

เล่มที่ 3

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
เรื่อง ฟังก์ชัน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความหมาย
ของฟังก์ชัน

นางสมบัวคำ กองสิงห์

โรงเรียนบ้านไร่วิทยา

อำเภอบ้านไร่ จังหวัดอุทัยธานี

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 42

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เนื้อหาและแบบฝึกทักษะมุ่งเน้นให้นักเรียนเข้าใจอย่างเป็นระบบ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทักษะกระบวนการ เกิดทักษะกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์และมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ประกอบด้วยแบบฝึกทักษะทั้งหมด 8 เล่ม ดังนี้

- เล่มที่ 1 ความสัมพันธ์
- เล่มที่ 2 กราฟและอินเวอร์สของความสัมพันธ์
- เล่มที่ 3 ความหมายของฟังก์ชัน
- เล่มที่ 4 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
- เล่มที่ 5 ฟังก์ชันต่าง ๆ
- เล่มที่ 6 ฟังก์ชันคอมโพสิท
- เล่มที่ 7 พีชคณิตของฟังก์ชัน
- เล่มที่ 8 อินเวอร์สของฟังก์ชัน

ในการจัดทำแบบฝึกทักษะนี้ ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญ ตลอดจนคณะกรรมการการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านไร่วิทยา และผู้สนับสนุนทุกท่านที่ให้คำปรึกษาและแนะนำ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนและผู้ที่สนใจศึกษาค้นคว้า เพื่อพัฒนาคุณภาพการจัดการศึกษาให้มีประสิทธิภาพ

สมบัวคำ กองสิงห์

สารบัญ

	หน้า
คำนำ.....	ก
สารบัญ.....	ข
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน.....	1
จุดประสงค์การเรียนรู้.....	2
สาระสำคัญ.....	3
แบบทดสอบก่อนเรียน.....	4
กระดานคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน.....	8
ใบความรู้ที่ 3.1 ความหมายของฟังก์ชัน.....	9
แบบฝึกทักษะที่ 3.1	12
ใบความรู้ที่ 3.2 การพิจารณาความเป็นฟังก์ชัน.....	13
แบบฝึกทักษะที่ 3.2	18
แบบฝึกทักษะที่ 3.3	21
แบบฝึกทักษะที่ 3.4	24
แบบทดสอบหลังเรียน.....	28
กระดานคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน.....	32
บรรณานุกรม.....	33
ภาคผนวก.....	34
เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะ.....	35
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน.....	36
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1	37
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.2.....	38
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.3.....	41
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.4.....	44
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน.....	48

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เล่มที่ 3 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน เล่มนี้เป็นแบบฝึกทักษะที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน สามารถศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง โดยศึกษาคำแนะนำและปฏิบัติตามรายละเอียด การใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน ดังนี้

1. อ่านสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบฝึกทักษะ เพื่อให้นักเรียนทราบสาระสำคัญและจุดประสงค์เมื่อศึกษาแบบฝึกทักษะ เล่มนี้
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียน
3. แบบฝึกทักษะเล่มนี้ประกอบด้วย แบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ ตัวอย่างแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน แบบทดสอบหลังเรียน เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เฉลยแบบฝึกทักษะ และเฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
4. ศึกษารายละเอียด เนื้อหา ตัวอย่าง ด้วยความตั้งใจโดยทำความเข้าใจในใบความรู้ ตัวอย่าง เพื่อสามารถทำแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง
5. เมื่อพบปัญหาระหว่างการทำแบบฝึกทักษะ ให้กลับไปทบทวนเนื้อหา และตัวอย่างในใบความรู้หรือปรึกษาครูผู้สอน
6. ทำแบบทดสอบหลังเรียน นักเรียนจะสามารถประเมินการเรียนรู้และทราบความก้าวหน้าของการเรียนรู้ของตนเองได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ระบุความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้
2. ตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันได้

ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียน

1. มีความสามารถในการแก้ปัญหา
2. มีความสามารถในการให้เหตุผล
3. มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ นักเรียนเป็นผู้ที่

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สาระสำคัญ



บทนิยาม ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้าสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

การพิจารณาความเป็นฟังก์ชันของความสัมพันธ์ที่เขียนแบบบอกเงื่อนไข มีดังนี้

วิธีที่ 1 ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่ $(x, y) \in r$ เขียน y ในรูปของ x

- (1) ถ้าแต่ละค่าของ x หาค่า y ได้เพียงค่าเดียว สรุปได้ว่า r เป็นฟังก์ชัน
- (2) ถ้ามีบางค่าของ x ที่ทำให้หาค่า y ได้มากกว่า 1 ค่า สรุปได้ว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

วิธีที่ 2 ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ เขียน y และ z ในรูปของ x

- (1) ถ้าสามารถแสดงได้ว่า $y = z$ แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน
- (2) ถ้ามีกรณีที่ $y \neq z$ แสดงว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

วิธีที่ 3 ใช้กราฟของความสัมพันธ์ โดยลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน y ให้ตัดกราฟของความสัมพันธ์

- (1) ถ้าเส้นตรงแต่ละเส้นตัดกราฟเพียงจุดเดียว แสดงว่า เป็นฟังก์ชัน
- (2) ถ้าเส้นตรงบางเส้นตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่า 1 จุด แสดงว่า ไม่เป็นฟังก์ชัน

แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที (ข้อละ 1 คะแนน)
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมาย X ในกระดาษคำตอบ

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

- ก. $\{(-1, 0), (-1, 1), (-1, 2)\}$
ค. $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
จ. $\{(0, 1), (0, 2), (0, 3)\}$

- ข. $\{(0, 5), (0, 6), (7, 0), (8, 0)\}$
ง. $\{(1, 5), (2, 6), (3, 7), (1, 8)\}$

2. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

- ก. $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$
ค. $\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
จ. $\{(1, 1), (2, 1), (3, 2), (4, 2)\}$

- ข. $\{(1, 0), (1, 2), (3, 4)\}$
ง. $\{(2, -1), (3, -1), (4, -2), (5, -2)\}$

3. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

- ก. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 2\}$
ค. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x + y = 3\}$
จ. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -x\}$

- ข. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 4\}$
ง. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 5\}$

4. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

- ก. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$
ค. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x\}$
จ. ถูกทุกข้อ

- ข. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$
ง. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| + |y| = 5\}$

5. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

- ก. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9\}$
ค. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y^2 - 1\}$
จ. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$

- ข. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| = |y| - 2\}$
ง. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x - 5\}$

6. พิจารณาความสัมพันธ์

1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$
2. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x\}$
3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 1\}$

ข้อใดถูกต้อง

- ก. 1 และ 2 เป็นฟังก์ชัน
- ค. 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน
- จ. 1, 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

- ข. 1 และ 3 เป็นฟังก์ชัน
- ง. 1, 2 และ 3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

7. พิจารณาความสัมพันธ์

1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 = 9y^2\}$
2. $\left\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{x}\right\}$
3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y + x = 3\}$

ข้อใดถูกต้อง

- ก. 1 และ 2 เป็นฟังก์ชัน
- ค. 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน
- จ. 1, 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

- ข. 1 และ 3 เป็นฟังก์ชัน
- ง. 1, 2 และ 3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

8. พิจารณาความสัมพันธ์

1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 4\}$
2. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y - 7\}$
3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + y^2 = 5\}$

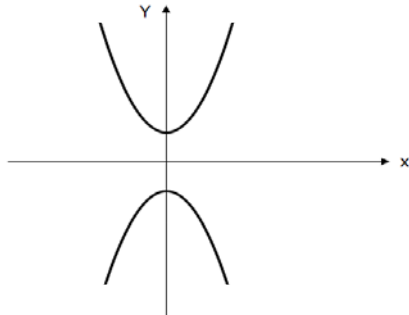
ข้อใดถูกต้อง

- ก. 1 และ 2 เป็นฟังก์ชัน
- ค. 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน
- จ. 1, 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

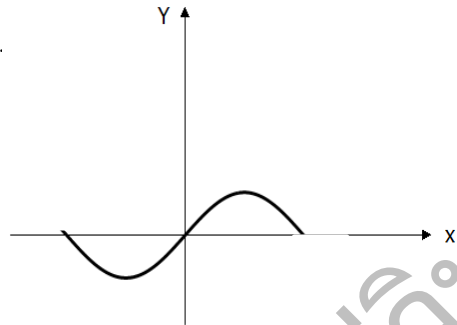
- ข. 1 และ 3 เป็นฟังก์ชัน
- ง. 1, 2 และ 3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

9. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

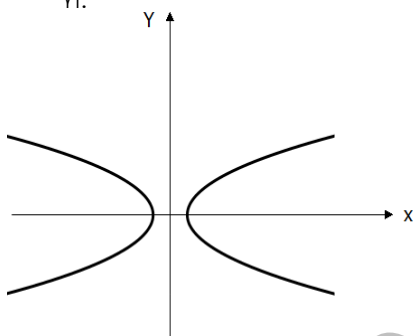
ก.



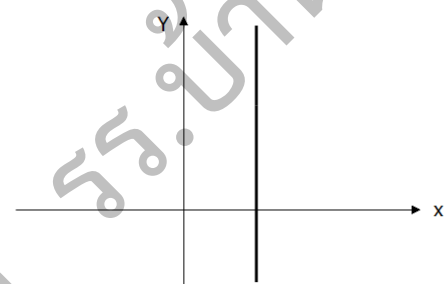
ข.



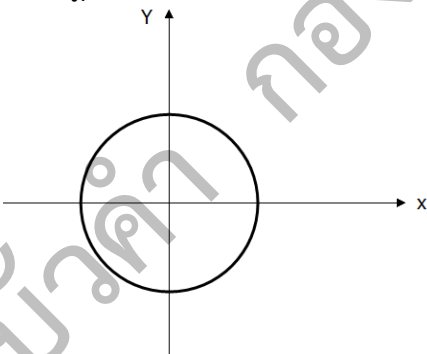
ค.



ง.

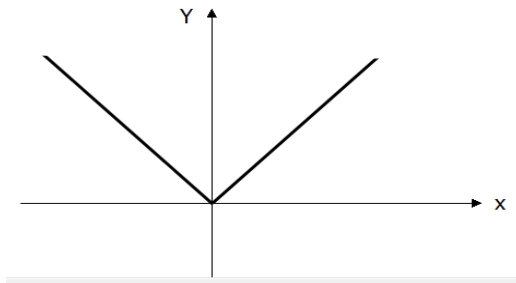


จ.

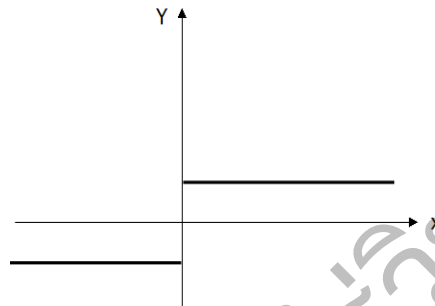


10. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

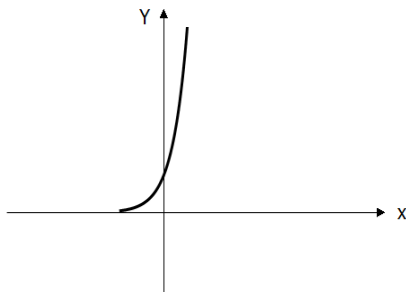
ก.



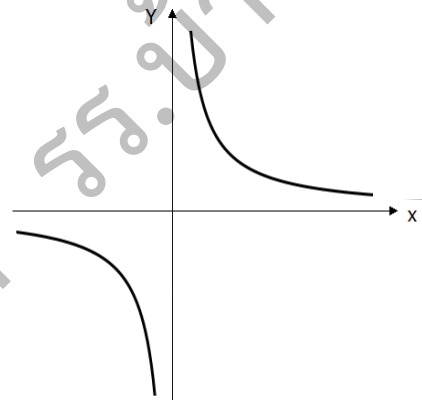
ข.



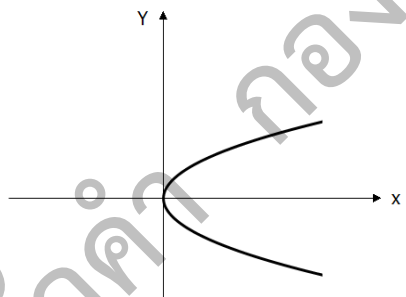
ค.



ง.



จ.



กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



ใบความรู้ที่ 3.1 ความหมายของฟังก์ชัน

ความหมายของฟังก์ชัน

บทนิยาม

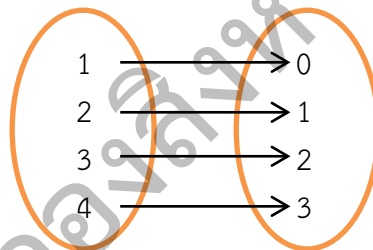


ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้าสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $r_1 = \{(1, 0), (2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$ จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ

แผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง



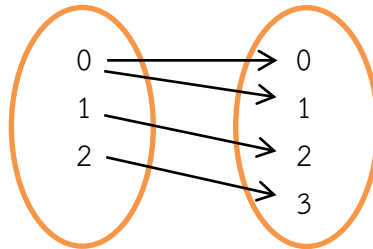
จากแผนภาพดังกล่าว พบว่า สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเพียงตัวเดียว ดังนั้น r_1 เป็นฟังก์ชัน



ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $r_2 = \{(0, 0), (0, 1), (1, 2), (2, 3)\}$ จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ

แผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง

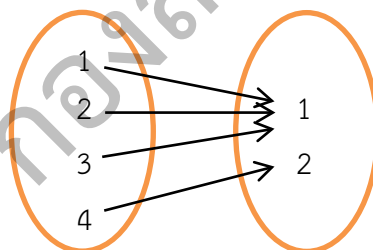


จากแผนภาพดังกล่าว พบว่า มีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับบางตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเกินกว่าหนึ่งตัว ดังนั้น r_2 เป็นไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $r_3 = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 2)\}$ จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ

แผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง



จากแผนภาพดังกล่าว พบว่า สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเพียงตัวเดียว ดังนั้น r_3 เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ เป็นฟังก์ชัน เพราะ คู่อันดับในความสัมพันธ์ r ไม่มีสมาชิกตัวหน้าที่ซ้ำกัน

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ เป็นฟังก์ชัน เพราะ คู่อันดับในความสัมพันธ์ r ไม่มีสมาชิกตัวหน้าที่ซ้ำกัน

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(1, 1), (-1, 1), (1, -1), (-2, -1), (-2, 1)\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ คู่อันดับในความสัมพันธ์ r มีสมาชิกตัวหน้าที่ซ้ำกัน แล้วสมาชิกตัวหลังไม่เหมือนกัน

ข้อสังเกต ถ้าสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับไม่ซ้ำกัน จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน



แบบฝึกทักษะที่ 3.1

จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ในตารางให้ถูกต้อง

ข้อ	ความสัมพันธ์	เป็นฟังก์ชัน	ไม่เป็นฟังก์ชัน
1	$\{(-1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$		
2	$\{(4, a), (5, b), (6, c), (7, d)\}$		
3	$\{(1, -1), (2, -1), (3, 1), (3, 2), (2, 1)\}$		
4	$\{(4, 0), (3, 1), (2, 2), (1, 3), (0, 4)\}$		
5	$\{(5, 6), (4, 6), (3, 6), (2, 6)\}$		
6	$\{(-1, 3), (1, 1), (-1, 2), (1, 2)\}$		
7	$\{(-1, x), (-1, y), (-1, z)\}$		
8	$\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$		
9	$\{(-3, 1), (-2, 0), (-1, -1), (1, -2), (2, -3)\}$		
10	$\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$		



ใบความรู้ที่ 3.2 การพิจารณาความเป็นฟังก์ชัน



การพิจารณาความเป็นฟังก์ชัน

การพิจารณาความเป็นฟังก์ชันของความสัมพันธ์ที่เขียนแบบบอกเงื่อนไข มีดังนี้

วิธีที่ 1 ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่ $(x, y) \in r$ เขียน y ในรูปของ x

(1) ถ้าแต่ละค่าของ x หาค่า y ได้เพียงค่าเดียว สรุปได้ว่า r เป็นฟังก์ชัน

(2) ถ้ามีบางค่าของ x ที่ทำให้หาค่า y ได้มากกว่า 1 ค่า สรุปได้ว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + y = 2\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ จาก $x + y = 2$
เขียน y ในรูปของ x จะได้ $y = 2 - x$
พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ จาก $y = x^2 - 1$
พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ จาก $y^2 = x$
เขียน y ในรูปของ x จะได้ $y = \pm \sqrt{x}$
พบว่า มีค่า x บางค่าที่ทำให้ได้ค่า y สองค่า
เช่น $x = 1$ จะได้ $y = 1$ หรือ $y = -1$
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| - |y| = 2\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ

จาก

$$|x| - |y| = 2$$

เขียน y ในรูปของ x จะได้

$$|y| = |x| - 2$$

พบว่า มีค่า x บางค่าที่ทำให้ได้ค่า y สองค่า

เช่น $x = 3$ จะได้ $y = 1$ หรือ $y = -1$

ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน



วิธีที่ 2 ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ เขียน y และ z ในรูปของ x

(1) ถ้าสามารถแสดงได้ว่า $y = z$ แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

(2) ถ้ามีกรณีที่ $y \neq z$ แสดงว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2y - x = 4\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ

ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$2y - x = 4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2z - x = 4 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 2y - x = 2z - x$$

$$\text{นั่นคือ} \quad y = z$$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 2\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y = x^2 + 2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z = x^2 + 2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 4\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$x^2 + y^2 = 4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$x^2 + z^2 = 4 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ดังนั้น $x^2 + y^2 = x^2 + z^2$

$$y^2 = z^2$$

นั่นคือ $y = z$ หรือ $y = -z$

แสดงว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| - |y| = 2\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$|x| - |y| = 2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$|x| - |z| = 2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ดังนั้น $|x| - |y| = |x| - |z|$

$$|y| = |z|$$

นั่นคือ $y = z$ หรือ $y = -z$

แสดงว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

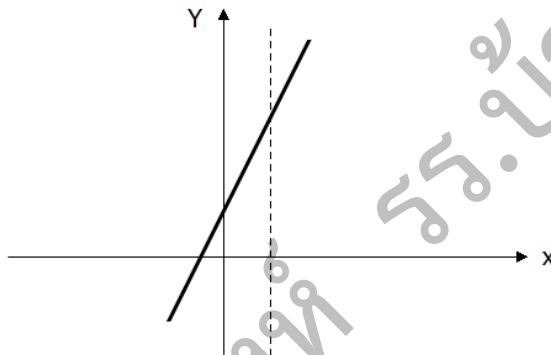


วิธีที่ 3 ใช้กราฟของความสัมพันธ์ โดยลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน y ให้ตัดกราฟของความสัมพันธ์

- (1) ถ้าเส้นตรงแต่ละเส้นตัดกราฟเพียงจุดเดียว แสดงว่า เป็นฟังก์ชัน
- (2) ถ้าเส้นตรงบางเส้นตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่า 1 จุด แสดงว่า ไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

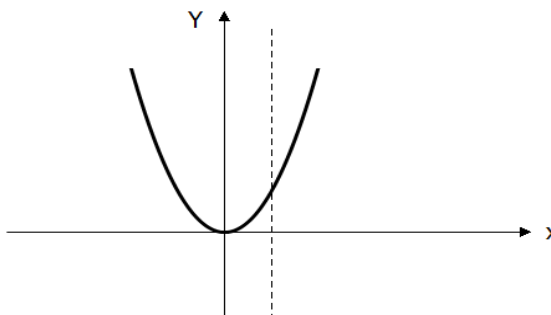
วิธีทำ เขียนกราฟของความสัมพันธ์ $y = 2x + 1$ ได้ดังนี้



จากกราฟ ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y ตัดกราฟ $y = 2x + 1$ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

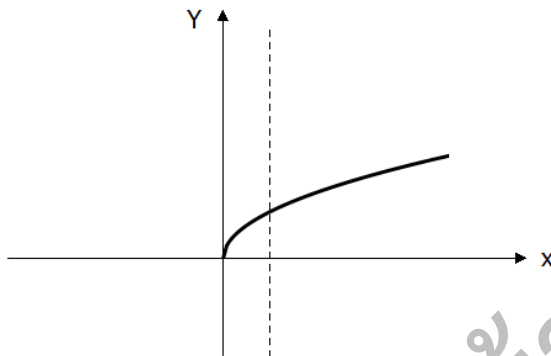
วิธีทำ เขียนกราฟของความสัมพันธ์ $y = x^2$ ได้ดังนี้



จากกราฟ ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y ตัดกราฟ $y = x^2$ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 11 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

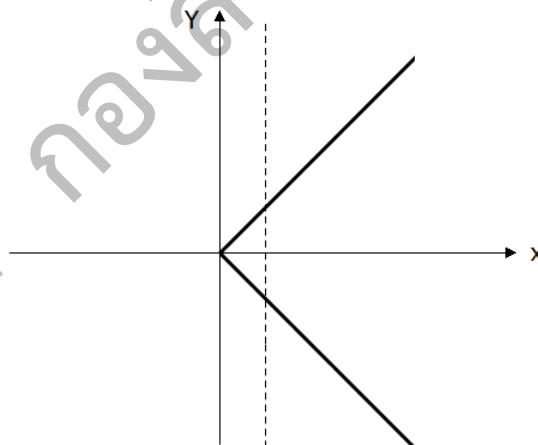
วิธีทำ เขียนกราฟของความสัมพันธ์ $y = \sqrt{x}$ ได้ดังนี้



จากกราฟ ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y ตัดกราฟ $y = \sqrt{x}$ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = |y|\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ เขียนกราฟของความสัมพันธ์ $x = |y|$ ได้ดังนี้



จากกราฟ ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y ตัดกราฟ $x = |y|$ มากกว่า 1 จุด ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

แบบฝึกทักษะที่ 3.2

จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้วิธีที่ 1

1. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2y - 3x = 1\}$

วิธีทำ

จาก

$$2y - 3x = 1$$

เขียน y ในรูปของ x จะได้

$$y = \dots\dots\dots$$

พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y

.....
.....
.....
.....

2. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x - 5y + 6 = 0\}$

วิธีทำ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$

วิธีทำ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x + 16\}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x + 1}\}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| + |y| = 4\}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| = y + 1\}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3 - 5\}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x^2 - y^2 = 1\}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9, x \geq 0\}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 3.3

จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้วิธีที่ 2

1. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - 3x = 4\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

.....

2. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3 + 2\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

.....

3. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid xy = 9\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

.....

4. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 36, y \geq 0\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

.....

5. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{16 - x^2}\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

.....

6. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x - 3|\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

.....

$$7. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^4 + y^4 = 1\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

$$8. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x^2 + 4}\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

$$9. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^4\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

.....(1)

.....(2)

$$10. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^3 = x^4 + 1\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

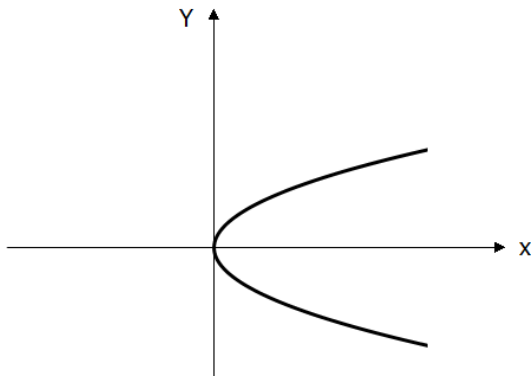
.....(1)

.....(2)

แบบฝึกทักษะที่ 3.4

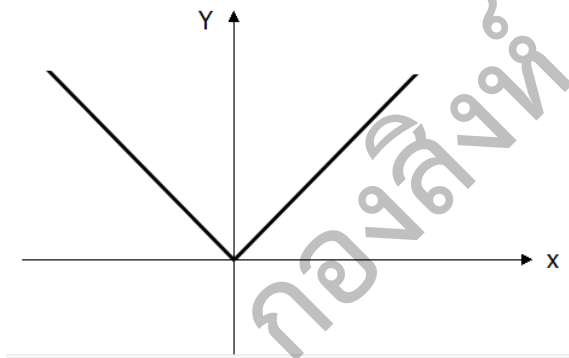
จากกราฟความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้วิธีที่ 3

1.



ลากเส้นตรงขนานกับแกน.....
ตัดกราฟ.....
ดังนั้น r

2.

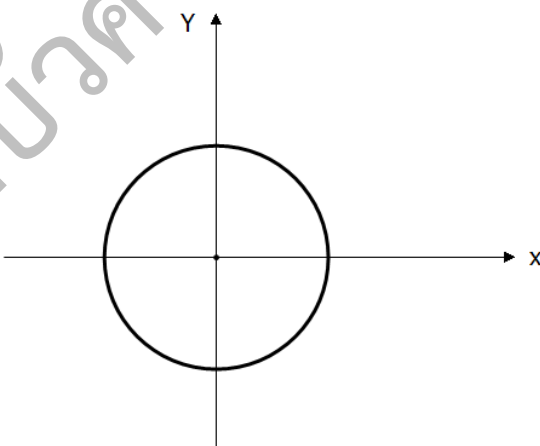


.....

.....

.....

3.

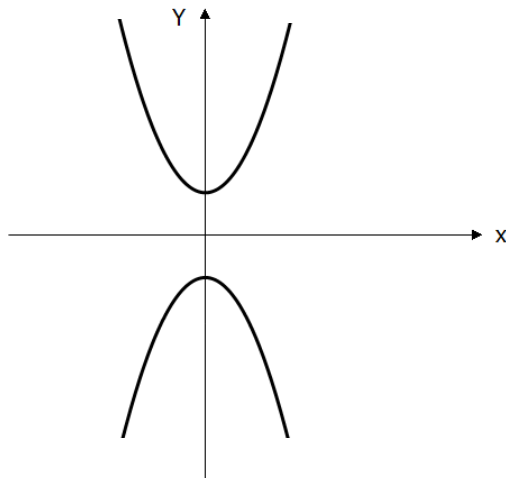


.....

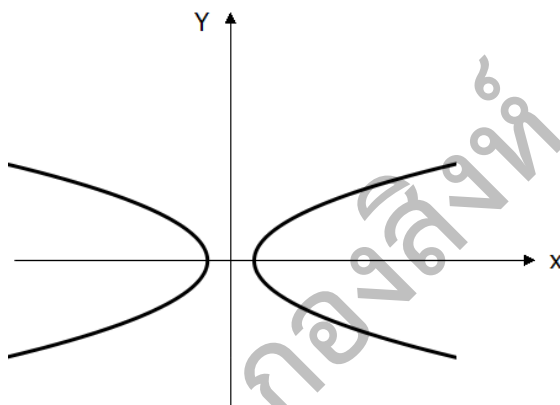
.....

.....

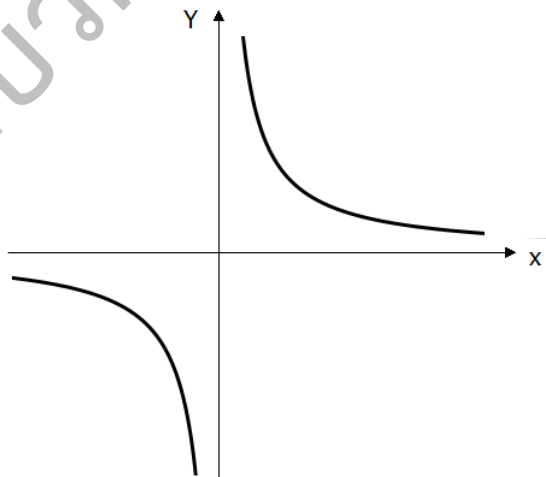
4.



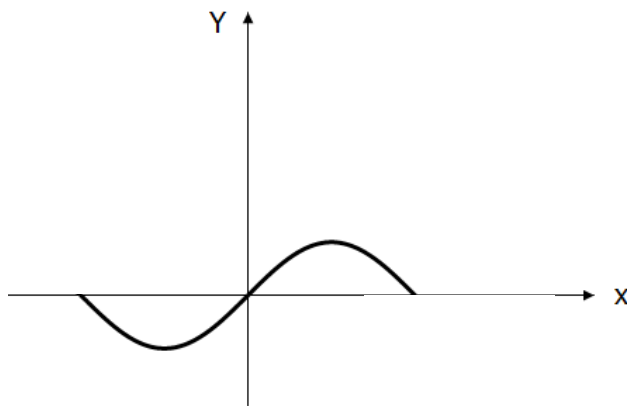
5.



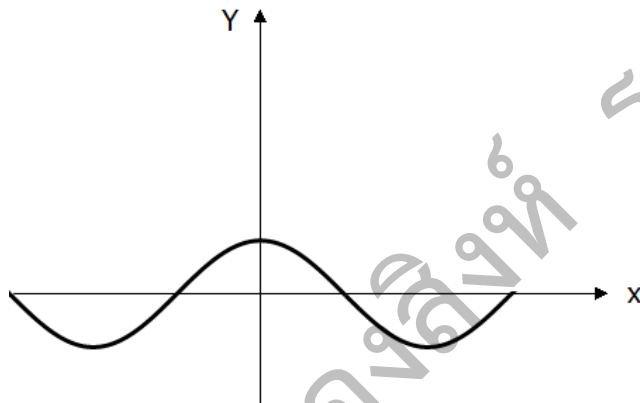
6.



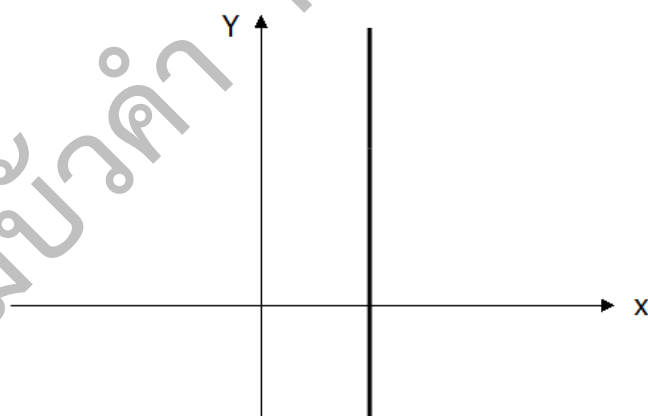
7.



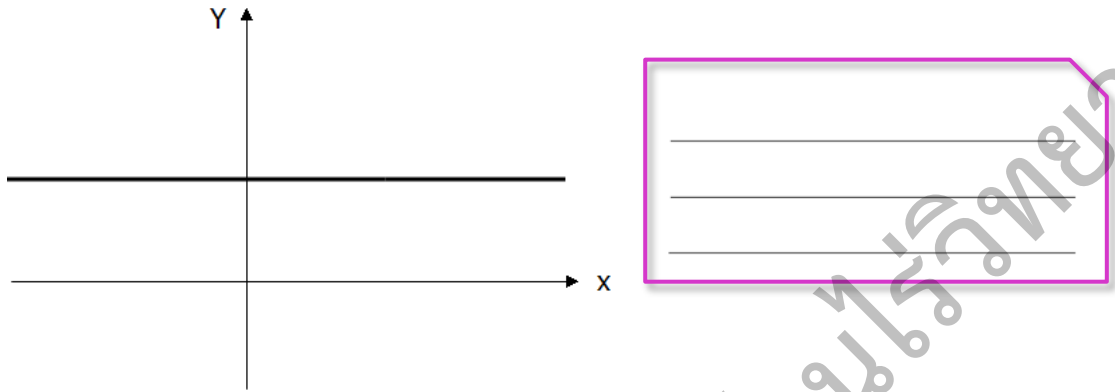
8.



9.



10.



แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที (ข้อละ 1 คะแนน)
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมาย X ในกระดาษคำตอบ

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

ค. $\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$

จ. $\{(1, 1), (2, 1), (3, 2), (4, 2)\}$

ข. $\{(1, 0), (1, 2), (3, 4)\}$

ง. $\{(2, -1), (3, -1), (4, -2), (5, -2)\}$

2. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 2\}$

ค. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x + y = 3\}$

จ. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -x\}$

ข. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 4\}$

ง. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 5\}$

3. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(-1, 0), (-1, 1), (-1, 2)\}$

ค. $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

จ. $\{(0, 1), (0, 2), (0, 3)\}$

ข. $\{(0, 5), (0, 6), (7, 0), (8, 0)\}$

ง. $\{(1, 5), (2, 6), (3, 7), (1, 8)\}$

4. พิจารณาความสัมพันธ์

1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 4\}$

2. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y - 7\}$

3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + y^2 = 5\}$

ข้อใดถูกต้อง

ก. 1 และ 2 เป็นฟังก์ชัน

ค. 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

จ. 1, 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

ข. 1 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

ง. 1, 2 และ 3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

5. พิจารณาความสัมพันธ์

1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 = 9y^2\}$

2. $\left\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{x}\right\}$

3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y + x = 3\}$

ข้อใดถูกต้อง

ก. 1 และ 2 เป็นฟังก์ชัน

ค. 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

จ. 1, 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

ข. 1 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

ง. 1, 2 และ 3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

6. พิจารณาความสัมพันธ์

1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$

2. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x\}$

3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 1\}$

ข้อใดถูกต้อง

ก. 1 และ 2 เป็นฟังก์ชัน

ค. 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

จ. 1, 2 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

ข. 1 และ 3 เป็นฟังก์ชัน

ง. 1, 2 และ 3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

7. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9\}$

ค. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y^2 - 1\}$

จ. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$

ข. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| = |y| - 2\}$

ง. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x - 5\}$

8. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$

ค. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x\}$

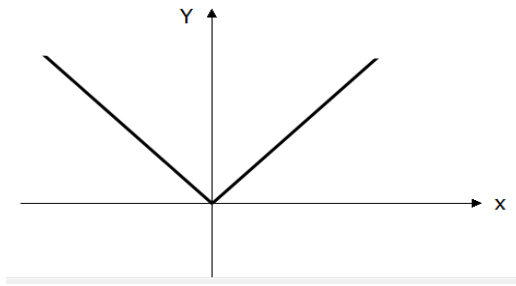
จ. ถูกทุกข้อ

ข. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$

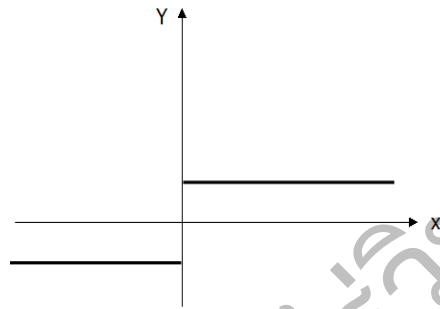
ง. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| + |y| = 5\}$

9. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นไม่เป็นฟังก์ชัน

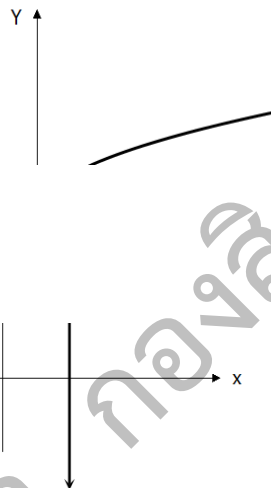
ก.



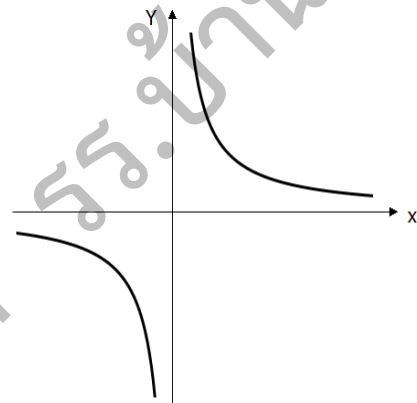
ข.



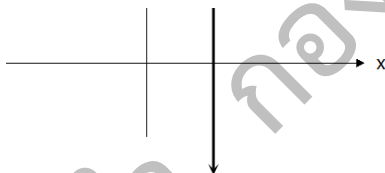
ค.



ง.

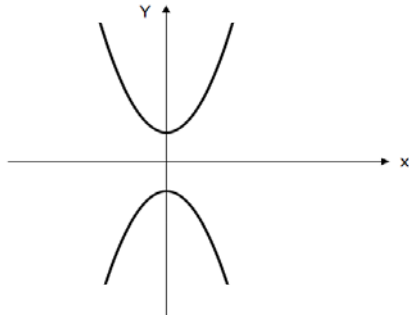


จ.

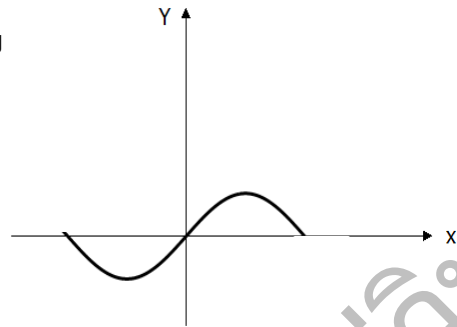


10. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

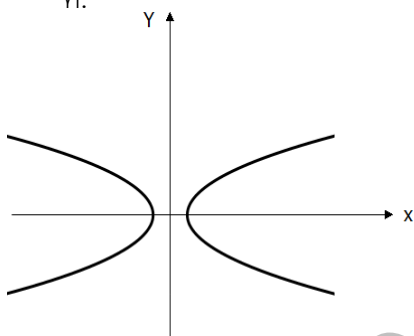
ก.



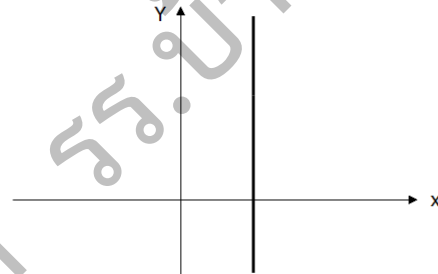
ข.



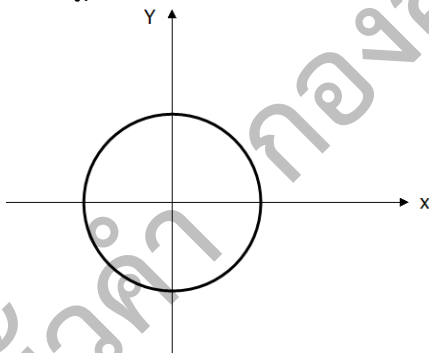
ค.



ง.



จ.



กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. (มปป). แบบฝึกหัดและประเมินผลคณิตศาสตร์ ม. 4 ค 012. กรุงเทพฯ: เดอะบุ๊กส์.
- กมล เอกไทยเจริญ. (มปป). คู่มือคณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 1 ค 011. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- _____. (มปป). คู่มือคณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 2 ค 012. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (มปป). สุดยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัด คู่มือประกอบการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม. 4 - 6. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา.
- จินดา อยู่เป็นสุข. (มปป). คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้น ม.4 - 6. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิต.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิตร. (2553). คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม. 4 - 6 เล่ม 2. กรุงเทพฯ: เดอะบุ๊กส์.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2556). คู่มือพิชิต O - net ม. 6 คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2555). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวานิช และพัชรพรณ เหล่าวานิช. (2554). คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ ม. 4 - 6 เล่ม 2 (รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม). กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- สุเทพ จันทรสมศักดิ์ และสุเทพ ทองอยู่. (มปป). คณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 1 ค 011. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิต.
- อเนก หิรัญ. (2543). คณิตศาสตร์ ม.4 ค 012. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซนเตอร์.

ภาคผนวก

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.1

ข้อ	จำนวนข้อย่อย	คะแนน	รวม
1 - 10	-	ข้อละ 1	10
รวมคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.1			10

รายละเอียดการให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.1

คะแนน	รายละเอียด
1	คำตอบถูกต้อง
0	ไม่ตอบ หรือตอบไม่ถูก

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.2

ข้อ	จำนวนข้อย่อย	คะแนน	รวม
1 - 10	-	ข้อละ 3	30
รวมคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.2			30

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.3

ข้อ	จำนวนข้อย่อย	คะแนน	รวม
1 - 10	-	ข้อละ 3	30
รวมคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.3			30

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.4

ข้อ	จำนวนข้อย่อย	คะแนน	รวม
1 - 10	-	ข้อละ 3	30
รวมคะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.4			30

รายละเอียดการให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3.2 – 3.4

คะแนน	รายละเอียด
3	คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน
2	คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
1	เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด แสดงวิธีคิดเล็กน้อย แต่มีแนวทางที่จะนำไปหาคำตอบ
0	ไม่ตอบ หรือตอบไม่ถูก

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

ข้อ	คำตอบ
1	ค
2	ข
3	ก
4	ง
5	จ
6	ข
7	ค
8	ก
9	ข
10	จ



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1

จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ในตารางให้ถูกต้อง

ข้อ	ความสัมพันธ์	เป็นฟังก์ชัน	ไม่เป็นฟังก์ชัน
1	$\{(-1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$	✓	
2	$\{(4, a), (5, b), (6, c), (7, d)\}$	✓	
3	$\{(1, -1), (2, -1), (3, 1), (3, 2), (2, 1)\}$		✓
4	$\{(4, 0), (3, 1), (2, 2), (1, 3), (0, 4)\}$	✓	
5	$\{(5, 6), (4, 6), (3, 6), (2, 6)\}$	✓	
6	$\{(-1, 3), (1, 1), (-1, 2), (1, 2)\}$		✓
7	$\{(-1, x), (-1, y), (-1, z)\}$		✓
8	$\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$	✓	
9	$\{(-3, 1), (-2, 0), (-1, -1), (1, -2), (2, -3)\}$	✓	
10	$\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$	✓	



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.2

จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้วิธีที่ 1

$$1. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2y - 3x = 1\}$$

วิธีทำ

จาก

$$2y - 3x = 1$$

เขียน y ในรูปของ x จะได้

$$y = \frac{1 + 3x}{2}$$

พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

$$2. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x - 5y + 6 = 0\}$$

วิธีทำ

จาก

$$4x - 5y + 6 = 0$$

เขียน y ในรูปของ x จะได้

$$y = \frac{4x + 6}{5}$$

พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

$$3. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

วิธีทำ

จาก

$$x^2 + y^2 = 1$$

เขียน y ในรูปของ x จะได้

$$y = \pm \sqrt{1 - x^2}$$

พบว่า มีค่า x บางค่าที่ทำให้ได้ค่า y สองค่า
เช่น $x = 0$ จะได้ $y = 1$ หรือ $y = -1$
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$4. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x + 16\}$$

วิธีทำ

จาก

$$y^2 = x + 16$$

เขียน y ในรูปของ x จะได้

$$y = \pm \sqrt{x + 16}$$

พบว่า มีค่า x บางค่าที่ทำให้ได้ค่า y สองค่า
เช่น $x = 0$ จะได้ $y = 4$ หรือ $y = -4$
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$5. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x+1}\}$$

วิธีทำ จาก $y = \sqrt{x+1}$
พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

$$6. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| + |y| = 4\}$$

วิธีทำ จาก $|x| + |y| = 4$
เขียน y ในรูปของ x จะได้ $|y| = 4 - |x|$
พบว่า มีค่า x บางค่าที่ทำให้ได้ค่า y สองค่า
เช่น $x = 1$ จะได้ $y = 3$ หรือ $y = -3$
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$7. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| = y + 1\}$$

วิธีทำ จาก $|x| = y + 1$
เขียน y ในรูปของ x จะได้ $y = |x| - 1$
พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

$$8. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3 - 5\}$$

วิธีทำ จาก $y = x^3 - 5$
พบว่า แต่ละค่าของ x จะได้ค่า y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

$$9. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x^2 - y^2 = 1\}$$

วิธีทำ จาก $2x^2 - y^2 = 1$
เขียน y ในรูปของ x จะได้ $y = \pm \sqrt{2x^2 - 1}$
เช่น $x = 1$ จะได้ $y = 1$ หรือ $y = -1$
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$10. \quad r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9, x \geq 0\}$$

วิธีทำ จาก $x^2 + y^2 = 9, x \geq 0$

เขียน y ในรูปของ x จะได้ $y = \pm \sqrt{9 - x^2}, x \geq 0$

พบว่า มีค่า x บางค่าที่ทำให้ได้ค่า y สองค่า

เช่น $x = 2$ จะได้ $y = \sqrt{5}$ หรือ $y = -\sqrt{5}$

ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.3

จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้วิธีที่ 2

1. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - 3x = 4\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y - 3x = 4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z - 3x = 4 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ดังนั้น $y - 3x = z - 3x$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

2. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3 + 2\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y = x^3 + 2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z = x^3 + 2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

3. $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid xy = 9\}$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$xy = 9 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$xz = 9 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ดังนั้น $xy = xz$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

$$4. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 36, y \geq 0\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$x^2 + y^2 = 36 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$x^2 + z^2 = 36 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + z^2$$

ดังนั้น $y^2 = z^2$

นั่นคือ $y = z$ หรือ $y = -z$

แสดงว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$5. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{16 - x^2}\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y = \sqrt{16 - x^2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z = \sqrt{16 - x^2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

$$6. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x - 3|\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y = |x - 3| \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z = |x - 3| \quad \dots\dots\dots(2)$$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

$$7. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^4 + y^4 = 1\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$x^4 + y^4 = 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$x^4 + z^4 = 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$x^4 + y^4 = x^4 + z^4$$

ดังนั้น $y^4 = z^4$

นั่นคือ $y = z$ หรือ $y = -z$

แสดงว่า r ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$8. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x^2 + 4}\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y = \sqrt{x^2 + 4} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z = \sqrt{x^2 + 4} \quad \dots\dots\dots(2)$$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

$$9. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^4\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y = x^4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z = x^4 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

$$10. r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^3 = x^4 + 1\}$$

วิธีทำ ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ จะได้ว่า

$$y^3 = x^4 + 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$z^3 = x^4 + 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ดังนั้น $y^3 = z^3$

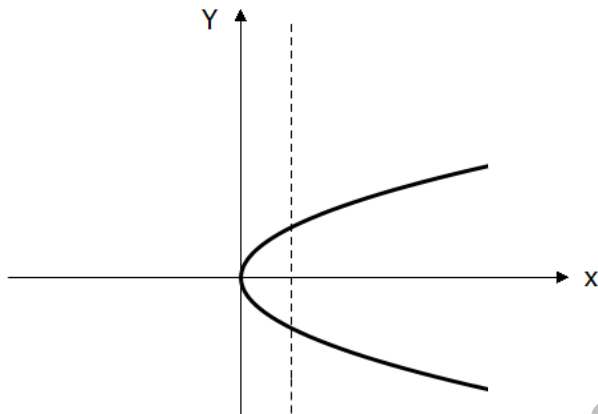
นั่นคือ $y = z$

แสดงว่า r เป็นฟังก์ชัน

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.4

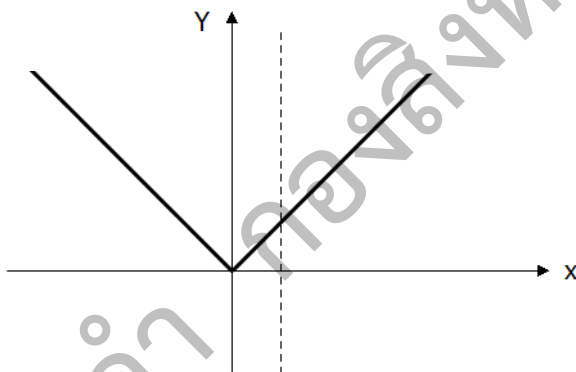
จากกราฟความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้วิธีที่ 3

1.



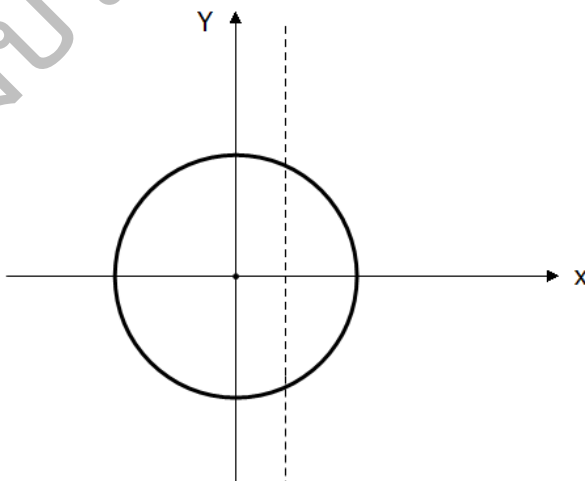
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ มากกว่า 1 จุด
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

2.



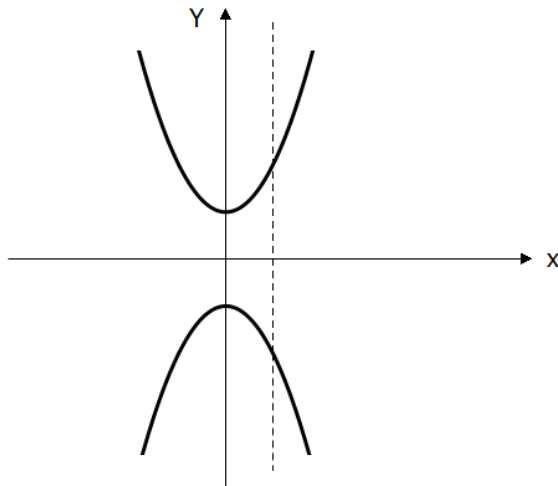
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

3.



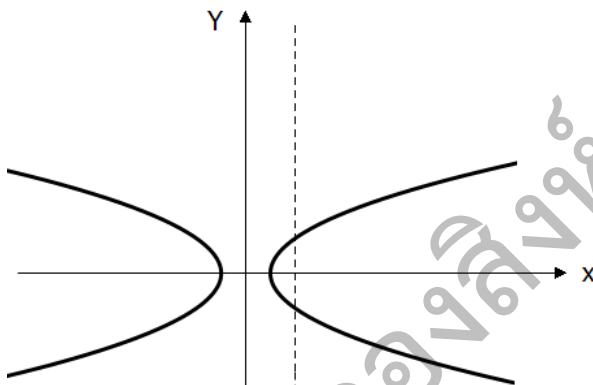
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ มากกว่า 1 จุด
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

4.



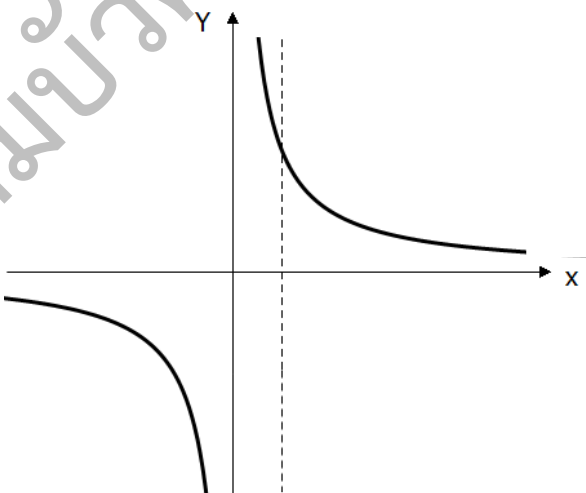
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ มากกว่า 1 จุด
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

5.



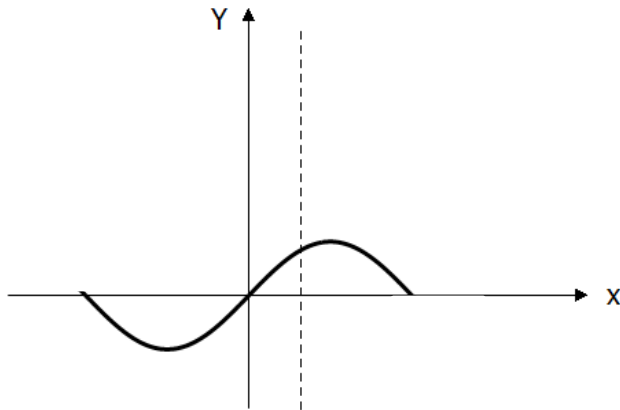
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ มากกว่า 1 จุด
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

6.



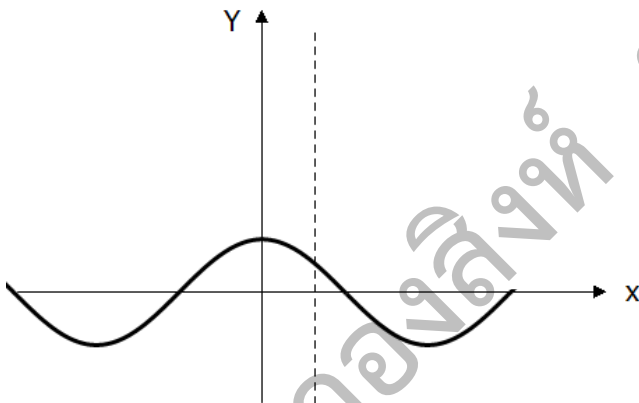
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

7.



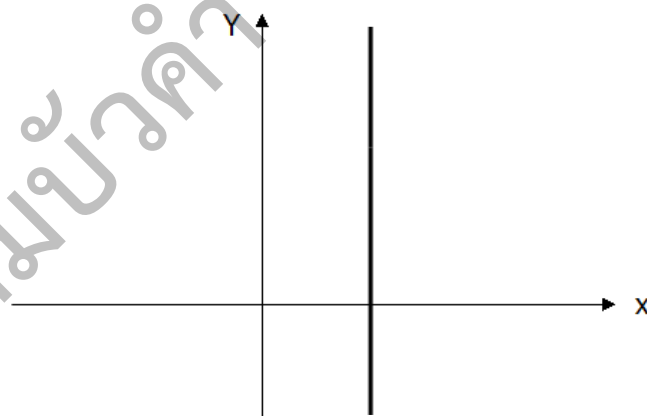
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

8.



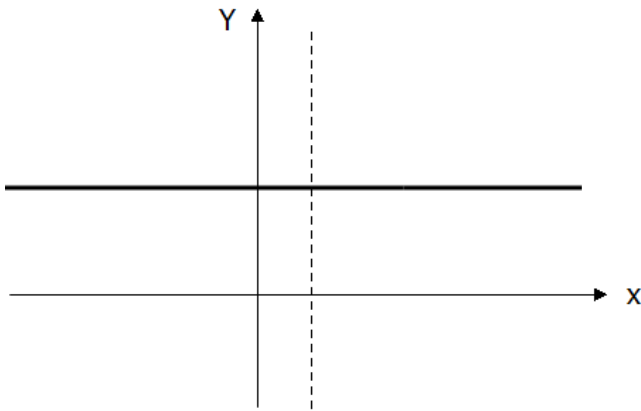
ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

9.



ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ มากกว่า 1 จุด
ดังนั้น r ไม่เป็นฟังก์ชัน

10.



ลากเส้นตรงขนานกับแกน Y
ตัดกราฟ ได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

ข้อ	คำตอบ
1	ข
2	ก
3	ค
4	ก
5	ค
6	ข
7	จ
8	ง
9	จ
10	ข

