

เรื่อง การแยกตัวประกอบ  
โดยใช้สมบัติการแจกแจง

ชุดที่ 1

# แบบฝึกทักษะ

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4  
รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง



**นางสาวภาวิณี ศรีพูน**

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนบัวใหญ่ อ.บัวใหญ่ จ.นครราชสีมา

องค์การบริหารส่วนจังหวัดนครราชสีมา

## คำนำ

แบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ชุดที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการฝึกทักษะการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยได้จัดทำขึ้นตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และมุ่งให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ด้วยแบบฝึกทักษะที่จะช่วยพัฒนาอย่างเป็นขั้นตอน แบบฝึกทักษะ เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง มีทั้งหมด 4 ชุด ดังนี้

แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

แบบฝึกทักษะชุดที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

แบบฝึกทักษะชุดที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

แบบฝึกทักษะชุดที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง จะช่วยพัฒนาทักษะเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองให้กับผู้เรียนได้เป็นอย่างดี และจะเป็นประโยชน์สำหรับผู้สอนในการนำไปปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนได้ตามความเหมาะสม

ภาวินี ศรีพูน

## สารบัญ

	หน้า
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู.....	1
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน.....	2
สาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้.....	3
ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง .....	4
แบบฝึกทักษะที่ 1.1 .....	12
แบบฝึกทักษะที่ 1.2 .....	18
บรรณานุกรม .....	23
ภาคผนวก .....	24
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1 .....	25
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2 .....	30

## คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

แบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ชุดที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง มีขั้นตอนการใช้ ดังนี้

1. ครูแจกแบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ชุดที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง
2. ครูชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะให้นักเรียนทราบก่อนลงมือปฏิบัติ
3. ครูให้นักเรียนศึกษาใบความรู้จากแบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ชุดที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง
4. ครูสังเกตพฤติกรรมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน จากนั้นบันทึกผลลงในแบบสังเกตพฤติกรรมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์
5. ครูตรวจผลงานของนักเรียนจากแบบฝึกทักษะ จากนั้นบันทึกผลลงในใบเก็บคะแนน
6. ครูแจ้งคะแนนให้นักเรียนทราบและชมเชยนักเรียน พร้อมให้คำแนะนำเพิ่มเติม

## คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

แบบฝึกทักษะ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ชุดที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง ชุดนี้ นักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนอ่านคำแนะนำและปฏิบัติกิจกรรมแต่ละขั้นตอน นักเรียนจะได้รับความรู้อย่างครบถ้วนและปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ของแต่ละเรื่อง เพื่อให้ทราบว่าเมื่อจบบทเรียนแต่ละบทเรียนแล้วสามารถเรียนรู้อะไรได้บ้าง
2. ศึกษาใบความรู้และทำแบบฝึกทักษะตามที่กำหนดไว้ พร้อมทั้งตรวจคำตอบเพื่อประเมินตนเอง
3. นักเรียนแต่ละคนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง โดยไม่เปิดดูเฉลยแบบฝึกทักษะก่อนการทำแบบฝึกทักษะ
4. นักเรียนและผู้สนใจที่ต้องการศึกษาเนื้อหาเพิ่มเติมจากแบบฝึกทักษะ สามารถค้นคว้าได้จากบรรณานุกรม

**เกณฑ์ผ่านการประเมินผล** นักเรียนต้องได้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 1.1 และแบบฝึกทักษะที่ 1.2 รวมกันแล้วไม่น้อยกว่าร้อยละ 80

**แบบฝึกทักษะชุดนี้ใช้เวลาในการศึกษาและปฏิบัติกิจกรรม 2 ชั่วโมง**

## แบบฝึกทักษะ

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค20204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง  
ชุดที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

## สาระสำคัญ

สมบัติการแจกแจงกล่าวว่า ถ้า  $a$  ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนเต็มใดๆ แล้ว  
 $a(b+c) = ab + ac$  หรือ  $(b+c)a = ba + ca$   
ถ้า  $a$  ,  $b$  และ  $c$  เป็นพหุนาม เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจงได้  
และเรียก  $a$  ว่า ตัวประกอบร่วม ของ  $ab$  และ  $ac$  หรือตัวประกอบร่วมของ  $ba$  และ  $ca$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้

## ใบความรู้ที่ 1

### เรื่อง การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ ในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่า ตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป หรือพหุนามที่กำหนดให้ในรูปที่ง่ายกว่า เรียกว่า การแยกตัวประกอบของพหุนาม

พิจารณาการแยกตัวประกอบของพหุนามจากตัวอย่างต่อไปนี้

1.  $4x-8 = 4(x-2)$

จะเห็นว่า  $4x-8$  เป็นพหุนามดีกรีหนึ่ง  
 $4$  เป็นพหุนามดีกรีศูนย์ ซึ่งต่ำกว่าดีกรีของ  $4x-8$   
 $x-2$  เป็นพหุนามดีกรีหนึ่ง ซึ่งเท่ากับดีกรีของ  $4x-8$

และถือว่า  $4(x-2)$  เป็นรูปที่ง่ายกว่าของ  $4x-8$

เนื่องจาก  $4$  และ  $x-2$  ต่างหาร  $4x-8$  ลงตัว

เรียก  $4$  และ  $x-2$  ว่า **ตัวประกอบ** ของ  $4x-8$

2.  $x^2+6x+8 = (x+2)(x+4)$

จะเห็นว่า  $x^2+6x+8$  เป็นพหุนามดีกรีสอง

$x+2$  เป็นพหุนามดีกรีหนึ่ง

$x+4$  เป็นพหุนามดีกรีหนึ่ง

ซึ่ง  $x+2$  และ  $x+4$  มีดีกรีต่ำกว่าดีกรีของ  $x^2+6x+8$

เนื่องจาก  $x+2$  และ  $x+4$  หาร  $x^2+6x+8$  ลงตัว

เรียก  $x+2$  และ  $x+4$  ว่า **ตัวประกอบ** ของ  $x^2+6x+8$

3.  $6m^2 - 6m - 72 = 6(m+3)(m-4)$

จะเห็นว่า  $6m^2 - 6m - 72$  เป็นพหุนามดีกรีสอง

6 เป็นพหุนามดีกรีศูนย์

$m+3$  เป็นพหุนามดีกรีหนึ่ง

$m-4$  เป็นพหุนามดีกรีหนึ่ง

ซึ่ง 6,  $m+3$  และ  $m-4$  มีดีกรีต่ำกว่าของ  $6m^2 - 6m - 72$

เนื่องจาก 6,  $m+3$  และ  $m-4$  หาร  $6m^2 - 6m - 72$  ลงตัว

เรียก 6,  $m+3$  และ  $m-4$  ว่า **ตัวประกอบ** ของ  $6m^2 - 6m - 72$

จากตัวอย่างข้างต้น การแยกตัวประกอบของพหุนามที่แต่ละพจน์มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม อาจทำได้วิธีใดวิธีหนึ่งต่อไปนี้หรือทั้งสองวิธีผสมกัน

1. ใช้สมบัติการแจกแจง โดยนำ ห.ร.ม. ของค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์ในพหุนามออกมาเป็นตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้
2. เขียนพหุนามที่กำหนดให้ในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่า



## การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

### สมบัติการแจกแจง

ถ้า  $a$  ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนเต็มใดๆ แล้ว

$$a(b+c) = ab+ac \quad (\text{แจกแจงทางซ้าย})$$

หรือ  $(b+c)a = ba+ca \quad (\text{แจกแจงทางขวา})$

ถ้า  $a$  ,  $b$  และ  $c$  เป็นพหุนาม เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจงข้างต้นได้ด้วย และเรียก  $a$  ว่า **ตัวประกอบร่วม** ของ  $ab$  และ  $ac$  หรือ **ตัวประกอบร่วม** ของ  $ba$  และ  $ca$

พิจารณาการแยกตัวประกอบของ  $15x^2y-18xy^2$  โดยใช้สมบัติการแจกแจง ดังนี้

$$\begin{aligned} 15x^2y-18xy^2 &= 3(5x^2y-6xy^2) && \text{3 เป็น ห.ร.ม. ของ 15 และ 18} \\ &= 3 \times x \times (5xy-6y^2) && \text{x เป็นตัวประกอบร่วมของ } 5x^2y \text{ และ } 6xy^2 \\ &= 3 \times x \times y \times (5x-6y) && \text{y เป็นตัวประกอบร่วมของ } 5xy \text{ และ } 6y^2 \\ &= 3xy(5x-6y) \end{aligned}$$

ดังนั้น  $15x^2y-18xy^2 = 3xy(5x-6y)$

## ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ $10x+5y$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง                      กำหนด  $10x+5y$
- โจทย์ถามอะไร                                      ตัวประกอบของ  $10x+5y$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 10 และ 5
- พิจารณาตัวแปรว่ามีตัวประกอบร่วมหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$10x+5y = 5(2x+y)$$

5 เป็น ห.ร.ม. ของ 10 และ 5

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$5(2x+y) = 10x+5y$$

นำตัวประกอบที่ได้จากขั้นที่ 3 คูณกัน  
หากแยกตัวประกอบถูกต้อง ผลลัพธ์จะมีค่าเท่ากับ  $10x+5y$

ตอบ  $10x+5y = 5(2x+y)$

## ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของ $21x^2y+14xy^2$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง                      กำหนด  $21x^2y+14xy^2$
- โจทย์ถามอะไร                                      ตัวประกอบของ  $21x^2y+14xy^2$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 21 และ 14
- หาตัวประกอบร่วมของ  $x^2y$  และ  $xy^2$

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}21x^2y+14xy^2 &= 7(3x^2y+2xy^2) \\ &= 7xy(3x+2y)\end{aligned}$$

7 เป็น ห.ร.ม. ของ 21 และ 14

xy เป็นตัวประกอบร่วมของ  $x^2y$  และ  $xy^2$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$7xy(3x+2y) = 21x^2y+14xy^2$$

ตอบ  $21x^2y+14xy^2 = 7xy(3x+2y)$

นำตัวประกอบที่ได้จากขั้นที่ 3 คูณกัน  
หากแยกตัวประกอบถูกต้อง  
ผลลัพธ์จะมีค่าเท่ากับ  $21x^2y+14xy^2$

**ตัวอย่างที่ 3** จงแยกตัวประกอบของ  $12y^2z+20yz$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $12y^2z+20yz$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $12y^2z+20yz$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 12 และ 20

- หาตัวประกอบร่วมของ  $y^2z$  และ  $yz$

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}12y^2z+20yz &= 4(3y^2z+5yz) \\ &= 4yz(3y+5)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$4yz(3y+5) = 12y^2z+20yz$$

ตอบ  $12y^2z+20yz = 4yz(3y+5)$

**ตัวอย่างที่ 4** จงแยกตัวประกอบของ  $16x^3y^3-24x^4y$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $16x^3y^3-24x^4y$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $16x^3y^3-24x^4y$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 16 และ 24

- หาตัวประกอบร่วมของ  $x^3y^3$  และ  $x^4y$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}16x^3y^3-24x^4y &= 8(2x^3y^3-3x^4y) \\ &= 8x^3y(2y^2-3x)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$8x^3y(2y^2-3x) = 16x^3y^3-24x^4y$$

ตอบ  $16x^3y^3-24x^4y = 8x^3y(2y^2-3x)$

ในการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีหลายพจน์ นอกจากจะใช้  
สมบัติการแจกแจงแล้ว อาจต้องใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่  
ประกอบด้วย

**ตัวอย่างที่ 5** จงแยกตัวประกอบของ  $ab-2ac+bc-2c^2$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง                              กำหนด  $ab-2ac+bc-2c^2$
- โจทย์ถามอะไร    ตัวประกอบของ  $ab-2ac+bc-2c^2$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- จัดหมู่  $ab-2ac+bc-2c^2$  ให้เป็นสองวงเล็บ
- แยกตัวประกอบของพหุนามแต่ละวงเล็บ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$ab-2ac+bc-2c^2 = (ab-2ac)+(bc-2c^2)$$



แยกตัวประกอบของพหุนามแต่ละวงเล็บ



$$= a(b-2c)+c(b-2c)$$

$b-2c$  เป็นตัวประกอบร่วม

$$= (b-2c)(a+c)$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$(b-2c)(a+c) = ab-2ac+bc-2c^2$$

ตอบ  $ab-2ac+bc-2c^2 = (b-2c)(a+c)$



## แบบฝึกทักษะที่ 1.1

คำชี้แจง จงแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา

1.  $10x+4$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

ตอบ.....

.....

2.  $7x-14$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

3.  $14y+26z$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....



4.  $x^2 + 13x$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

5.  $15x^2y + 5x$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

6.  $9y^2z^2 - 6yz$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

7.  $21x^3y^2 - 28x^2y^3$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

8.  $24x^4z^2 + 18x^3z^3$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

9.  $30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

10.  $24xz^2 - 27x^2z^3 + 9x^3z^4$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

ตอบ.....

.....

## แบบฝึกทักษะที่ 1.2

คำชี้แจง จงแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา

1.  $mn+pq+pn+mq$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

ตอบ.....

.....

2.  $5x-10y+xz-2yz$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

ตอบ.....

.....

3.  $x^2y+x^2z+4y+4z$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

ตอบ.....

.....

4.  $ax^2 - cx^2 - 6a + 6c$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

ตอบ.....

.....



5.  $2a^3 - a + 14a^2 - 7$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

- โจทย์ถามอะไร

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

ตอบ.....

.....

## บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 11. กรุงเทพฯ : สกสค. ลาดพร้าว.

โชคชัย สิริหาญอุดม. (2555). แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 รายวิชาเพิ่มเติม.

กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.

เทพฤทธิ์ ยอดใสและคณะ. (2562). ตะลุยกิจกรรมคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.2. กรุงเทพฯ : พ.ศ.พัฒนา.

นพพร แหยมแสง. (2554). หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ : แม็ค.

มาริสา วทัญญา. (2554). คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2. กรุงเทพฯ :  
พีบีซี.

สุเทพ จันทร์สมบูรณ์กุล. (2554). สื่อเสริมรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 2. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.

อุทัย ตั้งคำและคณะ. (ม.ป.ป.). คู่มือ-เตรียมสอบ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.2 เล่ม 2 ช่วงชั้นที่ 3  
(ม.1-ม.3). กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.

ภาคผนวก

## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1



แนวทางการตอบอาจขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน

1.  $10x+4$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $10x+4$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $10x+4$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 10 และ 4

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$10x+4 = 2(5x+2)$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$2(5x+2) = 10x+4$$

ตอบ  $10x+4 = 2(5x+2)$

2.  $7x-14$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $7x-14$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $7x-14$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 7 และ 14

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$7x-14 = 7(x-2)$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$7(x-2) = 7x-14$$

ตอบ  $7x-14 = 7(x-2)$

3.  $14y+26z$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $14y+26z$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $14y+26z$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 14 และ 26

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$14y+26z = 2(7y+13z)$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$2(7y+13z) = 14y+26z$$

ตอบ  $14y+26z = 2(7y+13z)$

4.  $x^2+13x$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $x^2+13x$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $x^2+13x$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- แยกตัวประกอบของ  $x^2+13x$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$x^2+13x = x(x+13)$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ สรุป อภิปรายผล

$$x(x+13) = x^2+13x$$

ตอบ  $x^2+13x = x(x+13)$

5.  $15x^2y+5x$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ถามอะไร

กำหนด  $15x^2y+5x$

ตัวประกอบของ  $15x^2y+5x$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 15 และ 5
- หาตัวประกอบร่วมของ  $x^2y$  และ  $x$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}15x^2y+5x &= 5(3x^2y+x) \\ &= 5x(3xy+1)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$5x(3xy+1) = 15x^2y+5x$$

ตอบ  $15x^2y+5x = 5x(3xy+1)$

6.  $9y^2z^2-6yz$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ถามอะไร

กำหนด  $9y^2z^2-6yz$

ตัวประกอบของ  $9y^2z^2-6yz$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 9 และ 6
- หาตัวประกอบร่วมของ  $y^2z^2$  และ  $yz$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}9y^2z^2-6yz &= 3(3y^2z^2-2yz) \\ &= 3yz(3yz-2)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$3yz(3yz-2) = 9y^2z^2-6yz$$

ตอบ  $9y^2z^2-6yz = 3yz(3yz-2)$

7.  $21x^3y^2 - 28x^2y^3$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $21x^3y^2 - 28x^2y^3$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $21x^3y^2 - 28x^2y^3$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 21 และ 28

- หาตัวประกอบร่วมของ  $x^3y^2$  และ  $x^2y^3$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned} 21x^3y^2 - 28x^2y^3 &= 7(3x^3y^2 - 4x^2y^3) \\ &= 7x^2y^2(3x - 4y) \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$7x^2y^2(3x - 4y) = 21x^3y^2 - 28x^2y^3$$

ตอบ  $21x^3y^2 - 28x^2y^3 = 7x^2y^2(3x - 4y)$

8.  $24x^4z^2 + 18x^3z^3$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $24x^4z^2 + 18x^3z^3$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $24x^4z^2 + 18x^3z^3$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 24 และ 18

- หาตัวประกอบร่วมของ  $x^4z^2$  และ  $x^3z^3$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned} 24x^4z^2 + 18x^3z^3 &= 6(4x^4z^2 + 3x^3z^3) \\ &= 6x^3z^2(4x + 3z) \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$6x^3z^2(4x + 3z) = 24x^4z^2 + 18x^3z^3$$

ตอบ  $24x^4z^2 + 18x^3z^3 = 6x^3z^2(4x + 3z)$

9.  $30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 30 , 36 และ 6

- หาตัวประกอบร่วมของ  $x^2y^3$  ,  $x^3y^2$  และ  $x^3y^3$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned} 30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3 &= 6(5x^2y^3 + 6x^3y^2 - x^3y^3) \\ &= 6x^2y^2(5y + 6x - xy) \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$6x^2y^2(5y + 6x - xy) = 30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3$$

ตอบ  $30x^2y^3 + 36x^3y^2 - 6x^3y^3 = 6x^2y^2(5y + 6x - xy)$

10.  $24xz^2 - 27x^2z^3 + 9x^3z^4$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $24xz^2 - 27x^2z^3 + 9x^3z^4$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $24xz^2 - 27x^2z^3 + 9x^3z^4$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- หา ห.ร.ม. ของ 24 , 27 และ 9

- หาตัวประกอบร่วมของ  $xz^2$  ,  $x^2z^3$  และ  $x^3z^4$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned} 24xz^2 - 27x^2z^3 + 9x^3z^4 &= 3(8xz^2 - 9x^2z^3 + 3x^3z^4) \\ &= 3xz^2(8 - 9xz + 3x^2z^2) \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$3xz^2(8 - 9xz + 3x^2z^2) = 24xz^2 - 27x^2z^3 + 9x^3z^4$$

ตอบ  $24xz^2 - 27x^2z^3 + 9x^3z^4 = 3xz^2(8 - 9xz + 3x^2z^2)$



## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2



แนวทางการตอบอาจขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน

1.  $mn+pq+pn+mq$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $mn+pq+pn+mq$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $mn+pq+pn+mq$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- สลับที่  $pq$  กับ  $mq$

- จัดหมู่  $mn+mq+pn+pq$  ให้เป็นสองวงเล็บ

- แยกตัวประกอบของพหุนามแต่ละวงเล็บ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

สลับที่  $pq$  กับ  $mq$

$$\begin{aligned}mn+pq+pn+mq &= mn+mq+pn+pq \\ &= (mn+mq)+(pn+pq) \\ &= m(n+q)+p(n+q) \\ &= (n+q)(m+p)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$\begin{aligned}(n+q)(m+p) &= mn+pn+mq+pq \\ &= mn+pq+pn+mq\end{aligned}$$

ตอบ  $mn+pq+pn+mq = (n+q)(m+p)$

2.  $5x-10y+xz-2yz$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $5x-10y+xz-2yz$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $5x-10y+xz-2yz$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- จัดหมู่  $5x-10y+xz-2yz$  ให้เป็นสองวงเล็บ

- แยกตัวประกอบของพหุนามแต่ละวงเล็บ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}5x-10y+xz-2yz &= (5x-10y)+(xz-2yz) \\ &= 5(x-2y)+z(x-2y) \\ &= (x-2y)(5+z)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$\begin{aligned}(x-2y)(5+z) &= 5x+xz-10y-2yz \\ &= 5x-10y+xz-2yz\end{aligned}$$

ตอบ  $5x-10y+xz-2yz = (x-2y)(5+z)$

3.  $x^2y+x^2z+4y+4z$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $x^2y+x^2z+4y+4z$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $x^2y+x^2z+4y+4z$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- จัดหมู่  $x^2y+x^2z+4y+4z$  ให้เป็นสองวงเล็บ

- แยกตัวประกอบของพหุนามแต่ละวงเล็บ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}x^2y+x^2z+4y+4z &= (x^2y+x^2z)+(4y+4z) \\ &= x^2(y+z)+4(y+z) \\ &= (y+z)(x^2+4)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$\begin{aligned}(y+z)(x^2+4) &= x^2y+4y+x^2z+4z \\ &= x^2y+x^2z+4y+4z\end{aligned}$$

ตอบ  $x^2y+x^2z+4y+4z = (y+z)(x^2+4)$

4.  $ax^2-cx^2-6a+6c$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $ax^2-cx^2-6a+6c$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $ax^2-cx^2-6a+6c$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- จัดหมู่  $ax^2-cx^2-6a+6c$  ให้เป็นสองวงเล็บ

- แยกตัวประกอบของพหุนามแต่ละวงเล็บ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned}ax^2-cx^2-6a+6c &= (ax^2-cx^2)-(6a-6c) \\ &= x^2(a-c)-6(a-c) \\ &= (a-c)(x^2-6)\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$\begin{aligned}(a-c)(x^2-6) &= ax^2-6a-cx^2+6c \\ &= ax^2-cx^2-6a+6c\end{aligned}$$

ตอบ  $ax^2-cx^2-6a+6c = (a-c)(x^2-6)$

5.  $2a^3 - a + 14a^2 - 7$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

กำหนด  $2a^3 - a + 14a^2 - 7$

- โจทย์ถามอะไร

ตัวประกอบของ  $2a^3 - a + 14a^2 - 7$

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- จัดหมู่  $2a^3 - a + 14a^2 - 7$  ให้เป็นสองวงเล็บ

- แยกตัวประกอบของพหุนามแต่ละวงเล็บ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

$$\begin{aligned} 2a^3 - a + 14a^2 - 7 &= (2a^3 - a) + (14a^2 - 7) \\ &= a(2a^2 - 1) + 7(2a^2 - 1) \\ &= (2a^2 - 1)(a + 7) \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

$$\begin{aligned} (2a^2 - 1)(a + 7) &= 2a^3 + 14a^2 - a - 7 \\ &= 2a^3 - a + 14a^2 - 7 \end{aligned}$$

ตอบ  $2a^3 - a + 14a^2 - 7 = (2a^2 - 1)(a + 7)$