

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 32201)

เรื่อง ฟังก์ชันลอการิทึม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

logarithm



สมบัติของลอการิทึม

$$a^{\log_a M} = M$$

โดย นางวรรณิกา กลนิชนกุล
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการ
โรงเรียนวัดจันทราวาส(สุขประसारราชบุรี)
อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบุรี
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา

คำนำ

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 32201) เรื่องฟังก์ชันลอการิทึม ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 ชุด ประกอบด้วย

- ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชันลอการิทึม
- ชุดที่ 2 สมบัติของลอการิทึม
- ชุดที่ 3 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม
- ชุดที่ 4 ลอการิทึมสามัญ
- ชุดที่ 5 แอนติลอการิทึม
- ชุดที่ 6 การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม
- ชุดที่ 7 สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม

แบบฝึกทักษะชุดนี้ เป็นชุดที่ 2 สมบัติของลอการิทึม ประกอบด้วย ใบความรู้และแบบฝึกทักษะ ให้นักเรียนได้ศึกษาและฝึกทักษะ เพื่อพัฒนาการคิด คำนวณอย่างมีเหตุผล มีเนื้อหาที่เรียงจากง่ายไปหายาก เหมาะสมกับนักเรียนและ สามารถเรียนรู้ด้วยตนเองได้



คำแนะนำ

แบบฝึกทักษะชุดนี้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง
ก่อนที่จะศึกษาและเรียนรู้ นักเรียนควรทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ศึกษาใบความรู้และทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะ
3. ฝึกทักษะการคิดคำนวณ โดยเชื่อมโยงแนวคิด
จากใบความรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบเรื่องนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

หาค่าลอการิทึมฐานต่าง ๆ ได้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

ใบความรู้
เรื่อง สมบัติของลอการิทึม

ถ้า M , N เป็นจำนวนจริงบวก และ $a > 0$, $a \neq 1$ และ k เป็นจำนวนจริง

สมบัติข้อที่ 1 $\log_a a = 1$

สมบัติข้อที่ 2 $\log_a 1 = 0$

สมบัติข้อที่ 3 $\log_a M^k = k \log_a M$

สมบัติข้อที่ 4 $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

สมบัติข้อที่ 5 $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

สมบัติข้อที่ 6 $\log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$

สมบัติข้อที่ 7 $\log_a \frac{1}{N} = \log_{\frac{1}{a}} N = -\log_a N$

สมบัติข้อที่ 8 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

สมบัติข้อที่ 9 $a^{\log_a M} = M$

สมบัติข้อที่ 10 $\log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M$



สมบัติข้อที่ 1 $\log_a a = 1$

พิสูจน์ กำหนดให้ $\log_a a = x$

จะได้ $a^x = a$

$$a^x = a^1$$

$$x = 1$$

ดังนั้น $\log_a a = 1$

จากนิยามของลอการิทึม

สมบัติเลขยกกำลัง

ตัวอย่าง

$$\log_3 3 = 1$$

$$\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{9} = 1$$

$$\log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} = 1$$

สมบัติข้อที่ 2 $\log_a 1 = 0$

พิสูจน์ กำหนดให้ $\log_a 1 = x$

จะได้ $a^x = 1$

$$a^x = a^0$$

$$x = 0$$

ดังนั้น $\log_a 1 = 0$

จากนิยามของลอการิทึม

สมบัติเลขยกกำลัง

ตัวอย่าง

$$\log_3 1 = 0$$

$$\log_2 1 = 0$$

$$\log_{\sqrt{5}} 1 = 0$$

สมบัติข้อที่ 3 $\log_a M^k = k \log_a M$

จากนิยามของลอการิทึม

พิสูจน์ กำหนดให้ $\log_a M = x$

จะได้ $M = a^x$

$$M^k = a^{xk}$$

$$\log_a M^k = kx$$

ดังนั้น $\log_a M^k = k \log_a M$

ยกกำลัง k ทั้งสองข้าง

จากนิยามของลอการิทึม

แทนค่า $x = \log_a M$

ตัวอย่าง

1) $\log_4 2^5 = 5 \log_4 2$

2) $\log_2 10^6 = 6 \log_2 10$

3) $\log_5 5^{-2} = -2 \log_5 5$

4) $\log_3 1^{-4} = -4 \log_3 1$

5) $\log_5 0.2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_5 0.2$

6) $\log_3 3^2 = 2 \log_3 3$

$$= 2 \cdot 1$$

$$= 2$$

7) $\log_5 125 = \log_5 5^3$

$$= 3 \log_5 5$$

$$= 3 \cdot 1$$

$$= 3$$

ใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\log_a a = 1$$

เปลี่ยน 125 เป็น 5^3

ใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\log_a a = 1$$

แบบฝึกทักษะที่ 2.1

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 1 – 3)

คำชี้แจง จงหาคำตอบของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\log_3 3 = \dots\dots\dots$
2. $\log_7 1 = \dots\dots\dots$
3. $\log_2 2 = \dots\dots\dots$
4. $\log_5 1 = \dots\dots\dots$
5. $\log_4 4 = \dots\dots\dots$
6. $\log_3 3^5 = \dots\dots\dots$
7. $\log_{10} 10^3 = \dots\dots\dots$
8. $\log_5 5^{-2} = \dots\dots\dots$
9. $\log_7 49 = \dots\dots\dots$
10. $\log_{10} 10,000 = \dots\dots\dots$
11. $\log_4 \frac{1}{64} = \dots\dots\dots$
12. $\log_2 4 + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} + \log_6 1 = \dots\dots\dots$
13. $\log_5 125 \cdot \log_{18} 1 = \dots\dots\dots$
14. $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{9} = \dots\dots\dots$
15. $\log_2 \sqrt[3]{2} + \log_{\frac{1}{3}} 9 + \log_{10} 100 = \dots\dots\dots$

สมบัติข้อที่ 4 $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

พิสูจน์ กำหนดให้ $\log_a M = x$ และ $\log_a N = y$

จะได้

$$M = a^x \text{ และ } N = a^y$$

$$MN = a^x \cdot a^y$$

$$MN = a^{x+y}$$

นั่นคือ $\log_a MN = x + y$

ดังนั้น $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

จากนิยามของลอการิทึม

จากสมบัติการคูณเลขยกกำลัง

จากนิยามของลอการิทึม

แทนค่า x, y

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 1) \quad \log_3 15 &= \log_3 (3 \times 5) \\ &= \log_3 3 + \log_3 5 \\ &= 1 + \log_3 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \log_2 200 &= \log_2 (2 \times 100) \\ &= \log_2 2 + \log_2 100 \\ &= 1 + \log_2 10^2 \\ &= 1 + 2\log_2 10 \end{aligned}$$

แบบฝึกทักษะที่ 2.2

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 4)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\log_4 2 + \log_4 32 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

2. $\log_3 3\sqrt{3} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

3. $\log_{12} 9 + \log_{12} 16 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

4. $\log_{10} 5 + \log_{10} 2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

5. $\log_6 3 + \log_6 12$ =.....

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

6. $\log_{10} 4 + \log_{10} 0.0025$ =.....

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

7. $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 8$ =.....

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

8. $\log_{10} 25 + \log_{10} 10 + \log_{10} 4$

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

=.....

สมบัติข้อที่ 5 $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

พิสูจน์ กำหนดให้ $\log_a M = x$ และ $\log_a N = y$

จากนิยามของลอการิทึม

จะได้ $M = a^x$ และ $N = a^y$

$$\frac{M}{N} = \frac{a^x}{a^y}$$

จากสมบัติการหารเลขยกกำลัง

$$\frac{M}{N} = a^{x-y}$$

นั่นคือ $\log_a \frac{M}{N} = x - y$

จากนิยามของลอการิทึม

ดังนั้น $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

แทนค่า x, y

ตัวอย่าง

1) $\log_2 \frac{16}{5} = \log_2 16 - \log_2 5$

2) $\log_3 \frac{10}{3} = \log_3 10 - \log_3 3$

3) $\log_5 \frac{25}{0.01} = \log_5 25 - \log_5 0.01$

4) $\log_2 112 - \log_2 7 = \log_2 \left(\frac{112}{7} \right)$

$$= \log_2 16$$

$$= \log_2 2^4$$

$$= 4 \log_2 2$$

$$= 4$$

แบบฝึกทักษะที่ 2.3

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 5)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\log_4 \frac{16}{64}$ =.....

=.....

=.....

=.....

2. $\log_2 \frac{4}{16}$ =.....

=.....

=.....

=.....

3. $\log_{12} \frac{1}{12}$ =.....

=.....

=.....

=.....

4. $\log_2 16 - \log_2 2$ =.....

=.....

=.....

=.....

=.....

5. $\log_2 80 - \log_2 5$ =.....

=.....

=.....

=.....

=.....

6. $\log_{10} 400 - \log_{10} 4 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

7. $\log_3 125 - \log_3 60 + \log_3 27 - \log_3 25 + \log_3 12$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

8. $1 + \log_4 8 - \log_4 2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

9. $\log_3 6 - \log_3 2 + 2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

10. $\log_6 4 + \log_6 18 - \log_6 2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

สมบัติข้อที่ 6 $\log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$

พิสูจน์ กำหนดให้ $\log_N M = x$

จะได้ $M = N^x$

$$\log_a M = \log_a N^x$$

$$\log_a M = x \log_a N$$

$$\frac{\log_a M}{\log_a N} = x$$

นั่นคือ $\frac{\log_a M}{\log_a N} = \log_N M$

จากนิยามของลอการิทึม

ใส่ log ทั้งสองข้าง

จากสมบัติของลอการิทึม

สมบัติการหาร

แทนค่า $\log_N M = x$

ตัวอย่าง

1) $\log_3 9 = \frac{\log_2 9}{\log_2 3}$

2) $\log_6 5 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 6}$

3) $\log_8 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 8}$

4) $\frac{\log_4 x}{\log_4 4} = \log_4 x$

5) $\frac{\log_5 y}{\log_5 3} = \log_3 y$

สมบัติข้อที่ 7 $\log_a \frac{1}{N} = \log_{\frac{1}{a}} N = -\log_a N$

พิสูจน์ จาก $\log_a \frac{1}{N} = \log_a N^{-1}$

$\frac{1}{N} = N^{-1}$

$= -\log_a N \dots \dots \dots (1)$

จากสมบัติของลอการิทึม

ให้ b เป็นจำนวนจริงบวกที่ $b \neq 1$

จาก $\log_{\frac{1}{a}} N = \log_{a^{-1}} N$

สมบัติของเลขยกกำลัง

$\frac{1}{a} = a^{-1}$

$= \frac{\log_b N}{\log_b a^{-1}}$

$= \frac{\log_b N}{-\log_b a}$

$= -\frac{\log_b N}{\log_b a}$

$= -\log_a N \dots \dots \dots (2)$

จากสมบัติของลอการิทึม

จาก (1) และ (2) จะได้ว่า $\log_a \frac{1}{N} = \log_{\frac{1}{a}} N = -\log_a N$

ตัวอย่าง จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) $\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 9^{-1}$

$\frac{1}{9} = 9^{-1}$

$= -\log_3 9$

$= -\log_3 3^2$

$= -2\log_3 3$

$= -2(1)$

$= -2$

ใช้สมบัติ $\log_a N^{-1} = -\log_a N$

$$\begin{aligned} 2) \quad \log_2 \frac{1}{8} &= \log_2 8^{-1} \\ &= -1 \log_2 2^3 \\ &= -3 \log_2 2 \\ &= -3(1) \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \log_{\frac{1}{2}} 16 &= -\log_2 16 \\ &= -\log_2 2^4 \\ &= -4 \log_2 2 \\ &= -4(1) \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} &= -\log_{\frac{1}{3}} 27 \\ &= -(-\log_3 27) \\ &= \log_3 27 \\ &= \log_3 27 \\ &= \log_3 27 \\ &= 3 \end{aligned}$$



สมบัติข้อที่ 8 ให้ a, b และ x เป็นจำนวนจริงบวกที่ $a \neq 1$ และ $x \neq 1$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

พิสูจน์ จาก

$$\begin{aligned}\log_a b &= \frac{\log_x b}{\log_x a} \\ &= \frac{\log_x b}{\log_x b} \div \frac{\log_x a}{\log_x b} \\ &= \frac{1}{\log_b a}\end{aligned}$$

นั่นคือ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

จากสมบัติของลอการิทึม

นำ $\log_x b$ หารทั้งเศษและ

จากสมบัติของลอการิทึม

$$\frac{\log_x a}{\log_x b} = \log_b a$$

ตัวอย่าง

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) $\log_3 5 = \frac{1}{\log_5 3}$

2) $\begin{aligned}\log_{125} 5 &= \frac{1}{\log_5 125} \\ &= \frac{1}{\log_5 5^3} \\ &= \frac{1}{3\log_5 5} \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$

สมบัติข้อที่ 9 $a^{\log_a M} = M$

พิสูจน์

ให้ $\log_a M = x$

จะได้ $M = a^x$

$M = a^{\log_a M}$

นั่นคือ $a^{\log_a M} = M$

จากสมบัติของลอการิทึม

แทนค่า $x = \log_a M$

ตัวอย่าง

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) $2^{\log_2 9} = 9$

2) $4^{\log_2 5} = 2^{2 \log_2 5}$

$= 2^{\log_2 5^2}$

$= 2^{\log_2 25}$

$= 25$

3) จงหาค่าของ $2^{2-\log_2 7}$

$2^{2-\log_2 7} = 2^{2 \log_2 2 - \log_2 7}$

$= 2^{\log_2 2^2 - \log_2 7}$

$= 2^{\log_2 4 - \log_2 7}$

$= 2^{\log_2 \left(\frac{4}{7}\right)}$

$= \frac{4}{7}$

สมบัติข้อที่ 10

$$\log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M$$

พิสูจน์ กำหนดให้ b เป็นจำนวนจริงที่ $b \neq 1$

$$\begin{aligned} \log_{a^k} M &= \frac{\log_b M}{\log_b a^k} \\ &= \frac{\log_b M}{k \log_b a} \\ &= \frac{1}{k} \times \frac{\log_b M}{\log_b a} \\ &= \frac{1}{k} \log_a M \end{aligned}$$

จากสมบัติของลอการิทึม

นั่นคือ $\log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M$

ตัวอย่าง

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) $\log_{3^2} 4 = \frac{1}{2} \log_3 4$

2) $\log_{2^5} 2 = \frac{1}{5} \log_2 2$
 $= \frac{1}{5}$

3) $\log_{10^3} 100 = \frac{1}{3} \log_{10} 100$
 $= \frac{1}{3} \log_{10} 10^2$
 $= \frac{2}{3}$

4) $\log_{5^2} 5 = \frac{1}{2} \log_5 5$
 $= \frac{1}{2}$

แบบฝึกทักษะที่ 2.4

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 6)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\frac{\log_5 16}{\log_5 2}$ =.....
 =.....
 =.....
 =.....
2. $\frac{\log 27}{\log 3}$ =.....
 =.....
 =.....
 =.....
3. $\log_3 2 \times \log_4 3$ =.....
 =.....
 =.....
 =.....
4. $\log_4 2 + \log_9 3$ =.....
 =.....
 =.....
 =.....
5. กำหนดให้ $\log_3 18 = 2.6311$ จงหาค่าของ $\log_{27} 18$
 =.....
 =.....
 =.....
 =.....

แบบฝึกทักษะที่ 2.5

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 7)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\log_{\frac{1}{3}} 9$ =.....

=.....

=.....

=.....

2. $\log_2 \frac{1}{128}$ =.....

=.....

=.....

=.....

3. $\log_{10} 0.1$ =.....

=.....

=.....

=.....

4. $\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3}$ =.....

=.....

=.....

=.....

=.....

5. $\log_2 16 + \log_3 \frac{1}{9} - \log_{\frac{1}{4}} 64$

=.....

=.....

=.....

=.....

แบบฝึกทักษะที่ 2.6

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 8)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\log_{81} 3$ =

=

=

=

2. $\log_{243} \sqrt{3}$ =

=

=

=

3. $\log_8 4$ =

=

=

=

4. $\log_{49} 7$ =

=

=

=

=

5. จงหาค่าของ $\log_{64} 16$

=

=

=

=

=

=

แบบฝึกทักษะที่ 2.7

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 9)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $4^{\log_2 3}$ =.....
=.....
=.....
=.....
2. $9^{\log_3 5}$ =.....
=.....
=.....
=.....
3. $5^{\log_5 3 + \log_5 2}$ =.....
=.....
=.....
=.....
4. $3^{\log_3 5 - 2\log_3 2}$ =.....
=.....
=.....
=.....
=.....
=.....
5. $4^{1 + \log_4 5}$ =.....
=.....
=.....
=.....
=.....

แบบฝึกทักษะที่ 2.8

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 10)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\log_2 5$ =

=

=

=

2. $\log_{3^2} 3$ =

=

=

=

3. $\log_{25} 5$ =

=

=

=

4. $\log_{64} 2$ =

=

=

=

=

5. $\log_{1000} 10$ =

=

=

=

=

ใบความรู้

เรื่อง การหาค่าของลอการิทึม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $\log_a(\log_a a)$

วิธีทำ
$$\begin{aligned}\log_a(\log_a a) &= \log_a 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

ใช้สมบัติ $\log_a a = 1$
.....

ใช้สมบัติ $\log_a 1 = 0$
.....

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $\frac{1}{4}\log_2 8 + \frac{1}{4}\log_2 4$

วิธีทำ
$$\begin{aligned}\frac{1}{4}\log_2 8 + \frac{1}{4}\log_2 4 &= \frac{1}{4}\log_2 2^3 + \frac{1}{4}\log_2 2^2 && \text{เปลี่ยนจำนวนให้เป็นเลขยกกำลัง} \\ &= \frac{1}{4}(3)\log_2 2 + \frac{1}{4}(2)\log_2 2 && \text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M \\ &= \frac{3}{4}(1) + \frac{2}{4}(1) && \text{ใช้สมบัติ } \log_a a = 1 \\ &= \frac{3}{4} + \frac{2}{4} \\ &= \frac{5}{4}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าของ $\log_8[\log_3(\log_4 64)]$

วิธีทำ
$$\begin{aligned}\log_8[\log_3(\log_4 64)] &= \log_8[\log_3(\log_4 4^3)] && \text{เปลี่ยนจำนวนให้เป็นเลขยกกำลัง} \\ &= \log_8[\log_3(3\log_4 4)] && \text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M \\ &= \log_8[\log_3 3] && \text{ใช้สมบัติ } \log_a a = 1 \\ &= \log_8 1 && \text{ใช้สมบัติ } \log_a a = 1 \\ &= 0 && \text{ใช้สมบัติ } \log_a 1 = 0\end{aligned}$$

แบบฝึกทักษะที่ 2.9

เรื่อง โจทย์ระคน

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกการนำสมบัติของลอการิทึมที่นำมาใช้

1. $(\log_3 9)(\log_4 16) + (\log_2 8)(\log_3 81)$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

2. $\log_2 16 + \log_3 \frac{1}{9} - \log_{\frac{1}{4}} 64$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. $\log_{\frac{1}{2}} 8 + \log_{\frac{1}{5}} 25 + \log_{\frac{1}{3}} 27$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

4. $\log_3 125 - \log_3 80 + \log_3 27 - \log_3 25 + \log_3 16$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

5. $36^{\log_6 5}$

.....

.....

.....

6. $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 2}$

.....

.....

.....

7. $4^{\log_4 15 - \log_4 3}$

.....

.....

.....

8. $5^{2\log_5 6 - \log_5 9}$

.....

.....

.....

9. $\log_{\frac{1}{2}} 16 + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81} - \log_5 \frac{1}{625}$

.....

.....

.....

10. $\log_a \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.1

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 1 – 3)

คำชี้แจง จงหาคำตอบของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

1. $\log_3 3 = 1$
2. $\log_7 1 = 0$
3. $\log_2 2 = 1$
4. $\log_5 1 = 0$
5. $\log_4 4 = 1$
6. $\log_3 3^5 = 5$
7. $\log_{10} 10^3 = 3$
8. $\log_5 5^{-2} = -2$
9. $\log_7 49 = 2$
10. $\log_{10} 10,000 = 4$
11. $\log_4 \frac{1}{64} = -3$
12. $\log_2 4 + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} + \log_6 1 = 3$
13. $\log_5 125 \cdot \log_{18} 1 = 0$
14. $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{9} = \frac{17}{3}$
15. $\log_2 \sqrt[3]{2} + \log_{\frac{1}{3}} 9 + \log_{10} 100 = \frac{1}{3}$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.2

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 4)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\begin{aligned}
 1. \quad \log_4 2 + \log_4 32 &= \log_4 (2 \times 32) \\
 &= \log_4 64 \\
 &= \log_4 4^3 \\
 &= 3\log_4 4 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \log_3 3\sqrt{3} &= \log_3 3 + \log_3 \sqrt{3} \\
 &= 1 + \log_3 3^{\frac{1}{2}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2}\log_3 3 \\
 &= 1 + \frac{1}{2} \\
 &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \log_{12} 9 + \log_{12} 16 &= \log_{12} (9 \times 16) \\
 &= \log_{12} 144 \\
 &= \log_{12} 12^2 \\
 &= 2\log_{12} 12 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad \log_{10} 5 + \log_{10} 2 &= \log_{10} (5 \times 2) \\
 &= \log_{10} 10 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 5. \log_6 3 + \log_6 12 &= \log_6 (3 \times 12) \\ &= \log_6 36 \\ &= \log_6 6^2 \\ &= 2 \log_6 6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \log_{10} 4 + \log_{10} 0.0025 &= \log_{10} (4 \times 0.0025) \\ &= \log_{10} 0.01 \\ &= \log_{10} 10^{-2} \\ &= -2 \log_{10} 10 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 8 &= \log_2 \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 8 \right) \\ &= \log_2 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8. \log_{10} 25 + \log_{10} 10 + \log_{10} 4 &= \log_{10} (25 \times 10 \times 4) \\ &= \log_{10} (1000) \\ &= \log_{10} 10^3 \\ &= 3 \log_{10} 10 \\ &= 3 \end{aligned}$$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.3

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 5)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\begin{aligned}
 1. \quad \log_4 \frac{16}{64} &= \log_4 16 - \log_4 64 \\
 &= \log_4 4^2 - \log_4 4^3 \\
 &= 2\log_4 4 - 3\log_4 4 \\
 &= 2 - 3 \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \log_2 \frac{4}{16} &= \log_2 4 - \log_2 16 \\
 &= \log_2 2^2 - \log_2 2^4 \\
 &= 2\log_2 2 - 4\log_2 2 \\
 &= 2 - 4 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \log_{12} \frac{1}{12} &= \log_{12} 1 - \log_{12} 12 \\
 &= 0 - 1 \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad \log_2 16 - \log_2 2 &= \log_2 \frac{16}{2} \\
 &= \log_2 8 \\
 &= \log_2 2^3 \\
 &= 3\log_2 2 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 5. \quad \log_2 80 - \log_2 5 &= \log_2 \left(\frac{80}{5} \right) \\ &= \log_2 16 \\ &= \log_2 2^4 \\ &= 4 \log_2 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad \log_{10} 400 - \log_{10} 4 &= \log_{10} \left(\frac{400}{4} \right) \\ &= \log_{10} 100 \\ &= \log_{10} 10^2 \\ &= 2 \log_{10} 10 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad \log_3 125 - \log_3 60 + \log_3 27 - \log_3 25 + \log_3 12 \\ &= \log_3 \left(\frac{125 \times 27 \times 12}{60 \times 25} \right) \\ &= \log_3 27 \\ &= \log_3 3^3 \\ &= 3 \log_3 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8. \quad 1 + \log_4 8 - \log_4 2 &= \log_4 4 + \log_4 8 - \log_4 2 \\ &= \log_4 \left(\frac{4 \times 8}{2} \right) \\ &= \log_4 16 \\ &= \log_4 4^2 \\ &= 2 \log_4 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 9. \quad \log_3 6 - \log_3 2 + 2 &= \log_3 6 - \log_3 2 + 2 \\
 &= \log_3 6 - \log_3 2 + 2\log_3 3 \\
 &= \log_3 6 - \log_3 2 + \log_3 3^2 \\
 &= \log_3 6 - \log_3 2 + \log_3 9 \\
 &= \log_3 \left(\frac{6 \times 9}{2} \right) \\
 &= \log_3 27 \\
 &= \log_3 3^3 \\
 &= 3\log_3 3 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad \log_6 4 + \log_6 18 - \log_6 2 &= \log_6 \left(\frac{4 \times 18}{2} \right) \\
 &= \log_6 36 \\
 &= \log_6 6^2 \\
 &= 2\log_6 6 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.4

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 6)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{\log_5 16}{\log_5 2} &= \log_2 16 \\ &= \log_2 2^4 \\ &= 4\log_2 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{\log 27}{\log 3} &= \log_3 27 \\ &= \log_3 3^3 \\ &= 3\log_3 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \log_3 2 \times \log_4 3 &= \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3} \times \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 4} \\ &= \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 4} \\ &= \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 2^2} \\ &= \frac{\log_{10} 2}{2\log_{10} 2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4. \quad \log_4 2 + \log_9 3 &= \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 4} + \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 9} \\
 &= \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 2^2} + \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 3^2} \\
 &= \frac{\log_{10} 2}{2 \log_{10} 2} + \frac{\log_{10} 3}{2 \log_{10} 3} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

5. กำหนดให้ $\log_3 18 = 2.6311$ จงหาค่าของ $\log_{27} 18$

$$\begin{aligned}
 \log_{27} 18 &= \frac{\log_3 18}{\log_3 27} \\
 &= \frac{\log_3 18}{\log_3 3^3} \\
 &= \frac{2.6311}{3 \log_3 3} \\
 &= \frac{2.6311}{3} \\
 &= 0.877
 \end{aligned}$$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.5

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 7)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

$$1. \log_{\frac{1}{3}} 9 = -\log_3 3^2$$

$$= -2\log_3 3$$

$$= -2$$

$$2. \log_2 \frac{1}{128} = \log_2 2^{-7}$$

$$= -7\log_2 2$$

$$= -7$$

$$3. \log_{10} 0.1 = \log_{10} \frac{1}{10}$$

$$= \log_{10} 10^{-1}$$

$$= -1$$

$$4. \log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3} = \log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$$

$$= -\log_3 3 - \log_3 3^{\frac{1}{2}}$$

$$= -1 - \frac{1}{2}\log_3 3$$

$$= -1 - \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{3}{2}$$

$$5. \log_2 16 + \log_3 \frac{1}{9} - \log_{\frac{1}{4}} 64 = \log_2 2^4 + \log_3 9^{-1} - (-\log_4 4^3)$$

$$= 4\log_2 2 + (-\log_3 9) - (-3\log_4 4)$$

$$= 4(1) + (-\log_3 3^2) - (-3\log_4 4)$$

$$= 4 - 2 - (-3)$$

$$= 5$$

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.6

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 8)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\begin{aligned}
 1. \quad \log_{81} 3 &= \frac{1}{\log_3 81} \\
 &= \frac{1}{\log_3 3^4} \\
 &= \frac{1}{4 \log_3 3} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \log_{243} \sqrt{3} &= \frac{1}{\log_{\sqrt{3}} 243} \\
 &= \frac{1}{\log_{\sqrt{3}} 3^5} \\
 &= \frac{1}{\log_{(\sqrt{3})^2} (3^5)^2} \\
 &= \frac{1}{\log_3 3^{10}} \\
 &= \frac{1}{10 \log_3 3} \\
 &= \frac{1}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \log_8 4 &= \frac{1}{\log_4 8} \\
 &= \frac{1}{\log_{2^2} 2^3} \\
 &= \frac{1}{\log_2 2^{\frac{3}{2}}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3}{2} \log_2 2} \\
 &= \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4. \log_{49} 7 &= \frac{1}{\log_7 49} \\
 &= \frac{1}{\log_7 7^2} \\
 &= \frac{1}{2\log_7 7} \\
 &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

5. จงหาค่าของ $\log_{64} 16$

$$\begin{aligned}
 \log_{64} 16 &= \frac{1}{\log_{16} 64} \\
 &= \frac{1}{\log_{4^2} 4^3} \\
 &= \frac{1}{\log_{(4^2)^{\frac{1}{2}} (4^3)^{\frac{1}{2}}} } \\
 &= \frac{1}{\log_4 4^{\frac{3}{2}}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3}{2} \log_4 4} \\
 &= \frac{1}{\frac{3}{2}} \\
 &= \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.7

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 9)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

$$\begin{aligned} 1. \quad 4^{\log_2 3} &= 2^{2\log_2 3} \\ &= 2^{\log_2 3^2} \\ &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 9^{\log_3 5} &= 3^{2\log_3 5} \\ &= 3^{\log_3 5^2} \\ &= 5^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad 5^{\log_5 3 + \log_5 2} &= 5^{\log_5 (3 \times 2)} \\ &= 5^{\log_5 6} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad 3^{\log_3 5 - 2\log_3 2} &= 3^{\log_3 5 - \log_3 2^2} \\ &= 3^{\log_3 5 - \log_3 4} \\ &= 3^{\log_3 \left(\frac{5}{4}\right)} \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad 4^{1 + \log_4 5} &= 4^{\log_4 4 + \log_4 5} \\ &= 4^{\log_4 (4 \times 5)} \\ &= 4^{\log_4 20} \\ &= 20 \end{aligned}$$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.8

เรื่อง สมบัติของลอการิทึม (ข้อ 10)

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

$$1. \log_{2^3} 5 = \frac{1}{3} \log_2 5$$

$$\begin{aligned} 2. \log_{3^2} 3 &= \frac{1}{2} \log_3 3 \\ &= \frac{1}{2}(1) \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \log_{25} 5 &= \log_{5^2} 5 \\ &= \frac{1}{2} \log_5 5 \\ &= \frac{1}{2}(1) \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \log_{64} 2 &= \log_{2^6} 2 \\ &= \frac{1}{6} \log_2 2 \\ &= \frac{1}{6}(1) \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \log_{1000} 10 &= \log_{10^3} 10 \\ &= \frac{1}{3} \log_{10} 10 \\ &= \frac{1}{3}(1) \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.9

เรื่อง โจทย์ระคน

คำชี้แจง จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้พร้อมทั้งบอกการนำสมบัติของลอการิทึมที่นำมาใช้

1. $(\log_3 9)(\log_4 16) + (\log_2 8)(\log_3 81)$
 $= (\log_3 3^2)(\log_4 4^2) + (\log_2 2^3)(\log_3 3^4)$ เปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง
 $= (2\log_3 3)(2\log_4 4) + (3\log_2 2)(4\log_3 3)$ ใช้สมบัติ $\log_a M^k = k \log_a M$
 $\dots\dots\dots$ ใช้สมบัติ $\log_a a = 1$
 $= (2)(2) + (3)(4)$
 $= 4 + 12$
 $= 16$

2. $\log_2 16 + \log_3 \frac{1}{9} - \log_{\frac{1}{4}} 64$
 $= \log_2 2^4 + \log_3 9^{-1} - \log_{\frac{1}{4}} 4^3$ เปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง
 $= \log_2 2^4 + \log_3 3^{-2} + \log_4 4^3$
 $= 4 - 2 + 3$ ใช้สมบัติ $\log_a M^k = k \log_a M$
 $= 5$

3. $\log_{\frac{1}{2}} 8 + \log_{\frac{1}{5}} 25 + \log_{\frac{1}{3}} 27$
 $= -\log_2 8 - \log_5 25 - \log_3 27$ ใช้สมบัติ $\log_{\frac{1}{a}} N = -\log_a N$
 $= -\log_2 2^3 - \log_5 5^2 - \log_3 3^3$ เปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง
 $= -3\log_2 2 - 2\log_5 5 - 3\log_3 3$ ใช้สมบัติ $\log_a M^k = k \log_a M$
 $= -3 - 2 - 3$ ใช้สมบัติ $\log_a a = 1$
 $= -8$

$$4. \log_3 125 - \log_3 80 + \log_3 27 - \log_3 25 + \log_3 16$$

$$= \log_3 \left(\frac{125 \times 27 \times 16}{80 \times 25} \right)$$

$$= \log_3 27$$

$$= \log_3 3^3$$

$$= 3 \log_3 3$$

$$= 3$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\text{และ } \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

.....

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M$$

.....

$$5. 36^{\log_6 5}$$

$$= 6^{2 \log_6 5}$$

$$= 6^{\log_6 5^2}$$

$$= 5^2$$

$$= 25$$

..... เปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M$$

.....

$$\text{ใช้สมบัติ } a^{\log_a M} = M$$

.....

$$6. 49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 2}$$

$$= 49^{\log_7 7 - \log_7 2} + 5^{-\log_5 2}$$

$$= 49^{\log_7 \frac{7}{2}} + 5^{\log_5 2^{-1}}$$

$$= 7^{2 \log_7 \frac{7}{2}} + 5^{\log_5 2^{-1}}$$

$$= 7^{\log_7 \left(\frac{7}{2} \right)^2} + 5^{\log_5 2^{-1}}$$

$$= \left(\frac{7}{2} \right)^2 + 2^{-1}$$

$$= \frac{49}{4} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{49}{4} + \frac{2}{4}$$

$$= \frac{51}{4}$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a a = 1$$

.....

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

.....

..... เปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M$$

.....

$$\text{ใช้สมบัติ } a^{\log_a M} = M$$

.....



$$7. \quad 4^{\log_4 15 - \log_4 3}$$

$$= 4^{\log_4 \frac{15}{3}}$$

$$= 4^{\log_4 5}$$

$$= 5$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\text{ใช้สมบัติ } a^{\log_a M} = M$$

$$8. \quad 5^{2 \log_5 6 - \log_5 9}$$

$$= 5^{\log_5 6^2 - \log_5 9}$$

$$= 5^{\log_5 36 - \log_5 9}$$

$$= 5^{\log_5 \frac{36}{9}}$$

$$= \frac{36}{9}$$

$$= 4$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\text{ใช้สมบัติ } a^{\log_a M} = M$$

$$9. \quad \log_{\frac{1}{2}} 16 + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81} - \log_5 \frac{1}{625}$$

$$= -\log_2 16 - \log_3 \frac{1}{81} - \log_5 \frac{1}{625}$$

$$= -\log_2 2^4 - \log_3 81^{-1} - \log_5 625^{-1}$$

$$= -\log_2 2^4 - \log_3 3^{-4} - \log_5 5^{-4}$$

$$= -4 \log_2 2 + 4 \log_3 3 + 4 \log_5 5$$

$$= -4 + 4 + 4$$

$$= 4$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_{\frac{1}{a}} N = -\log_a N$$

$$\text{ใช้สมบัติ } a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M$$

$$\text{ใช้สมบัติ } \log_a M^k = k \log_a M$$



$$10. \log_a \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$$

$$= \log_a a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}}$$

$$= \log_a a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}$$

$$= \log_a a^{\frac{7}{8}}$$

$$= \frac{7}{8} \log_a a$$

$$= \frac{7}{8}$$

เปลี่ยนเครื่องหมายกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

ใช้สมบัติของเลขยกกำลัง $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ใช้สมบัติ $a^{\log_a M^k} = k \log_a M$

ใช้สมบัติ $\log_a a = 1$

