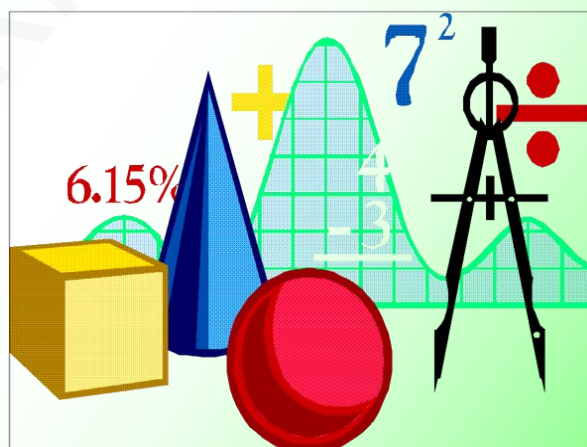


คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ รายวิชา
คณิตศาสตร์ 2 รหัสวิชา ค 31102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ
จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนที่มุ่งให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดคำนวณ
และฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551 และเป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นแนวทาง
ในการเรียนรู้ด้วยตนเอง ได้เรียนรู้ตามความสามารถของแต่ละบุคคล ส่งเสริมการพัฒนา
ศักยภาพของนักเรียนเป็นรายบุคคล

ขอขอบคุณ นายพิชัย ใจเสือ ผู้อำนวยการสถานศึกษา โรงเรียน
ด่านเกวียนวิทยา คณะครูทุกท่านที่ให้การสนับสนุน ให้กำลังใจและให้ความร่วมมือในการ
ปฏิบัติงาน ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน ที่ช่วยตรวจสอบคุณภาพของแบบฝึกทักษะ
คณิตศาสตร์เล่มนี้ให้มีความสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพไว้ ณ โอกาสนี้

ปราณี รวีธนภัทร



สารบัญ

หน้า

คำแนะนำสำหรับครู	1
คำแนะนำสำหรับนักเรียน	2
คำชี้แจง	3
จุดประสงค์การเรียนรู้	4
แบบทดสอบก่อนเรียน	5
สามเหลี่ยมคล้าย	7
แบบฝึกทักษะที่ 1.1	11
เอกสารแนบแนวทางที่ 1	14
อัตราส่วนตรีโกณมิติ	15
แบบฝึกทักษะที่ 1.2	18
บทกลับอัตราส่วนตรีโกณมิติ	20
แบบฝึกทักษะที่ 1.3	24
แบบสรุปเนื้อหา	26
แบบทดสอบหลังเรียน	27
บรรณานุกรม	29
ภาคผนวก	
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	30
เฉลยคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 1.1	31
เฉลยคำตอบเอกสารแนบแนวทางที่ 1	34
เฉลยคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 1.2	35
เฉลยคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 1.3	37
เฉลยแบบสรุปเนื้อหา	40
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	41



คำแนะนำสำหรับครู



1. ศึกษาคู่มือการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ให้เข้าใจ
2. ชี้แจงขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์นี้ให้นักเรียนเข้าใจ
3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ก่อนศึกษาเนื้อหาจากใบความรู้ทำแบบฝึกทักษะและตรวจคำตอบตามเฉลยในภาคผนวกที่ละแบบฝึกทักษะ
4. ดูแลนักเรียนให้ปฏิบัติตามขั้นตอนและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนพบปัญหา
5. ประเมินผลการเรียนของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและให้แรงเสริมในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เมื่อศึกษาเนื้อหาจากใบความรู้และทำแบบฝึกทักษะเสร็จสิ้น
7. บันทึกผลการประเมินหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะทุกครั้ง
8. แบบฝึกทักษะเล่มนี้ สามารถใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ หรือใช้สอนซ่อมเสริมกับนักเรียนที่เรียนช้า หรือเรียนไม่ทันเพื่อน
9. ครูอาจปรับเปลี่ยนกิจกรรมการเรียนรู้ได้ตามความเหมาะสมกับนักเรียนและสถานการณ์ที่นำไปใช้



คำแนะนำสำหรับนักเรียน

1. แบบฝึกทักษะเล่มนี้ทำขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเอง เพื่อแก้ปัญหาการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์แต่ละชุดให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้
 - 2.1 ศึกษาขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจชัดเจน
 - 2.2 นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ให้เข้าใจก่อนลงมือปฏิบัติ
 - 2.3 นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ตามความเข้าใจของตนเองด้วยความซื่อสัตย์ แล้วตรวจคำตอบจากเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน ในภาคผนวก แล้วบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน
 - 2.4 นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจใบความรู้และทำแบบฝึกทักษะด้วยตนเอง และตรวจคำตอบจากเฉลยในภาคผนวกไปที่ละแบบฝึกตามลำดับเมื่อพบปัญหาให้ขอคำแนะนำจากครูทันที
 - 2.5 เมื่อนักเรียนศึกษาและฝึกทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้ทำแบบทดสอบหลังเรียน แล้วตรวจคำตอบจากเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน ในภาคผนวกแล้วบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน
3. การประเมินผลการเรียน นักเรียนจะต้องทำถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป ของจำนวนข้อทั้งหมดในแต่ละแบบฝึกทักษะ จึงจะผ่านเกณฑ์การประเมินของแต่ละแบบฝึกทักษะ
 - 3.1 ผ่านเกณฑ์การประเมินให้ศึกษาแบบฝึกทักษะชุดต่อไป
 - 3.2 ไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินให้ย้อนกลับไปศึกษาและทำความเข้าใจเนื้อหาจากใบความรู้และทำแบบฝึกทักษะด้วยตนเองใหม่



คำชี้แจง

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ รายวิชา
คณิตศาสตร์ 2 รหัสวิชา ค31102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ
จัดทำขึ้นโดยกำหนดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 มีความมุ่งหวังเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้า
ทำความเข้าใจ ฝึกทำแบบฝึกทักษะ เป็นการเพิ่มพูนความรู้และทักษะทางวิชาการ
ให้นักเรียนมีความสามารถตามมาตรฐานการเรียนรู้ และมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่อง
อัตราส่วนตรีโกณมิติ การจัดทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง
อัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้มีการจัดทำ ปรับปรุง แก้ไขและพัฒนาอย่างต่อเนื่อง
มีทั้งหมด 4 เล่ม ดังนี้

เล่มที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เล่มที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60°

และการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตาราง

เล่มที่ 3 การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติจากความสัมพันธ์
ของด้านและมุม

เล่มที่ 4 การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ จะมีประโยชน์
ต่อการจัดการเรียนการสอนของครูและนักเรียน เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ครูผู้สอน
สามารถใช้ประกอบกับคู่มือการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อพัฒนาทักษะการเรียนรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ให้มีประสิทธิภาพส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นต่อไป



จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

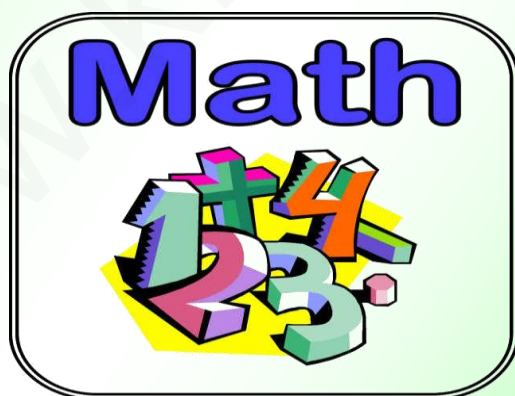
1. บอกความหมายและสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายและนำไปใช้ได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีความสามารถในการแก้ปัญหา
2. มีความสามารถในการให้เหตุผล
3. มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

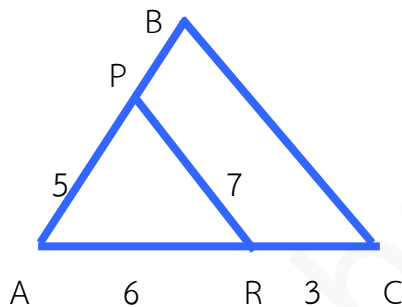
1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. มีความสนใจ ตั้งใจในการเรียน



แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

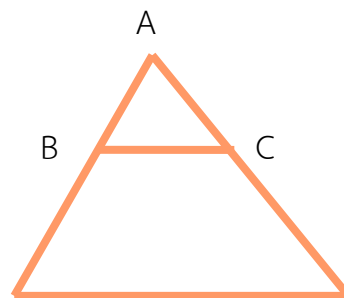
- คำชี้แจง** 1. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวจากตัวเลือก ก, ข, ค หรือ ง แล้วเขียนเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบ
2. แบบทดสอบเป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 15 นาที

1. กำหนด $\overline{BC} \parallel \overline{PR}$ ดังรูป ความยาวของ BC มีค่าตรงกับข้อใด



- ก. 10.5
ข. 10
ค. 9.5
ง. 9

2. กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{PR}$ ดังรูป



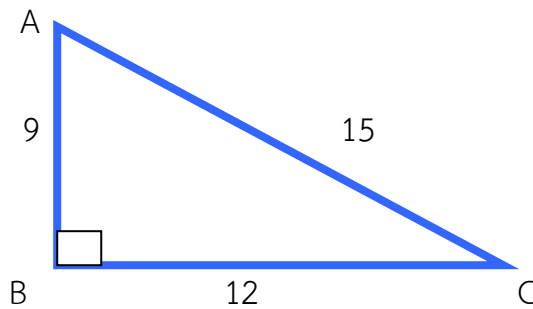
- ถ้า $\overline{AC} = 1.2$, $\overline{CR} = 5$ และ $\overline{BP} = 6$ แล้ว \overline{AB} จะยาวเท่ากับข้อใด
- ก. 1.11 ข. 1.22 ค. 1.44 ง. 1.66

3. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี C เป็นมุมฉาก และ $\cot A = \frac{1}{2}$

ค่าของ $\sin A$ ตรงกับข้อใด

- ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ค. 2 ง. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

จากรูปใช้ตอบคำถาม ข้อ 4 - 5



4. $\cos A$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $\cos B$ ข. 0.8 ค. 0.6 ง. 0.4

5. $\cot C$ มีค่าเท่าใด

- ก. 0.4 ข. 0.55 ค. 0.6 ง. 1.33

6. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี C เป็นมุมฉาก และ $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ จงหา

ค่าของ $\sin A \cos B - \cos A \sin B$

- ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ง. $\sqrt{3}$

7. กำหนด $0^\circ < x < 90^\circ$ และ $\sin A = \frac{1}{3}$ ค่าของ $\cos A$, $\tan A$ ตามลำดับคือข้อใด

- ก. $\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{8}}$ ข. $3, \frac{\sqrt{8}}{3}$ ค. $\frac{3}{\sqrt{8}}, \frac{1}{3}$ ง. $\frac{\sqrt{8}}{3}, \frac{1}{\sqrt{8}}$

8. กำหนด $0^\circ < x < 90^\circ$ และ $\tan B = \frac{2}{5}$ ค่าของ $\sin B$, $\cos B$ ตามลำดับคือข้อใด

- ก. $\frac{5}{2}, \frac{5}{\sqrt{29}}$ ข. $\frac{\sqrt{29}}{2}, \frac{\sqrt{29}}{5}$ ค. $\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{5}{\sqrt{29}}$ ง. $\frac{\sqrt{29}}{3}, \frac{5}{2}$

9. กำหนด $0^\circ < x < 90^\circ$ และ $\tan A = \frac{5}{12}$ $\sin A + \cos A$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $\frac{7}{12}$ ข. $\frac{12}{13}$ ค. $\frac{17}{13}$ ง. $\frac{7}{13}$

10. ถ้า $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ และ $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ แล้ว $\cot \theta$ มีค่าเท่ากับข้อใด

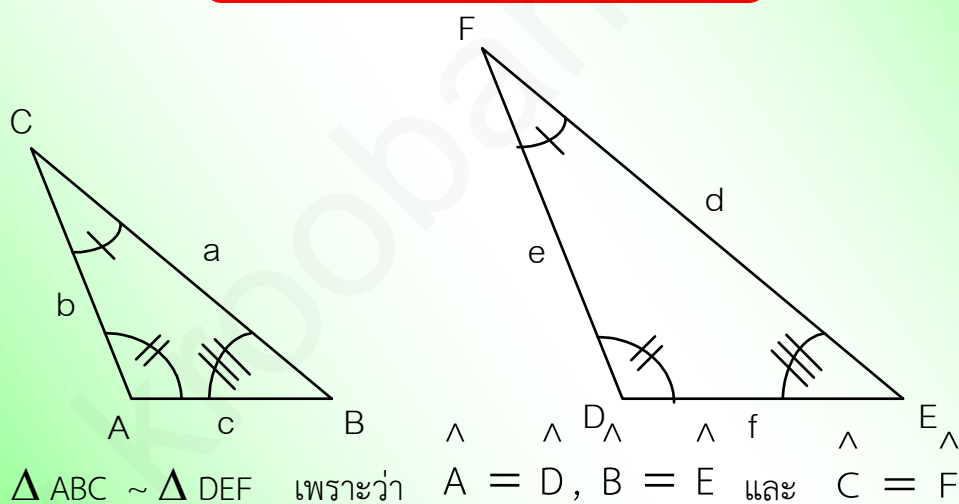
- ก. $\frac{3}{4}$ ข. $\frac{4}{3}$ ค. $\frac{5}{3}$ ง. $\frac{3}{5}$

สามเหลี่ยมคล้าย

ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะหาได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างด้านของรูปสามเหลี่ยมสองรูปในอัตราส่วนระหว่างด้านของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

บทนิยาม สามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่ มุมต่อมุม เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน



ดังนั้นจะได้

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

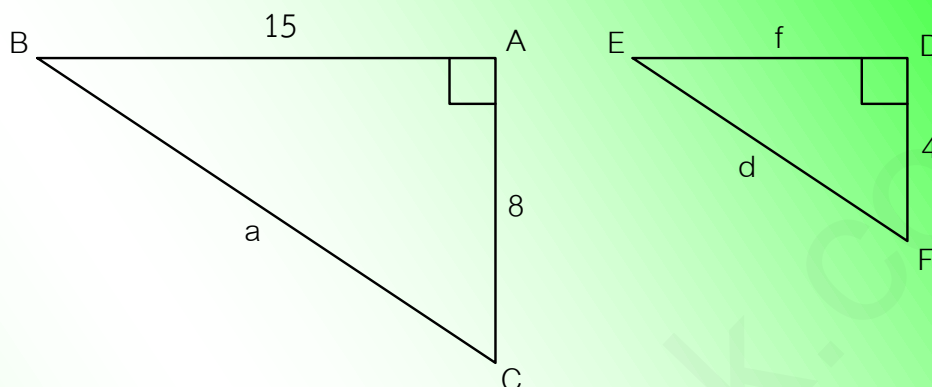
นั่นคือ

$$\frac{c}{f} = \frac{b}{e} = \frac{a}{d}$$



ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

มี $\hat{BAC} = \hat{EDF} = 90^\circ$ และมีด้านยาว ดังรูป



จงหาขนาดของ a และ d

วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} a^2 &= 15^2 + 8^2 \\ &= 225 + 64 \\ &= 289 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 17$$

จากโจทย์ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ จะได้ว่า

$$\frac{a}{d} = \frac{8}{4}$$

$$\frac{a}{d} = 2$$

$$2d = a$$

$$2d = 17 \quad (a = 17)$$

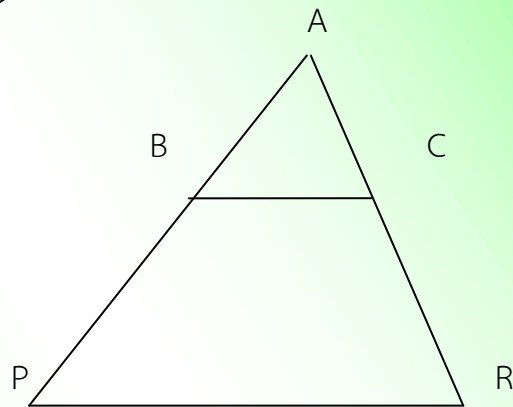
$$d = \frac{17}{2}$$

$$\therefore a = 17$$

$$d = \frac{17}{2} \quad \text{ตอบ}$$

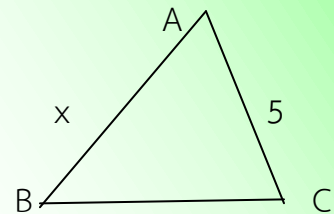
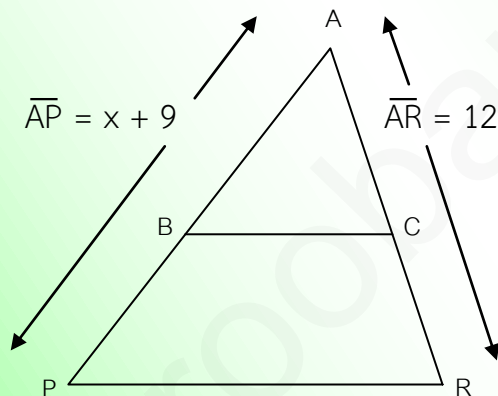


ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{PR}$ ดังรูป



ถ้า $\overline{AC} = 5$, $\overline{CR} = 7$ และ $\overline{BP} = 9$ แล้ว \overline{AB} จะยาวเท่าใด

วิธีทำ จากรูปสามเหลี่ยมและความยาวที่กำหนดให้สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้ 2 รูปดังนี้



จากสมบัติของ Δ ที่คล้ายกัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{12}{5} &= \frac{x+9}{x} \\ 12(x) &= 5(x+9) \\ 12x &= 5x+45 \\ 12x-5x &= 45 \\ 7x &= 45 \\ x &= \frac{45}{7}\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{AB} \text{ ยาวเท่ากับ } \frac{45}{7}$$

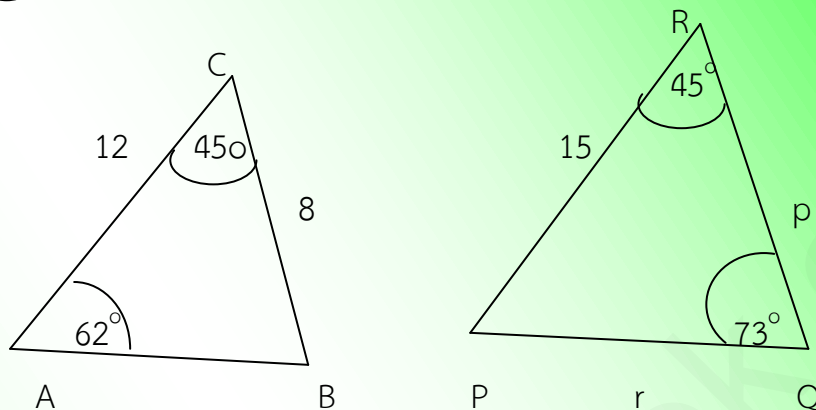
ตอบ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ





ตัวอย่างที่ 3 จงแสดงว่า $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle PQR$ และหาขนาดของ p



วิธีทำ $\hat{B} = 180^\circ - 62^\circ - 45^\circ = 73^\circ$

$$\hat{P} = 180^\circ - 73^\circ - 45^\circ = 62^\circ$$

เนื่องจาก $\hat{A} = \hat{P}, \hat{B} = \hat{Q}$ และ $\hat{C} = \hat{R}$

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

จากสมบัติของ \triangle ที่คล้ายกัน จะได้ว่า

แทนค่า $\frac{8}{p} = \frac{12}{15}$

$$p = \frac{8 \times 15}{12}$$

$$p = 20$$

ตอบ

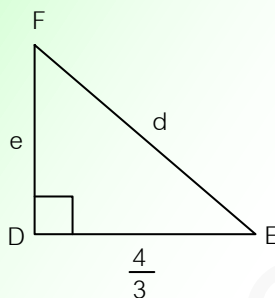
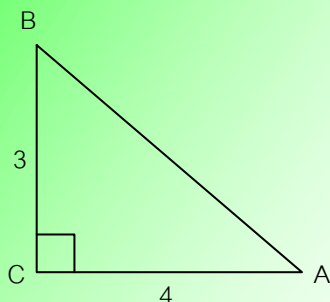
- สรุป
1. สามเหลี่ยมคล้าย หมายถึง สามเหลี่ยม 2 รูปใด ๆ ที่มีมุมเท่ากัน 3 คู่ มุมต่อมุม
 2. สมบัติของสามเหลี่ยมด้านเท่า กล่าวว่า อัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันย่อมเท่ากัน



แบบฝึกทักษะที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

กำหนดให้ $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ และมีความยาวของด้านดังรูป



ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 3

1

จงหาความยาวของด้าน AB

.....

.....

.....

.....

.....

จงหาค่าของ e

.....

.....

.....

.....

.....

2

จงหาค่าของ d

.....

.....

.....

.....

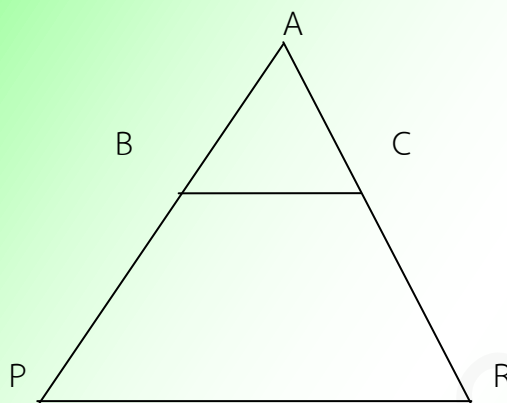
.....

3



ใช้ตอบคำถามข้อ 4 – 5

กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{PR}$ ดังรูป

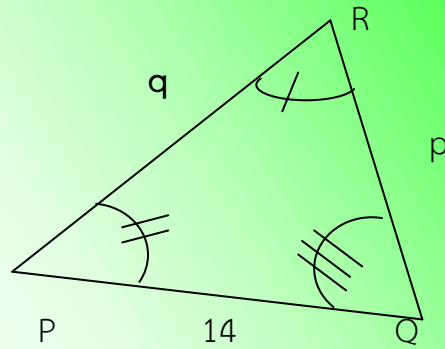
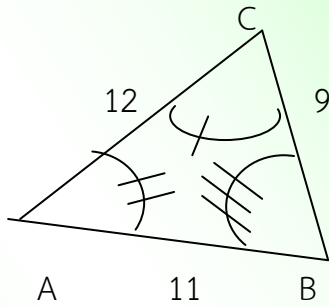


ถ้า $AB = 2$, $BP = 4$ และ $AC = 3$ แล้ว CR จะยาวเท่าใด



ถ้า $AC = 4$, $CR = 8$ และ $BP = 4$ แล้ว AB จะยาวเท่าใด

ใช้ตอบคำถามข้อ 6 - 7



จงหาขนาดของ q

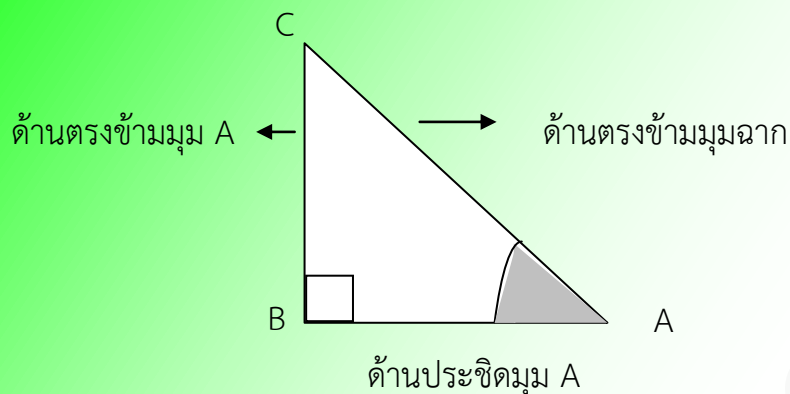


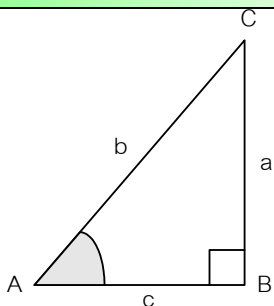
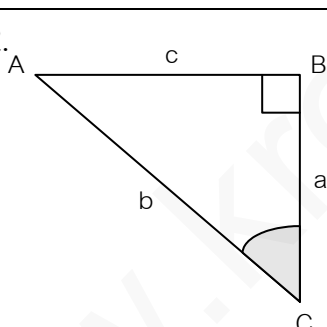
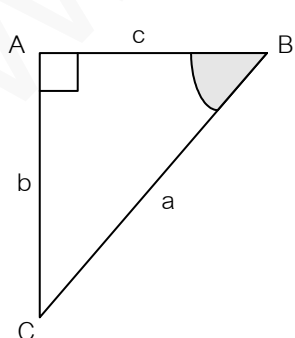
จงหาขนาดของ p



เอกสารแนะแนวทางที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องตามตัวอย่าง

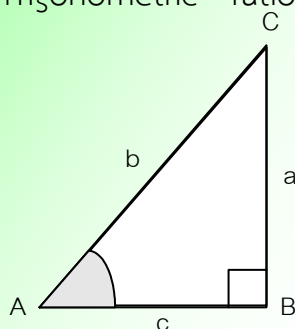


1. 
 - a เรียกว่า ด้าน.....
 - b เรียกว่า ด้าน.....
 - c เรียกว่า ด้าน.....
2. 
 - a เรียกว่า ด้าน.....
 - b เรียกว่า ด้าน.....
 - c เรียกว่า ด้าน.....
3. 
 - a เรียกว่า ด้าน.....
 - b เรียกว่า ด้าน.....
 - c เรียกว่า ด้าน.....



อัตราส่วนตรีโกณมิติ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric ratio) คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม B เป็นมุมฉาก และ มุม A เป็นมุมหลัก โดยอัตราส่วนของความยาวของด้านทั้งสาม มีชื่อเรียกดังนี้

$\frac{a}{b}$ เรียกว่า ไซน์ (sine) ของมุม A นิยมเขียน $\sin A$

$\frac{c}{b}$ เรียกว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A นิยมเขียน $\cos A$

$\frac{a}{c}$ เรียกว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A นิยมเขียน $\tan A$

สามารถสรุปบทนิยามของไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ และ โคซีแคนต์ เฉพาะกรณี ที่ A เป็นมุมแหลมได้ดังนี้

ไซน์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

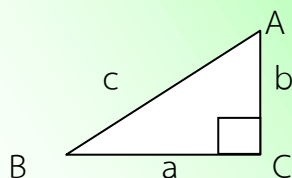
โคไซน์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$



ตัวอย่างที่ 1

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีความยาวด้านต่าง ๆ ดังรูป จงหา $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$, $\sin B$, $\cos B$, $\tan B$

วิธีทำ

$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$\sin B = \frac{b}{c}$$

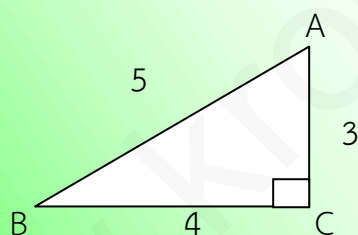
$$\cos B = \frac{a}{c}$$

$$\tan B = \frac{b}{a}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2

จากรูปที่กำหนดให้ จงหา 1. $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$
2. $\sin B$, $\cos B$, $\tan B$

วิธีทำ

$$\sin A = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \frac{3}{5}$$

$$\tan A = \frac{4}{3}$$

$$\sin B = \frac{3}{5}$$

$$\cos B = \frac{4}{5}$$

$$\tan B = \frac{3}{4}$$

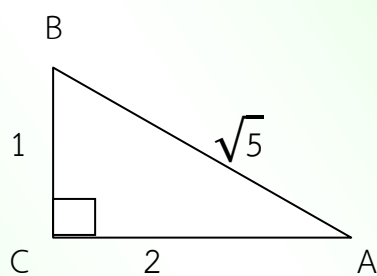
ตอบ

ตัวอย่างที่ 3

ให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี \hat{C} เป็นมุมฉาก และ $\tan A = \frac{1}{2}$

จงหา $\sin A$, $\tan B$, $\cos A$ และ $\sin B$

วิธีทำ



จาก Δ มุมฉาก ABC จะได้ว่า

$$\begin{aligned} AB^2 &= CA^2 + BC^2 \\ &= 2^2 + 1^2 \\ &= 4 + 1 \\ \therefore AB &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \tan B &= \frac{2}{1} = 2 \\ \cos A &= \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \sin B &= \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

รู้หรือยังว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ.....

ถ้ารู้แล้วก็ควรจำและฝึกการนำไปใช้นะ !



แบบฝึกทักษะที่ 1.2

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

1.1 $\sin B$ =

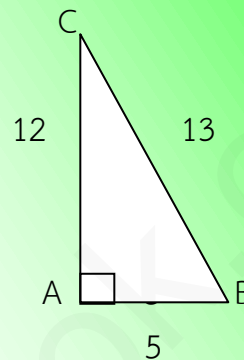
1.2 $\cos B$ =

1.3 $\tan B$ =

1.4 $\sin C$ =

1.5 $\cos C$ =

1.6 $\tan C$ =



2. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

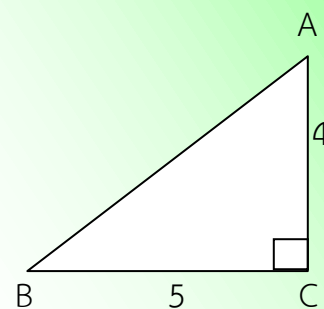
2.1 หาความยาวของ AB

.....

.....

.....

.....



2.2 $\sin B$ =

2.3 $\cos B$ =

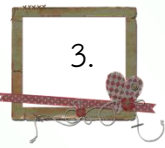
2.4 $\tan B$ =

2.5 $\sin A$ =

2.6 $\cos A$ =

2.7 $\tan A$ =





3. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี C เป็นมุมฉาก และ $17\sin B = 8$ จงหาค่าของ

3.1 $\cos A + \sin B$

3.2 $\sin A + \tan B$

3.3 $\tan A + \cos B$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี B เป็นมุมฉาก, มุม A กาง 33° และ $\overline{AB} = 46$ เมตร จงหา \overline{AC} ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง (กำหนด $\cos 33^\circ = 0.839$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

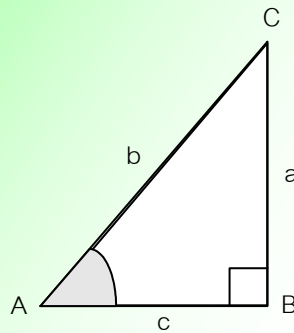
.....

.....



บทกลับอัตราส่วนตรีโกณมิติ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric ratio) คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม B เป็นมุมฉาก และ มุม A เป็นมุมหลัก โดยบทกลับอัตราส่วนของความยาวของด้านทั้งสาม มีชื่อเรียกดังนี้

$\frac{b}{a}$ เรียกว่า โคซีแคนต์ (cosecant) ของมุม A นิยมเขียน cosec A

$\frac{b}{c}$ เรียกว่า ซีแคนต์ (secant) ของมุม A นิยมเขียน sec A

$\frac{c}{a}$ เรียกว่า โคแทนเจนต์ (cotangent) ของมุม A นิยมเขียน cot A

สามารถสรุปนิยามของไซน์ โคซีแคนต์, ซีแคนต์ และโคแทนเจนต์ เฉพาะกรณีที่ A เป็นมุมแหลมได้ดังนี้

โคซีแคนต์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$

ซีแคนต์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

โคแทนเจนต์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$

จากบทนิยาม อัตราส่วนตรีโกณมิติเป็นส่วนกลับของกันและกัน ได้แก่

$$\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}, \operatorname{cosec} A \neq 0 \quad \text{และ} \quad \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}, \sin A \neq 0$$

$$\cos A = \frac{1}{\sec A}, \sec A \neq 0 \quad \text{และ} \quad \sec A = \frac{1}{\cos A}, \cos A \neq 0$$

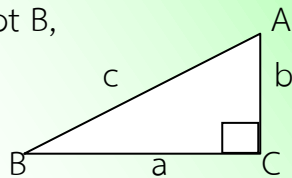
$$\tan A = \frac{1}{\cot A}, \cot A \neq 0 \quad \text{และ} \quad \cot A = \frac{1}{\tan A}, \tan A \neq 0$$

ไปดูตัวอย่างกันดีกว่านะ
จะได้เข้าใจมากขึ้น



ตัวอย่างที่ 1

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีความยาวด้านต่าง ๆ ดังรูป จงหา cosec A, sec A, cot A, cosec B, sec B, cot B,



วิธีทำ

$$\operatorname{cosec} A = \frac{c}{a}$$

$$\sec A = \frac{c}{b}$$

$$\cot A = \frac{b}{a}$$

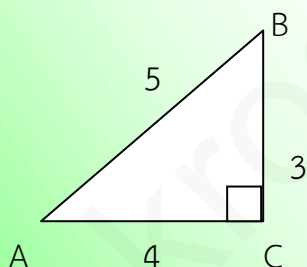
$$\operatorname{cosec} B = \frac{c}{b}$$

$$\sec B = \frac{c}{a}$$

$$\cot B = \frac{a}{b} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2

จากรูปที่กำหนดให้ จงหา



1. cosec A, sec A, cot A

2. cosec B, sec B, cot B

วิธีทำ

$$\operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}$$

$$\sec A = \frac{5}{4}$$

$$\cot A = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec} B = \frac{5}{4}$$

$$\sec B = \frac{5}{3}$$

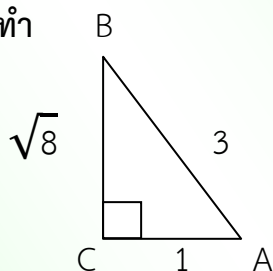
$$\cot B = \frac{3}{4} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 3

ให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี C เป็นมุมฉาก และ $\sec A = 3$

จงหา cosec A , cot A , cosec B , sec B และ cot B

วิธีทำ



จาก Δ มุมฉาก ABC จะได้ว่า

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 - CB^2 \\ &= 3^2 - 1^2 \\ &= 9 - 1 \\ \therefore AC &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{cosec} A &= \frac{3}{\sqrt{8}} \\ \cot A &= \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \operatorname{cosec} B &= \frac{3}{1} = 3 \\ \sec B &= \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3 \times \sqrt{8}}{\sqrt{8} \times \sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{8} \\ \cot B &= \frac{\sqrt{8}}{1} = \sqrt{8} \end{aligned}$$

รู้หรือยังว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมีทั้งหมด.....อัตราส่วน
คือ.....

ถ้ารู้แล้วก็ควรจำและฝึกการนำไปใช้นะ !



แบบฝึกทักษะที่ 1.3

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

1.1 $\operatorname{cosec} B = \dots\dots\dots$

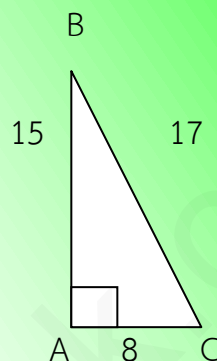
1.2 $\sec B = \dots\dots\dots$

1.3 $\cot B = \dots\dots\dots$

1.4 $\operatorname{cosec} C = \dots\dots\dots$

1.5 $\sec C = \dots\dots\dots$

1.6 $\cot C = \dots\dots\dots$



2. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

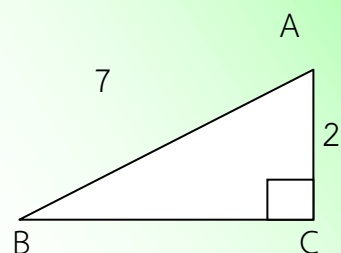
2.1 หาความยาวของ BC

.....

.....

.....

.....



2.2 $\operatorname{cosec} B = \dots\dots\dots$

2.3 $\sec B = \dots\dots\dots$

2.4 $\cot B = \dots\dots\dots$

2.5 $\operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots$

2.6 $\sec A = \dots\dots\dots$

2.7 $\cot A = \dots\dots\dots$



3. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี C เป็นมุมฉาก และ $10\sin B = 6$ จงหาค่าของ

3.1 $\operatorname{cosec} A + \sec B$

3.2 $\sec A + \operatorname{cosec} B$

3.3 $\cot A + \cot B$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี B เป็นมุมฉาก, มุม A กาง 46° และ $\overline{CB} = 50$ เมตร จงหา \overline{AB} ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง (กำหนด $\cot 46^\circ = 0.965$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

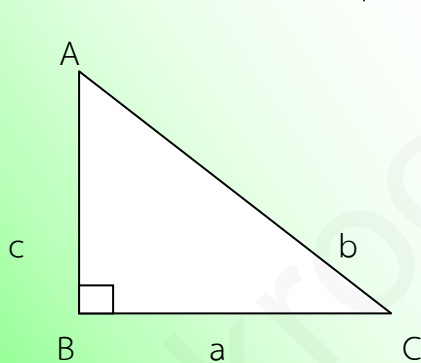
.....



แบบสรุปเนื้อหา

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามหัวข้อต่อไปนี้

1. สามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน หมายถึง.....
.....
.....
2. สมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย กล่าวหาว่า.....
.....
.....
3. อัตราส่วนตรีโกณ หมายถึง.....
.....
4. กำหนด ABC เป็น \triangle มุมฉาก จะได้ว่า (เติมอัตราส่วนตรีโกณมิติ)



$$\begin{array}{l} \frac{a}{b} = \dots\dots\dots \\ \frac{b}{c} = \dots\dots\dots \\ \frac{b}{a} = \dots\dots\dots \\ \frac{a}{b} = \dots\dots\dots \\ \frac{a}{c} = \dots\dots\dots \\ \frac{c}{a} = \dots\dots\dots \\ \frac{c}{b} = \dots\dots\dots \end{array}$$



คณิตศาสตร์ให้ความรู้
เพื่อต่อสู้อุปสรรค

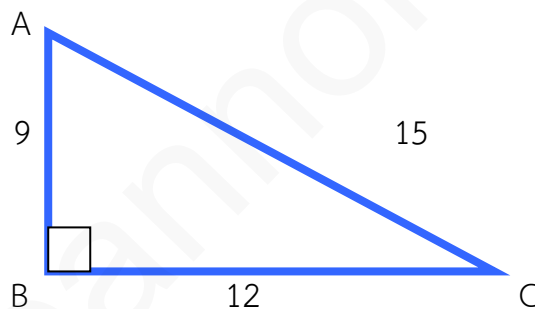
อัตราส่วนตรีโกณมิติ



แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- คำชี้แจง** 1. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวจากตัวเลือก ก, ข, ค หรือ ง แล้วเขียนเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบ
2. แบบทดสอบเป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 15 นาที

จากรูปใช้ตอบคำถาม ข้อ 1 - 2



1. $\cos A$ มีค่าเท่ากับข้อใด
 ก. $\cos B$ ข. 0.8 ค. 0.6 ง. 0.4
2. $\cot C$ มีค่าเท่าใด
 ก. 0.4 ข. 0.55 ค. 0.6 ง. 1.33
3. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี C เป็นมุมฉาก และ $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ จงหาค่าของ $\sin A \cos B - \cos A \sin B$
 ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ง. $\sqrt{3}$
4. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี C เป็นมุมฉาก และ $\cot A = \frac{1}{2}$
 ค่าของ $\sin A$ ตรงกับข้อใด
 ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ค. 2 ง. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

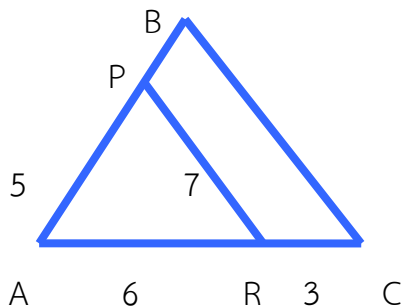
5. กำหนด $0^\circ < x < 90^\circ$ และ $\tan A = \frac{5}{12}$ $\sin A + \cos A$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $\frac{7}{12}$ ข. $\frac{12}{13}$ ค. $\frac{17}{13}$ ง. $\frac{7}{13}$

6. ถ้า $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ และ $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ แล้ว $\cot \theta$ มีค่าเท่ากับข้อใด

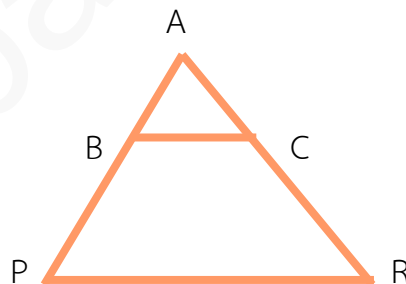
- ก. $\frac{3}{4}$ ข. $\frac{4}{3}$ ค. $\frac{5}{3}$ ง. $\frac{3}{5}$

7. กำหนด $\overline{BC} \parallel \overline{PR}$ ดังรูป ความยาวของ BC มีค่าตรงกับข้อใด



- ก. 10.5
ข. 10
ค. 9.5
ง. 9

8. กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{PR}$ ดังรูป



ถ้า $\overline{AC} = 1.2$, $\overline{CR} = 5$ และ $\overline{BP} = 6$ แล้ว \overline{AB} จะยาวเท่ากับข้อใด

- ก. 1.11 ข. 1.22 ค. 1.44 ง. 1.66

9. กำหนด $0^\circ < x < 90^\circ$ และ $\sin A = \frac{1}{3}$ ค่าของ $\cos A$, $\tan A$ ตามลำดับคือข้อใด

- ก. $\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{8}}$ ข. $3, \frac{\sqrt{8}}{3}$ ค. $\frac{3}{\sqrt{8}}, \frac{1}{3}$ ง. $\frac{\sqrt{8}}{3}, \frac{1}{\sqrt{8}}$

10. กำหนด $0^\circ < x < 90^\circ$ และ $\tan B = \frac{2}{5}$ ค่าของ $\sin B$, $\cos B$ ตามลำดับคือข้อใด

- ก. $\frac{5}{2}, \frac{5}{\sqrt{29}}$ ข. $\frac{\sqrt{29}}{2}, \frac{\sqrt{29}}{5}$ ค. $\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{5}{\sqrt{29}}$ ง. $\frac{\sqrt{29}}{3}, \frac{5}{2}$

บรรณานุกรม

- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2546).แบบฝึกมาตรฐานแม่ค คณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 – ม. 6) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 2 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ : ทองพูลการพิมพ์, .
- ธนวัฒน์ สันทราพรพล. คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) เล่ม 2. กรุงเทพฯ : อมรการพิมพ์, ม.ป.ป..
- นพพร แหยมแสง.(2547).หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้น ม. 5.กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด.
- _____. (2548).ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด.
- พิมพ์พัฒนพงศ์ ศรีวิศร และพิสมัย ศรีวิศร. คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.4 เล่ม 2. กรุงเทพฯ : รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์, ม.ป.ป..
- ยุพิน พิพิธกุล. (2546) .การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- วิชาการ, กรม. (2552). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2554) . หนังสือรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. คณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 2 ค 012. กรุงเทพฯ : อมรการพิมพ์, ม.ป.ป..
- _____. คณิตศาสตร์พื้นฐาน + เพิ่มเติม เล่ม 2 ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6). กรุงเทพฯ : อีรพงษ์การพิมพ์, ม.ป.ป..



ภาคผนวก

เฉลยคำตอบ แบบทดสอบก่อนเรียน

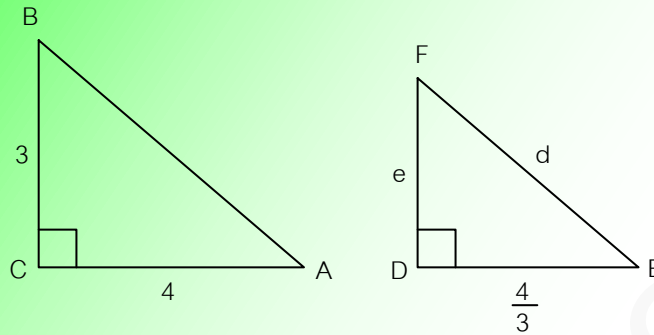
ข้อที่	คำตอบ
1	ก
2	ค
3	ข
4	ค
5	ง
6	ก
7	ง
8	ค
9	ค
10	ก



จะได้คะแนน
เท่าไรนะ...

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์
กำหนดให้ $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ และมีความยาวของด้านดังรูป



ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 3

1

จงหาค่าของ AB

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + CA^2 \\ AB^2 &= 3^2 + 4^2 \\ AB^2 &= 9 + 16 \\ AB^2 &= 25 \\ AB &= 5 \end{aligned}$$

จงหาค่าของ e

$$\begin{aligned} \frac{FD}{BC} &= \frac{DE}{CA} \\ \frac{e}{3} &= \frac{4}{4} \\ e &= \frac{4 \times 3}{3 \times 4} \\ e &= 1 \end{aligned}$$

2

จงหาค่าของ d

$$\begin{aligned} \frac{FE}{BA} &= \frac{FD}{BC} \\ \frac{d}{5} &= \frac{1}{3} \\ d &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

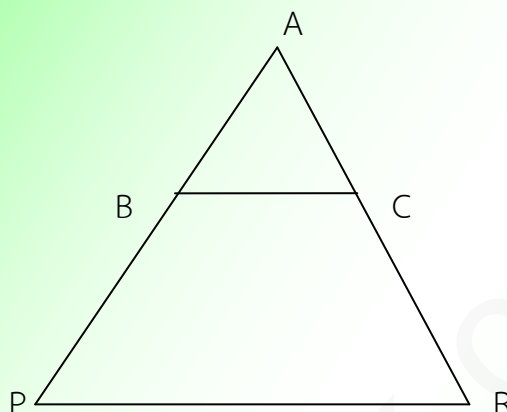
3



อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ใช้ตอบคำถามข้อ 4 – 5

กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{PR}$ ดังรูป



ถ้า $AB = 2$, $BP = 4$ และ $AC = 3$ แล้ว CR จะยาวเท่าใด

วิธีทำ

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{AR}$$

$$AR = \frac{6 \times 3}{2}$$

$$AR = 9$$

$$CR = AR - AC$$

$$CR = 9 - 3$$

$$CR = 6$$



ถ้า $AC = 4$, $CR = 8$ และ $BP = 4$ แล้ว AB จะยาวเท่าใด

วิธีทำ

$$\frac{AB}{AB+4} = \frac{4}{12}$$

$$12AB = 4(AB + 4)$$

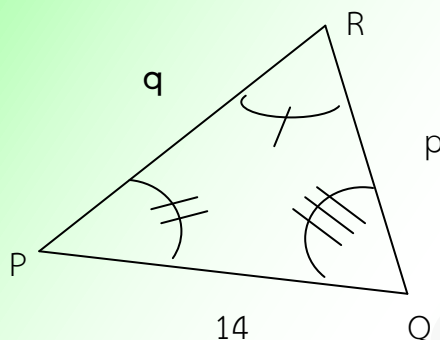
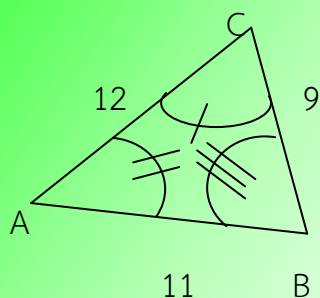
$$12AB = 4AB + 16$$

$$12AB - 4AB = 16$$

$$8AB = 16$$

$$AB = 2$$

ใช้ตอบคำถามข้อ 6 – 7



6

จงหาค่าของ q

วิธีทำ

$$\frac{q}{12} = \frac{14}{11}$$

$$q = \frac{14 \times 12}{11}$$

$$q = \frac{168}{11}$$

7

จงหาค่าของ p

วิธีทำ

$$\frac{p}{9} = \frac{14}{11}$$

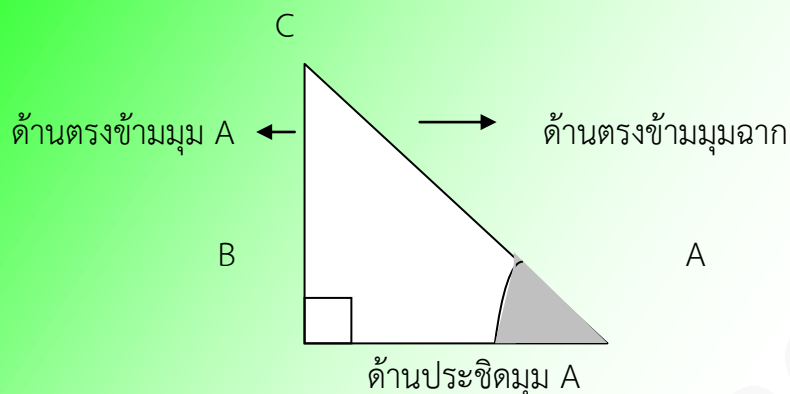
$$p = \frac{14 \times 9}{11}$$

$$p = \frac{126}{11}$$

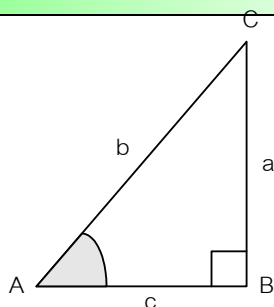


เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องตามตัวอย่าง

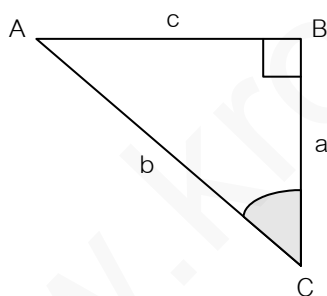


1.



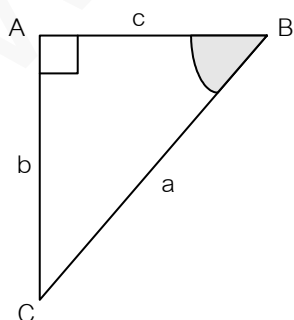
- a เรียกว่า ด้าน **ตรงข้ามมุม A**
- b เรียกว่า ด้าน **ตรงข้ามมุมฉาก**
- c เรียกว่า ด้าน **ประชิดมุม A**

2.



- a เรียกว่า ด้าน **ประชิดมุม C**
- b เรียกว่า ด้าน **ตรงข้ามมุมฉาก**
- c เรียกว่า ด้าน **ตรงข้ามมุม C**

3.



- a เรียกว่า ด้าน **ตรงข้ามมุมฉาก**
- b เรียกว่า ด้าน **ตรงข้ามมุม B**
- c เรียกว่า ด้าน **ประชิดมุม B**

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบลงให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

$$1.1 \sin B = \frac{12}{13}$$

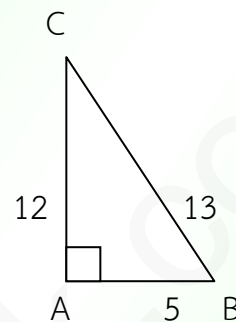
$$1.2 \cos B = \frac{5}{13}$$

$$1.3 \tan B = \frac{12}{5}$$

$$1.4 \sin C = \frac{5}{13}$$

$$1.5 \cos C = \frac{12}{13}$$

$$1.6 \tan C = \frac{5}{12}$$



2. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

2.1 ความยาวของ AB

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= 5^2 + 4^2 \\ &= 25 + 16 \end{aligned}$$

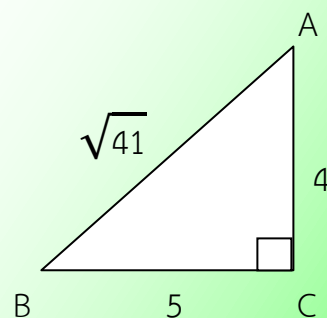
$$AB^2 = 41$$

$$\therefore AB = \sqrt{41}$$

$$2.2 \sin B = \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$2.4 \tan B = \frac{4}{5}$$

$$2.6 \cos A = \frac{\sqrt{41}}{5}$$



$$2.3 \cos B = \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$2.5 \sin A = \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$2.7 \tan A = \frac{4}{5}$$

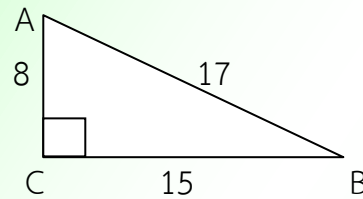


3. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี C เป็นมุมฉากและ $17\sin B = 8$ จงหาค่าของ

3.3 $\cos A + \sin B$

3.4 $\sin A + \tan B$

3.5 $\tan A + \cos B$



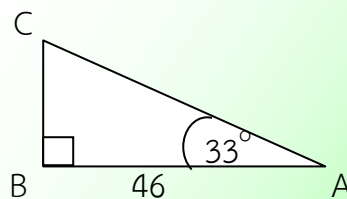
วิธีทำ จากที่โจทย์กำหนด $17\sin B = 8$ จะได้ $\sin B = \frac{8}{17}$, $CB = 15$

$$\begin{aligned} 3.1 \quad \cos A + \sin B &= \frac{8}{17} + \frac{8}{17} \\ &= \frac{16}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.2 \quad \sin A + \tan B &= \frac{15}{17} + \frac{8}{15} \\ &= \frac{361}{255} = 1\frac{106}{255} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.3 \quad \tan A + \cos B &= \frac{15}{8} + \frac{15}{17} \\ &= \frac{375}{136} = 2\frac{103}{136} \end{aligned}$$

4. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี B เป็นมุมฉาก, มุม A กาง 33° และ $\overline{AB} = 46$ เมตร จงหา \overline{AC} ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง (กำหนด $\cos 33^\circ = 0.839$)



วิธีทำ

$$\begin{aligned} \cos 33^\circ &= \frac{AB}{AC} \\ 0.839 &= \frac{46}{AC} \\ AC &= \frac{46}{0.839} \\ AC &\approx 54.83 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

อัตราส่วนตรีโกณมิติ



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.3

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

$$1.7 \quad \operatorname{cosec} B = \frac{17}{8}$$

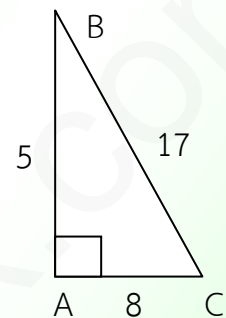
$$1.3 \quad \cot B = \frac{15}{8}$$

$$1.5 \quad \sec C = \frac{17}{8}$$

$$1.2 \quad \sec B = \frac{17}{15}$$

$$1.4 \quad \operatorname{cosec} C = \frac{17}{15}$$

$$1.6 \quad \cot C = \frac{8}{15}$$



2. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา

2.1 หาความยาวของ BC

$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$BC^2 = 7^2 - 2^2$$

$$BC^2 = 49 - 4$$

$$BC^2 = 45$$

$$BC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$2.2 \quad \operatorname{cosec} B = \frac{7}{2}$$

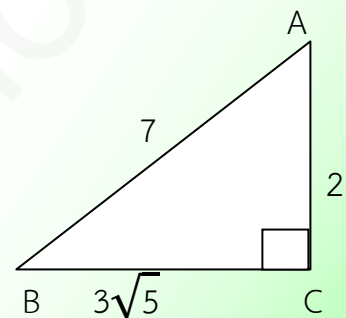
$$2.3 \quad \sec B = \frac{7}{3\sqrt{5}} = \frac{7 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{15}$$

$$2.4 \quad \cot B = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$2.5 \quad \operatorname{cosec} A = \frac{7}{3\sqrt{5}} = \frac{7 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{15}$$

$$2.6 \quad \sec A = \frac{7}{2}$$

$$2.7 \quad \cot A = \frac{2}{3\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{15}$$



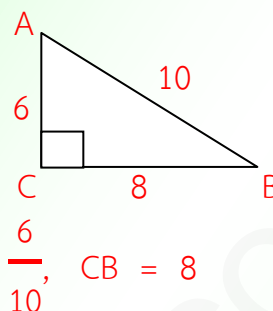
3. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี C เป็นมุมฉาก

และ $10\sin B = 6$ จงหาค่าของ

3.3 $\operatorname{cosec} A + \sec B$

3.4 $\sec A + \operatorname{cosec} B$

3.5 $\cot A + \cot B$



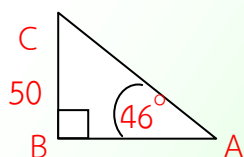
วิธีทำ จากที่โจทย์กำหนด $10\sin B = 6$ จะได้ $\sin B = \frac{6}{10}$, $CB = 8$

$$\begin{aligned} 3.1 \quad \operatorname{cosec} A + \sec B &= \frac{10}{8} + \frac{10}{8} \\ &= \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.2 \quad \sec A + \operatorname{cosec} B &= \frac{10}{6} + \frac{10}{6} \\ &= \frac{20}{6} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.3 \quad \cot A + \cot B &= \frac{6}{8} + \frac{8}{6} \\ &= \frac{18 + 32}{24} = \frac{50}{24} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12} \end{aligned}$$

4. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี B เป็นมุมฉาก, มุม A กว้าง 46° และ $CB = 50$ เมตร จงหา AB ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง (กำหนด $\cot 46^\circ = 0.965$)



วิธีทำ วิธีที่ 1 $\cot 46^\circ = \frac{AB}{CB}$

$$0.965 = \frac{AB}{50}$$

$$AB = 50 \times 0.965 \approx 48.25 \text{ เมตร}$$



วิธีที่ 2

$$\tan 46^\circ = \frac{50}{AB}$$

$$\frac{1}{\tan 60^\circ} = \frac{50}{AB}$$

$$\frac{1}{0.965} = \frac{50}{AB}$$

$$AB = 50 \times 0.965$$

$$AB = 48.25 \text{ เมตร} \quad \text{ตอบ}$$

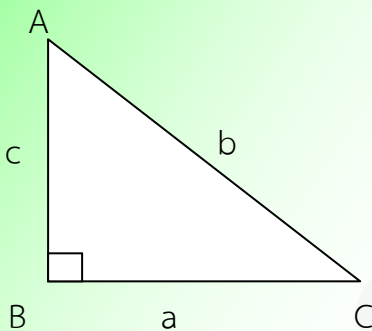
ทำแบบฝึกทักษะครบแล้ว
เราไปดูคะแนนกันดีกว่า



เฉลยแบบสรุปเนื้อหา

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามหัวข้อต่อไปนี้

1. สามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน หมายถึง **สามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่ มุมต่อมุม**
2. สมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย กล่าวว่า **อัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันย่อมเท่ากัน**
3. อัตราส่วนตรีโกณ หมายถึง **อัตราส่วนของความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก**
4. กำหนด ABC เป็น \triangle มุมฉาก จะได้ว่า (เติมอัตราส่วนตรีโกณมิติ)



$$\frac{a}{c} = \sin A = \cos C$$

$$\frac{b}{c} = \cos A = \sin C$$

$$\frac{b}{a} = \cot A = \tan C$$

$$\frac{a}{b} = \operatorname{cosec} A = \sec C$$

$$\frac{b}{a} = \sec A = \operatorname{cosec} C$$

$$\frac{c}{a} = \tan A = \cot C$$



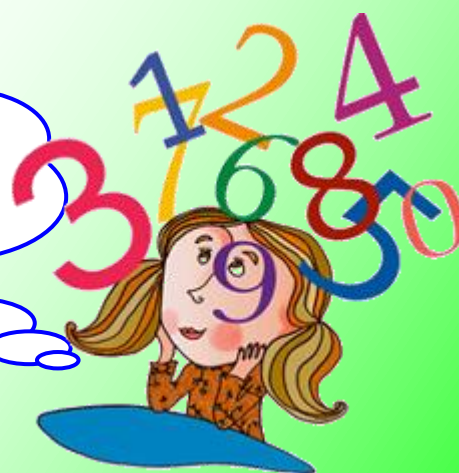
คณิตศาสตร์ให้ความรู้
เพื่อต่อสู้อุปสรรค



เฉลยคำตอบ แบบทดสอบหลังเรียน

ข้อที่	คำตอบ
1	ง
2	ก
3	ค
4	ง
5	ค
6	ข
7	ข
8	ค
9	ง
10	ข

จะได้คะแนน
มากกว่าเดิมหรือเปล่านะ



กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนด่านเกวียนวิทยา อำเภอโชคชัย จังหวัดนครราชสีมา
