศ จังหวัดปัตตานี
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 15

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ความก้าวหน้า	คิดเป็นร้อยละ
การทดสอบก่อนเรียน	10			
การทดสอบหลังเรียน	10			

มาตรวจสอบความก้าวหน้ากันหน่อยครับ
เป็นอย่างไรบ้างผลการทดสอบก่อนเรียน
และหลังเรียน
หวังว่านักเรียนคงเข้าใจในเนื้อหาเป็นอย่างดี



แบบบันทึกความก้าวหน้าของแบบฝึกทักษะ
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
ชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง



ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

โรงเรียนเบญจมราชูทิศ จังหวัดปัตตานี
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 15

แบบฝึกทักษะที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์*	ไม่ผ่านเกณฑ์**
1.1	20				
1.2	20				
1.3	20				
รวมทั้งหมด	60				
เฉลี่ย					
คิดเป็นร้อยละ					

* ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 80 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

** ไม่ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม

รวมคะแนน ทั้ง 3 ชุด นักเรียนผ่านเกณฑ์
หรือไม่ครบ หากยังไม่ผ่านเกณฑ์ลองกลับไป
ศึกษาใบความรู้ใหม่อีกครั้ง หรือสอบถามจาก
ครูผู้สอนได้เลยครับ



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2548). **แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 เล่ม 2 ช่วงชั้นที่ 4**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- _____. (2554). **แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 6**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- กมล เอกไทยเจริญ. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 5 ค015**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด.
- กานดา ลือสุทธิวิบูลย์ และยุพิน จิรสุขานนท์. (2548). **สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย ม.4-5-6 รายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเพิ่มเติม**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์ Pure Pure ม.6 (2 ภาคเรียน) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด.
- _____. (ม.ป.ป.). **เฉลยข้อสอบ Entrance คณิตศาสตร์ 15 พ.ศ..** กรุงเทพฯ: บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด.
- เชษฐ ชื่นสกุลดี. (ม.ป.ป.). **คู่มือเตรียมสอบ PAT 1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดรุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.
- ณรงค์ ปั่นนัม และคณะ. (2537). **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์รวม ม.4-5-6**. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิตการพิมพ์ จำกัด.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2555). **คณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2**. กรุงเทพฯ: แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด.
- ประชา ศิวเวทกุล. (2555). **กฏเกณฑ์คณิตศาสตร์ ม.ปลาย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 รายวิชาเพิ่มเติม เล่ม 6**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- เลิศ สิทธิโกศล. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์แผนใหม่ แคลคูลัส ม.ปลาย 4-5-6**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แมสพับลิชชิง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- _____. (2554). **คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สมัย เหล่าวานิชย์. (ม.ป.ป.). **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ ม.4-5-6** สารการเรียนรู้เพิ่มเติม.

กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด.

_____. (ม.ป.ป.). **Mathematics Problems โจทย์คณิตศาสตร์ ม. 4-5-6.**

กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพร เหล่าวานิชย์. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์พื้นฐาน+เพิ่มเติม เล่ม 6
ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6).** กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด.

สุกัญญา สนิทวงศ์ ณ อยุธยา และอนัญญา อภิชาติบุตร. (2556). **แคลคูลัส Calculus 1**

ฉบับเสริมประสบการณ์. กรุงเทพฯ: บริษัทพิมพ์ดีการพิมพ์ จำกัด.

สุเทพ จันทรสมศักดิ์. (ม.ป.ป.). **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 5 ค015.**

กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ภูมิบัณฑิต.

อนนก หิรัญ. (2544). **คณิตศาสตร์ ม.6 ค015.** กรุงเทพฯ: หจก.สำนักพิมพ์ฟิสิกส์ เซ็นเตอร์.

_____. (ม.ป.ป.). **แบบฝึกหัดพื้นฐาน วิชาคณิตศาสตร์ ม.6 ค015.** กรุงเทพฯ:

หจก.สำนักพิมพ์ฟิสิกส์ เซ็นเตอร์.

Finney ,Ross L. and other. (2007). **Calculus Graphical, Numerical, Algebraic
Third Edition.** Upper Saddle River. New Jersey: Prentice Hall.

ภาคผนวก

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

ข้อ	ตัวเลือก			
	1	2	3	4
1			×	
2	×			
3	×			
4		×		
5	×			
6	×			
7			×	
8				×
9	×			
10				×

คะแนนที่ได้

ระดับ



ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

เกณฑ์การประเมิน

9-10	คะแนน	ระดับ	ดีเยี่ยม
7-8	คะแนน	ระดับ	ดี
4-6	คะแนน	ระดับ	พอใช้/ผ่านเกณฑ์
0-3	คะแนน	ระดับ	ปรับปรุง/ไม่ผ่านเกณฑ์

เฉลยแบบฝึกหัดทักษะที่ 1.1 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของสิ่งที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดทุกข้อ

1. กำหนด $y = f(x) = 3x + 1$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 3

วิธีทำ จาก $y = f(x) = 3x + 1$

$$f(1) = 3(1) + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$f(3) = 3(3) + 1 = 9 + 1 = 10$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x=1$ ถึง $x=3$

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(3) - f(1)}{3-1} \\ &= \frac{10-4}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 3 เท่ากับ 3☆

2. กำหนด $y = f(x) = x^2 + 2x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 5

วิธีทำ จาก $y = f(x) = x^2 + 2x$

$$f(2) = (2)^2 + 2(2) = 4 + 4 = 8$$

$$f(5) = (5)^2 + 2(5) = 25 + 10 = 35$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 2$ ถึง $x = 5$

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} \\ &= \frac{35 - 8}{3} \\ &= \frac{27}{3} \\ &= 9 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 5 เท่ากับ 9☆

3. กำหนด $f(x) = x^2 + 2x - 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 4

วิธีทำ จาก $y = f(x) = x^2 + 2x - 2$

$$f(1) = (1)^2 + 2(1) - 2 = 1 + 2 - 2 = 1$$

$$f(4) = (4)^2 + 2(4) - 2 = 16 + 8 - 2 = 22$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 4$

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} \\ &= \frac{22 - 1}{3} \\ &= \frac{21}{3} \\ &= 7 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 4 เท่ากับ 7☆

4. กำหนด $y = f(x) = 2x^3 - 5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 2.1

วิธีทำ จาก $y = f(x) = 2x^3 - 5$

$$f(2) = 2(2)^3 - 5 = 16 - 5 = 11$$

$$f(2.1) = 2(2.1)^3 - 5 = 18.522 - 5 = 13.522$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 2$ ถึง $x = 2.1$

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(2.1) - f(2)}{2.1 - 2} \\ &= \frac{13.522 - 11}{0.1} \\ &= \frac{2.522}{0.1} \\ &= 25.22 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 2.1 เท่ากับ 25.22☆

5. กำหนด $y = f(x) = 5 - 4x^2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 3 ไปเป็น 1

วิธีทำ จาก $y = f(x) = 5 - 4x^2$

$$f(3) = 5 - 4(3)^2 = 5 - 36 = -31$$

$$f(1) = 5 - 4(1)^2 = 5 - 4 = 1$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 3$ ถึง $x = 1$

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(1) - f(3)}{1 - 3} \\ &= \frac{1 - (-31)}{-2} \\ &= \frac{32}{-2} \\ &= -16 \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 3 ไปเป็น 1 เท่ากับ -16☆

6. กำหนด $y = f(x) = \frac{1}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x

ขณะ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 5

วิธีทำ จาก $y = f(x) = \frac{1}{x}$

$$f(2) = \frac{1}{2}$$

$$f(5) = \frac{1}{5}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 2$ ถึง $x = 5$

คือ

$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2}$$

$$= \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{3}$$

$$= -\frac{\frac{10}{3}}{10}$$

$$= -\frac{1}{10}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x

เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 5 เท่ากับ $-\frac{1}{10}$

.....☆

7. กำหนด $y = f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x

ขณะ x เปลี่ยนจาก 4 เป็น 9

วิธีทำ จาก $y = f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2}$

$$f(4) = \sqrt{4} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$f(9) = \sqrt{9} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง $x = 4$ ถึง $x = 9$

คือ

$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \frac{f(9) - f(4)}{9 - 4}$$

$$= \frac{\frac{7}{2} - \frac{5}{2}}{5}$$

$$= \frac{\frac{2}{2}}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x

เปลี่ยนจาก 4 ไปเป็น 9 เท่ากับ $\frac{1}{5}$ ☆

8. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปวงกลม เทียบกับความยาวรัศมีของรูปวงกลมนั้น เมื่อความยาวของรัศมี เปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตรเป็น 12 เซนติเมตร

วิธีทำ ให้ r เป็นความยาวรัศมีของรูปวงกลม
 y เป็นพื้นที่ของรูปวงกลม

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } y &= f(r) = \pi r^2 \\ f(10) &= \pi(10)^2 = 100\pi \\ f(12) &= \pi(12)^2 = 144\pi \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปวงกลมเทียบกับความยาวรัศมี เมื่อความยาวรัศมีเปลี่ยนจาก 10 เป็น 12 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(12) - f(10)}{12 - 10} \\ &= \frac{144\pi - 100\pi}{2} \\ &= \frac{44\pi}{2} \\ &= 22\pi \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปวงกลมเทียบกับความยาวรัศมี เมื่อความยาวรัศมีเปลี่ยนจาก 10 เป็น 12 เซนติเมตรเท่ากับ 22π
 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร☆

9. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง เทียบกับความยาวของด้าน เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก 4 เซนติเมตร เป็น 8 เซนติเมตร

วิธีทำ ให้ x เป็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
 A เป็นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

$$\text{จะได้ว่า } A = f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

$$f(4) = \frac{\sqrt{3}}{4}(4)^2 = 4\sqrt{3}$$

$$f(8) = \frac{\sqrt{3}}{4}(8)^2 = 16\sqrt{3}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเทียบกับความยาวด้านเมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 4 เป็น 8 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{คือ } &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(8) - f(4)}{8 - 4} \\ &= \frac{16\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{12\sqrt{3}}{4} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเทียบกับความยาวด้านเมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 4 เซนติเมตรเป็น 8 เซนติเมตรเท่ากับ $3\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

.....☆

10. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตรเป็น 6 เซนติเมตร

วิธีทำ ให้ r เป็นความยาวของรัศมีของทรงกลม
 A เป็นปริมาตรของทรงกลม

$$\text{จะได้ว่า } A = f(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$f(3) = \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$$

$$f(6) = \frac{4}{3}\pi(6)^3 = 288\pi$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับ
 ความยาวรัศมีเมื่อความยาวรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เป็น 6 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{คือ} &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} \\ &= \frac{288\pi - 36\pi}{3} \\ &= \frac{252\pi}{3} \\ &= 84\pi \\ &= 264\pi \end{aligned}$$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของทรงกลมเทียบกับ
 ความยาวรัศมีเมื่อความยาวรัศมีเปลี่ยนจาก 3 เซนติเมตรเป็น
 6 เซนติเมตรเท่ากับ 264 ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร☆

ทำแบบฝึกหัดหะเสร็จแล้ว 10 ข้อ มาดูคำตอบกับ
 ตรวจสอบคำตอบจากภาคผนวกได้เลยครับ



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. กำหนด $y = f(x) = 4x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = f(x) = 4x$

$$f(x+h) = 4(x+h) = 4x + 4h$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x+4h-4x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ 4☆

2. กำหนด $y = f(x) = x^3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = f(x) = x^3$

$$f(x+h) = (x+h)^3 = x^3 + 3xh + 3xh + h^3$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3x^2 + 3xh + h^2)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) \\ &= 3x^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ คือ $3x^2$ ☆

3. กำหนด $f(x) = 2x^2 + 3$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใดๆ

วิธีทำ จากโจทย์ $y = f(x) = 2x^2 + 3$

$$f(x+h) = 2(x+h)^2 + 3 = 2(x^2 + 2xh + h^2) + 3$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใด ๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x^2 + 2xh + h^2) + 3] - [2x^2 + 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 + 3 - 2x^2 - 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4xh + 2h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4x + 2h)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h) \\ &= 4x \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใด ๆ คือ $4x$ ☆

4. กำหนด $f(x) = x^2 + 2x - 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใดๆ

วิธีทำ จาก $y = f(x) = x^2 + 2x - 2$

$$\text{จะได้ } f(x+h) = (x+h)^2 + 2(x+h) - 2$$

$$= x^2 + 2hx + h^2 + 2x + 2h - 2$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h - 2) - (x^2 + 2x - 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h - 2 - x^2 - 2x + 2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h + 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h + 2) \\ &= 2x + 0 + 2 \\ &= 2x + 2 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ $2x + 2$ ☆

5. กำหนด $f(x) = -\frac{3}{x}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ

วิธีทำ จาก $y = f(x) = -\frac{3}{x}$

จะได้ $f(x+h) = -\frac{3}{x+h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\frac{3}{x+h} - \left(-\frac{3}{x}\right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\frac{3}{x+h} + \frac{3}{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-3x + 3(x+h)}{x(x+h)}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{-3x + 3x + 3h}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{3h}{x(x+h)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{3}{x(x+h)} \right] \\ &= \frac{3}{x^2} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ $\frac{3}{x^2}$ ☆

6. กำหนด $f(x) = x^2 + 2$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 2$

วิธีทำ

จาก $y = f(x) = x^2 + 2$

จะได้ $f(x+h) = (x+h)^2 + 2 = x^2 + 2xh + h^2 + 2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2 + 2) - (x^2 + 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2 - x^2 - 2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2x + h)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) \\ &= 2x \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 2$ คือ $2(2) = 4$ ☆

7. กำหนด $f(x) = x^2 - 5x + 1$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 3$

วิธีทำ

จาก $y = f(x) = x^2 - 5x + 1$

จะได้ $f(x+h) = (x+h)^2 - 5(x+h) + 1 = x^2 + 2xh + h^2 - 5x - 5h + 1$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2 - 5x - 5h + 1) - (x^2 - 5x + 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 5x - 5h + 1 - x^2 + 5x - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 5h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2x + h - 5)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 5) \\ &= 2x - 5 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 3$ คือ $2(3) - 5 = 1$ ☆

8. กำหนด $f(x) = x^2 - x$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 5$

วิธีทำ

จาก $y = f(x) = x^2 - x$

จะได้ $f(x+h) = (x+h)^2 - (x+h) = x^2 + 2xh + h^2 - x - h$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2 - x - h) - (x^2 - x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x - h - x^2 + x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2x + h - 1)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 1) \\ &= 2x - 1 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = 5$ คือ $2(5) - 1 = 9$ ★

9. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ เทียบกับความยาวของด้านขณะความยาวของด้านเป็น 6 เซนติเมตร

วิธีทำ

ให้ x เป็นความยาวด้านของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์

y เป็นปริมาตรของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์

จะได้ว่า $y = f(x) = x^3$

$$f(x+h) = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3) - (x^3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3x^2 + 3xh + h^2)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) \\ &= 3x^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ เทียบกับ

ความยาว ขณะความยาวเป็น 6 เซนติเมตร คือ $3(6)^2 = 108$ ลูกบาศก์เซนติเมตร.....★

10. ในการปล่อยลูกบอลลงจากที่สูง กำหนดให้ลูกบอลลงจากที่สูงเป็นระยะทาง $s = f(t) = 4t^2 + 5t - 3$ เมตร เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที จงหาว่าลูกบอลตกจากที่สูงด้วยอัตราเร็วเท่าใด ณ เวลาที่ $t = 5$ วินาที

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ว่า $s = f(t) = 4t^2 + 5t - 3$

$$\begin{aligned} f(t+h) &= 4(t+h)^2 + 5(t+h) - 3 \\ &= 4(t^2 + 2th + h^2) + 5t + 5h - 3 \\ &= 4t^2 + 8th + 4h^2 + 5t + 5h - 3 \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4t^2 + 8th + 4h^2 + 5t + 5h - 3) - (4t^2 + 5t - 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4t^2 + 8th + 4h^2 + 5t + 5h - 3 - 4t^2 - 5t + 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8th + 4h^2 + 5h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(8t + 4h + 5)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (8t + 4h + 5) \\ &= 8t + 5 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป 5 วินาที ลูกบอลตกจากที่สูงด้วยอัตราเร็ว คือ $8(5) + 5 = 45$ เมตรต่อวินาที☆

มาถึง..แบบฝึกทักษะข้อสุดท้ายของ
เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราการ
เปลี่ยนแปลง ตรวจสอบคำตอบ และ
สอบถามครูผู้สอนเข้าใจในเนื้อหา
...ไปต่อเลยครับ ใบความรู้ที่ 1.3



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะเวลา t ใดๆ

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. กำหนดสมการการเคลื่อนที่ $s = t^2 - 3t$ เมื่อ s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วขณะเวลา t ใดๆ

วิธีทำ จาก $S(t) = t^2 - 3t$
 จะได้ว่า $S(t+h) = (t+h)^2 - 3(t+h)$
 $= t^2 + 2ht + h^2 - 3t - 3h$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ S เทียบกับ t ขณะที่ t ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(t+h) - S(t)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(t^2 + 2ht + h^2 - 3t - 3h) - (t^2 - 3t)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{t^2 + 2ht + h^2 - 3t - 3h - t^2 + 3t}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2ht + h^2 - 3h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2t + h - 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2t + h - 3) \\ &= 2t + 0 - 3 \\ &= 2t - 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ เท่ากับ $2t - 3$ เมตรต่อวินาที

.....☆

2. กำหนด $s = f(t) = t^2 + 2t + 5$ เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อ s เป็นระยะทาง มีหน่วยเป็นเมตร และ t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยของวัตถุในช่วงเวลา $t = 2$ วินาที ถึง $t = 5$ วินาที

วิธีทำ

จาก $s = f(t) = t^2 + 2t + 5$

$$f(2) = (2)^2 + 2(2) + 5 = 13$$

$$f(5) = (5)^2 + 2(5) + 5 = 40$$

ดังนั้น ความเร็วเฉลี่ยของวัตถุในช่วงเวลา $t = 2$ วินาที ถึง $t = 5$ วินาที

$$\begin{aligned} \text{คือ} \quad &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} \\ &= \frac{40 - 13}{3} \\ &= \frac{27}{3} \\ &= 9 \end{aligned}$$

นั่นคือ ความเร็วเฉลี่ยของวัตถุในช่วงเวลา $t = 2$ วินาที ถึง $t = 5$ วินาที

เท่ากับ 9 เมตรต่อวินาที

.....☆

3. วัตถุเคลื่อนที่ตามสมการ $s = t^2 + 8$ จงหาความเร็วของวัตถุขณะที่เวลา 5 วินาที โดยระยะทาง s มีหน่วยเป็นเมตร

วิธีทำ

จาก $s = f(t) = t^2 + 8$

จะได้ว่า $f(t+h) = (t+h)^2 + 8$

$$= t^2 + 2th + h^2 + 8$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ S เทียบกับ t ขณะที่ t ใดๆ คือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(t^2 + 2th + h^2 + 8) - (t^2 + 8)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{t^2 + 2th + h^2 + 8 - t^2 - 8}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2th + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2t + h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2t + h) \\ &= 2t + 0 \\ &= 2t \end{aligned}$$

ดังนั้น ความเร็วของวัตถุขณะที่เวลา 5 วินาที เท่ากับ $2(5) = 10$ เมตรต่อวินาที☆

4. เมื่อเวลา t วินาที วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 4t^2 + 2t - 3$ เมตร จงหา

1) ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ

2) ความเร็วเฉลี่ยในช่วง 5 วินาทีถึง 7 วินาที

วิธีทำ

$$\text{จาก } s = 4t^2 + 2t - 3$$

$$\text{ดังนั้น } f(t) = 4t^2 + 2t - 3$$

$$\text{จะได้ว่า } f(t+h) = 4(t+h)^2 + 2(t+h) - 3$$

$$= 4t^2 + 8ht + 4h^2 + 2t + 2h - 3$$

$$\begin{aligned} 1) \text{ ความเร็วขณะเวลา } t \text{ ใดๆ} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4t^2 + 8ht + 4h^2 + 2t + 2h - 3) - (4t^2 + 2t - 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8ht + 4h^2 + 2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (8t + 4h + 2) \\ &= 8t + 2 \end{aligned}$$

นั่นคือ ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ เท่ากับ $8t+2$ เมตรต่อวินาที

2) ความเร็วเฉลี่ยในช่วง 5 วินาทีถึง 7 วินาที

$$\text{วิธีทำ จาก } s = 4t^2 + 2t - 3$$

$$f(5) = 4(5)^2 + 2(5) - 3 = 107$$

$$f(7) = 4(7)^2 + 2(7) - 3 = 207$$

ดังนั้น ความเร็วเฉลี่ยของวัตถุในช่วงเวลา $t=5$ วินาที ถึง $t=7$ วินาที

$$\begin{aligned} \text{คือ } &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{f(7) - f(5)}{7-5} \\ &= \frac{207-107}{2} \\ &= 50 \end{aligned}$$

นั่นคือ ความเร็วเฉลี่ยของวัตถุในช่วงเวลา $t=5$ วินาที ถึง $t=7$ วินาที
เท่ากับ 50 เมตรต่อวินาที☆

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 อัตราการเปลี่ยนแปลง

ข้อ	ตัวเลือก			
	1	2	3	4
1	×			
2	×			
3			×	
4	×			
5				×
6		×		
7	×			
8			×	
9				×
10	×			

คะแนนที่ได้

ระดับ



ลงชื่อ.....

ผู้ตรวจ

เกณฑ์การประเมิน

9-10	คะแนน	ระดับ	ดีเยี่ยม
7-8	คะแนน	ระดับ	ดี
4-6	คะแนน	ระดับ	พอใช้/ผ่านเกณฑ์
0-3	คะแนน	ระดับ	ปรับปรุง/ไม่ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะ

แบบฝึกทักษะที่ 1.1 มีจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ข้อละ 2 คะแนน

แบบฝึกทักษะที่ 1.2 มีจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ข้อละ 2 คะแนน

แบบฝึกทักษะที่ 1.3 มีจำนวน 4 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ข้อละ 5 คะแนน