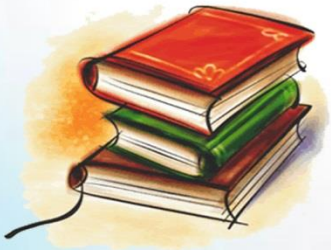
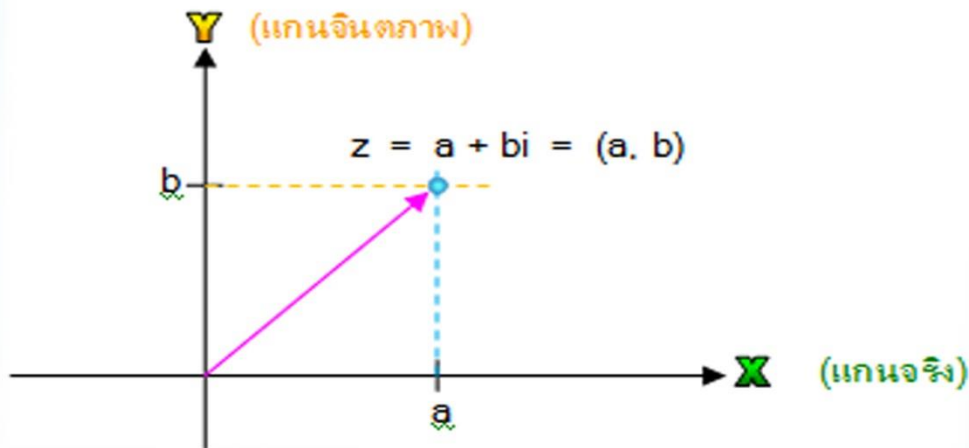


ชุดการเรียนรู้



เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชุดที่ 4 กราฟและคำอธิบายของจำนวนเชิงซ้อน



วิษดา เชียงหลือ

ตำแหน่งครู วิทยฐานะชำนาญการ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ กำแพงเพชร

จังหวัดกำแพงเพชร

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 41

กระทรวงศึกษาธิการ



ชุดการเรียนรู้เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยใช้เทคนิค STAD เรื่อง
 จำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม จัดทำขึ้นเพื่อให้ประกอบการเรียนการสอนโดยมุ่งให้
 นักเรียนได้ฝึกการทำงานร่วมกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ฝึกการเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี และ
 ฝึกให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง โดยให้ลงมือปฏิบัติจริง โดยแบ่งออกเป็นชุดย่อย
 จำนวน 6 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน และการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน

ชุดที่ 2 เรื่อง การบวก การคูณ สังยุค และอินเวอร์สการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

ชุดที่ 3 เรื่อง การลบ และการหารจำนวนเชิงซ้อน

ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์

ชุดที่ 5 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปจำนวนเชิงขั้ว การหาค่า Z^n และการหารากที่ n
 ของจำนวนเชิงซ้อน

ชุดที่ 6 เรื่อง สมการพหุนามกำลัง n ตัวแปรเดียว

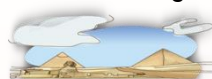
ชุดการเรียนรู้ชุดนี้เป็นชุดที่ 4 เรื่องกราฟและค่าสัมบูรณ์ ประกอบด้วย ใบความรู้ แบบทดสอบ
 ก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะ

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดการเรียนรู้ ชุดที่ 4 เรื่องกราฟและค่าสัมบูรณ์ จะเป็น ประโยชน์
 ต่อผู้นำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม ต่อไป

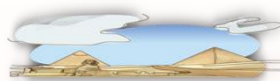
วิยะดา เชื้องหลิว

สารบัญ



เรื่อง	หน้า
ส่วนประกอบของชุดการเรียนรู้.....	1
คำชี้แจงในการใช้ชุดการเรียนรู้.....	2
จุดประสงค์การเรียนรู้.....	5
แบบทดสอบก่อนเรียน.....	6
กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน.....	10
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน.....	11
คำชี้แจงในการใช้ชุดการเรียนรู้.....	12
ชุดการเรียนรู้ ใบความรู้ที่ 1.....	13
กิจกรรมที่ 1.1.....	14
เฉลยกิจกรรมที่ 1.1.....	15
ใบความรู้ที่ 1.2.....	16
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.....	17
เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.....	18
ใบความรู้ที่ 2.....	21
กิจกรรมที่ 2.1.....	22
เฉลยกิจกรรมที่ 2.1.....	23
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2.....	24
เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2.....	25
ใบความรู้ที่ 3.....	26

สารบัญ (ต่อ)



เรื่อง		หน้า
ชุดการเรียนรู้	กิจกรรมที่ 3.1.....	29
	เฉลยกิจกรรมที่ 3.1.....	30
	กิจกรรมที่ 3.3.....	33
	เฉลยกิจกรรมที่ 3.3.....	34
	แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3.....	35
	เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3.....	39
	แบบทดสอบหลังเรียน.....	44
	กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน.....	48
	เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน.....	49
	บรรณานุกรม.....	50



ชุดการเรียนรู้เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ชุดที่ 4 เรื่องกราฟและค่าสัมบูรณ์ เป็นชุดการเรียนรู้ที่เนื้อหามุ่งเน้น
 ให้นักเรียนได้ศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม มีโอกาสแสดงความคิดเห็นร่วมกัน
 ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ชุดนี้
 ประกอบด้วย

1. ส่วนประกอบของชุดการเรียนรู้
2. คำชี้แจงในการใช้ชุดการเรียนรู้
3. จุดประสงค์การเรียนรู้
4. แบบทดสอบก่อนเรียน
5. กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
6. เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
7. ใบความรู้ที่ 1
8. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1
9. เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1
10. ใบความรู้ที่ 2
11. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2
12. เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2
13. ใบความรู้ที่ 3
14. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3
15. เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3
16. แบบทดสอบหลังเรียน
17. กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
18. เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน



สำหรับประกอบการใช้ชุดการเรียนรู้ ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

1. บทบาทครูผู้สอน

- 1) ครูจัดเตรียมชุดการเรียนรู้ซึ่งบรรจุไว้ในกล่องชุดการเรียนรู้แต่ละชุดให้ครบตามจำนวนนักเรียนและจัดเตรียมวัสดุอุปกรณ์ในส่วนที่ใช้ร่วมกันกลุ่มละ 1 ชุด
- 2) ครูควรศึกษาชุดการเรียนรู้แต่ละชุดอย่างละเอียด เพื่อเตรียมการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้
- 3) ก่อนทำการสอนครูควรตรวจสอบกล่องใส่ชุดการเรียนรู้ให้อยู่ในสภาพเรียบร้อย ครบถ้วนพร้อมที่จะใช้งาน
- 4) ครูและนักเรียนร่วมกันแบ่งกลุ่มแบบคละกัน กลุ่มละ 5 – 6 คน โดยมีนักเรียนเก่ง ปานกลาง อ่อน และให้นักเรียนกำหนดบทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม
- 5) ก่อนสอนครูควรจัดชุดการเรียนรู้ไว้บนโต๊ะประจำกลุ่มแต่ละกลุ่มให้เรียบร้อย โดยให้นักเรียนได้รับครบตามจำนวนกลุ่มและครบตามจำนวนสมาชิกทุกคน
- 6) ก่อนสอนครูควรชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจวิธีเรียน โดยใช้ชุดการเรียนรู้ บทบาทของนักเรียน และจุดประสงค์การเรียนรู้
- 7) จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ โดยครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง
- 8) ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในแต่ละชุดการเรียนรู้ เมื่อทดสอบแล้วจึงเริ่มใช้ชุดการเรียนรู้แต่ละชุด และเมื่อทำกิจกรรมเสร็จในแต่ละชุดการเรียนรู้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนประจำชุดการเรียนรู้ โดยเรียงลำดับจากชุดที่ 1 ถึงชุดที่ 6
- 9) เมื่อเรียนครบทั้ง 6 ชุด ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน

2. การประเมินผล ประกอบด้วย

- 1) การประเมินกระบวนการ เป็นการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน ได้แก่ การประเมินจากคะแนนปฏิบัติการในปฏิจิกรรรมและพฤติกรรมระหว่างเรียน
- 2) การประเมินผลลัพท์ เป็นการประเมินพฤติกรรมขั้นสุดท้ายของนักเรียน จากแบบทดสอบย่อยหลังเรียน

3. วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้ มีขั้นตอนดังนี้

- 1) ขั้นการจัดกลุ่ม และนำเข้าสู่บทเรียน
- 2) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน
- 3) ขั้นการศึกษากลุ่มย่อยและฝึกทักษะ
- 4) ขั้นประเมินผล
- 5) ขั้นยอมรับความสำเร็จของนักเรียน

4. กำหนดเวลาเรียน

ชุดการเรียนรู้แต่ละชุด ใช้เวลาเรียน 3 ชั่วโมง

5 บทบาทนักเรียน

- 1) แบ่งกลุ่มแบบคละกัน กลุ่มละ 5 – 6 คน โดยมีนักเรียนเก่ง ปานกลาง อ่อน เลือกประธานและเลขานุการ โดยประธานมีหน้าที่เป็นผู้นำในการปฏิบัติการกลุ่ม เลขานุการ มีหน้าที่จดบันทึกกิจกรรมของกลุ่ม สมาชิกมีหน้าที่ให้ความร่วมมือในการปฏิบัติการ
- 2) ขั้นตอนการประกอบกิจกรรม นักเรียนปฏิบัติดังนี้
 - ขั้นทดสอบก่อนเรียน นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน
 - ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน นักเรียนมีส่วนร่วมสนทนาซักถาม ครูนำเข้าสู่สิ่งที่จะเรียนรู้

3) ชั้นประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมดังนี้

- อ่านคำชี้แจง
- อ่านศึกษาใบความรู้
- ปฏิบัติกิจกรรมตามแบบฝึกเสริมทักษะ
- ตรวจสอบคำตอบจากเฉลยแบบฝึกเสริมทักษะ

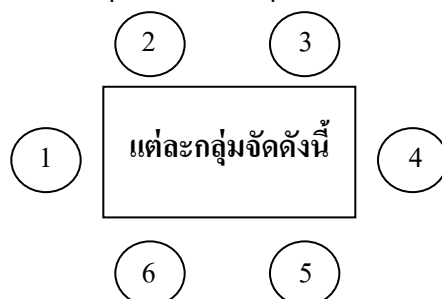
4) ชั้นสรุปบทเรียน

- รายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
- ตรวจสอบผลการปฏิบัติกิจกรรมจากเฉลยแบบฝึกเสริมทักษะ

5) ชั้นทดสอบหลังเรียน นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

6. การจัดชั้นเรียนแบบกลุ่ม

จัดชั้นเรียนเป็นกลุ่ม โดยแบ่งกลุ่มแบบคละกัน กลุ่มละ 5 – 6 คน ดังนี้



การจัดการเรียนเป็นกลุ่ม หมายเลข ① เป็นประธานกลุ่ม หมายเลข ② เป็นเลขานุการกลุ่ม และหมายเลขอื่น ๆ เป็นสมาชิกในกลุ่ม





เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้ ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน
จบแล้ว

1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อนแทนด้วยจุดลงบนกราฟได้
2. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อนแทนด้วยเวกเตอร์ลงบนกราฟได้
3. นักเรียนสามารถหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้

นำคุณสมบัติของค่าสัมบูรณ์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้



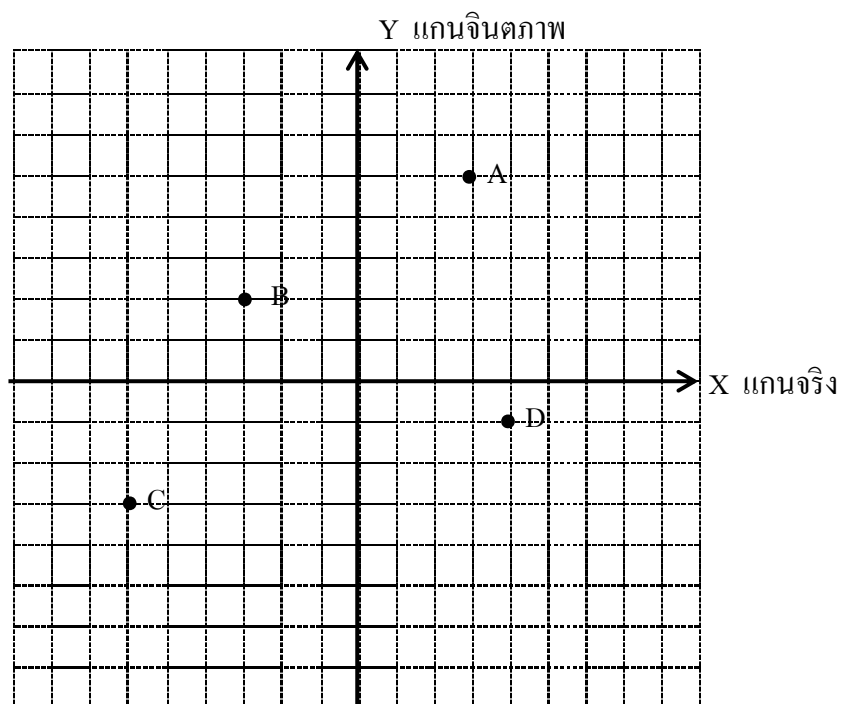
แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

จำนวนข้อสอบ 10 ข้อ

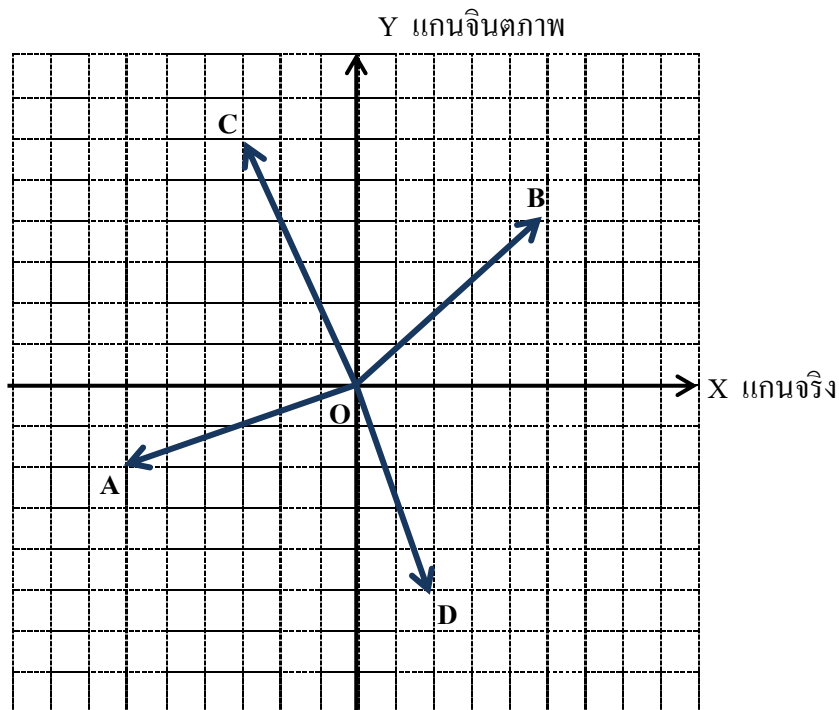
คำสั่ง ให้ทำเครื่องหมาย (x) ทับข้อที่ถูกที่สุดลงในแบบทดสอบ

จากกราฟที่กำหนดให้ใช้ตอบคำถามข้อ 1



1. จุด A , B , C และ D เป็นจุดที่แทนจำนวนเชิงซ้อนในข้อใด
 - ก. $3+5i$, $-3+2i$, $-6-3i$, $4-i$ ตามลำดับ
 - ข. $3+5i$, $-6-3i$, $-3+2i$, $4-i$ ตามลำดับ
 - ค. $3+5i$, $-3+2i$, $4-i$, $-6-3i$ ตามลำดับ
 - ง. $4-i$, $-3+2i$, $-6-3i$, $3+5i$ ตามลำดับ

ใช้ข้อมูลนี้ตอบข้อ 2–3



2. จำนวนเชิงซ้อน $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วยเวกเตอร์ใด

ก. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OA}$ ตามลำดับ

ข. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}$ ตามลำดับ

ค. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OB}$ ตามลำดับ

ง. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ ตามลำดับ

3. ข้อใดถูกต้อง

ก. $\overrightarrow{OB}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $-2 + 5i$

ข. $\overrightarrow{OC}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $-3 + 6i$

ค. $\overrightarrow{OD}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $-6 - 2i$

ง. $\overrightarrow{OA}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $2 - 5i$

4. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $Z = -5i$ คือข้อใด

ก. $|Z| = \sqrt{0^2 - 5i^2}$

ข. $|Z| = \sqrt{0^2 + (-5i)^2}$

ค. $|Z| = \sqrt{0^2 + (-5)^2}$

ง. $|Z| = \sqrt{0^2 + 2^2}$

5. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $Z = -6 - 2i$ คือข้อใด

ก. $|Z| = 10\sqrt{2}$

ข. $|Z| = \sqrt{10}$

ค. $|Z| = 3\sqrt{10}$

ง. $|Z| = 2\sqrt{10}$

6. ค่าของ $|i^{100}| - |5i^{60}|$ คือข้อใด

ก. -4

ข. 0

ค. 1

ง. 5

7. ข้อใดเป็นจริง

ก. $|3 - 4i| = |-3 - 4i|$

ข. $|-5 - 2i| < |4 + 3i|$

ค. $|5i| \neq |5|$

ง. $\left|\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i\right| > \left|\frac{1}{4}\right|$

8. กำหนดให้ $Z = -3 + 4i$ และ $W = 12 + 5i$ ค่าของ $|ZW^{-1}|$ คือข้อใด

ก. 65

ข. -65

ค. $\frac{13}{5}$

ง. $\frac{5}{13}$

9. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $Z = (1 + \sqrt{3}i)^2(\sqrt{3} - i)^4$ คือข้อใด

ก. 2^2

ข. 2^4

ค. 2^6

ง. 2^8

10. กำหนดให้ $Z = \frac{1-2i}{i}$ จงหา $|Z^2 - 6Z + 9|$

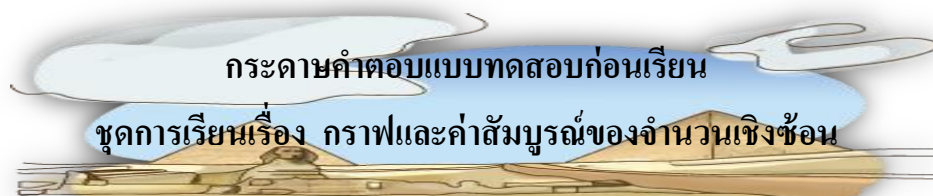
ก. $\sqrt{26}$

ข. 26

ค. $\sqrt{27}$

ง. 27





ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	
เต็ม	10
ได้	
ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ	





ข้อ	เฉลย
1	ค
2	ค
3	ข
4	ค
5	ง
6	ก
7	ก
8	ง
9	ค
10	ข



开心果

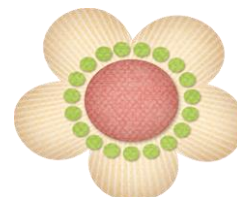




ชุดการเรียนรู้เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน ที่นักเรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้เป็นชุดการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ด้วยตัวเอง เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองและพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพ ซึ่งนักเรียนต้องศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ระยะเวลาที่ใช้ในการทำชุดการเรียนรู้ และเนื้อหาในชุดการเรียนรู้ให้เข้าใจ เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและปฏิบัติกิจกรรม ดังนี้

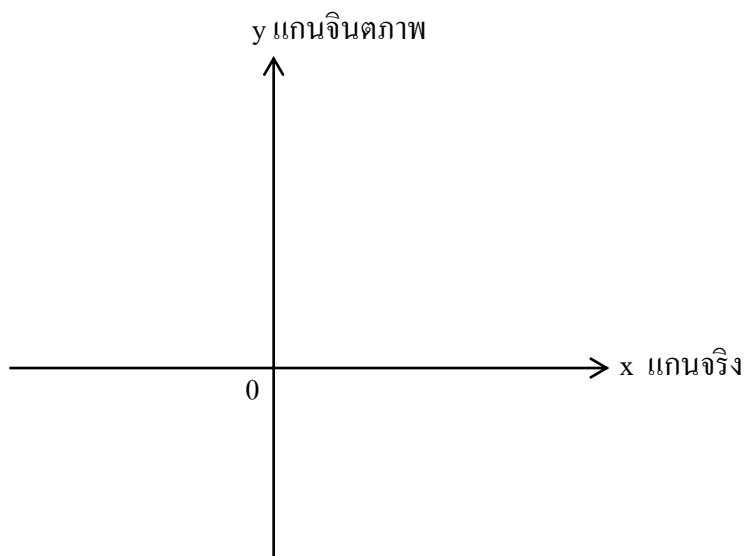
1. ก่อนที่นักเรียนจะศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเป็นขั้นตอนแรก การทำแบบทดสอบก่อนเรียนเป็นการตรวจสอบความรู้ของตนเอง
2. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 – 6 คน โดยสมาชิกในกลุ่มประกอบด้วย นักเรียน เก่ง ปานกลาง อ่อน จำนวนเท่า ๆ กัน
3. นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ใบความรู้ และตัวอย่าง ในชุดการเรียนรู้ให้เข้าใจ
4. ตอบคำถามในแต่ละกิจกรรมที่กำหนดให้ พร้อมตรวจคำตอบในเฉลยด้านล่าง
5. หากตอบผิด ให้ย้อนกลับศึกษาใบความรู้ ตัวอย่างในตอนต้นอีกครั้ง
6. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะท้ายกิจกรรมด้วยตัวนักเรียนเอง
7. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน
8. ในขณะที่นักเรียนใช้ชุดการเรียนรู้ ถ้ามีปัญหหรือข้อสงสัยสามารถปรึกษาครูผู้สอนได้





ใบความรู้ที่ 1.1

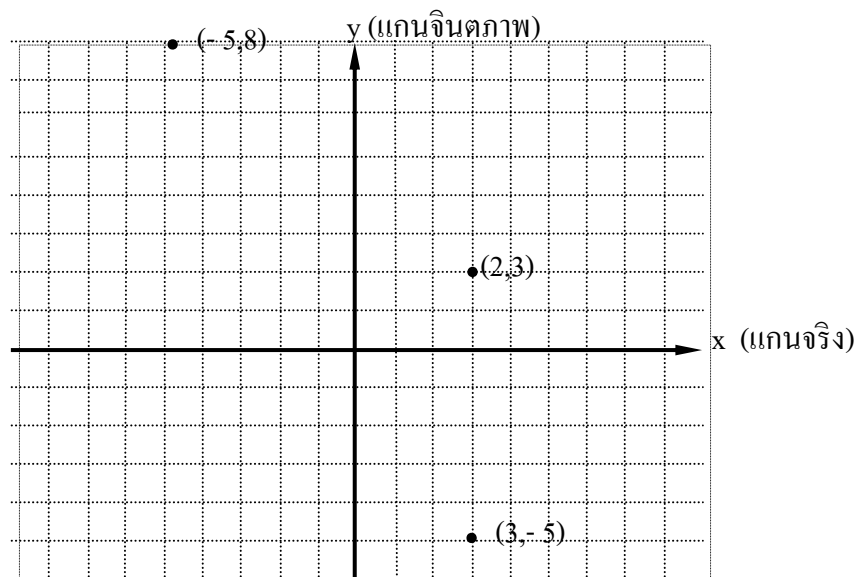
เนื่องจากจำนวนเชิงซ้อน $a+bi$ สามารถเขียนในรูปของคู่อันดับ (a,b) ได้ ดังนั้น จึงสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อนแทนด้วยจุดบนระนาบ และเรียกระนาบนั้นว่า ระนาบเชิงซ้อน โดยให้แกน x แทนส่วนจริง เรียกว่า แกนจริง และให้แกน y แทนส่วนจินตภาพ เรียกว่า แกนจินตภาพ แกนทั้งสองตั้งฉากกันและตัดกันที่ $(0, 0)$



กิจกรรมที่ 1.1 ในแต่ละกิจกรรมต่อไปนี้ให้นักเรียนเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ แทนด้วยจุดบนกราฟ

1. $2+3i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ (.....,.....)
2. $-5+8i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ (.....,.....)
3. $3-5i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ (.....,.....)



2. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ แทนด้วยจุดบนกราฟ

- 2.1. $-3-5i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ (.....,.....)
- 2.2. 3 เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ (.....,.....)
- 2.3. $5i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ (.....,.....)

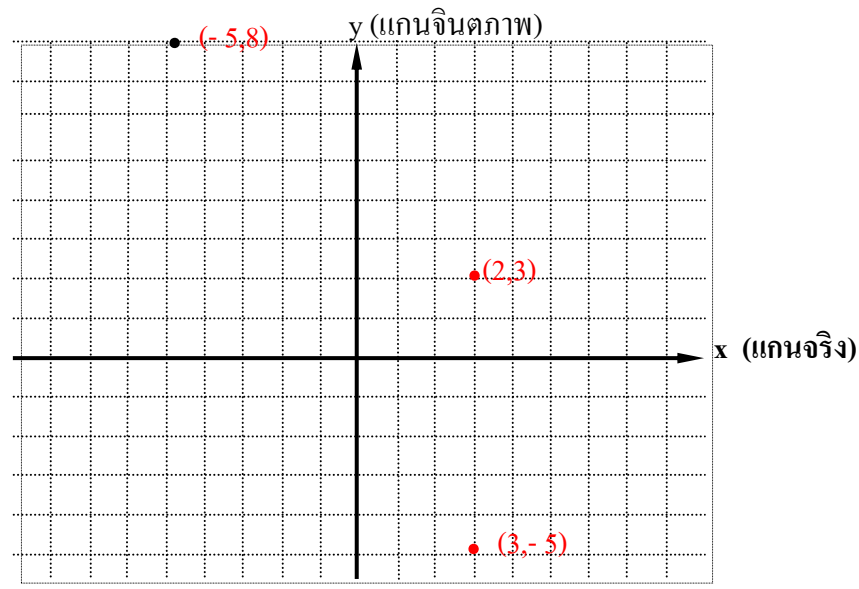
เฉลยกิจกรรมที่ 1.1 ในแต่ละกิจกรรมต่อไปนี้ให้นักเรียนเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ แทนด้วยจุดบนกราฟ

1.1. $2+3i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ $(2,3)$

1.2. $-5+8i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ $(-5,8)$

1.3. $3-5i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ $(3,-5)$



2. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ แทนด้วยจุดบนกราฟ

2.1. $-3-5i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ $(-3, -5)$

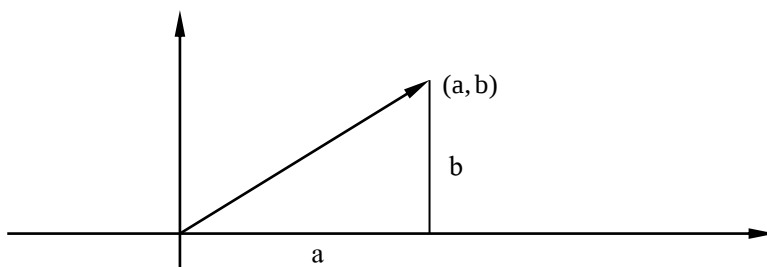
2.2. 3 เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ $(3, 0)$

2.3. $5i$ เขียนในรูปคู่อันดับได้เท่ากับ $(0, 5)$



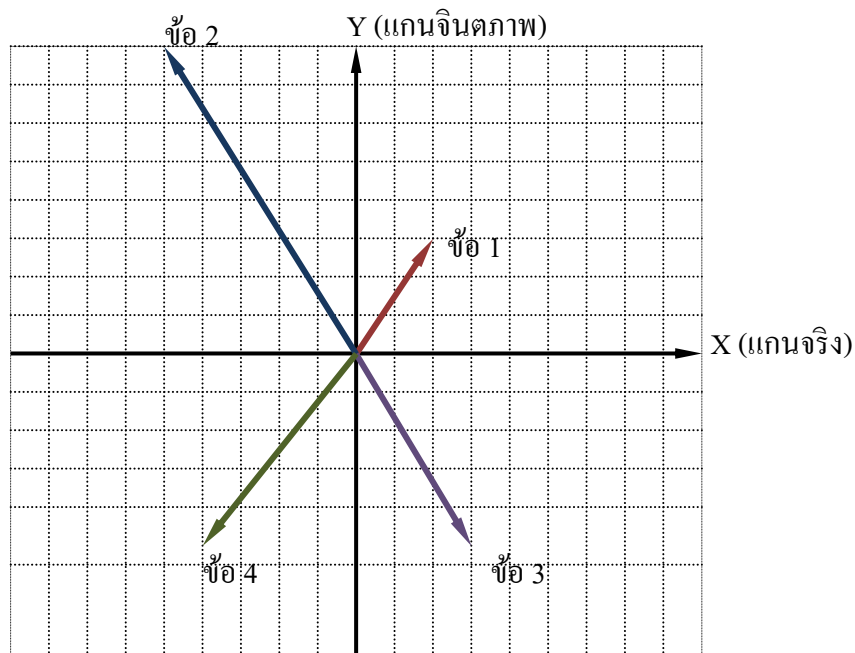
ใบความรู้ที่ 1.2

นอกจากจะเขียนจำนวนเชิงซ้อน $a+bi$ แทนด้วยจุดแล้ว ยังสามารถเขียนแทนด้วยเวกเตอร์ โดยให้จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์อยู่ที่จุด $(0,0)$ เท่านั้น และให้จุด (a,b) ใดๆ แทนจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ เช่น



จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ แทนด้วยเวกเตอร์

1. $2+3i$ เขียนแทนด้วยเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด $(0,0)$ และมีจุดสิ้นสุดที่จุด $(2,3)$
2. $-5+8i$ เขียนแทนด้วยเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด $(0,0)$ และมีจุดสิ้นสุดที่จุด $(-5,8)$
3. $3-5i$ เขียนแทนด้วยเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด $(0,0)$ และมีจุดสิ้นสุดที่จุด $(3,-5)$
4. $-4-5i$ เขียนแทนด้วยเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด $(0,0)$ และมีจุดสิ้นสุดที่จุด $(-4,-5)$





1. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนแทนด้วยจุดบนกราฟ เมื่อกำหนดจำนวนเชิงซ้อนให้ดังต่อไปนี้

$$Z_1 = (3, 4)$$

$$Z_2 = (-2, 3)$$

$$Z_3 = -4 - 2i$$

$$Z_4 = 2 - 2i$$

$$Z_5 = (5, -6)$$

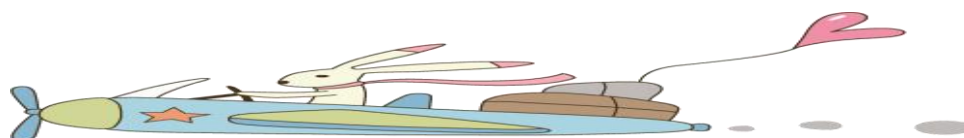
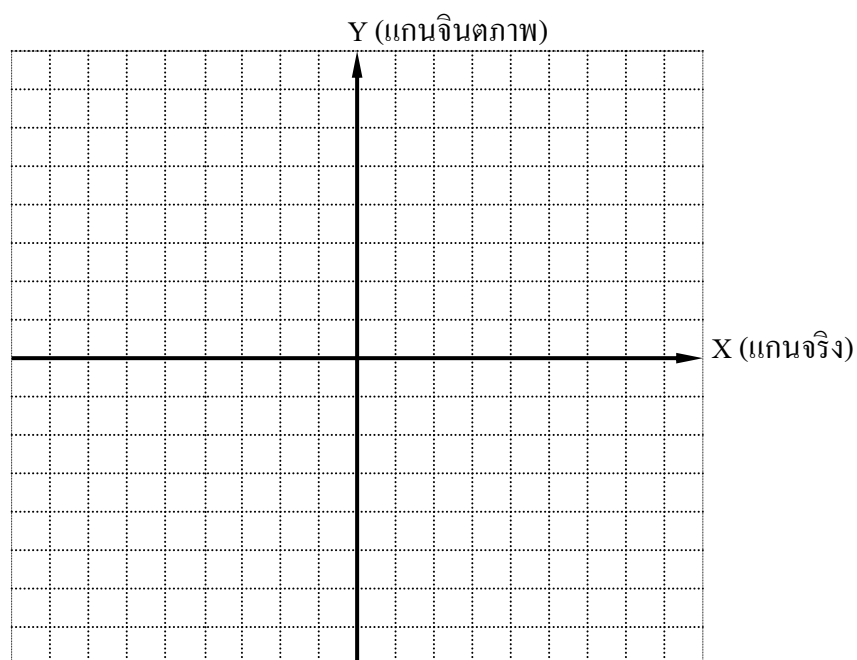
$$Z_6 = 1 + 7i$$

$$Z_7 = (-4, -6)$$

$$Z_8 = -5 - 6i$$

$$Z_9 = -7 - 2i$$

$$Z_{10} = 6 + 2i$$



2. จงเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ในรูปของเวกเตอร์ เมื่อกำหนดจำนวนเชิงซ้อนให้ดังต่อไปนี้

$$Z_1 = (1, 2)$$

$$Z_2 = (-2, -3)$$

$$Z_3 = 4 - 2i$$

$$Z_4 = -6 - 5i$$

$$Z_5 = 2 - 3i$$

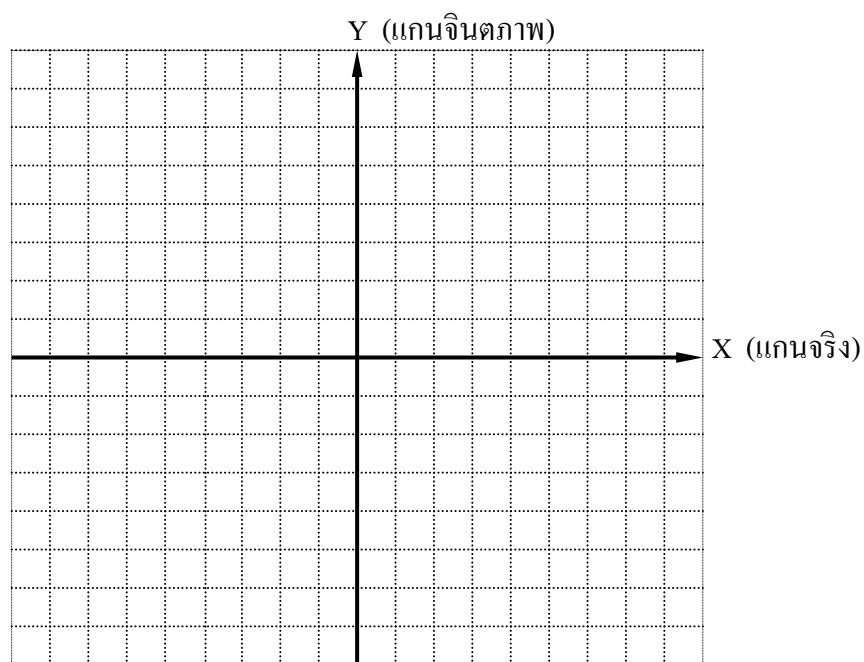
$$Z_6 = -4 + 4i$$

$$Z_7 = 5 + 4i$$

$$Z_8 = (-3, 6)$$

$$Z_9 = (-5, -7)$$

$$Z_{10} = -7 + 2i$$





1. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนแทนด้วยจุดบนกราฟ เมื่อกำหนดจำนวนเชิงซ้อนให้ดังต่อไปนี้

$$Z_1 = (3, 4)$$

$$Z_2 = (-2, 3)$$

$$Z_3 = -4 - 2i$$

$$Z_4 = 2 - 2i$$

$$Z_5 = (5, -6)$$

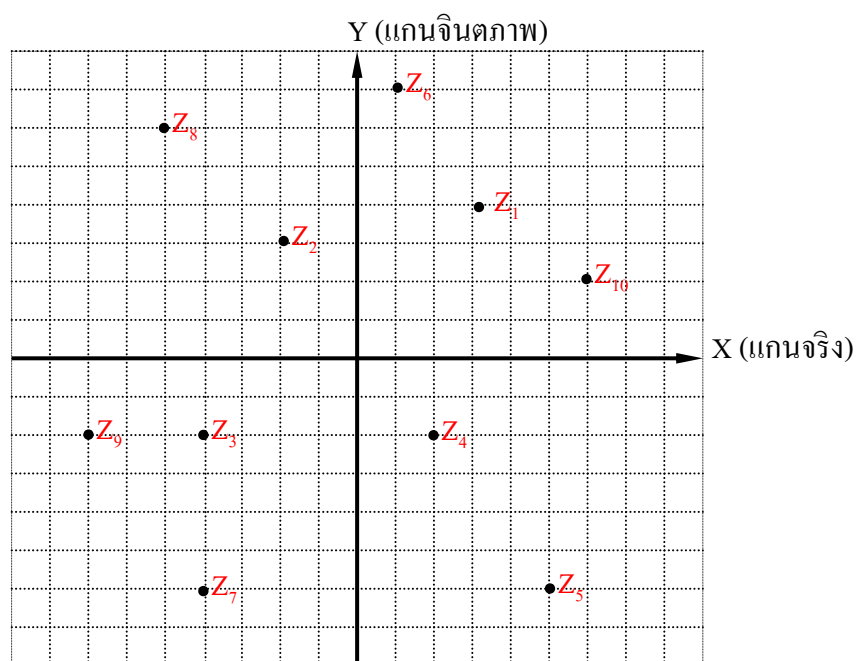
$$Z_6 = 1 + 7i$$

$$Z_7 = (-4, -6)$$

$$Z_8 = -5 - 6i$$

$$Z_9 = -7 - 2i$$

$$Z_{10} = 6 + 2i$$



2. จงเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ในรูปของเวกเตอร์ เมื่อกำหนดจำนวนเชิงซ้อนให้ดังต่อไปนี้

$$Z_1 = (1, 2)$$

$$Z_2 = (-2, -3)$$

$$Z_3 = 4 - 2i$$

$$Z_4 = -6 - 5i$$

$$Z_5 = 2 - 3i$$

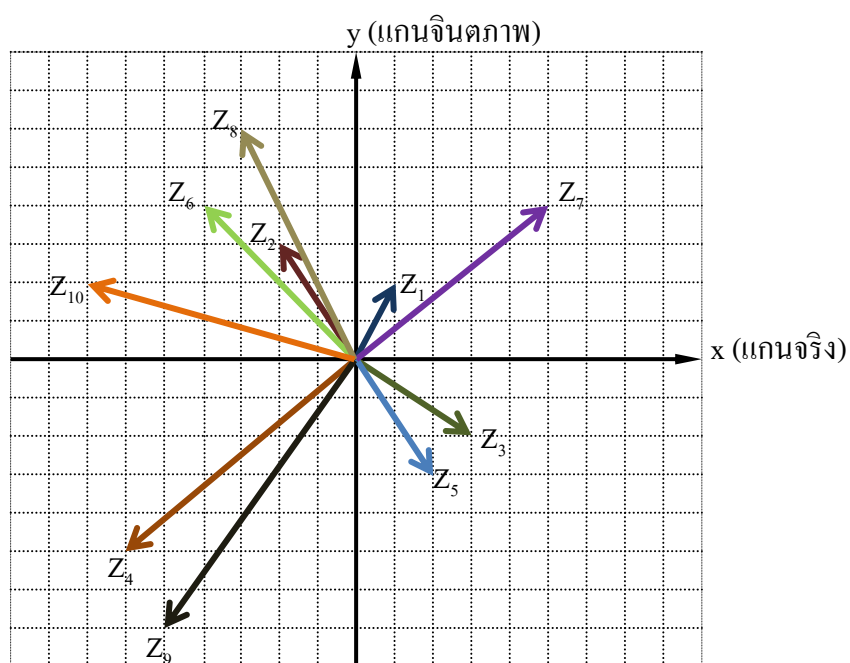
$$Z_6 = -4 + 4i$$

$$Z_7 = 5 + 4i$$

$$Z_8 = (-3, 6)$$

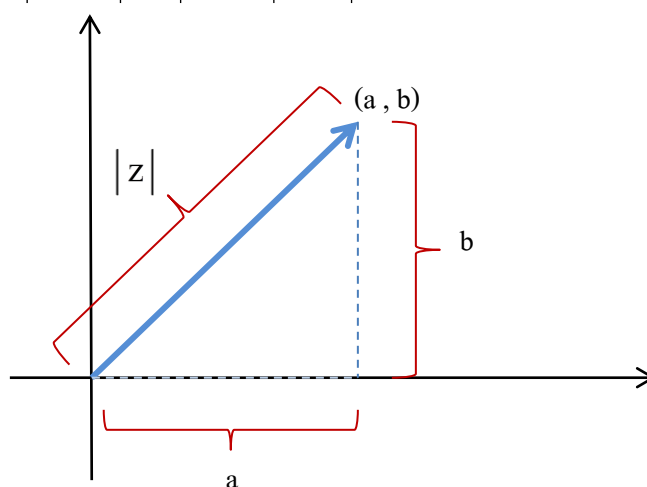
$$Z_9 = (-5, -7)$$

$$Z_{10} = -7 + 2i$$





เนื่องจากจำนวนเชิงซ้อน $a+bi$ สามารถเขียนแทนด้วยเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด $(0,0)$ และมีจุดสิ้นสุดที่จุด (a,b) ดังนั้นค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $a+bi$ คือระยะทางจากจุดเริ่มต้น $(0,0)$ ไปยังจุดสิ้นสุด (a,b) ของเวกเตอร์ และค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $Z = (a,b) = a+bi$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $|Z|$ หรือ $|(a,b)|$ หรือ $|a+bi|$



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้} \quad |Z|^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore |Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

สรุป ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน Z สามารถหาได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} |Z| &= |(a,b)| \\ &= |a+bi| \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

$$\begin{aligned} |2+3i| &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{4+9} \\ &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

กิจกรรมที่ 2.1 ในแต่ละกิจกรรมต่อไปนี้ให้นักเรียน เติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

$$2.1.1 \quad |-3+4i| = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$2.1.2 \quad |-10i| = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$2.1.3 \quad |(-4,4)| = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



**เฉลยกิจกรรมที่ 2.1 ในแต่ละกิจกรรมต่อไปนี้ให้นักเรียน เติมคำตอบในช่องว่าง
ให้สมบูรณ์**

$$\begin{aligned}
 2.1.1 \quad |-3+4i| &= \sqrt{(-3)^2 + 4^2} \\
 &= \sqrt{9+16} \\
 &= \sqrt{25} \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.1.2 \quad |-10i| &= |0-10i| \\
 &= \sqrt{0^2 + (-10)^2} \\
 &= \sqrt{100} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.1.3 \quad |-4+4i| &= \sqrt{(-4)^2 + 4^2} \\
 &= \sqrt{16+16} \\
 &= \sqrt{32} \\
 &= 4\sqrt{2}
 \end{aligned}$$





1. จงหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน Z ต่อไปนี้

1.1 $Z = 5 + 4i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.2 $Z = 3 - 4i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.3 $Z = \frac{-1}{2} + i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.4 $Z = 3 - 7i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.5 $Z = 2\sqrt{2} + i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.6 $Z = 1 - 2\sqrt{2}i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.7 $Z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.8 $Z = -\sqrt{3} + \sqrt{2}i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.9 $Z = -5 - 12i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.10 $Z = 1 + \sqrt{3}i$

$$\begin{aligned} Z &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$



$$1.1 \quad Z = 5 + 4i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{5^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{25 + 16} \\ &= \sqrt{41} \end{aligned}$$

$$1.2 \quad Z = 3 - 4i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{3^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$1.3 \quad Z = \frac{-1}{2} + i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} + 1} \\ &= \sqrt{\frac{5}{4}} \end{aligned}$$

$$1.4 \quad Z = 3 - 7i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{3^2 + (-7)^2} \\ &= \sqrt{9 + 49} \\ &= \sqrt{58} \end{aligned}$$

$$1.5 \quad Z = 2\sqrt{2} + i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{8 + 1} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$1.6 \quad Z = 1 - 2\sqrt{2}i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{1^2 + (-2\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1 + 8} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$1.7 \quad Z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{2 + 3} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$1.8 \quad Z = -\sqrt{3} + \sqrt{2}i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{3 + 2} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$1.9 \quad Z = -5 - 12i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(-5)^2 + (-12)^2} \\ &= \sqrt{25 + 144} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$1.10 \quad Z = 1 + \sqrt{3}i$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{1 + 3} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$



สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า z และ w เป็นจำนวนเชิงซ้อนแล้ว

1. $|z|^2 = z\bar{z}$
2. $|z| = |-z|$
3. $|z| = |\bar{z}|$
4. $|zw| = |z||w|$
5. $|z| = 0$ ก็ต่อเมื่อ $z = 0$
6. ถ้า $z \neq 0$ แล้ว $|z^{-1}| = \frac{1}{|z|}$
7. $\left|\frac{z}{w}\right| = \frac{|z|}{|w|}$ เมื่อ $w \neq 0$
8. $|z+w| \leq |z| + |w|$
9. $|z-w| \geq ||z| - |w||$
10. $|z-w| \geq ||z| - |w||$

ถ้ากำหนดให้จำนวนเชิงซ้อน z และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$z^n = z \cdot z \cdot z \cdot \dots \cdot z \quad (n \text{ พจน์})$$

ดังนั้น $|z^n| = |z \cdot z \cdot z \cdot \dots \cdot z| \quad (n \text{ พจน์})$

จากสมบัติ ข้อที่ 4 จะได้ว่า

$$|z^n| = |z| \cdot |z| \cdot |z| \cdot \dots \cdot |z| \quad (n \text{ พจน์})$$

นั่นคือ $|z^n| = |z|^n$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนและ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$|z^n| = |z|^n$$



ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $Z = -3 + 4i$ และ $W = 12 + 5i$ จงหา

$$\begin{aligned}
 1. \quad |Z + W| &= |(-3 + 4i) + (12 + 5i)| \\
 &= |9 + 9i| \\
 &= \sqrt{9^2 + 9^2} \\
 &= \sqrt{81 + 81} \\
 &= \sqrt{162} \\
 &= 9\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad |Z^{-1}| &= \frac{1}{|Z|} \quad (\text{เพราะว่า } Z \neq 0) \\
 &= \frac{1}{|-3 + 4i|} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{25}} \\
 &= \frac{1}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad |ZW| &= |Z| \cdot |W| \\
 &= |-3 + 4i| \cdot |12 + 5i| \\
 &= \sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{12^2 + 5^2} \\
 &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{169} \\
 &= 5 \cdot 13 \\
 &= 65
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad |Z^3| &= |Z|^3 \\
 &= |-3 + 4i|^3 \\
 &= (\sqrt{(-3)^2 + 4^2})^3 \\
 &= (\sqrt{25})^3 \\
 &= 5^3 \\
 &= 125
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \left| \frac{z}{w} \right| &= \frac{|z|}{|w|} \\ &= \frac{|-3+4i|}{|12+5i|} \\ &= \frac{\sqrt{(-3)^2+4^2}}{\sqrt{12^2+5^2}} \\ &= \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{169}} \\ &= \frac{5}{13} \end{aligned}$$



กิจกรรมที่ 3.1 ในแต่ละกิจกรรมต่อไปนี้ ให้นักเรียนเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

กำหนดให้ $z = -2 + 4i$ และ $w = \sqrt{3} - \sqrt{6}i$ จงหา

$$\begin{aligned}
 3.1.1 \quad |z^2 w^3| &= |z^2| \cdot |w^3| \\
 &= |z|^2 \cdot |w|^3 \\
 &= |-2 + 4i|^2 \cdot |\sqrt{3} - \sqrt{6}i|^3 \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.1.2 \quad \left| \frac{z^2}{w} \right| &= \frac{|z|^2}{|w|} \\
 &= \frac{|-2 + 4i|^2}{|\sqrt{3} - \sqrt{6}i|} \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$



เฉลยกิจกรรมที่ 3.1

$$\begin{aligned}
 3.1.1 \quad |z^2 w^3| &= |z^2| \cdot |w^3| \\
 &= |z|^2 \cdot |w|^3 \\
 &= |-2+4i|^2 \cdot |\sqrt{3}-\sqrt{6}i|^3 \\
 &= (\sqrt{(-2)^2+4^2})^2 \cdot (\sqrt{\sqrt{3}^2+(-\sqrt{6})^2})^3 \\
 &= (\sqrt{18})^2 \cdot (\sqrt{9})^3 \\
 &= 18 \cdot 27 \\
 &= 486
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.1.2 \quad \frac{|z^2|}{|w|} &= \frac{|z|^2}{|w|} \\
 &= \frac{|-2+4i|^2}{|\sqrt{3}-\sqrt{6}i|} \\
 &= \frac{(\sqrt{(-2)^2+4^2})^2}{\sqrt{\sqrt{3}^2+(-\sqrt{6})^2}} \\
 &= \frac{(\sqrt{18})^2}{\sqrt{9}} \\
 &= \frac{18}{3} \\
 &= 6
 \end{aligned}$$



กิจกรรมที่ 3.2 ในแต่ละกิจกรรมต่อไปนี้ให้นักเรียน เติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

จงหา $|z|$ เมื่อกำหนดให้

$$3.2.1 \quad z = (1 + \sqrt{3}i)^2(\sqrt{3} - i)^4$$

$$\begin{aligned} |z| &= |(1 + \sqrt{3}i)^2(\sqrt{3} - i)^4| \\ &= |(1 + \sqrt{3}i)^2| \cdot |(\sqrt{3} - i)^4| \\ &= |(1 + \sqrt{3}i)|^2 \cdot |(\sqrt{3} - i)|^4 \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

$$3.2.2 \quad z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)(-1 + i)^4}{-1 - \sqrt{3}i}$$

$$\begin{aligned} |z| &= \left| \frac{(1 + \sqrt{3}i)(-1 + i)^4}{-1 - \sqrt{3}i} \right| \\ &= \frac{|(1 + \sqrt{3}i)(-1 + i)^4|}{|-1 - \sqrt{3}i|} \\ &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$



เฉลยกิจกรรมที่ 3.2

จงหา $|Z|$ เมื่อกำหนดให้

$$3.2.1 \quad Z = (1 + \sqrt{3}i)^2(\sqrt{3} - i)^4$$

$$\begin{aligned} |Z| &= |(1 + \sqrt{3}i)^2(\sqrt{3} - i)^4| \\ &= |(1 + \sqrt{3}i)^2| \cdot |(\sqrt{3} - i)^4| \\ &= |(1 + \sqrt{3}i)|^2 \cdot |(\sqrt{3} - i)|^4 \\ &= (\sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2})^2 \cdot (\sqrt{\sqrt{3}^2 + (-1)^2})^4 \\ &= (\sqrt{9+3})^2 \cdot (\sqrt{3^2+1^2})^4 \\ &= (\sqrt{12})^2 \cdot (\sqrt{10})^4 \end{aligned}$$



$$3.2.2 \quad Z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)(-1 + i)^4}{-1 - \sqrt{3}i}$$

$$\begin{aligned} |Z| &= \frac{|(1 + \sqrt{3}i)(-1 + i)^4|}{|-1 - \sqrt{3}i|} \\ &= \frac{|(1 + \sqrt{3}i)(-1 + i)^4|}{|-1 - \sqrt{3}i|} \\ &= \frac{|1 + \sqrt{3}i| \cdot |-1 + i|^4}{|-1 - \sqrt{3}i|} \\ &= \frac{\sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2}^4}{\sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2}} \\ &= \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}^4}{\sqrt{4}} \\ &= 4 \end{aligned}$$



กิจกรรมที่ 3.3 ในแต่ละกิจกรรมต่อไปนี้ให้นักเรียนเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

กำหนดให้ $z = \frac{5-12i}{-3i}$ จงหา $|z^2 - 6z + 9|$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ จาก } z &= \frac{5-12i}{-3i} \cdot \frac{i}{i} \\ &= \frac{5i-12i^2}{-3i^2} \\ &= \frac{12-5i}{3} \quad (\text{เพราะว่า } i^2 = -1) \\ z &= 4 - \frac{5}{3}i \end{aligned}$$

จากเรื่องการแยกตัวประกอบพหุนาม จะได้

$$\begin{aligned} |z^2 - 6z + 9| &= |(z-3)(z-3)| \\ &= |(z-3)^2| \\ &= |z-3|^2 \quad \text{-----(1)} \end{aligned}$$

นำ $z = 4 - \frac{5}{3}i$ แทนใน (1)

$$\begin{aligned} &= \left| 4 - \frac{5}{3}i - 3 \right|^2 \\ &= \left| 1 - \frac{5}{3}i \right|^2 \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$



เฉลยกิจกรรมที่ 3.3



กำหนดให้ $z = \frac{5-12i}{-3i}$ จงหา $|z^2 - 6z + 9|$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ จาก } z &= \frac{5-12i}{-3i} \cdot \frac{i}{i} \\ &= \frac{5i-12i^2}{-3i^2} \\ &= \frac{12-5i}{3} \quad (\text{เพราะว่า } i^2 = -1) \\ z &= 4 - \frac{5}{3}i \end{aligned}$$

จากเรื่องการแยกตัวประกอบพหุนาม จะได้

$$\begin{aligned} |z^2 - 6z + 9| &= |(z-3)(z-3)| \\ &= |(z-3)^2| \\ &= |z-3|^2 \quad \text{-----(1)} \end{aligned}$$

นำ $z = 4 - \frac{5}{3}i$ แทนใน (1)

$$\begin{aligned} &= \left| 4 - \frac{5}{3}i - 3 \right|^2 \\ &= \left| 1 - \frac{5}{3}i \right|^2 \\ &= \left(\sqrt{1^2 + \left(-\frac{5}{3}\right)^2} \right)^2 \\ &= \left(\sqrt{1 + \frac{25}{9}} \right)^2 \\ &= \left(\sqrt{\frac{34}{9}} \right)^2 \\ &= \frac{34}{9} \end{aligned}$$



1. จงหา $|Z|$ เมื่อกำหนด Z ดังต่อไปนี้

1.1 $Z = (2 + 3i) + (4 + 5i)$

=
 =
 =
 =
 =
 =

1.2 $Z = (4 - 3i) - (4 + 2i)$

=
 =
 =
 =
 =
 =

1.3 $Z = (4 + 3i)(4 - 3i)$

=
 =
 =
 =
 =
 =
 =

=
 =
 =
 =
 =
 =
 =

2. กำหนดให้ $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ และ $w = 3 - 4i$ จงหาคำตอบของข้อต่อไปนี

2.1 $|ZW|$

=
 =
 =
 =
 =
 =

2.2 $|Z^2W^3|$

=
 =
 =
 =
 =
 =

$$2.3 \quad \left| \frac{Z^5}{W^2} \right|$$

A series of ten sets of horizontal lines for handwriting practice. Each set consists of three lines: a solid top line, a dashed middle line, and a solid bottom line. The sets are arranged vertically, providing a template for practicing letter height and placement.

$$2.4 \quad \left| -4W^{-1}(Z^{-1})^5 \right|$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$





1. จงหา $|Z|$ เมื่อกำหนด Z ดังต่อไปนี้

1.1 $Z = (2 + 3i) + (4 + 5i)$

$$\begin{aligned}
 |Z| &= |(2 + 3i) + (4 + 5i)| \\
 &= |2 + 3i + 4 + 5i| \\
 &= |6 + 8i| \\
 &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\
 &= \sqrt{36 + 64} \\
 &= \sqrt{100} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

1.2 $Z = (4 - 3i) - (4 + 2i)$

$$\begin{aligned}
 &= |(4 - 3i) - (4 + 2i)| \\
 &= |(4 - 3i) + (-4 - 2i)| \\
 &= |4 - 3i - 4 - 2i| \\
 &= |0 - 5i| \\
 &= \sqrt{0^2 + (-5)^2} \\
 &= \sqrt{25} \\
 &= 5
 \end{aligned}$$



$$1.3 \quad Z = (4 + 3i)(4 - 3i)$$

$$\begin{aligned}
 |Z| &= |(4 + 3i)(4 - 3i)| \\
 &= |4 + 3i| \cdot |4 - 3i| \\
 &= \sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2} \\
 &= \sqrt{16 + 9} \cdot \sqrt{16 + 9} \\
 &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{25} \\
 &= 5 \cdot 5 \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

$$1.4 \quad Z = \frac{2 + 3i}{1 + 2i}$$

$$\begin{aligned}
 |Z| &= \frac{|2 + 3i|}{|1 + 2i|} \\
 &= \frac{|2 + 3i|}{|1 + 2i|} \\
 &= \frac{\sqrt{2^2 + 3^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \\
 &= \frac{\sqrt{4 + 9}}{\sqrt{1 + 4}} \\
 &= \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}}
 \end{aligned}$$



$$1.5 \quad Z = \frac{5i^{99}}{(-3+4i)^3}$$

$$\begin{aligned} |Z| &= \left| \frac{5i^{99}}{(-3+4i)^3} \right| \\ &= \frac{|5(-i)|}{|-3+4i|^3} \\ &= \frac{|-5i|}{(\sqrt{(-3)^2+4^2})^3} \\ &= \frac{\sqrt{0^2+(-5)^2}}{(\sqrt{9+16})^3} \\ &= \frac{\sqrt{25}}{(\sqrt{25})^3} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{25})^2} \\ &= \frac{1}{25} \end{aligned}$$



$$1.6 \quad Z = (1+i)(1+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)(3-4i)$$

$$\begin{aligned} |Z| &= |(1+i)(1+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)(3-4i)| \\ &= |1+i| \cdot |1+\sqrt{3}i| \cdot |\sqrt{3}+i| \cdot |3-4i| \\ &= \sqrt{1^2+1^2} \cdot \sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2} \cdot \sqrt{3^2+(-4)^2} \\ &= \sqrt{1+1} \cdot \sqrt{1+3} \cdot \sqrt{3+1} \cdot \sqrt{9+16} \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} \\ &= \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ &= 20\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ และ $w = 3 - 4i$ จงหาคำตอบของข้อต่อไปนี้

2.1 $|zw|$

$$\begin{aligned}
 |zw| &= \left| \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \cdot (3 - 4i) \right| \\
 &= \left| -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| \cdot |3 - 4i| \\
 &= \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-4)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} \cdot \sqrt{9 + 16} \\
 &= \sqrt{\frac{4}{4}} \cdot \sqrt{25} \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

2.2 $|z^2w^3|$

$$\begin{aligned}
 |z^2w^3| &= |z^2| \cdot |w^3| \\
 &= \left| -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right|^2 \cdot |3 - 4i|^3 \\
 &= \left(\sqrt{\left(-\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} \right)^2 \cdot \left(\sqrt{3^2 + (-4)^2} \right)^3 \\
 &= \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right) \cdot (\sqrt{9 + 16})^3 \\
 &= \left(\frac{4}{4} \right) \cdot (\sqrt{25})^3 \\
 &= 1 \cdot 5^3 \\
 &= 125
 \end{aligned}$$

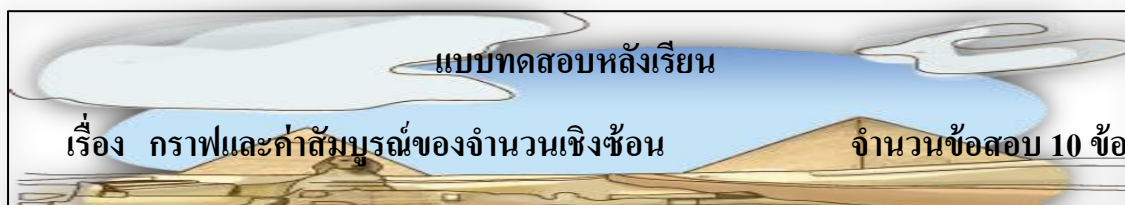


$$2.3 \quad \left| \frac{Z^5}{W^2} \right|$$

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{Z^5}{W^2} \right| &= \frac{|Z|^5}{|W|^2} \\
 &= \frac{\left| -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right|^5}{|3-4i|^2} \\
 &= \frac{\left(\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \right)^5}{\left(\sqrt{3^2 + (-4)^2} \right)^2} \\
 &= \frac{\left(\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} \right)^5}{(\sqrt{9+16})^2} \\
 &= \frac{(\sqrt{1})^5}{(\sqrt{25})^2} \\
 &= \frac{1}{25}
 \end{aligned}$$

$$2.4 \quad \left| -4W^{-1}(Z^{-1})^5 \right|$$

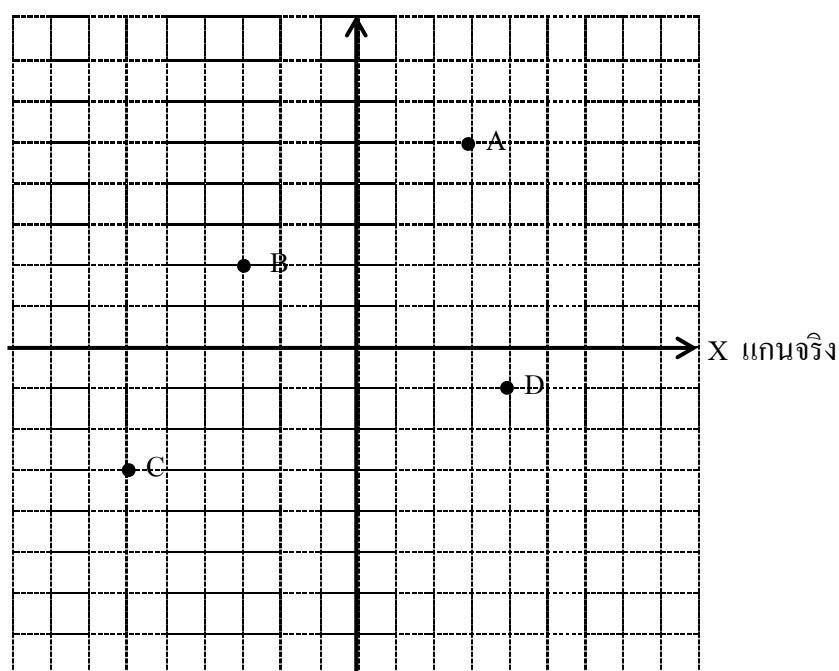
$$\begin{aligned}
 \left| -4W^{-1}(Z^{-1})^5 \right| &= |-4| \cdot |W^{-1}| \cdot |Z^{-1}|^5 \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{|W|} \cdot \frac{1}{|Z|^5} \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{\left| -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right|} \cdot \frac{1}{|3-4i|^5} \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{3^2 + (-4)^2} \right)^5} \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} \cdot \frac{1}{(\sqrt{9+16})^5} \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{(\sqrt{25})^5} \\
 &= \frac{4}{3125}
 \end{aligned}$$



คำสั่ง ให้ทำเครื่องหมาย (x) ทับข้อที่ถูกต้องลงในแบบทดสอบ

จากกราฟที่กำหนดให้ใช้ตอบคำถามข้อ 1

Y แกนจินตภาพ



1. จุด A , B , C และ D เป็นจุดที่แทนจำนวนเชิงซ้อนในข้อใด

ก. $3+5i$, $-3+2i$, $-6-3i$, $4-i$ ตามลำดับ

ข. $3+5i$, $-6-3i$, $-3+2i$, $4-i$ ตามลำดับ

ค. $3+5i$, $-3+2i$, $4-i$, $-6-3i$ ตามลำดับ

ง. $4-i$, $-3+2i$, $-6-3i$, $3+5i$ ตามลำดับ

2. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $Z = (1 + \sqrt{3}i)^2(\sqrt{3} - i)^4$ คือข้อใด

ก. 2^2

ข. 2^4

ค. 2^6

ง. 2^8

3. กำหนดให้ $Z = \frac{1-2i}{i}$ จงหา $|Z^2 - 6Z + 9|$

ก. $\sqrt{26}$

ข. 26

ค. $\sqrt{27}$

ง. 27

4. ค่าของ $|i^{100}| - |5i^{60}|$ คือข้อใด

ก. -4

ข. 0

ค. 1

ง. 5

5. กำหนดให้ $Z = -3 + 4i$ และ $W = 12 + 5i$ ค่าของ $|ZW^{-1}|$ คือข้อใด

ก. 65

ข. -65

ค. $\frac{13}{5}$

ง. $\frac{5}{13}$

6. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $Z = -5i$ คือข้อใด

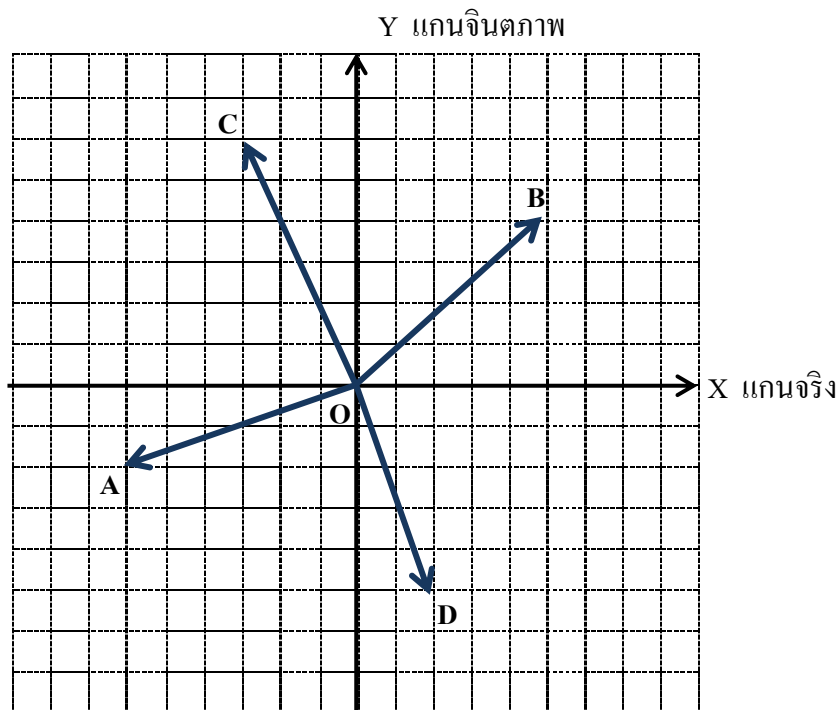
ก. $|Z| = \sqrt{0^2 - 5i^2}$

ข. $|Z| = \sqrt{0^2 + (-5i)^2}$

ค. $|Z| = \sqrt{0^2 + (-5)^2}$

ง. $|Z| = \sqrt{0^2 + 2^2}$

ใช้ข้อมูลนี้ตอบข้อ 7–8



7. จำนวนเชิงซ้อน $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วยเวกเตอร์ใด

ก. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OA}$ ตามลำดับ

ข. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}$ ตามลำดับ

ค. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OB}$ ตามลำดับ

ง. $2 - 5i$, $5 + 4i$ เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ ตามลำดับ

8. ข้อใดถูกต้อง

ก. $\overrightarrow{OB}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $-2 + 5i$

ข. $\overrightarrow{OC}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $-3 + 6i$

ค. $\overrightarrow{OD}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $-6 - 2i$

ง. $\overrightarrow{OA}$ แทนจำนวนเชิงซ้อน $2 - 5i$

9. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $Z = -6 - 2i$ คือข้อใด

ก. $|Z| = 10\sqrt{2}$

ข. $|Z| = \sqrt{10}$

ค. $|Z| = 3\sqrt{10}$

ง. $|Z| = 2\sqrt{10}$

10. ข้อใดเป็นจริง

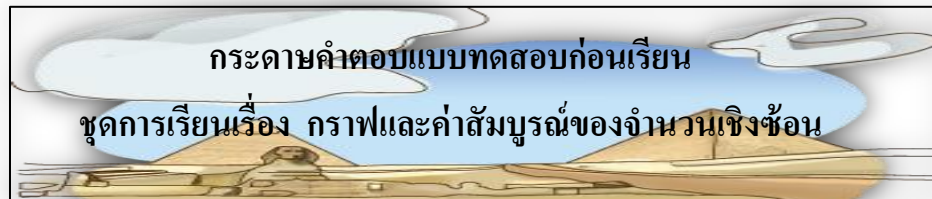
ก. $|3 - 4i| = |-3 - 4i|$

ข. $|-5 - 2i| < |4 + 3i|$

ค. $|5i| \neq |5|$

ง. $\left|\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i\right| > \left|\frac{1}{4}\right|$





ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	
เต็ม	10
ได้	
ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ	



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน ชุดการเรียนรู้เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ข้อ	เฉลย
1	ง
2	ค
3	ง
4	ก
5	ข
6	ค
7	ค
8	ค
9	ข
10	ก





กนกวลี อุษณกรกุล. (2550). แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 2.

กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.

กรมวิชาการ. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :

โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์,

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษา

ขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

จักรรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2547). คู่มือสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม. 5 เล่ม 2. กรุงเทพฯ :

โรงพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2547). หนังสือเรียนเสริมมาตรฐานแม่คณิตศาสตร์เพิ่มเติมมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด,