แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์

ชุดที่ 1

ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

อำไพ แสงเรืองเดช

โรงเรียนเพชรพิทยาคม

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 40

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ จัดทำขึ้นตามตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอน รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ เพื่อแก้ปัญหานักเรียนที่ขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถฝึกฝนเพิ่มเติม ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจ เกิดทักษะในการคิดคำนวณ เพื่อช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา การทำงานเป็นกลุ่มอย่างมีระบบ มีระเบียบวินัยรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความซื่อสัตย์ มีความเชื่อมั่นในตนเอง รวมทั้งเพื่อดอบสนอง ความแตกต่างระหว่างบุคคล กระตุ้นให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตระหนัก และเห็นคุณค่าของการเรียน อันจะนำไปสู่การบรรลุผลตามตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรคณิตศาสตร์

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียน และบุคคลที่สนใจเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ช่วยให้คำแนะนำ คำปรึกษา จนแบบฝึกทักษะนี้เสร็จสมบูรณ์ คุณค่าและประโยชน์ของแบบฝึกทักษะชุดนี้ ผู้จัดทำขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณแด่บิดา มารดา และบูรพาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

อำไพ แสงเรืองเดช

สารบัญ

	หน้า
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	1
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู	2
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน	3
ขั้นตอนการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1	4
ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ	
แบบทดสอบก่อนเรียน	5
กระดาษคำตอบทดสอบก่อนเรียน	8
สาระสำคัญ	10
จุดประสงค์การเรียนรู้	11
บทนำลำดับอนุกรม	12
ใบความรู้ที่ 1.1ความหมายของลำดับ	16
รูปแบบการกำหนดลำดับ	19
แบบฝึกทักษะที่ 1.1	22
ใบความรู้ที่ 1.2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ	24
แบบฝึกทักษะที่ 1.2	26
แบบฝึกทักษะที่ 1.3	29
แบบทดสอบหลังเรียน	30
กระดาษคำตอบทดสอบหลังเรียน	33
ภาคผนวก	34
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	35
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1	36
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2	39
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	42
บรรณานุกรม	43

คำชี้แจง

1. เอกสารฉบับนี้เป็นแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค 33202 เรื่อง ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีทั้งหมด 5 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ	จำนวน	2	ชั่วโมง
ชุดที่ 2 ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต	จำนวน	4	ชั่วโมง
ชุดที่ 3 ลิมิตของลำดับ	จำนวน	4	ชั่วโมง
ชุดที่ 4 สัญลักษณ์แทนการบวก	จำนวน	4	ชั่วโมง
ชุดที่ 5 ผลบวกของอนุกรมอนันต์	จำนวน	4	ชั่วโมง

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็น ชุดที่ 1 ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียน การสอน ให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย
   - 3.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
   - 3.2 คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู
   - 3.3 คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน
   - 3.4 ขั้นตอนการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะ
   - 3.5 แบบทดสอบก่อนเรียน
   - 3.6 เนื้อหา
   - 3.7 แบบฝึกทักษะ
   - 3.8 แบบทดสอบหลังเรียน

4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ใช้เวลาเรียน 2 ชั่วโมง

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 เรื่อง ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครูผู้สอนเป็นผู้ที่มี บทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนจึง ควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะ ดังนี้

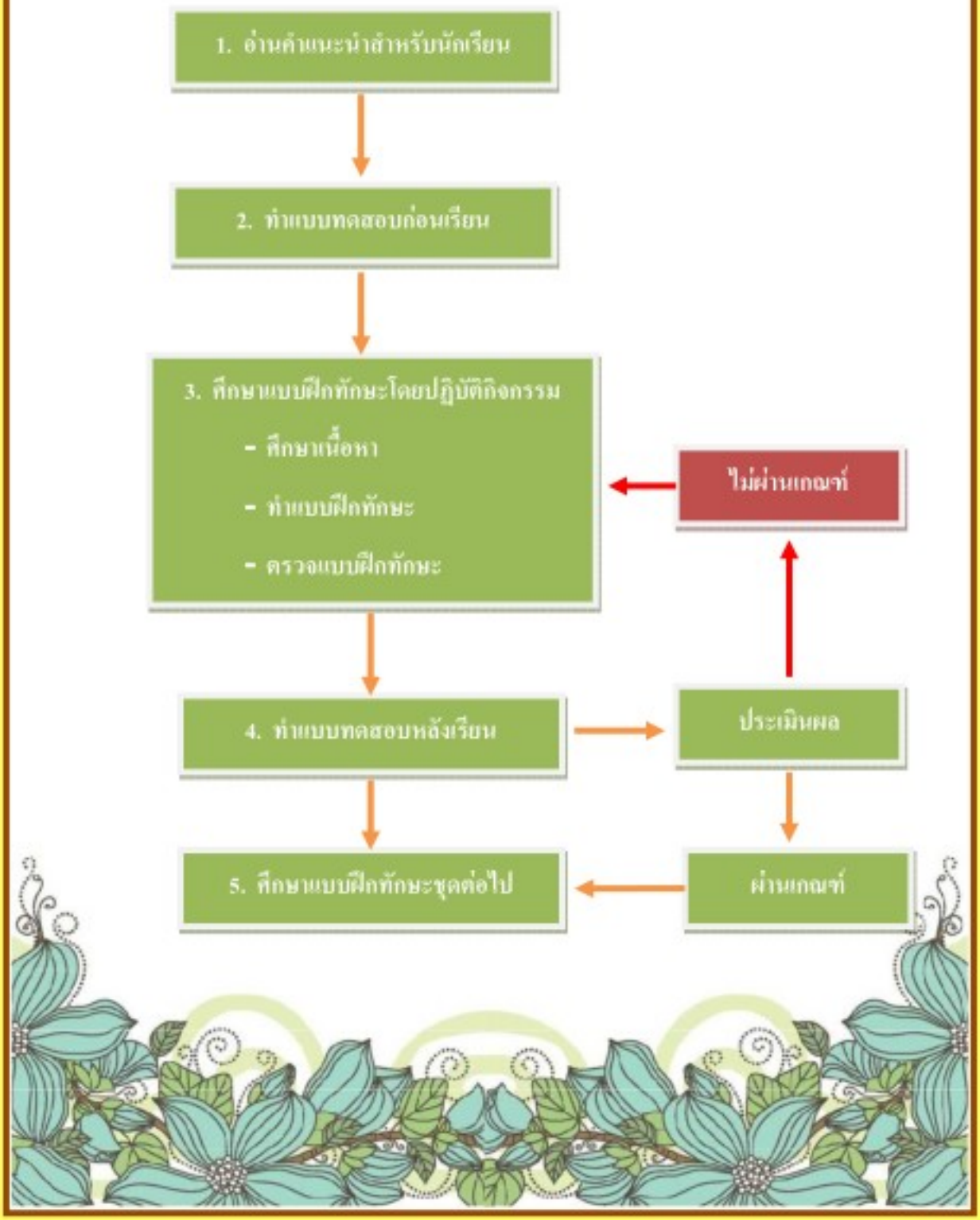
1. ครูต้องศึกษาแบบฝึกทักษะและอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกชุดก่อนการใช้งาน
2. ครูเตรียมแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ครูเตรียมเครื่องมือวัดผลและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน
4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ อย่างชัดเจนและประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ
5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียน ในการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์โดยไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำให้ หรือไม่ดูเฉลย ก่อนลงมือทำด้วยตนเอง
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
7. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
8. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2
9. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา และทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 แล้วเปลี่ยนกัน ตรวจตามเฉลย
10. ครูสังเกตความตั้งใจของนักเรียน ความสนใจในการเรียน การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของนักเรียนทุกกลุ่มอย่างใกล้ชิด ถ้ากลุ่มใดมีปัญหาครูจะได้ทำการช่วยเหลือได้ทันที
11. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียนแต่ละคน แต่ละกลุ่มอาจจะไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
12. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
13. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกกลุ่ม หรือแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาร่วมอภิปรายเรื่องที่เรียนมา
14. ในกรณีที่นักเรียนคนใดขาดเรียน ให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลด้วยตัวเองนอกเวลาเรียนจากแบบฝึกทักษะ
15. การจัดชั้นเรียนอาจจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

ในการศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 เรื่อง ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนควร ปฏิบัติตามคำแนะนำดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ และคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับ นักเรียนให้เข้าใจก่อนลงมือทำงานหรือทำการศึกษาทุกครั้ง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
3. ศึกษาเนื้อหาและทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ถ้าทำแบบฝึกทักษะไม่ได้ให้ ศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง ศึกษาตัวอย่าง หรือปรึกษาครูผู้สอน
4. เปลี่ยนกันตรวจแบบฝึกทักษะตามเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ จากนั้นร่วมกัน สรุปองค์ความรู้โดยครูคอยชี้แนะแนวทางและอธิบายเพิ่มเติม
5. ทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเองหลังจากศึกษา แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 จบแล้ว
6. ในการทำแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน ให้นักเรียนพยายาม ทำด้วยความตั้งใจและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองให้มากที่สุด โดยไม่เปิดดูเฉลยก่อน

ขั้นตอนการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์



แบบทดสอบก่อนเรียน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก ข้อคำถามมีทั้งหมด 10 ข้อ 10 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ จำนวน 10 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่องคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ในกระดาษคำตอบ

1. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับจำกัด

ก. $f_1 = \{(1,-1),(1,2),(3,-3),(4,4),\dots\}$

ข. $f_2 = \{x \mid x = n^2; n = 1,2,3,4,\dots,10\}$

ค. $f_3 = \{x \mid x = 2n+1; n \in I^+\}$

ง. $f_4 = \{y \mid y = 2^n; n \in I^+\}$

2. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ข. ลำดับจำกัด คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก {1, 2, 3, ... , n}

ค. ลำดับอนันต์ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก {1, 2, 3, ... }

ง. ถูกทุกข้อ

3. กำหนดให้ $a_n = 1 + (-1)^n$ ดังนั้นข้อใดมีค่าต่างจากข้ออื่น

ก. a_1 ข. a_3

ค. a_4 ง. a_5

4. $0, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}$ เป็น 4 พจน์แรกของลำดับใด

ก. $1 + \frac{(-1)^n}{n}$ ข. $1 + (-\frac{1}{2})^n$

ค. $1 - \frac{(-1)^n}{n}$ ง. $1 - (-\frac{1}{2})^n$

5. ให้ 2, 3 , 4 , 5 , ... พจน์ทั่วไปของลำดับคือข้อใด

ก. $a_n = n$

ข. $a_n = n + 1$

ค. $a_n = 2n$

ง. $a_n = 2n+1$

6. พจน์ที่ 20 ของลำดับ $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ คือข้อใด

ก. $a_n = \frac{19}{20}$

ข. $a_n = \frac{18}{19}$

ค. $a_n = \frac{18}{20}$

ง. $a_n = \frac{20}{21}$

7. ให้ $a_n = (-2)^{n-1} n - 3$ ข้อใดเป็น 3 พจน์แรกของลำดับนี้

ก. 3,7,9 ข. -3,-7,-9

ค. -3,-7,9 ง. -3,7,9,

8. กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ และ $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3n$ ข้อใดคือพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้

ก. 8

ข. 10

ค. 12

ง. 16

9. พจน์ที่ n ของลำดับจำกัด $3, \frac{5}{2}, \frac{7}{4}, \frac{9}{8}, \frac{11}{6}$ คือข้อใด

ก. $a_n = \frac{2n+1}{2^{n-1}}$

ข. $a_n = \frac{2n-1}{2^{n-1}}$

ค. $a_n = \frac{2n+1}{2^{n+1}}$

ง. $a_n = \frac{2n}{2^{n-1}}$

10. กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 2$ และ $a_n = 5a_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$ ข้อใดคือพจน์ที่สี่ของลำดับนี้

ก. 50

ข. 60

ค. 250

ง. 300

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบในแบบทดสอบ แล้วทำเครื่องหมาย x ลงในข้อที่ถูกต้องที่สุด เพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	ก่อนเรียน
เต็ม	10
ได้	

ผู้ตรวจ.....
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ชุดที่ 1

ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

ชุดที่ 1
ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

สาระสำคัญ

1. บทนิยาม ลำดับ (sequence) คือ ฟังก์ชันซึ่งโดเมนเป็นเซต {1, 2, 3, ..., n} หรือ เซตของจำนวนเต็มบวก
2. ลำดับจำกัด (finite sequence) คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก {1, 2, 3, ..., n}
3. ลำดับอนันต์ (infinite sequence) คือ ลำดับทีมีโดเมนเป็นเซตของทุกจำนวนเต็มบวก (N)
4. การเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน กล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับ ซึ่ง $a(1) = a_1$ $a(2) = a_2$, $a(3) = a_3$, ... , $a(n) = a_n$ แล้ว

   ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย a_1 , a_2 , a_3 , ... , a_n

   a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย a_1 , a_2 , a_3 , ..., a_n , ...

   เรียก a_1 ว่าพจน์ที่ 1 ของลำดับ

   a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ

   a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ

   ⋮

   a_n ว่าพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ

5. การเขียนแสดงลำดับเขียนได้หลายรูปแบบ ดังต่อไปนี้

1. เขียนแจกพจน์ทั้งหมดของลำดับ ถ้าลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับจำกัด และมีจำนวนพจน์ไม่มากนัก เช่น 0 , 5 , 10 , 15 , 20 , 25
2. เขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับพจน์ทั่วไปของลำดับ วิธีการนี้จะใช้กับลำดับจำกัดที่มีพจน์จำนวนมาก หรือเป็นลำดับอนันต์ เช่น 1 , 3 , 9 , 27 , ... , 3^{n-1} , ...
3. เขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรการหาพจน์ถัดไปจากพจน์ก่อนหน้า หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การกำหนดโดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิด (recurrence relation)
4. เขียนลำดับโดยการบอกเงื่อนไขหรือสมบัติของพจน์ของลำดับ a_n เมื่อ a_n เป็นจำนวนเฉพาะบวกตัวที่ n เมื่อเรียงลำดับจากน้อยไปมาก จากข้อกำหนดนี้จะแสดงบางพจน์ได้ เช่น $a_1 = 2$ $a_5 = 13$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนอธิบายแนวคิดและความหมายของลำดับได้
2. อธิบายและยกตัวอย่างลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้
3. เขียนลำดับในรูปแบบต่างๆ ได้
4. หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

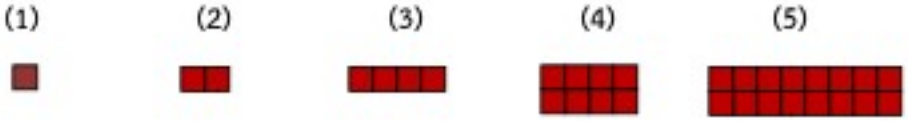
สาระการเรียนรู้

ความหมายของลำดับ (sequence)
รูปแบบการกำหนดลำดับ
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ใบความรู้ที่ 1.1

ความหมายของลำดับ (sequence)

1. **ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปดังต่อไปนี้**



ในแบบรูปข้างต้นจะเห็นว่าลำดับของรูปและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมมีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูปสี่เหลี่ยม	1	2	4	8	16

จากตารางจะเห็นว่าความสัมพันธ์ของลำดับของรูป และจำนวนรูปสี่เหลี่ยมในแต่ละรูปเป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็น {1, 2, 3, 4, 5} และมีเรนจ์เป็น {1, 2, 4, 8, 16}

2. **พิจารณาแบบรูปของจำนวน 3, 5, 7, 9, ..., 2n + 1 , ...**

จากแบบรูปข้างต้น เขียนความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวนแต่ละจำนวนในแบบรูปได้ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	5	...
จำนวน	3	5	7	9	11	...

จากตารางจะเห็นว่าความสัมพันธ์ข้างต้นเป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็น {1, 2, 3, 4, 5, ...} และมีเรนจ์เป็น {3, 5, 7, 9, 11, ...}

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เช่นเดียวกับฟังก์ชันในตัวอย่างที่กล่าวมาเป็นตัวอย่างของฟังก์ชันที่เรียกว่า **ลำดับ** (sequence)

บทนิยาม **ลำดับ คือ ฟังก์ชันซึ่งโดเมนเป็นเซต** {1,2,3, ... ,n} **หรือ เซตของจำนวนเต็มบวก**

ลำดับจำกัด (finite sequence) คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก {1, 2, 3, ..., n}

ลำดับอนันต์ (infinite sequence) คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของทุกจำนวนเต็มบวก (N)

การเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน กล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับ ซึ่ง $a(1) = a_1$, $a(2) = a_2$, $a(3) = a_3$, ... , $a(n) = a_n$ แล้ว

ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย a_1 , a_2 , a_3 , ... , a_n

a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย a_1 , a_2 , a_3 , ..., a_n , ...

เรียก a_1 ว่าพจน์ที่ 1 ของลำดับ

a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ

⋮

a_n ว่าพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป(general term) ของลำดับ

จากตัวอย่างที่กล่าวมา

(1) 10, 20, 30, 40 ,... เป็นลำดับอนันต์ที่มี $a_1 = 10$, $a_2 = 20$, $a_3 = 30$, $a_4 = 40$ และ $a_n = 10n$

(2) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ เป็นลำดับจำกัดที่มี $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1}{3}$, $a_4 = \frac{1}{4}$ และ $a_n = \frac{1}{n}$

(3) 2, 4 ,8 ,16 , ... เป็นลำดับอนันต์ที่มี $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 8$, $a_4 = 16$ และ $a_n = 2^n$

(4) 1, 3, 6, 10, 15 เป็นลำดับจำกัดที่มี $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = 6$, $a_4 = 10$, $a_5 = 15$ และ $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

(5) 1, 3, 5, 7, 9, ... เป็นลำดับอนันต์ที่มี $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$, $a_4 = 7$, $a_5 = 9$

และ $a_n = 2n - 1$

การเขียนลำดับนอกจากเขียนโดยการแจกแจงพจน์แล้ว อาจจะเขียนเฉพาะพจน์ทั่วไป พร้อมทั้งระบุสมาชิกในโดเมนเช่น

ลำดับ 1, 3, 6, 10, 15 อาจเขียนแทนด้วย

$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ลำดับ 1, 3, 5, 7, 9, ... อาจเขียนแทนด้วย

$a_n = 2n - 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

หมายเหตุ ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ทั่วไปถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมนให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

ตัวอย่างของลำดับ

(1) 7, 14, 21, 28, 35, 42

(2) 4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n + 1)^2$, ...

(3) $a_n = 2n + 1$, $n \in \{1, 2, 3, ..., 20\}$

(4) $a_n = \frac{1}{n^2}$

รูปแบบการกำหนดลำดับ

การเขียนแสดงลำดับเขียนได้หลายรูปแบบ ดังต่อไปนี้

4. เขียนแจกพจน์ทั้งหมดของลำดับ ถ้าลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับจำกัด และมีจำนวนพจน์ไม่มากนัก เช่น 0 , 5 , 10 , 15 , 20 , 25
5. เขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับพจน์ทั่วไปของลำดับ วิธีการนี้จะใช้กับลำดับจำกัดที่มีพจน์จำนวนมาก หรือเป็นลำดับอนันต์ เช่น 1 , 3 , 9 , 27 , ... , 3^{n-1} , ...
6. เขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรการหาพจน์ถัดไปจากพจน์ก่อนหน้า หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การกำหนดโดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิด (recurrence relation)
7. เขียนลำดับโดยการบอกเงื่อนไขหรือสมบัติของพจน์ของลำดับ a_n เมื่อ a_n เป็นจำนวนเฉพาะบวกตัวที่ n เมื่อเรียงลำดับจากน้อยไปมาก จากข้อกำหนดนี้จะแสดงบางพจน์ได้

เช่น $a_1 = 2$ $a_5 = 13$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n - 1$

วิธีทำ จาก $a_n = 2n - 1$

$a_1 = 2(1) - 1 = 1$

$a_2 = 2(2) - 1 = 3$

$a_3 = 2(3) - 1 = 5$

$a_4 = 2(4) - 1 = 7$

$\therefore$ สี่พจน์แรกของลำดับ คือ 1, 3, 5, 7

ตัวอย่างที่ 2 จงหาห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n^2 - 3n$

วิธีทำ จาก $a_n = 2n^2 - 3n$

$a_1 = 2(1)^2 - 3(1) = 2 - 3 = -1$

$a_2 = 2(2)^2 - 3(2) = 8 - 6 = 2$

$a_3 = 2(3)^2 - 3(3) = 18 - 9 = 9$

$a_4 = 2(4)^2 - 3(4) = 32 - 12 = 20$

$a_5 = 2(5)^2 - 3(5) = 50 - 15 = 35$

$\therefore$ ห้าพจน์แรกของลำดับ คือ -1, 2, 9, 20 , 35

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนลำดับแบบแจกแจงพจน์ของลำดับ $a_n = 2^n - 1$

วิธีทำ จาก $a_n = 2^n - 1$

$a_1 = 2^1 - 1 = 2 - 1 = 1$

$a_2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$a_3 = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$

$a_4 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$

$\therefore$ ลำดับแบบแจกแจงพจน์ คือ $1, 3, 7, 15, \ldots, 2^n - 1, \ldots$

หมายเหตุ : ในกรณีที่เป็นลำดับอนันต์การเขียนลำดับแจกแจง มีข้อตกลงในการเขียน ให้เขียนอย่างน้อย 3-4 พจน์แรก แล้วใช้สัญลักษณ์ "..." แล้วตามด้วยพจน์ทั่วไปของลำดับ และจบลงด้วย "..."

การกำหนดพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรการหาพจน์ถัดไปจากพจน์ก่อนหน้า

การกำหนดลำดับแบบนี้เรียนอีกอย่างหนึ่งว่า การกำหนดโดยใช้**ความสัมพันธ์เวียนเกิด** (recurrence relation)

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 2$ และ $a_n = a_{n-1} + 3$ เมื่อ $n \geq 2$ จงหาห้าพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ จาก $a_n = a_{n-1} + 3$ และ $a_1 = 2$

จาก $a_2 = a_{2-1} + 3 = a_1 + 3 = 2 + 3 = 5$

$a_3 = a_{3-1} + 3 = a_2 + 3 = 5 + 3 = 8$

$a_4 = a_{4-1} + 3 = a_3 + 3 = 8 + 3 = 11$

$a_5 = a_{5-1} + 3 = a_4 + 3 = 11 + 3 = 14$

ดังนั้น ห้าพจน์แรกของลำดับนี้ คือ 2 , 5 , 8 , 11 , 14

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดลำดับ b_n ซึ่ง $b_1 = 1$ และ $b_n = nb_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$ จงหาหกพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ จาก $b_n = nb_{n-1}$ และ $b_1 = 1$

จาก $b_2 = 2b_1 = 2(1) = 2$

$b_3 = 3b_2 = 3(2) = 6$

$b_4 = 4b_3 = 4(6) = 24$

$b_5 = 5b_4 = 5(24) = 120$

$b_6 = 6b_5 = 6(120) = 720$

ดังนั้น หกพจน์แรกของลำดับนี้ คือ 1 , 2 , 6 , 24 , 120 , 720

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 1$ $a_2 = 2$ และ $a_n = 3a_{n-1} + a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3$ จงหาหกพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ จาก $a_1 = 1$

$a_2 = 2$

$a_3 = 3a_{3-1} + a_{3-2} = 3a_2 + a_1 = 3(2) + 1 = 7$

$a_4 = 3a_{4-1} + a_{4-2} = 3a_3 + a_2 = 3(7) + 2 = 23$

$a_5 = 3a_{5-1} + a_{5-2} = 3a_4 + a_3 = 3(23) + 7 = 76$

$a_6 = 3a_{6-1} + a_{6-2} = 3a_5 + a_4 = 3(76) + 23 = 251$

ดังนั้น หกพจน์แรกของลำดับนี้ คือ 1 , 2 , 7 , 23 , 76 , 251

แบบฝึกทักษะที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนลำดับในรูปแจงพจน์ โดยการเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1. $a_n = 5n - 1$

   $a_1 = 5(1) - 1 = 4$

   $a_2 = 5(2) - 1 = 9$

   $a_3 =$ .....

   $a_4 =$ .....

   $a_5 =$ .....

   เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

   .....

2. $a_n = \frac{3}{10^n}$

   $a_1 = \frac{3}{10^1} = \frac{3}{10} = 0.3$

   $a_2 = \frac{3}{10^2} = \frac{3}{100} =$ .....

   $a_3 =$ .....

   $a_4 =$ .....

   $a_5 =$ .....

   เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

   .....

3. $a_n = 2n^2 - 2$

   $a_1 = 2(1^2) - 2 =$ .....

   $a_2 =$ .....

   $a_3 =$ .....

   $a_4 =$ .....

   เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

   .....

4. $a_n = \frac{1 + 2n}{1 - 3n}$

   $a_1 =$ .....

   $a_2 =$ .....

   $a_3 =$ .....

   $a_4 =$ .....

   เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

   .....

5. $a_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

   $a_1 =$ .....

   $a_2 =$ .....

   $a_3 =$ .....

   $a_4 =$ .....

   เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

   .....

6. $a_n = (-1)^n 3n^2$

   $a_1 =$ .....

   $a_2 =$ .....

   $a_3 =$ .....

   $\vdots$

   $a_{10} =$ .....

   เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

   .....

7. $a_1 = 1$ และ $a_n = a_{n-1} - 5$ เมื่อ $n \geq 2$

$a_1 = 1$

$a_2 = a_{2-1} - 5 = a_1 - 5 = 1 - 5 = -4$

$a_3 = a_{3-1} - 5 = a_2 - \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_5 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ .....

8. $a_1 = 0$ และ $a_n = a_{n-1} + n - 1$ เมื่อ $n \geq 2$

$a_1 = 0$

$a_2 = a_{2-1} + 2 - 1 = a_1 + 2 - 1 = 0 + 2 - 1 = 1$

$a_3 = a_{3-1} + 3 - 1 = a_2 + \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_5 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ .....

9. $a_1 = 2$ และ $a_n = 6a_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$

$a_1 = 2$

$a_2 = 6a_{2-1} = 6a_1 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_3 = 6a_{3-1} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_5 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ 2 , 12 , ...

10. $a_1 = 2$, $a_2 = 0$ และ $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3$

$a_1 = 2$

$a_2 = 0$

$a_3 = a_{3-1} + a_{3-2} = a_2 + a_1 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_4 = a_{4-1} + a_{4-2} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_5 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ .....

ใบความรู้ที่ 1.2

จากตัวอย่างที่แสดงมาข้างต้นทั้งหมด นักเรียนจะพบว่าเราสามารถหาลำดับต่างๆ ได้ ถ้าเราทราบลักษณะหรือเงื่อนไขของลำดับซึ่งส่วนใหญ่จะบอกมาในรูปของพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วๆ ไป แต่ถ้าโจทย์บอกลำดับมาให้โดยการบอกพจน์มาให้บางพจน์ เราอาจจะสามารถหาพจน์ที่ n หรือ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ได้ โดยนักเรียนต้องสังเกตลักษณะการเปลี่ยนแปลงหรือความสัมพันธ์ของพจน์ที่โจทย์กำหนดมาให้ว่ามีการเปลี่ยนแปลง หรือความสัมพันธ์อย่างใด ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 6 , 9, 12, 15

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดมาให้ จะพบว่า

$a_1 = 3 = 3(1)$; $n = 1$

$a_2 = 6 = 3(2)$; $n = 2$

$a_3 = 9 = 3(3)$; $n = 3$

$a_4 = 12 = 3(4)$; $n = 4$

$a_5 = 15 = 3(5)$; $n = 5$

ทุกพจน์มี 3 เป็นตัวประกอบ

ดังนั้น $a_n = 3n$

สรุป พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $3n$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -3 , 5 , -7 , 9 , -11

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดมาให้ จะพบว่า

จะได้

$a_1 = -3 = (-1)^1 (2 \times 1) + 1 \quad ; n = 1$

$a_2 = 5 = (-1)^2 (2 \times 2) + 1 \quad ; n = 2$

$a_3 = -7 = (-1)^3 (2 \times 3) + 1 \quad ; n = 3$

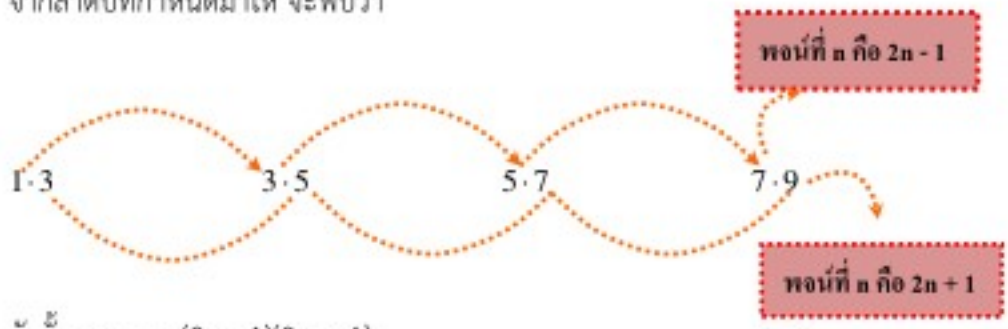
$a_4 = 9 = (-1)^4 (2 \times 4) + 1 \quad ; n = 4$

$a_5 = -11 = (-1)^5 (2 \times 5) + 1 \quad ; n = 5$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $(-1)^n (2n + 1)$

ตัวอย่างที่ 9 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $1 \cdot 3, 3 \cdot 5 , 5 \cdot 7 , 7 \cdot 9 , \ldots$

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดมาให้ จะพบว่า



ดังนั้น $a_n = (2n - 1)(2n + 1)$

สรุป พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $(2n - 1)(2n + 1)$

ตัวอย่างที่ 10 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดมาให้ จะพบว่า

$a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1} \quad ; n = 1$

$a_2 = \frac{1}{3} = \frac{1}{1+2} \quad ; n = 2$

$a_3 = \frac{1}{4} = \frac{1}{1+3} \quad ; n = 3$

$a_4 = \frac{1}{5} = \frac{1}{1+4} \quad ; n = 4$

ดังนั้น $a_n = \frac{1}{n+1}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $\frac{1}{n+1}$

แบบฝึกทักษะที่ 1.2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1. 15 , 18 , 21 , 24 , 27 , 30 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 15 = 3 + 12 = 3(\ldots\ldots) + 12$

$a_2 = 18 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_3 = 21 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_4 = 24 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_5 = 27 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_6 = 30 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้คือ .....

2. 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 1 = \ldots\ldots(2 \times \ldots\ldots) - \ldots\ldots\ldots$

$a_2 = 3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_3 = 5 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_4 = 7 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_5 = 9 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

3. 4 , 8 , 12 , 16 , 20 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 4 = (4 \times \ldots\ldots)$

$a_2 = 8 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_3 = 12 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_4 = 16 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_5 = 20 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

4. 1 , 4 , 9 , 16 , 25 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 1$ = ...

$a_2 = 4$ = ...

$a_3 = 9$ = ...

$a_4 = 16$ = ...

$a_5 = 25$ = ...

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

5. 8 , 6 , 4 , 2 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 8$ = ...

$a_2 = 6$ = ...

$a_3 = 4$ = ...

$a_4 = 2$ = ...

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

6. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{2}$ = ...

$a_2 = \frac{2}{3}$ = ...

$a_3 = \frac{3}{4}$ = ...

$a_4 = \frac{4}{5}$ = ...

ดังนั้น a_n = ...

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

7. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{3}$ = ...

$a_2 = \frac{1}{6}$ = ...

$a_3 = \frac{1}{9}$ = ...

$a_4 = \frac{1}{12}$ = ...

ดังนั้น a_n = ...

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

8. $-1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = -1 = (-1)^1(\frac{1}{3})^0 = (-1)^1(\frac{1}{3})^{1-1}$

$a_2 = \frac{1}{3} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_3 = -\frac{1}{9} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$a_4 = \frac{1}{27} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

ดังนั้น $a_n = \ldots\ldots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

9. $\frac{3}{4\cdot5}, \frac{3}{5\cdot6}, \frac{3}{6\cdot7}, \frac{3}{7\cdot8}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{3}{4\cdot5} = \frac{3}{(1+3)\cdot(1+4)}$

$a_2 = \frac{3}{5\cdot6} = \ldots\ldots$

$a_3 = \frac{3}{6\cdot7} = \ldots\ldots$

$a_4 = \frac{3}{7\cdot8} = \ldots\ldots$

ดังนั้น $a_n = \ldots\ldots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

10. $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{16}{11}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{2}{5} = \frac{2^1}{2(1)+3}$

$a_2 = \frac{4}{7} = \ldots\ldots$

$a_3 = \frac{8}{9} = \ldots\ldots$

$a_4 = \frac{16}{11} = \ldots\ldots$

ดังนั้น $a_n = \ldots\ldots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ .....

แบบฝึกทักษะที่ 1.3

ลำดับที่ฉันสร้าง

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนสร้าง "ลำดับ" พร้อมระบุ "พจน์ทั่วไปของลำดับ"
ให้ได้ จำนวนลำดับมากที่สุด ภายในเวลา 5 นาที โดยเป็นลำดับที่แตกต่างกัน

คำตอบที่	ลำดับ(ที่สร้าง)	พจน์ทั่วไปของลำดับ
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

แบบทดสอบหลังเรียน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก ข้อคำถามมีทั้งหมด 10 ข้อ 10 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ จำนวน 10 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่องคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ข. ลำดับจำกัด คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก {1, 2, 3, ... , n}

ค. ลำดับอนันต์ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก {1, 2, 3, ... }

ง. ถูกทุกข้อ

2. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับจำกัด

ก. $f_1 = \{(1,-1),(1,2),(3,-3),(4,4),...\}$

ข. $f_2 = \{x \mid x = n^2; n = 1,2,3,4,...,10\}$

ค. $f_3 = \{x \mid x = 2n+1; n \in I^+\}$

ง. $f_4 = \{y \mid y = 2^n; n \in I^+\}$

3. $0, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}$ เป็น 4 พจน์แรกของลำดับใด

ก. $1 + \frac{(-1)^n}{n}$ ข. $1 + (-\frac{1}{2})^n$

ค. $1 - \frac{(-1)^n}{n}$ ง. $1 - (-\frac{1}{2})^n$

4. กำหนดให้ $a_n = 1 + (-1)^n$ ดังนั้นข้อใดมีค่าต่างจากข้ออื่น

ก. a_1 ข. a_3

ค. a_4 ง. a_5

5.. ให้ 2, 3 , 4 , 5 , ... พจน์ทั่วไปของลำดับคือข้อใด

ก. $a_n = n$

ข. $a_n = n + 1$

ค. $a_n = 2n$

ง. $a_n = 2n+1$

6.พจน์ที่ n ของลำดับจำกัด $3, \frac{5}{2}, \frac{7}{4}, \frac{9}{8}, \frac{11}{6}$ คือข้อใด

ก. $a_n = \frac{2n+1}{2^{n-1}}$

ข. $a_n = \frac{2n-1}{2^{n-1}}$

ค. $a_n = \frac{2n+1}{2^{n+1}}$

ง. $a_n = \frac{2n}{2^{n-1}}$

7. พจน์ที่ 20 ของลำดับ $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ คือข้อใด

ก. $a_n = \frac{19}{20}$

ข. $a_n = \frac{18}{19}$

ค. $a_n = \frac{18}{20}$

ง. $a_n = \frac{20}{21}$

8. ให้ $a_n = (-2)^{n-1} n - 3$ ข้อใดเป็น 3 พจน์แรกของลำดับนี้

ก. 3,7,9 ข. -3,-7,-9

ค. -3,-7,9 ง. -3,7,9,

9. กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 2$ และ $a_n = 5a_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$ ข้อใดคือพจน์ที่สี่ของลำดับนี้

ก. 50

ข. 60

ค. 250

ง. 300

10. กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ และ $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3n$ ข้อใดคือพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้

ก. 8

ข. 10

ค. 12

ง. 16

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบในแบบทดสอบ แล้วทำเครื่องหมาย x ลงในข้อที่ถูกต้องที่สุด เพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	หลังเรียน
เต็ม	10
ได้	

ผู้ตรวจ.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ภาคผนวก

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนตรวจคำตอบของการทดสอบก่อนเรียนจากการเฉลยคำตอบดังนี้

ข้อ	ตัวเลือก
1	ข
2	ง
3	ค
4	ก
5	ข
6	ก
7	ค
8	ง
9	ก
10	ค

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

1. $a_n = 5n - 1$

$a_1 = 5(1) - 1 = 4$

$a_2 = 5(2) - 1 = 9$

$a_3 = 5(3) - 1 = 14$

$a_4 = 5(4) - 1 = 19$

$a_5 = 5(5) - 1 = 24$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

4, 9, 14, 19, 24

2. $a_n = \frac{3}{10^n}$

$a_1 = \frac{3}{10^1} = \frac{3}{10} = 0.3$

$a_2 = \frac{3}{10^2} = \frac{3}{100} = 0.03$

$a_3 = \frac{3}{10^3} = \frac{3}{1000} = 0.003$

$a_4 = \frac{3}{10^4} = \frac{3}{10000} =$ 0.0003

$a_5 = \frac{3}{10^5} = \frac{3}{100000} = 0.00003$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

0.3, 0.03, 0.003, 0.0003, 0.00003

4. $a_n = \frac{1+2n}{1-3n}$

$a_1 = \frac{1+2(1)}{1-3(1)} = -\frac{3}{2}$

$a_2 = \frac{1+2(2)}{1-3(2)} = -1$

$a_3 = \frac{1+2(3)}{1-3(3)} = -\frac{7}{8}$

$a_4 = \frac{1+2(4)}{1-3(4)} = -\frac{9}{11}$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

$-\frac{3}{2}, -1, -\frac{7}{8}, -\frac{9}{11}$

5. $a_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

$a_1 = \frac{1}{(1+1)(1+2)} = \frac{1}{6}$

$a_2 = \frac{1}{(2+1)(2+2)} = \frac{1}{12}$

$a_3 = \frac{1}{(3+1)(3+2)} = \frac{1}{20}$

$a_4 = \frac{1}{(4+1)(4+2)} = \frac{1}{30}$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

$\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}$

3. $a_n = 2n^2 - 2$

$a_1 = 2(1^2) - 2 = 0$

$a_2 = 2(2^2) - 2 = 6$

$a_3 = 2(3^2) - 2 = 16$

$a_4 = 2(4^2) - 2 = 30$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

0, 6, 16, 30

6. $a_n = (-1)^n 3n^2$

$a_1 = (-1)^1 3(1^2) = -3$

$a_2 = (-1)^2 3(2^2) = 12$

$a_3 = (-1)^3 3(3^2) = -27$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$

$a_{10} = (-1)^{10} 3(10^2) = 300$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ

-3, 12 , -27, . . . , 300

7. $a_1 = 1$ และ $a_n = a_{n-1} - 5$ เมื่อ $n \geq 2$

$a_1 = 1$

$a_2 = a_{2-1} - 5 = a_1 - 5 = 1 - 5 = -4$

$a_3 = a_{3-1} - 5 = a_2 - 5 = -4 - 5 = -9$

$a_4 = a_{4-1} - 5 = a_3 - 5 = -9 - 5 = -14$

$a_5 = a_{5-1} - 5 = a_4 - 5 = -14 - 5 = -19$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ 1 , -4 , -9 , -14 , -19

8. $a_1 = 0$ และ $a_n = a_{n-1} + n - 1$ เมื่อ $n \geq 2$

$a_1 = 0$

$a_2 = a_{2-1} + 2 - 1 = a_1 + 2 - 1 = 0 + 2 - 1 = 1$

$a_3 = a_{3-1} + 3 - 1 = a_2 + 3 - 1 = 1 + 3 - 1 = 3$

$a_4 = a_{4-1} + 4 - 1 = a_3 + 4 - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$

$a_5 = a_{5-1} + 5 - 1 = a_4 + 5 - 1 = 6 + 5 - 1 = 10$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ 0 , 1 , 3 , 6 , 10

9. $a_1 = 2$ และ $a_n = 6a_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$

$a_1 = 2$

$a_2 = 6a_{2-1} = 6a_1 = 6(2) = 12$

$a_3 = 6a_{3-1} = 6a_2 = 6(12) = 72$

$a_4 = 6a_{4-1} = 6a_3 = 6(72) = 432$

$a_5 = 6a_{5-1} = 6a_4 = 6(432) = 2,592$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ 2 , 12 , 72 , 432 , 2592

10. $a_1 = 2$, $a_2 = 0$ และ $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3$

$a_1 = 2$

$a_2 = 0$

$a_3 = a_{3-1} + a_{3-2} = a_2 + a_1 = 0 + 2 = 2$

$a_4 = a_{4-1} + a_{4-2} = a_3 + a_2 = 2 + 0 = 2$

$a_5 = a_{5-1} + a_{5-2} = a_4 + a_3 = 2 + 2 = 4$

เขียนลำดับในรูปแจงพจน์ จะได้ลำดับ คือ 2 , 0 , 2 , 2 , 4

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1. 15 , 18 , 21 , 24 , 27 , 30 , ...

วิธีทำ จากลำดับจำกัด 15, 18, 21, 24, 27, 30

จะได้ $a_1 = 15 = 3 + 12 = 3(1) + 12$

$a_2 = 18 = 6 + 12 = 3(2) + 12$

$a_3 = 21 = 9 + 12 = 3(3) + 12$

$a_4 = 24 = 12 + 12 = 3(4) + 12$

$a_5 = 27 = 15 + 12 = 3(5) + 12$

$a_6 = 30 = 18 + 12 = 3(6) + 12$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้คือ $3n + 12$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

2. 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 1 = (2 \times 1) - 1$

$a_2 = 3 = (2 \times 2) - 1$

$a_3 = 5 = (2 \times 3) - 1$

$a_4 = 7 = (2 \times 4) - 1$

$a_5 = 9 = (2 \times 5) - 1$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $2n - 1$

3. 4 , 8 , 12 , 16 , 20 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 4 = 4 \times 1$

$a_2 = 8 = 4 \times 2$

$a_3 = 12 = 4 \times 3$

$a_4 = 16 = 4 \times 4$

$a_5 = 20 = 4 \times 5$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $4n$

4. 1 , 4 , 9 , 16 , 25 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 1 = (1)^2$

$a_2 = 4 = (2)^2$

$a_3 = 9 = (3)^2$

$a_4 = 16 = (4)^2$

$a_5 = 25 = (5)^2$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ n^2

5. 8 , 6 , 4 , 2 , ...

วิธีทำ จะได้ $a_1 = 8 = 10 - 2(1)$

$a_2 = 6 = 10 - 2(2)$

$a_3 = 4 = 10 - 2(3)$

$a_4 = 2 = 10 - 2(4)$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $10 - 2n$

6. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$

$a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{1+2}$

$a_3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{1+2}$

$a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4}{1+4}$

ดังนั้น $a_n = \frac{n}{n+1}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $\frac{n}{n+1}$

7. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3(1)}$

$a_2 = \frac{1}{6} = \frac{1}{3(2)}$

$a_3 = \frac{1}{9} = \frac{1}{3(3)}$

$a_4 = \frac{1}{12} = \frac{1}{3(4)}$

ดังนั้น $a_n = \frac{1}{3n}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $\frac{1}{3n}$

8. $-1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = -1 = (-1)^1(\frac{1}{3})^0 = (-1)^1(\frac{1}{3})^{1-1}$

$a_2 = \frac{1}{3} = (-1)^2(\frac{1}{3})^1 = (-1)^2(\frac{1}{3})^{2-1}$

$a_3 = -\frac{1}{9} = (-1)^3(\frac{1}{3})^2 = (-1)^3(\frac{1}{3})^{3-1}$

$a_4 = \frac{1}{27} = (-1)^4(\frac{1}{3})^3 = (-1)^4(\frac{1}{3})^{4-1}$

ดังนั้น $a_n = (-1)^n(\frac{1}{3})^{n-1}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $(-1)^n(\frac{1}{3})^{n-1}$

9. $\frac{3}{4\cdot5}, \frac{3}{5\cdot6}, \frac{3}{6\cdot7}, \frac{3}{7\cdot8}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{3}{4\cdot5} = \frac{3}{(1+3)\cdot(1+4)}$

$a_2 = \frac{3}{5\cdot6} = \frac{3}{(2+3)\cdot(2+4)}$

$a_3 = \frac{3}{6\cdot7} = \frac{3}{(3+3)\cdot(3+4)}$

$a_4 = \frac{3}{7\cdot8} = \frac{3}{(4+3)\cdot(4+4)}$

ดังนั้น $a_n = \frac{3}{(n+3)\cdot(n+4)}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $\frac{3}{(n+3)\cdot(n+4)}$

10. $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{16}{11}, \ldots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{2}{5} = \frac{2^1}{2(1)+3}$

$a_2 = \frac{4}{7} = \frac{2^2}{2(2)+3}$

$a_3 = \frac{8}{9} = \frac{2^3}{2(3)+3}$

$a_4 = \frac{16}{11} = \frac{2^4}{2(4)+3}$

ดังนั้น $a_n = \frac{2^n}{2n+3}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $\frac{2^n}{2n+3}$

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมายและรูปแบบการกำหนดลำดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนตรวจคำตอบของการทดสอบหลังเรียนจากการเฉลยคำตอบดังนี้

ข้อ	ตัวเลือก
1	ง
2	ข
3	ก
4	ค
5	ข
6	ก
7	ก
8	ค
9	ค
10	ง

บรรณานุกรม

กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2555). **แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4-6 เล่ม6**. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.

กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. **แบบฝึกหัดและประเมินผลคณิตศาสตร์ ม.6 ค 015**. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. **ติวเข้มตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 ภาคเรียนที่ 1-2**. กรุงเทพ: พ.ศ.พัฒนา.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2555). **หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 ภาคเรียนที่ 2**. กรุงเทพฯ: แม็ค.

ธนวัฒน์ สนทราพรพล. **คู่มือรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.4-6 เล่ม 6**. กรุงเทพฯ: ธรรมบัณฑิต.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). **คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: องค์การค้าคุรุสภา.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). **คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6**. กรุงเทพฯ: องค์การค้าคุรุสภา.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6**. กรุงเทพฯ: องค์การค้าคุรุสภา.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัวพรรณ เหล่าวานิชย์. (2555). **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม6**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.