

แบบฝึกทักษะ

ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

Introduction of Logic

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค31201)

ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ไกรวัฒน์ เพ็ชรเพ็ง

ครู ชำนาญการ

โรงเรียนเบญจมาศวิทยาสังเคราะห์ จังหวัดปัตตานี

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 15

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 2 เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค 31201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใช้ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น เพื่อพัฒนาผู้เรียนตามหลักการและจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ที่ต้องการพัฒนาผู้เรียนให้สามารถพัฒนาตนเองตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ โดยยึดหลักผู้เรียนเป็นสำคัญ กระบวนการจัดการเรียนรู้ได้จัดเนื้อหา กิจกรรมที่สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ฝึกกระบวนการคิดตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การจัดการและการประยุกต์ความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ การจัดลำดับเนื้อหาในแบบฝึกทักษะ ได้จัดตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จัดให้สอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้ จำนวนชั่วโมง จุดประสงค์การเรียนรู้สอดคล้องกับหลักสูตรโรงเรียนเบญจมราชูทิศ จังหวัดปัตตานี จัดลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก มีตัวอย่างให้ศึกษาเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน ทำให้สะดวกในการนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนและทบทวนเนื้อด้วยตนเองหรือศึกษาเป็นกลุ่ม

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่านวัตกรรมชุดนี้จะเป็นประโยชน์ ต่อนักเรียนและครูผู้สอน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี ผู้จัดทำขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญและผู้เกี่ยวข้องทุกท่านที่ให้คำปรึกษา แนะนำตรวจแก้ไขจนเอกสารเสร็จสมบูรณ์

โทวัฒน์ เพ็ชรเพ็ง

สารบัญ

คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำแนะนำสำหรับครู	ค
คำแนะนำสำหรับนักเรียน	ง
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	จ
จุดประสงค์การเรียนรู้	จ
เรื่องที่ 1 ประพจน์	1
แบบฝึกทักษะที่ 1	2
เรื่องที่ 2 การเชื่อมประพจน์	5
แบบฝึกทักษะที่ 2	9
เรื่องที่ 3 การหาค่าความจริงของประพจน์	15
แบบฝึกทักษะที่ 3	17
เรื่องที่ 4 การสร้างตารางค่าความจริง	27
แบบฝึกทักษะที่ 4	29
เรื่องที่ 5 รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน	33
แบบฝึกทักษะที่ 5	36
เรื่องที่ 6 สัจนิรันดร์	45
แบบฝึกทักษะที่ 6	48
เรื่องที่ 7 การอ้างเหตุผล	57
แบบฝึกทักษะที่ 7	60
เรื่องที่ 8 ประโยคเปิด	67
แบบฝึกทักษะที่ 8	68
เรื่องที่ 9 ตัวบ่งปริมาณ	71
แบบฝึกทักษะที่ 9	72
เรื่องที่ 10 ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว	75
แบบฝึกทักษะที่ 10	78
เรื่องที่ 11 สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ	85
แบบฝึกทักษะที่ 11	88
บรรณานุกรม	93

คำชี้แจงสำหรับครู

แบบฝึกทักษะวิชา เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 4 เป็นแบบฝึกทักษะที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือทำ ให้ผู้เรียนฝึกทักษะและเรียนรู้เนื้อหาบทเรียนได้ง่ายขึ้น เป็นสื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนของครู การสร้างแบบฝึกทักษะ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะบรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ครูควรปฏิบัติดังนี้

1. ทำความเข้าใจและศึกษาและศึกษาแบบฝึกทักษะวิชาเรื่องตรรกศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้เข้าใจตลอดทั้งเล่มก่อนใช้
2. เตรียมแบบฝึกทักษะวิชาเรื่องตรรกศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้ครบตามจำนวนนักเรียน
3. เตรียมเฉลยแบบฝึกทักษะวิชาเรื่องตรรกศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้พร้อมก่อนใช้
4. ตรวจสอบความถูกต้องของแบบฝึกทักษะและเฉลย
5. ผลการทดสอบและผลการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน มาประมวลผลเปรียบเทียบกับสรุปผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนและครูทราบพัฒนาการของการเรียนรู้
6. ควรกระตุ้นให้นักเรียนทุกคน มีส่วนร่วมในการศึกษาเนื้อหา แสดงความคิดเห็น และร่วมกันสรุปบทเรียน ตลอดจนมีความซื่อสัตย์และรับผิดชอบต่อตนเอง

คำชี้แจงสำหรับนักเรียน

เพื่อให้การเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพ และประสบความสำเร็จ นักเรียนควรปฏิบัติตามนี้

1. วัดความรู้พื้นฐาน เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ก่อนเรียน โดยทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และบันทึกคะแนน
2. ให้ความร่วมมือในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และร่วมกิจกรรมอย่างเต็มความสามารถ
3. ทำแบบฝึกทักษะ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ด้วยตนเองทุกครั้งโดยมีความมุ่งมั่นและตั้งใจ
4. นักเรียนตรวจแบบฝึกทักษะด้วยตนเองหรือร่วมเฉลยไปกับครู ตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูจัดขึ้นนักเรียนบันทึกผลคะแนนเป็นรายบุคคล
5. นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. หาค่าความจริงของประพจน์
2. หารูปแบบของประพจน์ที่สมมูล
3. ตรวจสอบประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์
4. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผล
5. หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณไม่เกินสองตัว
6. ตรวจสอบสมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณไม่เกินสองตัว

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. จำแนกข้อความที่เป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์ได้
2. บอกค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้
3. เขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ที่กำหนดให้ได้
4. บอกค่าความจริงของประพจน์และหานิเสธของประพจน์ที่กำหนดได้
5. บอกค่าความจริงของรูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้ได้
6. สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้
7. หาประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ที่กำหนดให้ได้
8. บอกได้ว่ารูปแบบสองประพจน์สองรูปแบบที่กำหนดให้ สมมูลกันหรือไม่
9. ระบุได้ว่ารูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่เป็นสัจนิรันดร์
10. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ สมเหตุสมผลหรือไม่
11. บอกได้ว่าข้อความที่กำหนดให้ เป็นประโยคเปิดหรือไม่
12. บอกความหมายของตัวบ่งปริมาณและใช้สัญลักษณ์แทนข้อความที่กำหนดให้ได้
13. หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียวได้
14. หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณสองตัวได้
15. ตรวจสอบการเป็นสมมูล นิเสธ ของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้

1. ประพจน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถจำแนกข้อความที่เป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้

1

ประพจน์

Propositions / Statements

ภาษาที่มนุษย์ใช้ส่วนใหญ่มีประโยคที่แตกต่างกัน วิชาตรรกศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับเหตุผล การอ้างอิงและความสมเหตุสมผล มีรูปแบบของประโยคที่เรียกว่า “ประพจน์” ซึ่งมีลักษณะ โดยมี นิยาม ดังนี้

นิยาม

ประพจน์ คือ ประโยคหรือข้อความที่เป็นจริงหรือเท็จ อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น ประโยคหรือข้อความที่มีลักษณะดังกล่าวจะอยู่ในรูปบอกเล่า หรือประโยคปฏิเสธก็ได้

ตัวอย่างที่

1

ข้อความต่อไปนี้ประพจน์หรือไม่ ถ้าเป็นประพจน์ให้หาค่าความจริง

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. จังหวัดปัตตานี อยู่ทางภาคใต้ของประเทศไทย | เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็น จริง |
| 2. กรุณาอย่าส่งเสียงดัง | ไม่เป็นประพจน์ |
| 3. โรงเรียนของเราน่าอยู่ คุณครูใจดีทุกคน | ไม่เป็นประพจน์ |
| 4. ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศเหนือ | เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็น เท็จ |
| 5. $x^2 + 5 = 0$ | ไม่เป็นประพจน์ |
| 6. $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ | เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็น เท็จ |
| 7. x เป็นตัวประกอบของ $x^2 + x$ | เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็น จริง |
| 8. $1+2+3+\dots+10$ | ไม่เป็นประพจน์ |
| 9. รักดีห้ามจั่ว รักชั่วห้ามเสา | ไม่เป็นประพจน์ |
| 10. 0 เป็นจำนวนเต็ม | เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็น เท็จ |

แบบฝึกทักษะที่ 1

ตอนที่
1

ให้นักเรียนพิจารณาประโยคหรือข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือไม่
ถ้าเป็นให้ระบุค่าความจริงของประพจน์

1) ดวงจันทร์มีแสงสว่างในตัวเอง

2) โตขึ้นผมจะเป็นครู

3) ว้าย ! ช่วยด้วย

4) วันนี้รถติดมากเลย

5) $\{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x^2=1\}$ เป็นเซตว่าง

6) จงหาเซตคำตอบของสมการ $x-3 > 10$

7) 5 และ -4 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 + x - 20 = 0$

8) 20 หารด้วย 7 ลงตัว

10) รักวัวให้ผูก รักลูกให้ตี

11) $\{1,2,3\} = \{a,b,c\}$

12) 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ตอนที่
2

ให้นักเรียนเขียนประโยคหรือข้อความที่เป็นประพจน์ 5 ประพจน์ พร้อมทั้งบอกค่าความจริงของประพจน์นั้น ๆ

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____
- 5) _____

ตอนที่
3

ให้นักเรียนเขียนประโยคหรือข้อความที่ไม่เป็นประพจน์ 5 ประพจน์

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____
- 5) _____

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	12	5	5	22	
คะแนนที่ได้					

2. การเชื่อมประพจน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนประพจน์ในรูปสัญลักษณ์ และหาค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยคำว่า "และ" "หรือ" "ถ้า...แล้ว..." "ก็ต่อเมื่อ" และนิเสธของประพจน์ได้

2

การเชื่อมประพจน์

Propositional Connectives

ในวิชาคณิตศาสตร์หรือในชีวิตประจำวัน จะพบประโยคที่ได้จากการเชื่อมประโยคอื่น ๆ ด้วยคำว่า “และ” “หรือ” “ถ้า...แล้ว...” “ก็ต่อเมื่อ” หรือพบประโยคที่เปลี่ยนแปลงมาจากประโยคเดิม โดยเติมคำว่า “ไม่” คำเหล่านี้เรียกว่า ตัวเชื่อม โดยประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ จะเรียกว่า ประพจน์ย่อย (atomic statement) หรือ ประพจน์เชิงเดียว (simple statement) และประพจน์ที่เกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม จะเรียกว่า ประพจน์เชิงประกอบ (compound statement)

การเชื่อมประพจน์ คือการนำประพจน์ย่อยมาเชื่อมด้วยตัวเชื่อม เพื่อสะดวกในการเชื่อมประพจน์ นิยมใช้ $p, q, r, \dots$ แทนประพจน์ที่กำหนดให้ค่าความจริงของประพจน์

1 การเชื่อมประโยคด้วย “และ”

การเชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ” มีข้อตกลงว่าประพจน์ใหม่จะมีค่าความจริงเป็นจริงในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นเป็นจริงทั้งคู่ กรณีอื่น ๆ เป็นเท็จทุกกรณี

เราสามารถเขียนตารางแสดงค่าความจริง ของการเชื่อมประพจน์ ด้วย “และ” โดยให้ p และ q เป็นประพจน์ และใช้สัญลักษณ์ “ $\wedge$ ” แทนตัวเชื่อมและ ได้ดังนี้

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

2

การเชื่อมประโยคด้วย “หรือ”

การเชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ” ประพจน์ใหม่จะมีค่าความจริงเป็นเท็จ ในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันเป็นเท็จทั้งคู่ กรณีอื่น ๆ จะเป็นจริงทุกกรณี

เราสามารถเขียนตารางแสดงค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ ด้วย “หรือ” โดยให้ p และ q เป็นประพจน์ และใช้สัญลักษณ์ “ $\vee$ ” แทนตัวเชื่อมและ ได้ดังนี้

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

3

การเชื่อมประโยคด้วย “ถ้า...แล้ว...”

การเชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว...” ประพจน์ใหม่จะมีค่าความจริงเป็นเท็จ ในกรณีที่เหตุเป็นจริง ผลเป็นเท็จเท่านั้น กรณีอื่น ๆ จะเป็นจริงทุกกรณี

เราสามารถเขียนตารางแสดงค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ ด้วย “ถ้า...แล้ว...” โดยให้ p และ q เป็นประพจน์ และใช้สัญลักษณ์ “ $\rightarrow$ ” แทนตัวเชื่อมและ ได้ดังนี้

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T



4 การเชื่อมประโยคด้วย “ก็ต่อเมื่อ”

การเชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” ประพจน์ใหม่จะมีค่าความจริงเป็นจริง ในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันเป็นจริง หรือเป็นเท็จทั้งคู่ เหตุเป็นจริง กรณีอื่นๆ จะเป็นเท็จทุกกรณี

เราสามารถเขียนตารางแสดงค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ ด้วย “ก็ต่อเมื่อ” โดยให้ p และ q เป็นประพจน์ และใช้สัญลักษณ์ “ $\leftrightarrow$ ” แทนตัวเชื่อมและ ได้ดังนี้

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T



5 นิเสธของประพจน์

นิเสธของประพจน์ คือ ประพจน์ที่ค่าความจริงตรงกันข้ามกับค่าความจริงเดิม เราสามารถเขียนตารางแสดงค่าความจริงของ “นิเสธ” ของประพจน์ โดยให้ p เป็นประพจน์ และใช้สัญลักษณ์ “ $\sim$ ” แทนตัวเชื่อมและ ได้ดังนี้

p	$\sim p$
T	F
F	T

ตัวอย่างที่

1

ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

1) 2 เป็นจำนวนคี่ และ 3 เป็นจำนวนคู่

2) ถ้า $1+3=2$ แล้ว $3+1=2$

1) 2 เป็นจำนวนคี่ และ 3 เป็นจำนวนคู่

วิธีทำ

p แทน 2 เป็นจำนวนคี่

q แทน 3 เป็นจำนวนคู่

จะได้ $p \wedge q$ แทน 2 เป็นจำนวนคี่ และ 3 เป็นจำนวนคู่2) ถ้า $1+3=2$ แล้ว $3+1=2$

วิธีทำ

p แทน $1+3=2$ q แทน $3+1=2$ จะได้ $p \rightarrow q$ แทน ถ้า $1+3=2$ แล้ว $3+1=2$

ตัวอย่างที่

2

ให้นักเรียนเขียนนิเสธของประพจน์ต่อไปนี้ พร้อมบอกค่าความจริง

1) $12 < 7$ 2) $5+12 = 10+7$

3) 10 เป็นตัวประกอบของ 45

4) 3×4 น้อยกว่า 4×3 1) $12 < 7$ นิเสธ คือ $12 \geq 7$ มีค่าความจริงเป็นจริง2) $5+12 = 10+7$ นิเสธ คือ $5+12 \neq 10+7$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3) 10 เป็นตัวประกอบของ 45

นิเสธ คือ 10 ไม่เป็นตัวประกอบของ 45 มีค่าความจริงเป็นจริง

4) 3×4 น้อยกว่า 4×3 นิเสธ คือ 3×4 ไม่น้อยกว่า 4×3 มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แบบฝึกทักษะที่ 2

ตอนที่

1

ให้นักเรียนเขียนประโยคต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

- 1) $\sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริง และ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

วิธีทำ ให้ p แทน _____

q แทน _____

จะได้ _____ แทน _____

- 2) $-|2|=2$ และ $\sqrt{4}=2$

วิธีทำ ให้ p แทน _____

q แทน _____

จะได้ _____ แทน _____

- 3) 777 ไม่เท่ากับ 9 หรือ 9 ไม่น้อยกว่า 6

วิธีทำ ให้ p แทน _____

q แทน _____

จะได้ _____ แทน _____

- 4) 16 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 2หาร 16 ลงตัว

วิธีทำ ให้ p แทน _____

q แทน _____

จะได้ _____ แทน _____

- 5) $\sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริง แต่ $\sqrt{3}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

วิธีทำ ให้ p แทน _____

q แทน _____

จะได้ _____ แทน _____

- 6) พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันตก ก็ต่อเมื่อ แมวออกลูกเป็นไข่

วิธีทำ ให้ p แทน _____

q แทน _____

จะได้ _____ แทน _____

ตอนที่ 2

จงเขียน T หน้าข้อของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง และเขียน F หน้าข้อของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

- 1) ____ ถ้า $1+2 = 4$ แล้ว $6 \div 3 = 2$
- 2) ____ ถ้า 5 เป็นจำนวนเต็ม แล้ว 15 เป็นจำนวนคู่
- 3) ____ $\sqrt{9} = \pm 3$ และ $|6| \neq |-6|$
- 4) ____ $22 = (-2)2$ ก็ต่อเมื่อ $2 = -2$
- 5) ____ ถ้า $12+3 = 15$ แล้ว $15-3 \neq 12$
- 6) ____ $\sqrt{3}$ เป็นจำนวนจริง และ $\sqrt{3}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- 7) ____ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ หรือ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
- 8) ____ ถ้า $1+2 = 4$ แล้ว $3=4$
- 9) ____ $2(4-8) = 16$ หรือ $2(1-4) = 6$
- 10) ____ $-|2|=2$ และ $\sqrt{4}=2$

ตอนที่ 3

จงหานิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

1) $5+7 = 10$

นิเสธของ $5+7 = 10$ คือ _____

2) 5หาร 10 ได้ลงตัว

นิเสธของ 5 หาร 10 ได้ลงตัว คือ _____

3) 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

นิเสธของ 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ _____

4) $2-9 \leq 9-2$

นิเสธของ $2-9 \leq 9-2$ คือ _____

5) $\emptyset \in \{0\}$

นิเสธของ $\emptyset \in \{0\}$ คือ _____

6) $|5| > |-4|$

นิเสธของ $|5| > |-4|$ คือ _____

7) สุชาติเป็นนักดนตรี

นิเสธของ สุชาติเป็นนักดนตรี คือ _____

8) $1 \in \{1,2,3,\dots\}$

นิเสธของ $1 \in \{1,2,3,\dots\}$ คือ _____

9) $\{1,2,3\} \cap \{4,5,6\} = \emptyset$

นิเสธของ $\{1,2,3\} \cap \{4,5,6\} = \emptyset$ คือ _____

10) จำนวนเต็ม เป็นจำนวนตรรกยะ

นิเสธของ จำนวนเต็ม เป็นจำนวนตรรกยะ คือ _____

ตอนที่

4

จงเติมค่าความจริงของประพจน์ลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง เมื่อกำหนด p และ q เป็นประพจน์ใดๆ

1) $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว p มีค่าความจริงเป็น _____ และ q มีค่าความจริงเป็น _____

2) ถ้า p มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็น _____

3) ถ้า p มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็น _____

4) ถ้า p มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็น _____

5) ถ้า q มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็น _____

6) ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว p มีค่าความจริงเป็น _____ และ q มีค่าความจริงเป็น _____

7) ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

แล้ว p มีค่าความจริงเป็นจริง และ q มีค่าความจริงเป็น _____

8) ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

แล้ว p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็น _____

9) ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็น _____

10) ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว p มีค่าความจริงเป็นจริง และ q มีค่าความจริงเป็น _____

11) $p \vee \sim p$ มีค่าความจริงเป็น _____

12) $p \vee \sim p$ มีค่าความจริงเป็น _____

ตอนที่
5

จงเติมค่าความจริงของประพจน์ลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง เมื่อกำหนด p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ

1) $(p \vee q) \wedge r$ เมื่อ r มีความความจริงเป็นเท็จ

ตอบ _____

2) $p \rightarrow (r \vee q)$ เมื่อ q มีความความจริงเป็นจริง

ตอบ _____

3) $p \rightarrow (q \wedge r)$ เมื่อ p มีความความจริงเป็นเท็จ

ตอบ _____

4) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee q)$ เมื่อ $(p \vee q)$ มีความความจริงเป็นเท็จ

ตอบ _____

5) $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$ เมื่อ p มีความความจริงเป็นจริง และ r มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ตอบ _____

6) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ เมื่อ p มีความความจริงเป็นจริง

ตอบ _____

7) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ เมื่อ q มีความความจริงเป็นจริง

ตอบ _____

8) $(p \leftrightarrow q) \wedge \sim p$ เมื่อ q มีความความจริงเป็นจริง

ตอบ _____

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	ตอนที่ 5	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	6	10	10	12	8	46	
คะแนนที่ได้							

3.การหาค่าความจริงของประพจน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ที่กำหนด
2. นักเรียนสามารถบอกค่าความจริงของประพจน์และหานิเสธของประพจน์ที่กำหนดให้ได้

3

การหาค่าความจริง ของประพจน์

Truth Value

ประพจน์เชิงประกอบ คือ ประพจน์ที่เกิดจากประพจน์ย่อย หรือประพจน์เชิงเดี่ยว หลายๆ ประพจน์มาเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ กลายเป็นประพจน์ใหญ่ 1 ประพจน์

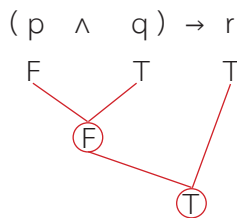
การหาค่าความจริงของประพจน์ ที่มีตัวเชื่อมตั้งแต่สองตัวขึ้นไป จะหาค่าความจริงของ ประพจน์ย่อยในวงเล็บก่อน แต่ถ้าประพจน์นั้นไม่ได้ใส่วงเล็บให้หาค่าความจริงของตัวเชื่อม “ $\sim$ ” ก่อน แล้วจึงหาค่าความจริงของตัวเชื่อม “ $\wedge$ ” “ $\vee$ ” “ $\rightarrow$ ” “ $\leftrightarrow$ ” ตามลำดับ และเมื่อทราบค่าความจริง ประพจน์ย่อยให้ ก็แทนค่าความจริงของประพจน์ย่อยแล้วพิจารณาว่าประพจน์ย่อยที่เชื่อมกันมีค่า ความจริงเป็นจริงหรือเท็จ

ตัวอย่างที่

1

ถ้าประพจน์ p , q และ r มีค่าความจริงเป็น เท็จ จริง และจริง ตามลำดับ จงหาค่าความจริงของ $(p \wedge q) \rightarrow r$

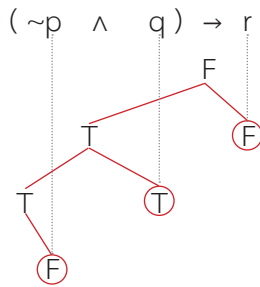
วิธีทำ



ตอบ $(p \wedge q) \rightarrow r$ มีความจริงเป็นจริง (T)

จงหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย เมื่อ $(\sim p \wedge q) \rightarrow r$
มีค่าความจริงเป็นเท็จ

วิธีทำ



ตอบ p, r มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F) q มีความจริงเป็นจริง (T)

3

กำหนดให้ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ $q \vee \sim r$ มีค่าความจริงเป็นจริง
ให้หาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

$$1) \sim p \wedge (\sim r \rightarrow q)$$
$$2) (p \leftrightarrow q) \wedge (\sim s \rightarrow \sim q)$$

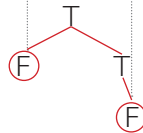
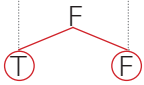
วิธีทำ

$$p \rightarrow q$$

มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$q \vee \sim r$$

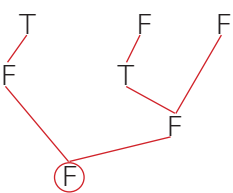
มีค่าความจริงเป็นจริง



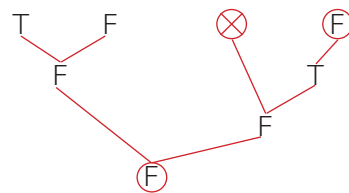
จากโจทย์จะได้ว่า p มีค่าความจริงเป็นจริง(T) q, r มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

$$1) \quad \sim p \wedge (\sim r \rightarrow q)$$
$$2) \quad (p \leftrightarrow q) \wedge (\sim s \rightarrow \sim q)$$

แทนดา



แทนค่า



ตอบ 1) $\sim p \wedge (\sim r \rightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

2) $(p \leftrightarrow q) \wedge (\sim s \rightarrow \sim q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

แบบฝึกทักษะที่ 3

ตอนที่
1

กำหนดให้ p, q, r, s มีค่าความจริงเป็นจริง และ u, t, w มีค่าความจริงเป็นเท็จ
จงหาค่าความจริงต่อไปนี้

1) $(\sim p \vee q) \rightarrow r$

2) $\sim(p \rightarrow t) \vee s$

3) $\sim[(t \rightarrow \sim s) \leftrightarrow r] \wedge p$

4) $[(s \vee \sim r) \rightarrow t] \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

5) $[(p \rightarrow \sim s) \leftrightarrow r] \rightarrow (p \wedge \sim u)$

6) $[(u \leftrightarrow w) \wedge (\sim q \rightarrow t)] \rightarrow p$

ตอนที่
2

ให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย เมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์
ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $p \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

2) $(r \vee q) \rightarrow (q \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow p$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4) $(\sim q \leftrightarrow \sim s) \wedge (q \rightarrow p)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

5) $(\sim r \rightarrow s) \leftrightarrow s$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

6) $[\sim(p \vee q)] \wedge (s \rightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

7) $(p \vee \sim q) \vee (r \rightarrow s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

8) $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow (p \wedge s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

9) $(p \wedge s) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

10) $[r \wedge (q \rightarrow s)] \wedge (r \leftrightarrow \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ตอนที่
3

ให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย เมื่อกำหนดค่าความจริงของรูปแบบประพจน์

1) $(p \vee \sim q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ เมื่อ q มีค่าความจริงเป็นจริง

2) $(p \vee \sim q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ เมื่อ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3) $(p \rightarrow q) \wedge (s \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow q)$ เมื่อ $p, r, p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4) r เมื่อ $p \wedge (p \leftrightarrow \sim r) \wedge (q \rightarrow r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

5) $[\sim q \wedge (p \vee r)] \rightarrow \sim r$ เมื่อ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ $p \vee r$ มีค่าความจริงเป็นจริง

6) $n \rightarrow [(m \vee q) \rightarrow \sim s]$ เมื่อ $q \rightarrow n$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

7) $(p \vee r) \wedge q$ เมื่อ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ $q \vee r$ มีค่าความจริงเป็นจริง

8) $(q \vee p) \rightarrow (r \wedge s)$ เมื่อ $(p \rightarrow q) \wedge (r \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง $q \vee s$
มีค่าความจริงเป็นเท็จ

9) $r \rightarrow s$ เมื่อ $(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

10) $(p \vee r) \rightarrow \sim q$ เมื่อ $(p \wedge \sim r) \rightarrow (p \rightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ตอนที่

4

กำหนดให้ p, r มีค่าความจริงเป็นจริง และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ
จงหาค่าความจริงต่อไปนี้

1) $[(p \wedge s) \vee (p \wedge r)] \rightarrow (p \vee s)$

$$2) [(q \rightarrow s) \vee r] \vee [(q \leftrightarrow s) \wedge r]$$

$$3) [(r \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow q)] \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$$

$$4) [(p \leftrightarrow q) \vee (q \rightarrow r)] \vee \sim s$$

$$5) [(q \rightarrow p) \wedge r] \leftrightarrow \sim(\sim r)$$

$$6) [(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge [(\sim p \vee q) \leftrightarrow r]$$

$$7) [(p \wedge \sim q) \vee \sim r] \wedge [(r \vee \sim s) \wedge (\sim p \vee \sim q)]$$

$$8) [(s \rightarrow \sim q) \wedge \sim r] \wedge (p \leftrightarrow \sim s)$$

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	6	10	10	8	24	
คะแนนที่ได้						

4. การสร้างตารางค่าความจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างตารางค่าความจริงของรูปแบบของประพจน์ที่กำหนดให้ได้

4

การสร้างตาราง ค่าความจริง Truth Table

การสร้างตารางค่าความจริง เป็นการหาค่าความจริงของรูปแบบของประพจน์กรณีที่เรา
ไม่ได้บอกค่าความจริงของประพจน์ย่อยมาให้

การหาค่าความจริงในลักษณะเช่นนี้ ต้องพิจารณาค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดทุก
กรณี นั่นคือ

ถ้ามีประพจน์ย่อย 1 ประพจน์ ค่าความจริงที่เกิดขึ้นมี 2 กรณี ($2^1=2$)

ถ้ามีประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ ค่าความจริงที่เกิดขึ้นมี 4 กรณี ($2^2=4$)

ถ้ามีประพจน์ย่อย 3 ประพจน์ ค่าความจริงที่เกิดขึ้นมี 8 กรณี ($2^3=8$)

ถ้ามีประพจน์ย่อย n ประพจน์ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ ค่าความจริงที่เกิดขึ้นเท่ากับ 2^n

ตัวอย่างที่

1

กำหนดให้ p, q เป็นประพจน์ ให้สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์
($p \rightarrow q$) $\wedge$ $\sim(q \rightarrow p)$

วิธีทำ

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim(q \rightarrow p)$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim(q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	F
F	T	F	T	F	T
F	F	F	F	F	F

ตัวอย่างที่

2

กำหนดให้ p, q, r เป็นประพจน์ ให้สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์
 $(p \rightarrow q) \vee (\sim q \leftrightarrow r)$

วิธีทำ

p	q	r	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$\sim q \leftrightarrow r$	$(p \rightarrow q) \vee (\sim q \leftrightarrow r)$
T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	T	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	F	F	T
F	T	F	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T

แบบฝึกทักษะที่ 4

ตอนที่
1

ให้นักเรียนสร้างตารางค่าความจริงจากประพจน์ที่กำหนดให้

1) $p \rightarrow [(q \vee p) \wedge p]$

วิธีทำ

p	q	$q \vee p$	$(q \vee p) \wedge p$	$p \rightarrow [(q \vee p) \wedge p]$

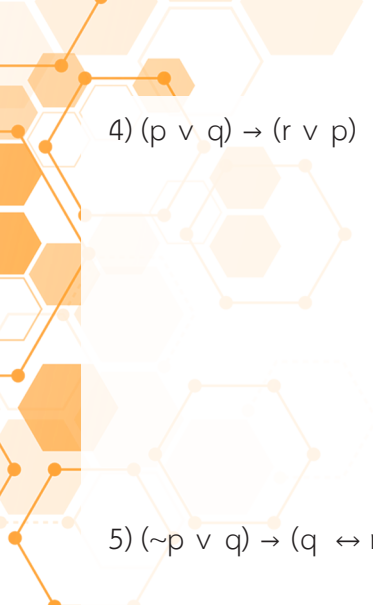
2) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

วิธีทำ

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

3) $(\sim p \rightarrow q) \vee \sim(p \wedge q)$

วิธีทำ


$$4) (p \vee q) \rightarrow (r \vee p)$$

$$5) (\sim p \vee q) \rightarrow (q \leftrightarrow r)$$

$$6) (q \rightarrow r) \vee (r \rightarrow p)$$

$$7) \sim (p \rightarrow r) \wedge \sim s$$


$$8) \sim q \rightarrow [(\sim p \vee q) \leftrightarrow r]$$

$$9) \sim [\sim(p \vee r)] \wedge (\sim q \rightarrow r)$$

$$10) [(p \vee \sim q) \rightarrow (q \rightarrow r)] \wedge \sim(p \vee q)$$

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	10	-	-	-	10	
คะแนนที่ได้						

5.รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถตรวจสอบรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันได้
2. นักเรียนสามารถเขียนข้อความที่สมมูลกับข้อความที่กำหนดให้ได้
3. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการเขียนข้อความโดยใช้รูปแบบของประพจน์ที่

5

รูปแบบประพจน์ ที่สมมูลกัน

Logically Equivalence

รูปแบบของประพจน์สองรูปแบบใด ๆ ที่มีค่าความจริงตรงกันทุก ๆ กรณี สามารถใช้แทนกันได้ จะเรียกสองรูปแบบของประพจน์ดังกล่าวว่า “รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน”

สัญลักษณ์ที่ใช้แสดงแทนการสมมูลคือ “ $\equiv$ ”

การตรวจสอบความสมมูลของประพจน์มีหลายวิธี เช่น การตรวจสอบโดยใช้ตาราง โดยการลดรูปประพจน์

1 การตรวจสอบความสมมูลโดยการสร้างตาราง

การตรวจสอบการสมมูลนั้น เราจะใช้วิธีการสร้างตารางค่าความจริงของทั้งสองประพจน์ เพื่อเปรียบเทียบค่าความจริง โดยประพจน์สองประพจน์จะสมมูลกัน เมื่อมีความจริงเหมือนกัน

ทุกกรณี

ตัวอย่างที่

1

กำหนด p, q เป็นประพจน์ ให้พิจารณาประพจน์ $p \vee \sim q$ และ $\sim(\sim p \wedge q)$ สมมูลกันหรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ $p \vee \sim q$ และ $\sim(\sim p \wedge q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$\sim(\sim p \wedge q)$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	F	T	F
F	F	T	T	F	F	T

จะเห็นว่า ค่าความจริงของประพจน์ $p \vee \sim q$ และ $\sim(\sim p \wedge q)$ ตรงกันทุกกรณี ดังนั้น $p \vee \sim q$ สมมูล $\sim(\sim p \wedge q)$ หรือ $p \vee \sim q \equiv \sim(\sim p \wedge q)$

ตัวอย่างที่

2

ให้ตรวจสอบว่าข้อความที่กำหนดให้ สมมูลกันหรือไม่

(ก) ถ้า $4 + 3 = 7$ แล้ว 7 เป็นจำนวนนับ

(ข) 7 ไม่ใช่จำนวนนับ แต่ $4 + 3 = 7$

วิธีทำ ให้ p แทน $4 + 3 = 7$ q แทน 7 เป็นจำนวนนับ

นั่นคือ ประโยค (ก) แทนด้วย $p \rightarrow q$

(ข) แทนด้วย $\sim q \wedge p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$\sim(\sim p \wedge q)$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	T
F	F	F	F	F	F	F

จะเห็นว่า ค่าความจริงของประพจน์ $p \vee \sim q$ และ $\sim(\sim p \wedge q)$ ตรงกันทุกกรณี
ดังนั้น $p \vee \sim q$ สมมูล $\sim(\sim p \wedge q)$ หรือ $p \vee \sim q \equiv \sim(\sim p \wedge q)$

2

การตรวจสอบความสมมูลโดยใช้วิธีการลดรูปประพจน์

การตรวจสอบการสมมูลนอกจากใช้วิธีการสร้างตารางค่าความจริงแล้ว ยังสามารถนำรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันข้างต้นมาตรวจสอบได้อีกหนึ่งวิธี

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันที่ควรทราบ

- $\sim(\sim p) \equiv p$
- $p \vee q \equiv q \vee p$
- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$
- $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
- $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

ตัวอย่างที่ 3

รูปแบบของประพจน์ $p \rightarrow (q \vee r)$ และ $(\sim r \wedge p) \rightarrow q$ สมมูลกันหรือไม่

วิธีทำ

$$\begin{aligned} p \rightarrow (q \vee r) &\equiv \sim p \vee (q \vee r) \\ &\equiv \sim p \vee q \vee r \\ &\equiv r \vee \sim p \vee q \\ &\equiv (r \vee \sim p) \vee q \\ &\equiv \sim (r \vee \sim p) \rightarrow q \\ &\equiv (\sim r \wedge p) \rightarrow q \end{aligned}$$

ดังนั้น $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (\sim r \wedge p) \rightarrow q$

ตัวอย่างที่ 4

ให้นักเรียนตรวจสอบว่า ข้อความ (ก) และข้อความ (ข) สมมูลกันหรือไม่

(ก) ถ้า $2+3=5$ แล้ว $2+3=5$

(ข) ถ้า $5-2 \neq 3$ แล้ว $2+3 \neq 5$

วิธีทำ ให้ p แทน $2+3=5$ q แทน $2+3=5$

นั่นคือ ประโยค (ก) แทนด้วย $p \rightarrow q$

(ข) แทนด้วย $\sim q \rightarrow \sim p$

$$\begin{aligned} p \rightarrow q &\equiv \sim p \vee q \\ &\equiv q \vee \sim p \\ &\equiv \sim q \rightarrow \sim p \end{aligned}$$

ดังนั้น $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

แบบฝึกทักษะที่ 5

ตอนที่

1

ให้นักเรียนพิจารณารูปแบบของประพจน์ที่กำหนดให้ว่าสมมูลกันหรือไม่ โดยการ
สร้างตารางค่าความจริง

1) $\sim(p \wedge q)$ และ $\sim p \wedge \sim q$

2) $p \vee (\sim p \wedge q)$ และ $p \vee q$

3) $p \rightarrow (q \vee r)$ และ $\sim p \vee (q \vee r)$

4) $(\sim p \rightarrow \sim r) \wedge (\sim p \vee r)$ และ $r \leftrightarrow p$

5) $p \vee (\sim p \wedge q)$ และ $p \vee q$



ตอนที่ 2

ให้นักเรียนพิจารณารูปแบบของประพจน์ที่กำหนดให้ว่าสมมูลกันหรือไม่ โดยการ
สร้างตารางค่าความจริง

- 1) (ก) $\times$ เป็นจำนวนคู่และเป็นจำนวนเต็มบวก
(ข) $\times$ เป็นจำนวนคี่หรือเป็นจำนวนเต็มลบ

- 2) (ก) ถ้ามีนอ่านหนังสือ แล้ว มีนจะง่วงนอน
(ข) มีนไม่อ่านหนังสือ หรือ มีนง่วงนอน

- 3) (ก) ถ้าเจเจกินผัก แล้วเจเจไม่แข็งแรง
(ข) เจเจไม่กินผัก หรือเจเจไม่แข็งแรง

- 4) (ก) ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$
(ข) ถ้า $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ แล้ว $ab \neq 0$

- 5) (ก) ถ้า x เป็นจำนวนเต็ม และ x^2 เป็นจำนวนคู่ แล้ว x เป็นจำนวนคู่ด้วย
(ข) ถ้า x เป็นจำนวนเต็ม และ x^2 เป็นจำนวนคี่ แล้ว x เป็นจำนวนคี่ด้วย

ตอนที่

3

ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ สมมูลกับข้อความในข้อใด

1) $p \rightarrow (\sim q \rightarrow p)$

ก. $\sim p \vee (\sim q \wedge p)$

ข. $\sim p \vee (q \wedge \sim p)$

2) $\sim[(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee r)]$

ก. $(\sim r \wedge p) \wedge q$

ข. $(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \wedge r)$

3) $\sim p \rightarrow q$

ก. $(\sim p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$

ข. $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p)$

4) $\sim[(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee r)]$

ก) $(\sim r \wedge p) \wedge q$

ข) $(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \wedge r)$

5) $(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim p)$

ก) $\sim(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

ข) $\sim(p \wedge q) \wedge (q \vee p)$

ตอนที่
4

ให้นักเรียนพิจารณารูปแบบของประพจน์ที่กำหนดให้ว่าสมมูลกันหรือไม่
โดยการลดรูป

1) $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ กับ $\sim(p \vee q) \vee r$

2) $(\sim r \vee p) \rightarrow q$ กับ $(r \wedge \sim p) \wedge q$

3) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ กับ $\sim(p \wedge q) \vee r$

4) $[p \wedge (q \vee \sim q)] \rightarrow [(q \vee r) \vee (p \wedge \sim q)]$ กับ $\sim p \vee q \vee r$

5) $(\sim r \vee p) \rightarrow q$ กับ $(r \wedge \sim p) \wedge q$

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	5	5	5	5	20	
คะแนนที่ได้						

6. สัจนิรันดร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของรูปแบบของประพจน์ได้
2. นักเรียนสามารถตรวจสอบรูปแบบของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ได้



6

สัจนิรันดร์

Tautology

รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี ไม่ว่าประพจน์ย่อยต่าง ๆ จะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จก็ตาม เราเรียกรูปแบบของประพจน์ว่า สัจนิรันดร์

การตรวจสอบว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์ เราสามารถตรวจสอบได้ 3 วิธี ดังนี้

1 การตรวจสอบสัจนิรันดร์โดยการสร้างตาราง

โดยการพิจารณารูปแบบของประพจน์ ถ้าค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี แสดงว่าประพจน์นั้น เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างที่ 1

กำหนด p, q เป็นประพจน์ ให้พิจารณาประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ $p \vee \sim q$ และ $\sim(\sim p \wedge q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

จะเห็นว่า ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง ทุกกรณี ดังนั้น ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์

2

เมื่อรูปแบบประพจน์เชื่อมด้วย “ถ้า...แล้ว...” สามารถตรวจสอบความเป็นสัจนิรันดร์ของประพจน์ โดยวิธีการหาข้อขัดแย้ง ซึ่งเป็นการพิจารณาว่ารูปแบบของประพจน์นั้นมีโอกาสเป็นเท็จหรือไม่ ถ้ามีโอกาสเป็นเท็จได้ แสดงว่า ไม่เป็นสัจนิรันดร์ โดยวิธีนี้จะสมมติให้รูปแบบประพจน์ที่ต้องการตรวจสอบมีค่าความจริงเป็นเท็จ จากนั้นให้หาค่าความจริงของประพจน์ย่อย แล้วพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ย่อยว่าขัดแย้งหรือไม่

ถ้ามีข้อขัดแย้งเกิดขึ้น หมายความว่ารูปแบบของประพจน์นั้นไม่มีโอกาสที่ค่าความจริงจะเป็นเท็จ นั่นคือรูปแบบของประพจน์นั้นเป็นสัจนิรันดร์

ถ้าไม่มีข้อขัดแย้งเกิดขึ้น หมายความว่ารูปแบบของประพจน์นั้นมีโอกาสที่ค่าความจริงจะเป็นเท็จ นั่นคือรูปแบบของประพจน์นั้นเป็น*ไม่เป็นสัจนิรันดร์*

ตัวอย่างที่

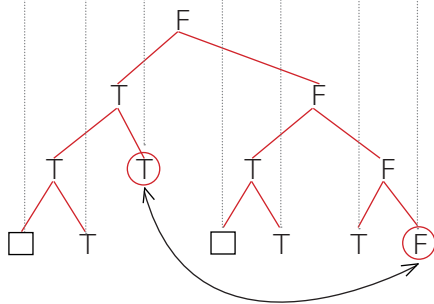
2

2 กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ให้ตรวจสอบว่า

$[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

วิธีทำ กำหนดให้ $[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

จะได้ $[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$



จะเห็นได้ว่า ค่าความจริงของประพจน์ย่อย r สองตำแหน่งไม่ตรงกัน(ขัดแย้งกัน)
ดังนั้น $[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ เป็นสัจนิรันดร์

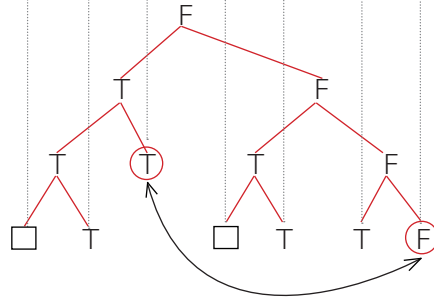
ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ให้ตรวจสอบว่า

$[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

วิธีทำ กำหนดให้ $[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

จะได้ $[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$



จะเห็นว่า ค่าความจริงของประพจน์ย่อย r สองตำแหน่งไม่ตรงกัน(ขัดแย้งกัน)

ดังนั้น $[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ เป็นสัจนิรันดร์

3

การตรวจสอบการสมมูลกันของประพจน์ที่อยู่ในรูป $p \leftrightarrow q$

การพิจารณารูปแบบของประพจน์ $p \leftrightarrow q$ ถ้าแสดงได้ว่าประพจน์ p สมมูลกับ q จะได้ว่า $p \leftrightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์ เพราะ p และ q มีค่าความจริงเหมือนกัน เมื่อเชื่อมด้วย “ $\leftrightarrow$ ” จะมีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ

ตัวอย่างที่ 4

กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ให้ตรวจสอบว่า

$\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

วิธีทำ จากรูปแบบของประพจน์ $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ ต้องพิจารณาว่า $\sim(p \rightarrow q)$

และ $(p \wedge \sim q)$ สมมูลกันหรือไม่

จะได้ $\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q)$

$\equiv p \wedge \sim q$

ฉะนั้น $\sim(p \rightarrow q)$ สมมูลกับ $(p \wedge \sim q)$

ดังนั้น $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ เป็นสัจนิรันดร์

ตอบ $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ เป็นสัจนิรันดร์

แบบฝึกทักษะที่ 6

ตอนที่

1

ให้นักเรียนพิจารณาประพจน์ที่กำหนดให้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

1) $(p \wedge q) \rightarrow p$

2) $[\sim p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

3) $[(\sim p \vee q) \wedge q] \rightarrow (\sim p \vee q)$

4) $\sim(p \leftrightarrow r) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$

5) $[p \rightarrow (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge \sim q) \rightarrow r]$



ตอนที่

2

จงตรวจสอบว่ารูปแบบของประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ โดยใช้วิธีการหาข้อขัดแย้ง

1) $(p \wedge q) \rightarrow p$

2) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

3) $[p \rightarrow (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge \sim q) \rightarrow r]$

4) $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow (q \wedge r)$

5) $[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)] \rightarrow p$

6) $[(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim q] \rightarrow (p \rightarrow q)$

7) $[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)] \rightarrow p$

8) $(p \rightarrow \sim q) \vee (q \rightarrow \sim r)$

9) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

10) $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

ตอนที่
3

จงตรวจสอบว่ารูปแบบของประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ โดย
ตรวจสอบการสมมูลกันของรูปแบบประพจน์

1) $(p \wedge \neg q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

2) $\sim (p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q)$

3) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee r)]$

4) $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \leftrightarrow [(p \vee r) \rightarrow r]$

5) $[(p \rightarrow q) \wedge p] \leftrightarrow q$

6) $[\sim p \vee (r \rightarrow s)] \leftrightarrow [(\sim r \wedge s) \rightarrow p]$

$$7) (p \rightarrow q) \leftrightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee r)]$$

$$8) (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(q \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q)]$$

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	5	10	8	-	23	
คะแนนที่ได้						

7. การอ้างเหตุผล

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเชื่อมประพจน์ที่เป็นเหตุกับเหตุ และหาผลสรุปได้
2. นักเรียนสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ได้



7

การอ้างเหตุผล

Argument

การอ้างเหตุผล คือ การอ้างว่าข้อความ $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ ชุดหนึ่ง แล้วสามารถสรุปได้ข้อความ C ข้อความหนึ่งได้ การอ้างเหตุผลประกอบด้วยส่วนสำคัญสองส่วน คือ เหตุหรือสิ่งที่กำหนดให้ ได้แก่ ข้อ $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ และผลหรือข้อสรุป ได้แก่ ข้อความ C

การอ้างเหตุผลอาจจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้ ซึ่งสามารถตรวจสอบได้โดยใช้ตัวเชื่อม “ $\wedge$ ” เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกัน และใช้ตัวเชื่อม “ $\rightarrow$ ” เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผล

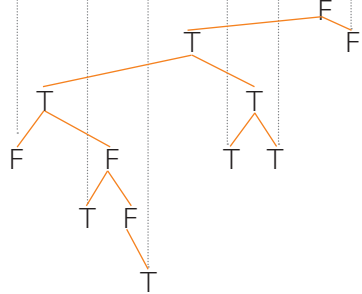
$$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \dots \wedge p_n) \rightarrow C$$

แล้วตรวจสอบรูปแบบประพจน์ $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \dots \wedge p_n) \rightarrow C$ ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

ถ้าเป็นสัจนิรันดร์ จะกล่าวได้ว่า การอ้างเหตุผลนี้ สมเหตุสมผล

ถ้าไม่เป็นสัจนิรันดร์ จะกล่าวได้ว่า การอ้างเหตุผลนี้ ไม่สมเหตุสมผล

จะได้ $\{[p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)] \wedge (q \wedge r)\} \rightarrow p$



จากแผนภาพ จะพบว่าค่าความจริงของประพจน์ย่อยไม่มีข้อขัดแย้งกัน
 ดังนั้น รูปแบบของประพจน์ $\{ [p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)] \wedge q \wedge r \} \rightarrow p$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์
 นั่นคือ การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 3

กำหนด p, q และ r เป็นประพจน์ พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้
สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. ถ้านกร้องเพลง แล้วดอกไม้บาน

2. นกร้องเพลง

ผล ดอกไม้บาน

วิธีทำ 1. ให้ p แทน นกร้องเพลง q แทน ดอกไม้บาน

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. p

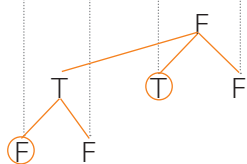
ผล q

2. นำเหตุทั้งหมดมาเชื่อมด้วย “ $\wedge$ ” และเชื่อมด้วย “ $\rightarrow$ ” กับผล จะได้รูปแบบประพจน์

คือ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

3. ตรวจสอบรูปแบบประพจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์

จะได้ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$



จากแผนภาพ จะพบว่าค่าความจริงของประพจน์ย่อย p มีข้อขัดแย้งกัน
 ดังนั้น รูปแบบของประพจน์ $[p \rightarrow q \wedge p] \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์
 นั่นคือ การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล

แบบฝึกทักษะที่ 7

ตอนที่

1

จงตรวจสอบว่ารูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

1) กำหนดให้ เหตุ 1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
ผล r

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $q \rightarrow r$

ผล r

2) กำหนดให้ เหตุ 1. $p \rightarrow (q \vee r)$
2. $\sim q \wedge p$
ผล r

เหตุ 1. $p \rightarrow (q \vee r)$

2. $\sim q \wedge p$

พล r

- 3) กำหนดให้ เหตุ 1. $p \rightarrow q$
2. $p \rightarrow r$
ผล $\sim r \rightarrow \sim p$

- 4) กำหนดให้ เหตุ 1. $p \rightarrow (r \rightarrow s)$
2. $\sim r \rightarrow \sim p$
3. p
ผล s

- 5) กำหนดให้ เหตุ
1. $q \rightarrow \sim r$
 2. $s \vee q$
 3. p
 4. $s \rightarrow p$

ผล r

ตอนที่

2

จงตรวจสอบว่ารูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

- 1) กำหนดให้ เหตุ
1. ถ้าฝนตึ่มนม แล้วเขาจะอ้วน
 2. นนไม่ตึ่มนม
- ผล นนไม่อ้วน

- 2) กำหนดให้ เหตุ 1. ถ้าเจมส์ออกกำลังกาย แล้วเขาจะแข็งแรง
2. ถ้าเจมส์ไม่ออกกำลังกาย แล้วเขาจะเป็นไข้
3. เจมส์ไม่แข็งแรง
ผล เจมส์เป็นไข้

- 3) กำหนดให้ เหตุ 1. ถ้ากระบอง แล้วฝนตก
2. ถ้าฝนตก แล้วไม้พินเปียก
3. ถ้าไม้พินเปียก แล้วไฟไม่ติด
4. ไฟติด
ผล ไม้พินเปียก

- 4) กำหนดให้ เหตุ 1. ถ้านกมี 4 ขา แล้วแมวจะมีปีก
2. ถ้านกไม่มี 4 ขา แล้วช้างจะบินได้
3. ถ้าหนูมีหาง แล้วช้างบินไม่ได้
4. แมวไม่มีปีก
- ผล หนูไม่มีหาง

- 5) กำหนดให้ เหตุ 1. ถ้ากบร้อง แล้วฝนตก
2. ถ้าฝนตก แล้วไม้พินเปียก
3. ถ้าไม้พินเปียก แล้วไฟไม่ติด
4. ไฟติด
- ผล กบไม่ร้อง

- 6) กำหนดให้ เหตุ 1. คนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ หรือ สอบผ่านวิชาภาษาอังกฤษ
 2. คนที่สอบไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์
 3. ถ้าคนไม่ขยัน แล้วสอบไม่ผ่านวิชาภาษาอังกฤษ
 4. ถ้าคนขยัน แล้วผ่านทุกวิชา
- ผล คนขยัน

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	5	6	-	-	13	
คะแนนที่ได้						

8. ประโยคเปิด

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถยกตัวอย่างประโยคหรือข้อความที่เป็นประโยคเปิดได้
2. นักเรียนสามารถจำแนกประโยคหรือข้อความซึ่งเป็นประโยคเปิด เป็น ประพจน์หรือไม่เป็น ประโยคเปิดและประพจน์ได้
3. นักเรียนสามารถเขียนข้อความหรือสัญลักษณ์แทนประโยคเปิด ที่มีตัวบ่งปริมาณได้

8

ประโยคเปิด

Open sentence

เมื่อพิจารณาประโยค เช่น เขาเป็นนักเรียนชั้น ม.4 ประโยคนี้อย่างไม่ทราบว่าเป็นจริง หรือเท็จ จนกว่าจะแทนคำว่า เขา ด้วยชื่อของใครสักคน จึงจะทราบค่าความจริงของประโยคนั้น ประโยคลักษณะแบบนี้ เรียกว่า ประโยคเปิด

นิยาม

ประโยคเปิด คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีตัวแปรและไม่เป็นประพจน์ แต่เมื่อแทนตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์แล้วเป็นประพจน์

ตัวอย่างที่

1

จงพิจารณาประโยคต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือประโยคเปิด หรือไม่ใช่ทั้งประพจน์และประโยคเปิด

1) ถ้า $\{5\} \subset \{1,6\}$ แล้ว $5 \in \{1,6\}$

เป็นประพจน์

2) เขาเป็นนักดนตรี

เป็นประโยคเปิด

3) $2y+3$

ไม่ใช่ทั้งประพจน์และประโยคเปิด

4) ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศเหนือ

เป็นประพจน์

5) $x^2+5 = 0$

เป็นประโยคเปิด

6) $2x+4x = 6x$

เป็นประพจน์

7) เขาเป็นคนใจดี

ไม่ใช่ทั้งประพจน์และประโยคเปิด

8) $x+y > 4$

เป็นประโยคเปิด

แบบฝึกทักษะที่ 8

ตอนที่

1

จงพิจารณาประโยคต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือประโยคเปิด หรือไม่ใช่ทั้งประพจน์

1) เขาเป็นนักฟุตบอลทีมชาติ

ตอบ _____

2) x เป็นจำนวนจริง

ตอบ _____

3) $3+5 > 8$

ตอบ _____

4) จังหวัดภูเก็ตเป็นเกาะ

ตอบ _____

5) $x^2-2x-8=0$

ตอบ _____

6) $y=x+5$ เป็นสมการเส้นตรง

ตอบ _____

7) 5 และ -4 เป็นคำตอบของสมการ $x^2+x-20=0$

ตอบ _____

8) 20 หารด้วย 7 ลงตัว

ตอบ _____

9) ประชาชนชาวไทยส่วนใหญ่นับถือศาสนาพุทธ

ตอบ _____

10) x^3-3x^2+5x-6

ตอบ _____

11) รักวัวให้ผูก รักลูกให้ตี

ตอบ _____

12) 2 เป็นคำตอบของ $x^2-3x+2=0$

ตอบ _____

ตอนที่
2

ให้นักเรียนเขียนประโยคหรือข้อความที่เป็นประโยคเปิด 5 ประโยคและประโยคเปิด

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____
- 5) _____

ตอนที่
3

ให้นักเรียนเขียนประโยคหรือข้อความที่ไม่เป็นประโยคเปิด 5 ประโยคและประโยค

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____
- 5) _____

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	12	5	5	-	22	
คะแนนที่ได้						

9. ตัวบ่งปริมาณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนข้อความหรือสัญลักษณ์แทนประโยคเปิด
ที่มีตัวบ่งปริมาณได้



9

ตัวบ่งปริมาณ

Quantifier

ข้อความที่เติมลงไปหน้าประโยคเปิด แล้วทำให้บ่งบอกถึงสมาชิกทุกตัวหรือสมาชิกบางตัว ในเอกภพสัมพัทธ์ที่ทำให้ประโยคกลายเป็นประพจน์ และบอกค่าความจริงได้ เรียกว่า ตัวบ่งปริมาณ(Quantifier) ซึ่งมีอยู่ 2 แบบ ดังนี้

$\forall$ แทน สำหรับ...ทุกตัว

$\exists$ แทน สำหรับ...บางตัว

กรณีที่ประโยคที่เกี่ยวกับจำนวนมีตัวบ่งปริมาณแต่ไม่มีการระบุเอกภพสัมพัทธ์ ให้ถือว่า เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนจริง

ตัวอย่างที่

1

จงเขียนประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

1) สำหรับ x ทุกตัว $x^2 \geq 0$ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

เขียนแทนด้วย $\forall x[x^2 \geq 0], U=R$

2) สำหรับ x บางตัว $x-1 = 0$ เมื่อ $U=\{0,1,2,3,4,5\}$

เขียนแทนด้วย $\exists x[x-1 = 0], U=\{0,1,2,3,4,5\}$

3) สำหรับทุก ๆ ค่าของ x ที่เป็นจำนวนเต็ม $2x+3x=5x$

เขียนแทนด้วย $\forall x[2x+3x = 5x], U=I$

4) มีจำนวนจริง y บางจำนวนที่ $2y+1=0$

เขียนแทนด้วย $\exists y[2y+1 = 0], U=R$

5) สำหรับจำนวนจริง x ทุกจำนวน ที่ $x^2+2 \leq x+2$

เขียนแทนด้วย $\forall x[x^2+2 \leq x+2], U=R$

แบบฝึกทักษะที่ 9

ตอนที่
1

ให้เขียนข้อความต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์และประโยคเปิด

1) แต่ละจำนวน x ซึ่ง $x^2 = x \cdot x$

เขียนได้เป็น _____

2) มีจำนวนเต็มอย่างน้อย 1 ตัว ซึ่ง $x^2 = 4$

เขียนได้เป็น _____

3) มีจำนวนจริง x บางตัว ถ้า x เป็นจำนวนเต็ม แล้ว $\sqrt{x}$ เป็นจำนวนเต็ม

เขียนได้เป็น _____

4) สำหรับจำนวนเต็ม x ทุกตัว ซึ่ง $x+7=7+x$

เขียนได้เป็น _____

5) จำนวนจริงแต่ละจำนวนคูณกับ 1 แล้วเท่ากับ 1 คูณกับจำนวนจริงนั้น

เขียนได้เป็น _____

6) มีจำนวนจริง x ซึ่ง $x^2 = 2$

เขียนได้เป็น _____

7) มีจำนวนจริง x ซึ่ง $|x|+1 \leq 1$

เขียนได้เป็น _____

8) จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

เขียนได้เป็น _____

9) สำหรับจำนวนเต็ม x ทุกจำนวน ซึ่ง $x^2 > 0$

เขียนได้เป็น _____

10) มีจำนวนจริง x บางจำนวน ถ้า x เป็นจำนวนเฉพาะ แล้ว x เป็นจำนวนคู่

เขียนได้เป็น _____

ตอนที่ 2

ให้เขียนประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบข้อความ

1) $\forall x[x^2 - 3x + 2 = (x-2)(y-1)], U=R$

เขียนได้เป็น _____

2) $\exists y[2y + 5 \leq 2]$

เขียนได้เป็น _____

3) $\exists x[x \in Q \rightarrow x^2 = 2]$

เขียนได้เป็น _____

4) $\exists x[(x^2 - 1) > 0 \wedge (x - 3 < 4)], U=R$

เขียนได้เป็น _____

5) $\forall x[\frac{2x-3}{x+1} = 2], U=N$

เขียนได้เป็น _____

6) $\forall x[x \in R^+ \rightarrow \sqrt{x^2} = |x|]$

เขียนได้เป็น _____

7) $\exists x[x + 3 = 0], U=R$

เขียนได้เป็น _____

8) $\forall x[12x - 51 \leq 4], U=I$

เขียนได้เป็น _____

9) $\exists x[x^2 = 9 \vee 3x = 9], U=R$

เขียนได้เป็น _____

10) $\exists x[x^2 + 1 > 0]$ หรือ $\exists y[y \in R \wedge y^2 + 1 > 10]$

เขียนได้เป็น _____

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	10	10	-	-	21	
คะแนนที่ได้						

10. ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้
2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีหาประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้



10

ค่าความจริงของประโยค ที่มีตัวบ่งปริมาณ

ข้อความที่เติมลงไปหน้าประโยคเปิด แล้วทำให้บ่งบอกถึงสมาชิกทุกตัวหรือสมาชิกบางตัว ในเอกภพสัมพัทธ์ที่ทำให้ประโยคกลายเป็นประพจน์ และบอกค่าความจริงได้ เรียกว่า *ตัวบ่งปริมาณ(Quantifier)* ซึ่งมีอยู่ 2 แบบ ดังนี้

1

ตัวบ่งปริมาณ สำหรับ x ทุกตัว ($\forall x$)

นิยาม

$\forall x[P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ แทนตัวแปร x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิก แต่ละตัวในเอกภพสัมพัทธ์ แล้วได้ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งหมด

$\forall x[P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ แทนตัวแปร x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิก อย่างน้อยหนึ่งตัวในเอกภพสัมพัทธ์ แล้วได้ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ตัวอย่างที่

1

หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

$$\forall x[x-2>3], U = \{6,7,8\}$$

วิธีทำ ให้

$$P(x) = x-2 > 3$$

จะได้

$$P(6) \text{ แทน } 6-2 > 3 \text{ เป็นจริง}$$

$$P(7) \text{ แทน } 7-2 > 3 \text{ เป็นจริง}$$

$$P(8) \text{ แทน } 8-2 > 3 \text{ เป็นจริง}$$

จะพบว่า เมื่อแทน x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิกแต่ละตัวใน U แล้วได้ประพจน์

ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งหมด

ดังนั้น $\forall x[x-2 > 3], U=\{6,7,8\}$ เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2

หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

$$\forall x[x-2>5], U = \{5,6,7\}$$

วิธีทำ ให้ $P(x)=x-2>5$

จะได้ $P(5)$ แทน $5-2>3$ เป็นเท็จ

จะพบว่า เมื่อแทน x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวใน U แล้วได้ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น $\forall x[x-2>5], U=\{5,6,7\}$ เป็นเท็จ

2 ตัวบ่งปริมาณ สำหรับ x บางตัว ($\exists x$)

นิยาม

$\exists x[P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ แทนตัวแปร x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวในเอกภพสัมพัทธ์ แล้วได้ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

$\exists x[P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ แทนตัวแปร x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิกแต่ละตัวในเอกภพสัมพัทธ์ แล้วได้ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 3

หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

$$\exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}], U=\{1,2\}$$

วิธีทำ ให้ $P(x)=x$ เป็นจำนวนคู่

จะได้ $P(2)$ แทน 2 เป็นจำนวนคู่ เป็นจริง

จะพบว่า เมื่อแทน x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวใน U แล้วได้ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้น $\exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}], U=\{1,2\}$ เป็นจริง

ตัวอย่างที่

4

หาค่าความจริงของ ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

$$\exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}], U = \{1,3\}$$

วิธีทำ ให้

$$P(x) = x \text{ เป็นจำนวนคู่}$$

จะได้

$$P(1) \text{ แทน } 1 \text{ เป็นจำนวนคู่ เป็นเท็จ}$$

$$P(3) \text{ แทน } 3 \text{ เป็นจำนวนคู่ เป็นเท็จ}$$

จะพบว่า เมื่อแทน x ใน $P(x)$ ด้วยสมาชิกแต่ละตัวใน U แล้วได้ประพจน์

ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งหมด

ดังนั้น

$$\exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}], U = \{1,3\} \text{ เป็นเท็จ}$$

แบบฝึกทักษะที่ 10

ตอนที่

1

จงหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

1) $\forall x[x+x=x^2]$, $U=\{0,2\}$

2) $\forall x[x^2>8]$, $U=\{-1,0,2\}$

3) $\exists x[x < 0], U = \{0, 4, 7\}$

4) $\forall x[x + 1 > 4], U = \{1, 2, 3, 4\}$

5) $\exists x[x^2 < 0], U = \mathbb{R}$

6) $\exists x[5+x \neq 0], U=I$

7) $\exists x[x > 0], U=I$

8) $\forall x[x \text{ เป็นจำนวนอตรรกยะ}], U=R$

ตอนที่
2

จงหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

1) $\forall x[x^2 > 0 \vee x > 0], U = \{-1, 0, 1\}$

2) $\forall x[x^2 \geq 0 \wedge x > 0], U = \{-1, 0, 1\}$

3) $\exists x[x^2 \geq 0 \vee x \geq 0], U = \{-1, 0, 1\}$

4) $\exists x[x^2 > 0 \rightarrow x > 0], U = \{-1, 0, 1\}$

5) $\forall x[x^2 > 0] \wedge \exists x[x > 0], U = \{-1, 0, 1\}$

6) $\exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}] \wedge \forall x[x \text{ เป็นจำนวนตรรกยะ}], U=\{3,4,5\}$

7) $\exists x[x \neq 1] \vee \forall x[x \neq 1], U=\mathbb{R}$

8) $\exists x[x^2 > 0] \rightarrow \exists x[|x| < 0], U=\mathbb{R}$

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	8	8	-	-	16	
คะแนนที่ได้						

11. สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถตรวจสอบประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่สมมูลกัน
2. นักเรียนสามารถหานิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่กำหนดให้ได้



11

สมมูลและนิเสธ ของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

1

การสมมูลกันของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

การสมมูลกันของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ จะพิจารณาประโยคเปิดนั้นว่าสมมูลกันหรือไม่ โดยการพิจารณาเหมือนกับการสมมูลกันของประพจน์ ซึ่งสามารถเปรียบเทียบรูปแบบการสมมูลกันของประโยคเปิดกับการสมมูลของประพจน์ได้ ดังนี้

ประพจน์ที่สมมูลกัน	สมมูลของประโยคเปิด
1) $\sim(\sim p) \equiv p$	$\sim[\sim P(x)] \equiv P(x)$
2) $p \wedge q \equiv q \wedge p$	$P(x) \wedge Q(x) \equiv Q(x) \wedge P(x)$
3) $p \vee q \equiv q \vee p$	$P(x) \vee Q(x) \equiv Q(x) \vee P(x)$
4) $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ $\equiv \sim p \vee q$	$P(x) \rightarrow Q(x) \equiv \sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)$ $\equiv \sim P(x) \vee Q(x)$
5) $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$ $\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$P(x) \leftrightarrow Q(x) \equiv Q(x) \leftrightarrow P(x)$ $\equiv [P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge [Q(x) \rightarrow P(x)]$
6) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\sim[P(x) \wedge Q(x)] \equiv \sim P(x) \vee \sim Q(x)$
7) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	$\sim[P(x) \vee Q(x)] \equiv \sim P(x) \wedge \sim Q(x)$
8) $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$	$\sim[P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \sim P(x) \wedge \sim Q(x)$

ประพจน์ที่สมมูลกัน	สมมูลของประโยคเปิด
9) $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \sim q$ $\equiv \sim p \leftrightarrow q$	$\sim [P(x) \leftrightarrow Q(x)] \equiv P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)$ $\equiv \sim P(x) \leftrightarrow Q(x)$
10) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$P(x) \wedge [Q(x) \vee R(x)] \equiv [P(x) \wedge Q(x)] \vee [P(x) \wedge R(x)]$
11) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$P(x) \vee [Q(x) \wedge R(x)] \equiv [P(x) \vee Q(x)] \wedge [P(x) \vee R(x)]$

ตัวอย่างที่ 1

1

จงพิจารณาว่า $\exists x[P(x) \rightarrow Q(x)]$ กับ $\exists x \sim [P(x) \vee Q(x)]$ สมมูลกันหรือไม่

วิธีทำ จาก $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
 จะได้ $P(x) \rightarrow Q(x) \equiv \sim P(x) \vee Q(x)$
 $\exists x[P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \exists x \sim [P(x) \vee Q(x)]$
 ดังนั้น $\exists x[P(x) \rightarrow Q(x)]$ สมมูลกับ $\exists x \sim [P(x) \vee Q(x)]$

ตัวอย่างที่ 2

2

พิจารณาว่า $\forall x[x \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0]$ กับ $\forall x[x^2 \geq 0 \rightarrow x < 0]$ สมมูลกันหรือไม่

วิธีทำ ให้ $P(x)$ แทน $x \geq 0$ $Q(x)$ แทน $x^2 \geq 0$
 จาก $\forall x[x \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0]$ จะได้ $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$
 $\forall x[x^2 \geq 0 \rightarrow x < 0]$ จะได้ $\forall x[Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$
 และจาก $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
 $P(x) \rightarrow Q(x) \equiv \sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)$
 $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \forall x[\sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$
 $\forall x[x \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0] \equiv \forall x[\sim(x^2 \geq 0) \rightarrow \sim(x \geq 0)]$
 $\forall x[x \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0] \equiv \forall x[x^2 < 0 \rightarrow x < 0]$
 ดังนั้น $\forall x[x \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0]$ ไม่สมมูลกับ $\exists x[x^2 \geq 0 \rightarrow x < 0]$

2

นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ ซึ่งใช้วิธีการเดียวกันกับนิเสธของประพจน์ นิเสธ p คือ $\sim p$ และประพจน์ที่เป็นนิเสธต้องมีค่าความจริงตรงข้ามกันทุกกรณี ในประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ จะตกลงให้เติม “ $\sim$ ” ข้างหน้าประโยค เช่น

นิเสธของ $\forall x[P(x)]$ คือ $\sim \forall x[P(x)] \equiv \exists x \sim [P(x)]$

นิเสธของ $\exists x[P(x)]$ คือ $\sim \exists x[P(x)] \equiv \forall x \sim [P(x)]$

ตัวอย่างที่

3

3 จงหานิเสธของประโยค $\exists x[P(x) \vee \sim Q(x)]$

วิธีทำ นิเสธของ $\exists x[P(x) \vee \sim Q(x)]$ คือ $\sim \exists x[P(x) \vee \sim Q(x)]$
 จะได้ $\sim \exists x[P(x) \vee \sim Q(x)] \equiv \forall x[\sim \{P(x) \vee \sim Q(x)\}]$
 $\equiv \forall x[\sim P(x) \wedge Q(x)]$
 ดังนั้น นิเสธของ $\exists x[P(x) \vee \sim Q(x)]$ คือ $\forall x[\sim P(x) \wedge Q(x)]$

ตัวอย่างที่

4

4 จงหานิเสธของประโยค $\forall x[(x+5=3) \rightarrow (3-x=5)]$

วิธีทำ นิเสธของ $\forall x[(x+5=3) \rightarrow (3-x=5)]$ คือ $\sim \forall x[(x+5=3) \rightarrow (3-x=5)]$
 จะได้ $\sim \forall x[(x+5=3) \rightarrow (3-x=5)] \equiv \exists x[\sim \{(x+5=3) \rightarrow (3-x=5)\}]$
 $\equiv \exists x[(x+5=3) \wedge \sim (3-x=5)]$
 $\equiv \exists x[(x+5=3) \wedge 3-x \neq 5]$
 ดังนั้น นิเสธของ $\forall x[(x+5=3) \rightarrow (3-x=5)]$ คือ $\exists x[(x+5=3) \wedge 3-x \neq 5]$

แบบฝึกทักษะที่ 11

ตอนที่

1

จงตรวจสอบว่าประโยคในแต่ละคู่นี้สมมูลกันหรือไม่

1) $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$ กับ $\exists x[\sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$

2) $\forall x[3x+1>0]$ กับ $\sim \exists x[3x+1 \leq 5]$

3) $\exists x[x+4=7 \wedge x \in \mathbb{N}]$ กับ $\exists x[x+4 \neq 7 \wedge x \notin \mathbb{N}]$

4) $\forall x[x \in \mathbb{I}] \rightarrow \exists x[x \in \mathbb{N}]$ กับ $\forall x[x \in \mathbb{N}] \rightarrow \exists x[x \in \mathbb{I}]$

5) $\forall x[x \in \mathbb{I} \wedge x+2=5]$ กับ $\forall x[x+2=5 \wedge x \in \mathbb{I}]$

6) $\forall x[x > 2 \rightarrow x^2 > 4]$ กับ $\exists x[x^2 \leq 4 \rightarrow x \leq 2]$

7) $\sim \forall x[\sqrt{x} = 9 \rightarrow x = 3]$ กับ $\exists x[\sqrt{x} = 9 \wedge x \neq 3]$

8) $\exists x[x = 2 \leftrightarrow x^3 = 8]$ กับ $\exists x[(x = 2 \rightarrow x^3 = 8) \wedge (x^3 = 8 \rightarrow x = 2)]$

ตอนที่
2

จงหา นิเสธของประโยคในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อ $U=R$

ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ	นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ
1) $\forall x[x+3 \leq 9]$	
2) $\exists x[x^2 > 0]$	
3) $\forall x[x-1 > 0]$	
4) $\exists x[4x-2 \geq 5]$	
5) $\exists x[x \leq 0 \rightarrow x^2 \geq 0]$	
6) $\forall x[x \neq 1] \rightarrow \exists x[x > 1]$	
7) $\exists x[(x > 3) \vee \sim(x+2 \geq 2)]$	
8) $\forall x[P(x) \wedge Q(x)]$	
9) $\exists x[x-3 \leq 0] \rightarrow \exists y[y+5 \geq 0]$	
10) $\exists x[x=0] \vee \forall x[x^2 \geq 0]$	
11) $\exists x[x-3 \leq 0] \rightarrow \exists y[y+5 \geq 1]$	

ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ	นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ
12) $\forall x[x > 0 \vee \sim(x - 2 \leq 0)]$	_____
13) $\exists x[\sim P(x) \wedge Q(x)]$	_____
14) $\forall x \exists y[P(x, y)]$	_____
15) $\exists x \forall y[P(x) \rightarrow Q(x)]$	_____
16) $\exists x \forall y \forall z[xyz = x + y + z]$	_____
17) $\forall x \forall y \forall z[xyz = 0]$	_____
18) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง	_____
19) จำนวนนับบางจำนวนเป็นจำนวนคู่	_____
20) จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ	_____

	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	ตอนที่ 3	ตอนที่ 4	รวมคะแนน	คิดเป็นร้อยละ
คะแนนเต็ม	8	20	-	-	28	
คะแนนที่ได้						

บรรณานุกรม

ณรงค์ ปันนัม, ศ.ดร. และคณะ หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

เล่มที่ 1. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : ไทยร่มเกล้า, 2559.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, สถาบัน.

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. พิมพ์ครั้งที่

4. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2555.

ธนวัฒน์ สุนทราพรพล, แบบฝึกทักษะและวิธีคิดเลขเร็ว คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 1

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : ไซน์เซนเตอร์, 2554.

ฝ่ายวิชาการดอกหญ้าวิชาการ, แบบฝึกหัดเสริม คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 1

พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : ดอกหญ้าวิชาการ. 2553



แบบฝึกทักษะตรรกศาสตร์เบื้องต้น (Introduction of Logic)
รายวิชาการคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค31201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4