



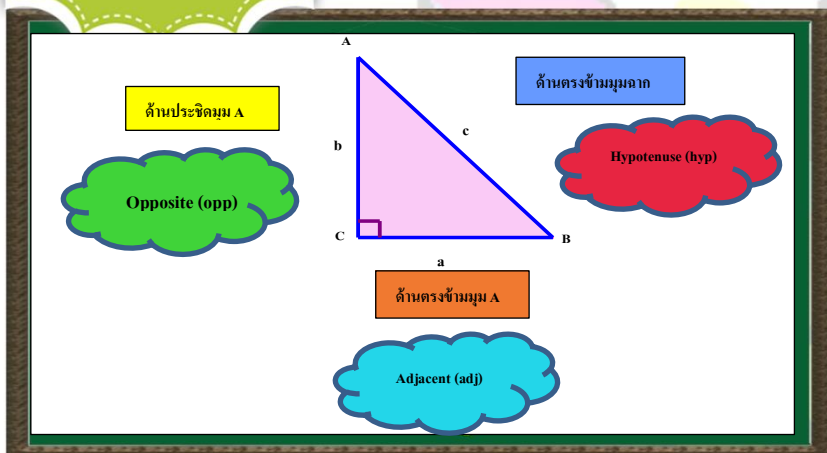
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัสวิชา ค32101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชุดที่ 2

อัตราส่วนตรีโกณมิติ



นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนประจวบวิทยาลัย

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 10



คำนำ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จัดทำขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้สูงขึ้น โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้แบบ 5E กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องตามกรอบสาระการเรียนรู้ และมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมีเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่หลากหลายสอดคล้องตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ จัดเรียงเนื้อหาวิชาจากง่ายไปยาก เน้นให้ผู้เรียนใช้วิธีการสืบเสาะ หาความรู้ กระตุ้นให้ผู้เรียนได้มีความสนใจและสนุกกับการเรียน ค้นพบองค์ความรู้จากการทำกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนรู้ และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทาง กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ตลอดจนผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาต่างๆ

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นี้ จะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนและครูผู้สอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่นำไปใช้ สามารถนำไปเป็นสื่อการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน ให้มีผลสัมฤทธิ์ที่สูงขึ้น และให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จตามเป้าหมายของหลักสูตรต่อไป

จิรภา ดุงศรีแก้ว

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้	1
ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้	1
ส่วนประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้	1
เวลาที่ใช้	2
คำแนะนำสำหรับครู	2
คำแนะนำสำหรับนักเรียน	3
แผนผังแสดงขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้	4
มาตรฐานการเรียนรู้	5
ตัวชี้วัด	5
จุดประสงค์การเรียนรู้	5
สาระสำคัญ	6
เอกสารแนบแนวทางที่ 1	8
ใบกิจกรรมที่ 2 สรุปรวสามเหลี่ยม	11
ใบความรู้ที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	18
บัตรคำถามที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	22
ใบงานที่ 2	25
แบบฝึกทักษะที่ 2	28
แบบทดสอบประจำชุดกิจกรรมที่ 2	30
บรรณานุกรม	34

คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น เพื่อใช้ควบคู่กับการจัดการเรียนการสอน รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 (ค32101) ที่เน้นการจัดการเรียนรู้ ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้แบบ 5E มีทั้งหมด 6 ชุด ซึ่งประกอบด้วย

ชุดที่	ชื่อชุดกิจกรรม	จำนวนคาบ
1	ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายและทฤษฎีพีทาโกรัส	3
2	อัตราส่วนตรีโกณมิติ	3
3	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม $30^\circ, 45^\circ$ และ 60°	3
4	ความสัมพันธ์ของด้าน ความสัมพันธ์ของมุม และความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ	2
5	ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง	3
6	การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	4

ซึ่งชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนจะศึกษาต่อไปนี้เป็น ชุดที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 2

ควรใช้ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนที่ 2

ส่วนประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ประกอบด้วย

ส่วนประกอบดังนี้

1. คำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
2. โครงสร้างของชุดกิจกรรมการเรียนรู้
3. เอกสารแนะแนวทางที่ 1
4. ใบกิจกรรมที่ 2 สรุปรวสามเหลี่ยม



5. ใบความรู้ที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติ
6. บัตรคำถามที่ 1
7. ใบงานที่ 2
8. แบบฝึกทักษะที่ 2
9. แบบทดสอบประจำชุดกิจกรรมที่ 2

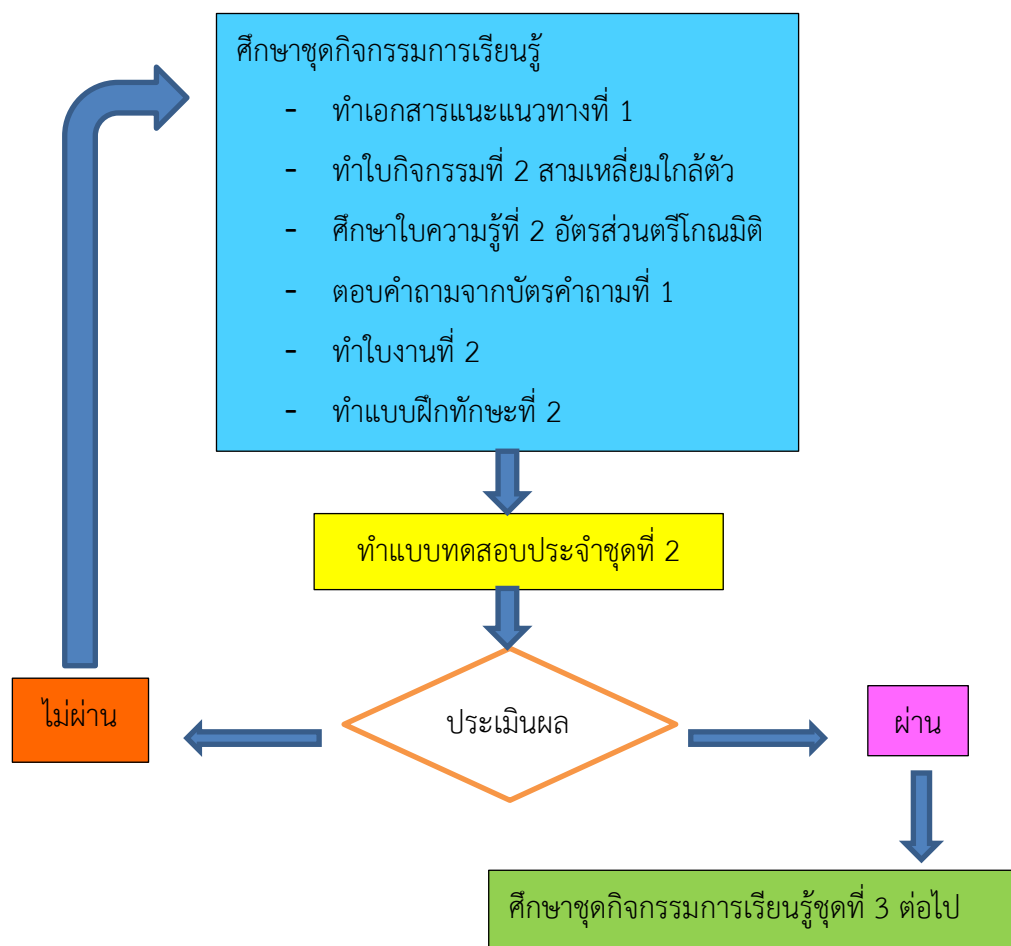
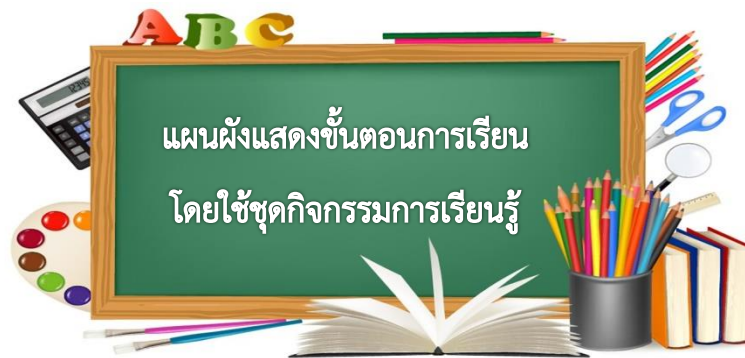
เวลาที่ใช้ 3 คาบ

คำแนะนำสำหรับครูผู้สอน

1. ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหาที่สอน ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ และคำชี้แจงต่างๆ ให้เข้าใจก่อนดำเนินการเรียนรู้
2. เตรียมสื่ออุปกรณ์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เพียงพอ เหมาะสม เรียงตามลำดับการใช้ก่อน – หลัง
3. ก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรแจ้งให้นักเรียนเข้าใจถึงบทบาทในการทำกิจกรรมต่างๆ แนะนำขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แนวปฏิบัติในระหว่างการทำกิจกรรม
4. ขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูคอยให้ความช่วยเหลือ แนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น และตอบข้อสงสัยต่างๆ ระหว่างเรียน พร้อมทั้งสังเกตและประเมินพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน
5. หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมครบตามขั้นตอนแล้ว ครูร่วมกับนักเรียนเฉลยกิจกรรมต่างๆ อภิปรายคำตอบร่วมกับนักเรียน แล้วบันทึกผลการประเมินทุกด้านตามเกณฑ์การให้คะแนน และสะท้อนผลให้นักเรียนทราบ
6. เก็บชุดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เรียบร้อย เพื่อสะดวกในการใช้ครั้งต่อไป

คำแนะนำสำหรับนักเรียน

1. รับทราบจุดประสงค์การเรียนรู้จากครูผู้สอน เพื่อทราบว่าจบกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจและทักษะกระบวนการในเรื่องใดบ้าง
2. เมื่อมอบหมายให้มีการแบ่งกลุ่ม นักเรียนควรจัดกลุ่ม และแต่ละกลุ่มนั่งเป็นกลุ่มด้วยความเป็นระเบียบ ตั้งชื่อกลุ่ม เลือกประธาน และเลขานุการของกลุ่มให้เรียบร้อย
3. ร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน และปฏิบัติตามคำชี้แจงในชุดกิจกรรม ด้วยความตั้งใจ กระตือรือร้น ไม่เล่น หรือคุย หรือทำกิจกรรมอื่นใดที่ไม่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนในเรื่องที่กำลังศึกษา
4. ปฏิบัติกิจกรรมต่างๆในชุดกิจกรรมด้วยความซื่อสัตย์ ตรงต่อเวลาตามที่กำหนด
5. หากมีข้อสงสัยในการปฏิบัติกิจกรรมให้ปรึกษาหารือกันภายในกลุ่ม หรือหากยังไม่เข้าใจ ควรสอบถามครูผู้สอน
6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมตามชุดกิจกรรมการเรียนรู้ เรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนร่วมกับครูตรวจสอบความถูกต้อง เพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของตนเอง
7. ให้นักเรียนทดสอบความรู้หลังเรียน หลังจากให้นักเรียนเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ จบแล้ว ด้วยแบบทดสอบประจำชุดกิจกรรมที่ 2
8. เมื่อนักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมิน ให้นักเรียนศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 ต่อไป แต่ในกรณีที่นักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์การประเมิน ให้ครูช่วยสอนซ่อมเสริม แนะนำให้คำปรึกษา ให้นักเรียนศึกษารายละเอียดเรียนรู้ และฝึกปฏิบัติอีกครั้ง จนกว่าจะผ่านเกณฑ์การประเมิน
9. เมื่อสิ้นสุดการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนควรตรวจสอบและเก็บชุดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เรียบร้อย แล้วส่งครูผู้สอน
10. ศึกษาความรู้เพิ่มเติมด้วยตนเอง



มาตรฐานการเรียนรู้

- ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัด

- ม.4-6/1 ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง
- ม.4-6/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียน

1. อธิบายสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. หาอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
3. อธิบายอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
4. สามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะกระบวนการ : นักเรียน

1. มีความสามารถในการคิด
2. มีความสามารถในการแก้ปัญหา
3. มีความสามารถในการสื่อสาร

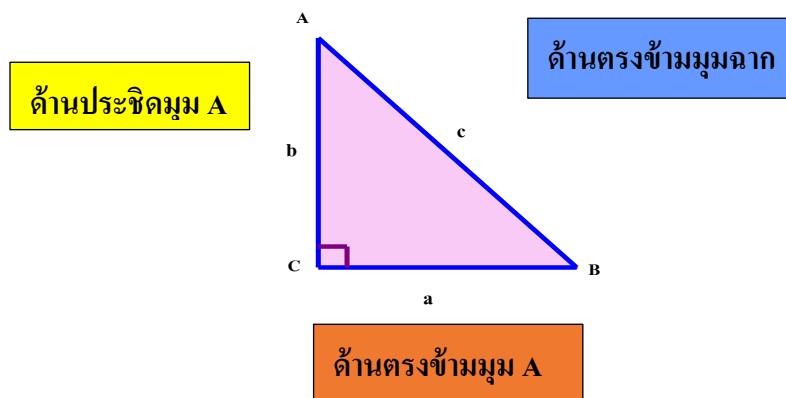
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน

1. มีระเบียบวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน



สาระสำคัญ

เมื่อ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป



จะได้อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

$$\text{ไซน์ (sine) ของมุม } A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{a}{c}$$

เขียนแทนด้วย $\sin A$

$$\text{โคไซน์ (cosine) ของมุม } A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{b}{c}$$

เขียนแทนด้วย $\cos A$

$$\text{แทนเจนต์ (tangent) ของมุม } A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{a}{b}$$

เขียนแทนด้วย $\tan A$

$$\text{ซีแคนต์ (secant) ของมุม } A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{c}{b}$$

เขียนแทนด้วย $\sec A$

$$\text{โคซีแคนต์ (cosecant) ของมุม } A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A} = \frac{c}{a}$$

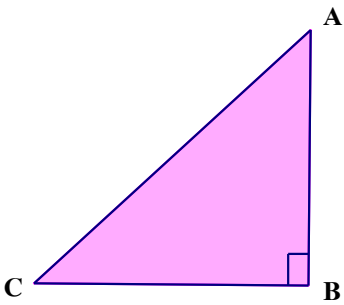
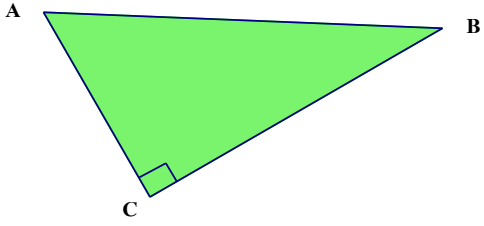
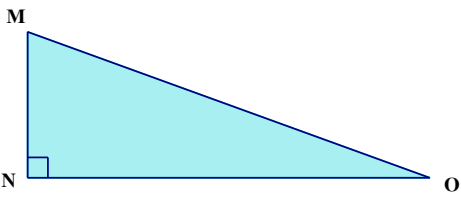
เขียนแทนด้วย cosecA

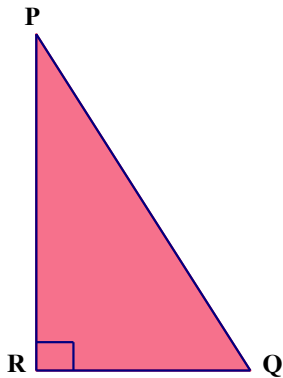
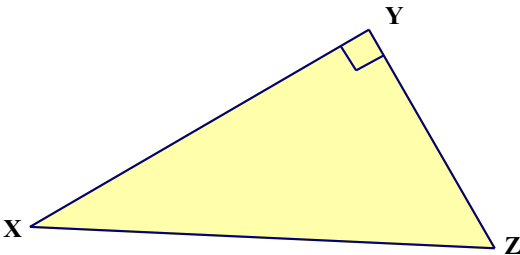
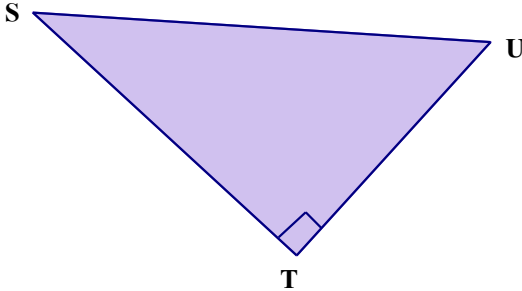
$$\text{โคแทนเจนต์ (cotangent) ของมุม } A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A} = \frac{b}{a}$$

เขียนแทนด้วย cotA

เอกสารแนะแนวทางที่ 1

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากดังรูป จงบอกชื่อด้านตามชื่อที่กำหนด

รูปสามเหลี่ยม	ชื่อของด้าน
(1) 	ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ ด้าน AC ด้านตรงข้ามมุม A คือ ด้าน BC ด้านประชิดมุม A คือ ด้าน AB ด้านตรงข้ามมุม C คือ ด้าน AB ด้านประชิดมุม C คือ ด้าน BC
(2) 	ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ ด้าน ด้านตรงข้ามมุม A คือ ด้าน ด้านประชิดมุม A คือ ด้าน ด้านตรงข้ามมุม B คือ ด้าน ด้านประชิดมุม B คือ ด้าน
(3) 	ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ ด้าน ด้านตรงข้ามมุม O คือ ด้าน ด้านประชิดมุม O คือ ด้าน ด้านตรงข้ามมุม M คือ ด้าน ด้านประชิดมุม M คือ ด้าน

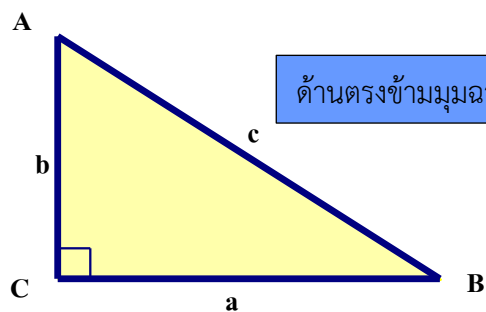
รูปสามเหลี่ยม	ชื่อของด้าน
(4) 	ด้าน PQ คือ ด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้าน PR คือ ด้านตรงข้ามมุม Q ด้าน RQ คือ ด้านตรงข้ามมุม P ด้าน PR คือ ด้านประชิดมุม P ด้าน RQ คือ ด้านประชิดมุม Q
(5) 	ด้าน XZ คือ ด้าน YZ คือมุม Z ด้าน XY คือมุม Z ด้าน XY คือมุม X ด้าน YZ คือมุม X
(6) 	ด้าน SU คือ ด้าน ST คือมุม U ด้าน UT คือมุม U ด้าน ST คือมุม S ด้าน UT คือมุม S



เมื่อ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป จะได้

ด้าน.....

ด้าน.....



ด้านตรงข้ามมุมฉาก

ด้าน.....

ด้าน.....

ใบกิจกรรมที่ 2
สำรวจสามเหลี่ยม

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนอธิบายสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. นักเรียนหาอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

คำชี้แจงชุดที่ 1

1. ประธานกลุ่มรับซองกิจกรรม ชุดที่ 1 โดยในแต่ละซองประกอบด้วย
 - รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 รูป
 - ไม้บรรทัด 12 นิ้ว
 - แบบบันทึกกิจกรรมที่ 2.1 ชุดที่ 1
2. สมาชิกในกลุ่มร่วมกันค้นหาคำตอบจากใบกิจกรรม โดยช่วยกันหาความยาวของด้าน AB ที่ได้จากกรวัด แล้วร่วมกันหาอัตราส่วน บันทึกลงในแบบบันทึกกิจกรรม
3. เวลาที่ใช้ในกิจกรรม 15 นาที
4. สมาชิกในกลุ่มร่วมกันอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น พร้อมสรุปความรู้ที่ได้

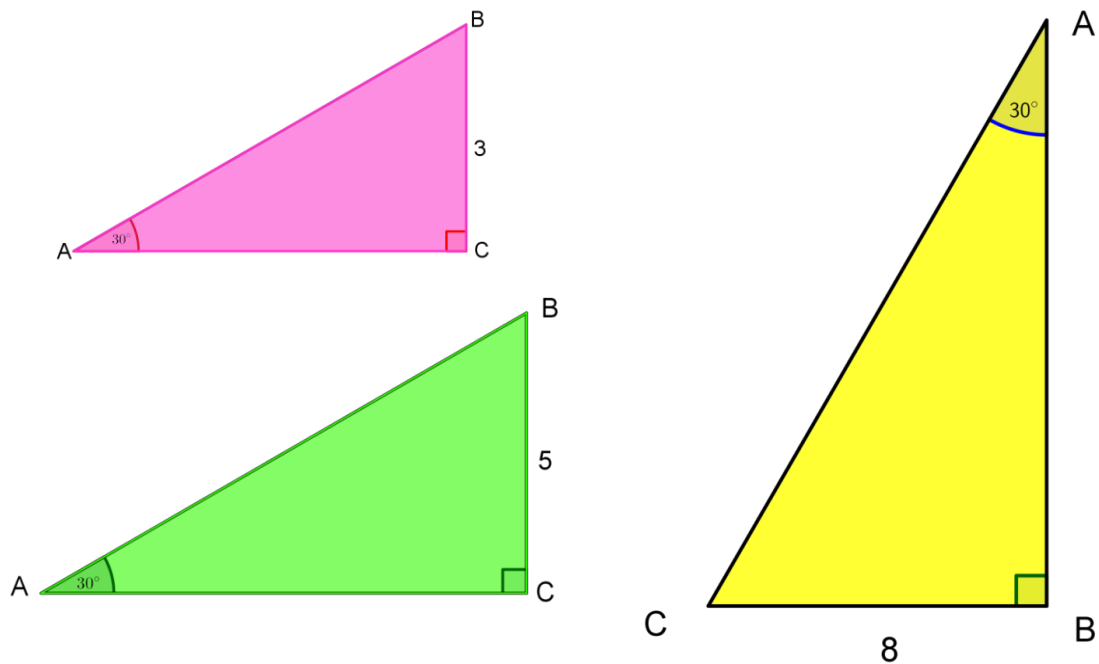
คำชี้แจงชุดที่ 2

1. ประธานกลุ่มรับซองกิจกรรม ชุดที่ 2 โดยในแต่ละซองประกอบด้วย
 - รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 1 ใบ
 - ไม้บรรทัด 12 นิ้ว
 - แบบบันทึกกิจกรรมที่ 2.1 ชุดที่ 2
2. สมาชิกในกลุ่มร่วมกันค้นหาคำตอบจากใบกิจกรรม โดยช่วยกันหาความยาวของด้านประชิดมุม A ที่ได้จากกรวัด และใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หาความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก แล้วร่วมกันหาอัตราส่วนระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และบันทึกลงในแบบบันทึกกิจกรรม
3. เวลาที่ใช้ในกิจกรรม 15 นาที
4. สมาชิกในกลุ่มร่วมกันอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น พร้อมสรุปความรู้ที่ได้

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำกิจกรรม

สำรวจสามเหลี่ยม ชุดที่ 1

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และมุม A มีขนาด 30° จำนวน 3 รูป

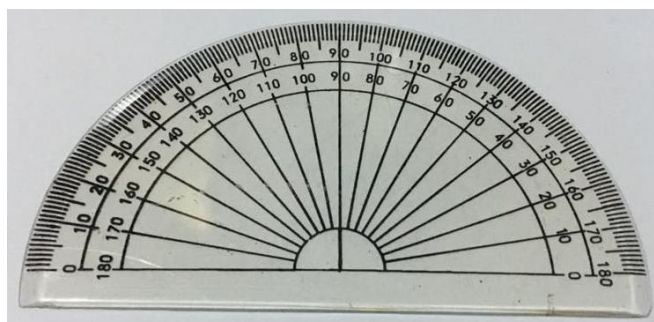


- ไม้บรรทัด



ภาพโดย นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

- ไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม



ภาพโดย นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

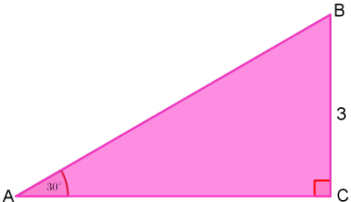
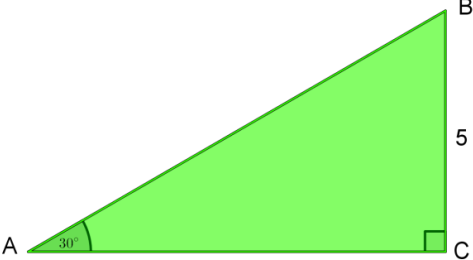
แบบบันทึกใบกิจกรรมที่ 2

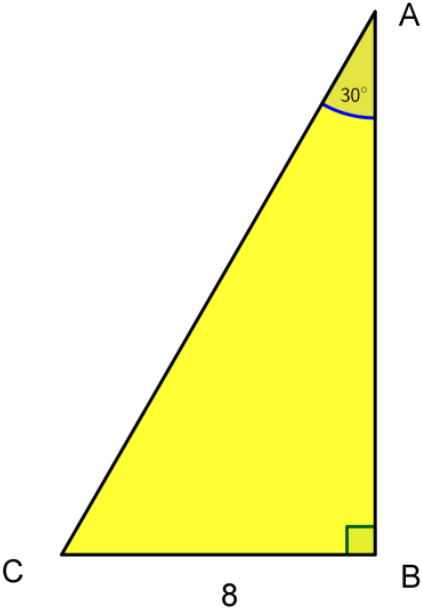
สำรวจสามเหลี่ยม ชุดที่ 1

กลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- 1).....เลขที่..... ประธาน
- 2).....เลขที่..... สมาชิก
- 3).....เลขที่..... สมาชิก
- 4).....เลขที่..... สมาชิก
- 5).....เลขที่..... เลขานุกร

รูปสามเหลี่ยม	ขนาดมุม A (องศา)	ความยาวด้าน BC (ซม.)	ความยาวด้าน AB (ซม.)	$\frac{BC}{AB}$
				
				

รูปสามเหลี่ยม	ขนาดมุม A (องศา)	ความยาวด้าน BC (ซม.)	ความยาวด้าน AB (ซม.)	$\frac{BC}{AB}$
				

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 รูปที่มีขนาดของมุมเท่ากัน

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม C

=

BC

AB

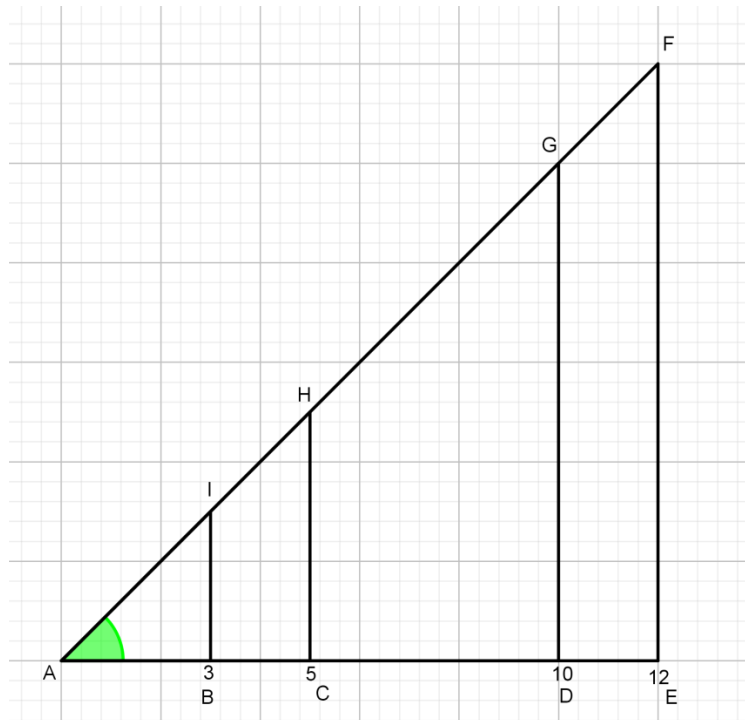
=

สังเกตเห็นว่าอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 รูปนี้เป็นอย่างไร

.....

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำกิจกรรม
สำรวจสามเหลี่ยม ชุดที่ 2

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดของมุม A เท่ากัน

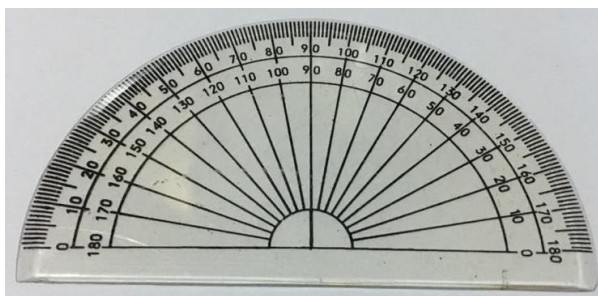


2. ไม้บรรทัด



ภาพโดย นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

3. ไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม



ภาพโดย นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

แบบบันทึกใบกิจกรรมที่ 2

สำรวจสามเหลี่ยม ชุดที่ 2

กลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

1).....เลขที่..... ประธาน

2).....เลขที่..... สมาชิก

3).....เลขที่..... สมาชิก

4).....เลขที่..... สมาชิก

5).....เลขที่..... เลขานุการ

รูป สามเหลี่ยม มุมฉาก	ขนาด มุม A (องศา)	ความยาว ด้านประชิด มุม A (ซม.) (ชิด)	ความยาว ด้านตรงข้าม มุม A (ซม.) (ข้าม)	ความยาว ด้านตรงข้าม มุมฉาก (ซม.) (ฉาก)	$\frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$	$\frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$	$\frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$
Δ ABI							
Δ ACH							
Δ ADG							
Δ AEF							

ช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้จาก
การทำกิจกรรมกันนะ



จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากัน

สังเกตเห็นว่า

1. อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านตรงข้ามมุม A กับด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นอย่างไร

.....

2. อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านประชิดมุม A กับด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นอย่างไร

.....

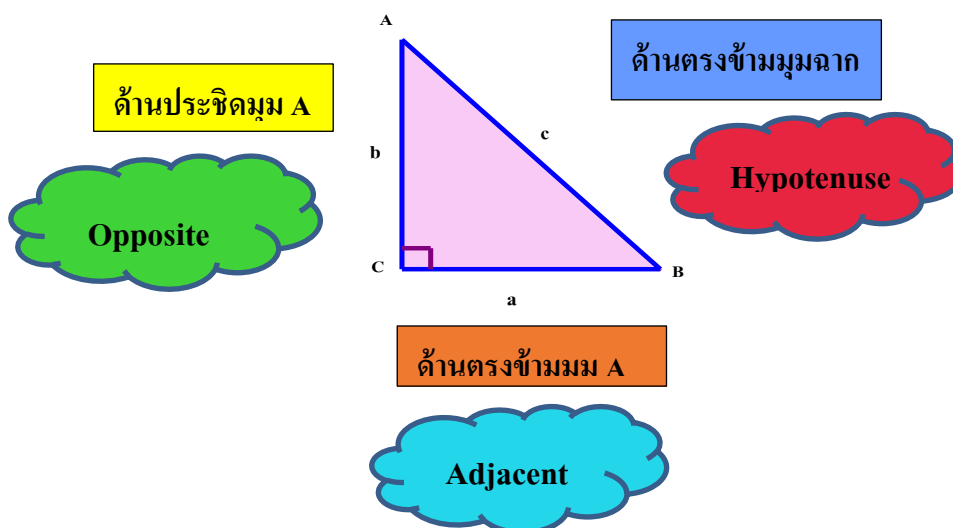
3. อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านตรงข้ามมุม A กับด้านประชิดมุม A ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นอย่างไร

.....



ใบความรู้ที่ 2

เมื่อ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป



จะได้อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

อัตราส่วน	หาได้จาก	ชื่ออัตราส่วน	สัญลักษณ์
$\frac{a}{c}$	$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$	ไซน์ (sine) ของมุม A	$\sin A$

อัตราส่วน	หาได้จาก	ชื่ออัตราส่วน	สัญลักษณ์
$\frac{b}{c}$	$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$	โคไซน์ (cosine) ของมุม A	$\cos A$

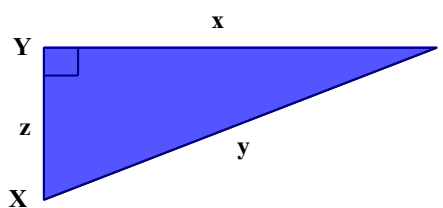
อัตราส่วน	หาได้จาก	ชื่ออัตราส่วน	สัญลักษณ์
$\frac{a}{b}$	$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$	แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A	$\tan A$

อัตราส่วน	หาได้จาก	ชื่ออัตราส่วน	สัญลักษณ์
$\frac{c}{b}$	$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$	ซีแคนต์ (secant) ของมุม A	secA

อัตราส่วน	หาได้จาก	ชื่ออัตราส่วน	สัญลักษณ์
$\frac{c}{a}$	$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$	โคซีแคนต์ (cosecant) ของมุม A	cosecA

อัตราส่วน	หาได้จาก	ชื่ออัตราส่วน	สัญลักษณ์
$\frac{b}{a}$	$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$	โคแทนเจนต์ (cotangent) ของมุม A	cotA

ตัวอย่างที่ 8 จงหาค่า sin, cos, tan, cosec, sec และ cot ของมุม X และ มุม Z



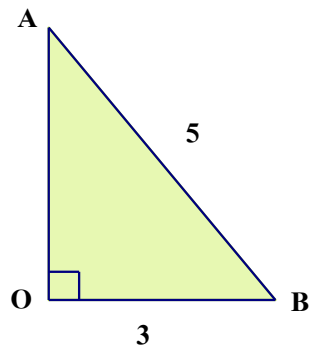
$$\sin X = \frac{x}{y} \quad \cos X = \frac{z}{y} \quad \tan X = \frac{x}{z}$$

$$\operatorname{cosec} X = \frac{y}{x} \quad \sec X = \frac{y}{z} \quad \cot X = \frac{z}{x}$$

$$\sin Z = \frac{z}{y} \quad \cos Z = \frac{x}{y} \quad \tan Z = \frac{z}{x}$$

$$\operatorname{cosec} X = \frac{y}{x} \quad \sec X = \frac{y}{x} \quad \cot X = \frac{x}{z}$$

ตัวอย่างที่ 9 จงหาค่า $\sin$, $\cos$, $\tan$, cosec , $\sec$ และ $\cot$ ของมุม A และ มุม B



โดย ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$5^2 = AO^2 + 3^2$$

$$AO^2 = 5^2 - 3^2$$

$$AO^2 = 25 - 9$$

$$AO^2 = 16$$

$$AO = 4$$

เราจึงได้ว่า

$$\sin A = \frac{3}{5}$$

$$\cos A = \frac{4}{5}$$

$$\tan A = \frac{3}{4}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}$$

$$\sec A = \frac{5}{4}$$

$$\cot A = \frac{4}{3}$$

$$\sin B = \frac{4}{5}$$

$$\cos B = \frac{3}{5}$$

$$\tan B = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec} B = \frac{5}{4}$$

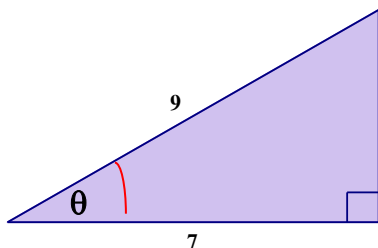
$$\sec B = \frac{5}{3}$$

$$\cot B = \frac{3}{4}$$



ตัวอย่างที่ 10 กำหนด $\cos\theta = \frac{7}{9}$ จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือของมุม θ

จากโจทย์ เราสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้ดังนี้



เราจะได้อัตราส่วนที่เหลือดังนี้

$$\sin\theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\operatorname{cosec}A = \frac{1}{\sin A} = \frac{9}{4\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{8}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{7}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{8}$$

สมมติให้ความยาวด้านที่เหลือเท่ากับ x

โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$9^2 = 7^2 + x^2$$

$$x^2 = 9^2 - 7^2$$

$$x^2 = 81 - 49$$

$$x^2 = 32$$

$$x = \sqrt{32}$$

$$x = 4\sqrt{2}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos} = \frac{9}{7}$$



บัตรคำถามที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ข้อ 1 นาฬิกาวงกลม ขนาดรัศมี 14.30 เซนติเมตร บอกเวลา 09.00 น.



ภาพโดย นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

เมื่อพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก ด้าน a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จงหาความยาวด้าน c และอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A

ข้อ	สามเหลี่ยม ABC	ความยาวด้าน (เซนติเมตร)		
		a	b	c
1.		9	7	

บัตรคำถามที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ข้อ 2 หมอนอิงสามเหลี่ยม



ภาพโดย นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

เมื่อพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก ด้าน a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จงหาความยาวด้าน c และอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A

ข้อ	สามเหลี่ยม ABC	ความยาวด้าน (เซนติเมตร)		
		a	b	c
2.		27.5	16	

บัตรคำถามที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ข้อ 3 เหล็กดัดติดหน้าต่างห้องเรียน



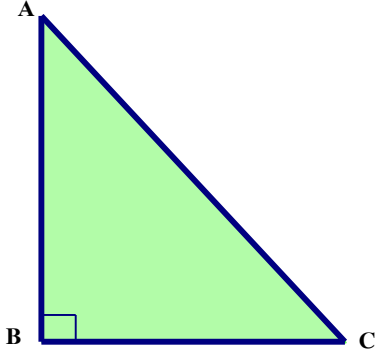
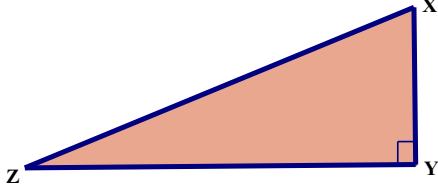
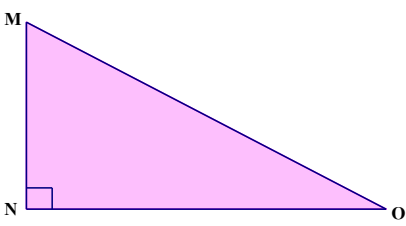
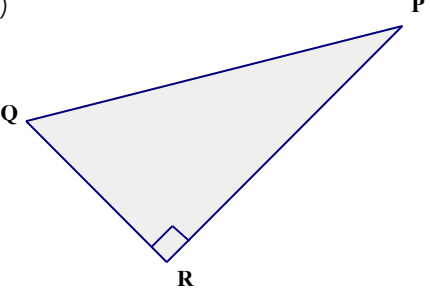
ภาพโดย นางจิรภา ดุงศรีแก้ว

เมื่อพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก ด้าน a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จงหาความยาวด้าน c และอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A

ข้อ	สามเหลี่ยม ABC	ความยาวด้าน (เซนติเมตร)		
		a	b	c
3.		16.5	15	

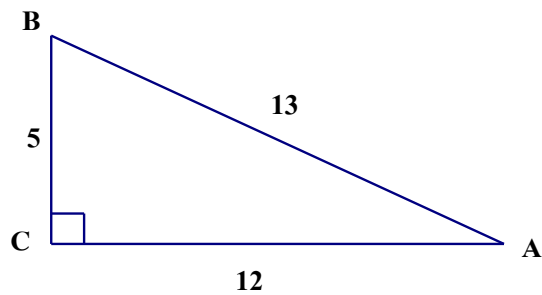
ใบงานที่ 2

1. จากอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบให้สมบูรณ์

รูปสามเหลี่ยม	อัตราส่วนของความยาวด้าน
(1) 	$\frac{AB}{AC} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } C}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \sin C$ $\frac{BC}{AC} = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } C}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \cos C$ $\frac{AB}{BC} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } C}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } C} = \tan C$
(2) 	$\frac{YZ}{XZ} = \dots\dots\dots X, \frac{XY}{XZ} = \dots\dots\dots X$ $\frac{YZ}{XY} = \dots\dots\dots X, \frac{XY}{XZ} = \dots\dots\dots Z$ $\frac{YZ}{XZ} = \dots\dots\dots Z, \frac{XY}{YZ} = \dots\dots\dots Z$
(3) 	$\frac{MN}{MO} = \dots\dots\dots O, \frac{NO}{MO} = \dots\dots\dots O$ $\frac{NO}{MN} = \dots\dots\dots O, \frac{NO}{MN} = \dots\dots\dots M$ $\frac{NO}{MN} = \dots\dots\dots O, \frac{NO}{MN} = \dots\dots\dots M$
(4) 	$\sin P = \dots\dots\dots, \sin Q = \dots\dots\dots$ $\cos P = \dots\dots\dots, \cos Q = \dots\dots\dots$ $\tan P = \dots\dots\dots, \tan Q = \dots\dots\dots$

2. จงหาค่าไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ ซีแคนต์ โคซีแคนต์ และโคแทนเจนต์ ของมุม A และมุม B จากรูปต่อไปนี้

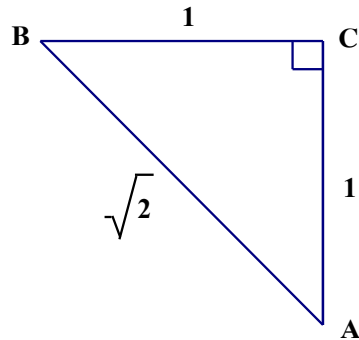
1)



$\sin A = \dots\dots\dots$	$\operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots$
$\cos A = \dots\dots\dots$	$\sec A = \dots\dots\dots$
$\tan A = \dots\dots\dots$	$\cot A = \dots\dots\dots$

$\sin B = \dots\dots\dots$	$\operatorname{cosec} B = \dots\dots\dots$
$\cos B = \dots\dots\dots$	$\sec B = \dots\dots\dots$
$\tan B = \dots\dots\dots$	$\cot B = \dots\dots\dots$

2)



$$\sin A = \dots\dots\dots \quad \operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots \quad \sec A = \dots\dots\dots$$

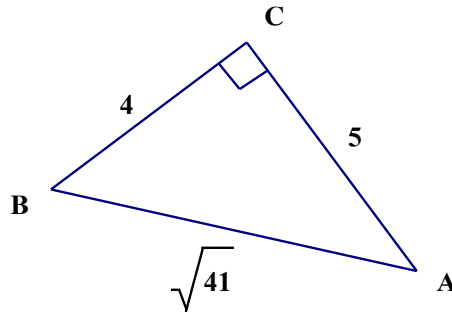
$$\tan A = \dots\dots\dots \quad \cot A = \dots\dots\dots$$

$$\sin B = \dots\dots\dots \quad \operatorname{cosec} B = \dots\dots\dots$$

$$\cos B = \dots\dots\dots \quad \sec B = \dots\dots\dots$$

$$\tan B = \dots\dots\dots \quad \cot B = \dots\dots\dots$$

3)



$$\sin A = \dots\dots\dots \quad \operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots \quad \sec A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots \quad \cot A = \dots\dots\dots$$

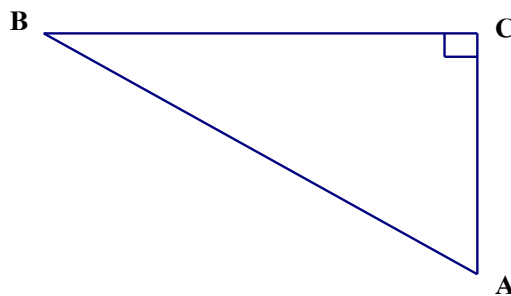
$$\sin B = \dots\dots\dots \quad \operatorname{cosec} B = \dots\dots\dots$$

$$\cos B = \dots\dots\dots \quad \sec B = \dots\dots\dots$$

$$\tan B = \dots\dots\dots \quad \cot B = \dots\dots\dots$$

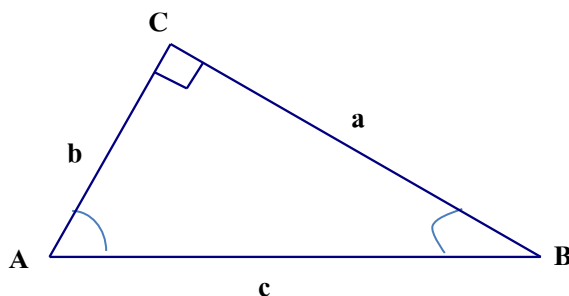
แบบฝึกทักษะที่ 2

1. จากรูปและค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของ x ที่กำหนด จงหาว่า x คือ มุม A หรือมุม B



1) $\sin x = \frac{BC}{AB}$ ดังนั้น x คือ มุม	2) $\sin x = \frac{AC}{AB}$ ดังนั้น x คือ มุม
3) $\cos x = \frac{AC}{AB}$ ดังนั้น x คือ มุม	4) $\cos x = \frac{BC}{AB}$ ดังนั้น x คือ มุม
5) $\tan x = \frac{AC}{BC}$ ดังนั้น x คือ มุม	6) $\tan x = \frac{BC}{AC}$ ดังนั้น x คือ มุม

2. จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นค่าไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ ซีแคนต์ โคซีแคนต์ และโคแทนเจนต์ ของมุมที่กำหนดให้



1) $A = \frac{a}{c}$	2) $B = \frac{a}{c}$	3) $A = \frac{c}{b}$
4) $B = \frac{c}{b}$	5) $A = \frac{a}{b}$	6) $B = \frac{a}{b}$

3. กำหนด $\sin \theta = \frac{11}{61}$ จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือของมุม θ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

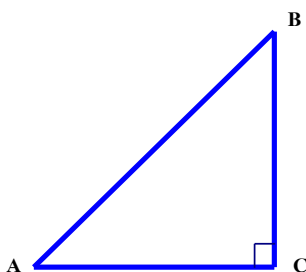
.....

.....

แบบทดสอบประจำชุดกิจกรรมที่ 2
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

คำชี้แจง: ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น แล้วทำเครื่องหมาย X ลงใน
กระดานคำตอบ

จากรูป ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 1 – 4



1. ด้าน BC มีชื่อเรียกตามข้อใด

ก. ด้านตรงข้ามมุม A

ข. ด้านตรงข้ามมุม B

ค. ด้านประชิดมุม C

ง. ด้านตรงข้ามมุมฉาก

2. ข้อใดเป็นอัตราส่วนของ $\sin A$

ก. $\frac{AC}{BC}$

ข. $\frac{AC}{AB}$

ค. $\frac{BC}{AC}$

ง. $\frac{BC}{AB}$

3. ข้อใดเป็นอัตราส่วนของ $\cos A$

ก. $\frac{AC}{BC}$

ข. $\frac{AC}{AB}$

ค. $\frac{BC}{AC}$

ง. $\frac{BC}{AB}$

4. ข้อใดเป็นอัตราส่วนของ $\tan B$

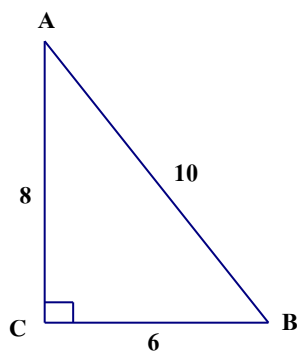
ก. $\frac{AC}{BC}$

ข. $\frac{AC}{AB}$

ค. $\frac{BC}{AC}$

ง. $\frac{BC}{AB}$

5. จากรูป ค่าของ $\sec B$ ตรงกับข้อใด



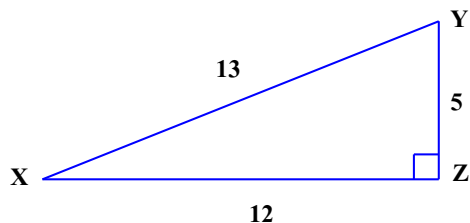
ก. $\frac{6}{10}$

ข. $\frac{6}{8}$

ค. $\frac{10}{6}$

ง. $\frac{10}{8}$

6. จากรูป ค่าของ $\operatorname{cosec} Y$ ตรงกับข้อใด



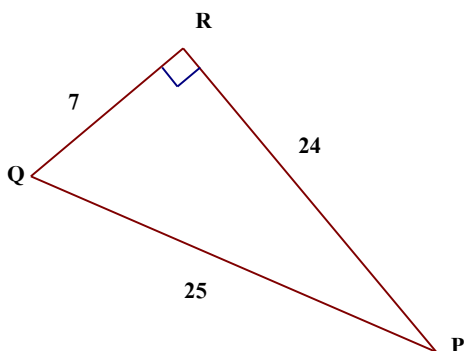
ก. $\frac{13}{5}$

ข. $\frac{13}{12}$

ค. $\frac{12}{5}$

ง. $\frac{12}{13}$

7. จากรูป ค่าของ $\cot P$ ตรงกับข้อใด



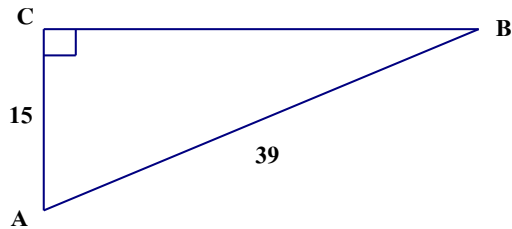
ก. $\frac{7}{25}$

ข. $\frac{25}{24}$

ค. $\frac{25}{7}$

ง. $\frac{24}{7}$

8. จากรูป ค่าของ $\sin A$ ตรงกับข้อใด



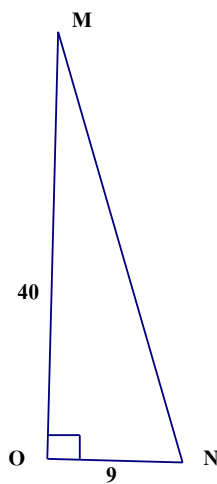
ก. $\frac{36}{39}$

ข. $\frac{27}{39}$

ค. $\frac{20}{39}$

ง. $\frac{15}{39}$

9. จากรูป ค่าของ $\cos N$ ตรงกับข้อใด



ก. $\frac{40}{49}$

ข. $\frac{9}{49}$

ค. $\frac{40}{41}$

ง. $\frac{9}{41}$

10. กำหนด $\cos \theta = \frac{1}{4}$ แล้วค่าของ $\tan \theta$ ตรงกับข้อใด

ก. $\sqrt{7}$

ข. $\sqrt{15}$

ค. $\frac{1}{\sqrt{7}}$

ง. $\frac{1}{\sqrt{15}}$

กระดาษคำตอบประจำชุดกิจกรรมที่ 2

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชื่อ - สกุลชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง: ให้ทำเครื่องหมาย X ลงในช่องที่เลือกตอบ

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	
เต็ม	10
ได้	

☐ ผ่าน ☐ ไม่ผ่าน

บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล. (2553). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 2. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กลุ่มพัฒนากระบวนการเรียนรู้ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษาสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2555). *แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ส.เจริญ การพิมพ์.
- . (2555). *คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- . (2556). *คู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6* กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สกสศ. ลาตพรว.
- . (2556). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6* กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สกสศ. ลาตพรว.
- สมบัติ การจนารักพงศ์. (2549). *เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง* กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ธารอักษร
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษาสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). *ตัวชี้วัดและ* *สาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา. (2553). *แนวการจัดการเรียนรู้ตามมาตรา 22 ของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553*. สืบค้นเมื่อ 8 เมษายน 2557, จาก <https://person.mwit.ac.th/01-Statutes/NationalEducation.pdf>