แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาฟิสิกส์ ว30201

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ โดยใช้กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยา

สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชุดที่ 5 เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมระนาบดิ่ง

นางสาวทิพารัตน์ ขันแก้ว
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ
โรงเรียนสุวรรณภูมิวิทยาลัย
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27

แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์

การเคลื่อนที่แบบต่าง ๆ

คำนำ

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และ (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553 หมวด 4 แนวการจัดการศึกษามาตรา 24 ได้ระบุว่าการจัดกระบวนการเรียนรู้ ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการดังต่อไปนี้ ฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาเพื่อใช้ป้องกันและแก้ปัญหา และการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ ทำเป็น คิดเป็น รักการอ่าน และเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยการจัดกระบวนการเรียนรู้จึงจำเป็นต้องเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ผ่านกระบวนการคิดด้วยตนเอง ดังนั้นแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาฟิสิกส์ ว30201 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ โดยใช้กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยาสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้ ได้จัดขึ้นตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่กำหนดให้สถานศึกษาจัดทำหลักสูตรสำหรับสถานศึกษาขึ้นมาใช้เองให้เป็นไปตามศักยภาพของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความสุข การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสื่อประกอบการเรียนการสอนต้องมีความหลากหลาย น่าสนใจ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาฟิสิกส์ ว30201 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ โดยใช้กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยาสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจำนวน 7 ชุด ประกอบด้วย

ชุดที่ 1 เรื่อง การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เมื่อจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้ายต่างระดับกัน

ชุดที่ 2 เรื่อง การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เมื่อจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้ายระดับเดียวกัน

ชุดที่ 3 เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมระนาบระดับ

ชุดที่ 4 เรื่อง การเคลื่อนที่บนทางโค้ง

ชุดที่ 5 เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมระนาบดิ่ง

ชุดที่ 6 เรื่อง ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

ชุดที่ 7 เรื่อง การเคลื่อนทีแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายของวัตถุบางชนิด

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาฟิสิกส์ ว30201 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ โดยใช้กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยาชุดนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิชาฟิสิกส์ การศึกษาค้นคว้าของนักเรียนตลอดจนผู้ที่สนใจเป็นอย่างดี

ทิพารัตน์ ขันแก้ว

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะ	1
คำชี้แจงการใช้ทักษะ	2
สาระสำคัญ	3
แบบทดสอบก่อนเรียน	6
ใบความรู้ที่ 5	11
แบบฝึกทักษะที่ 5	26
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5	41
แบบทดสอบหลังเรียน	54
บรรณานุกรม	60
ภาคผนวก	61
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	62
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	63
ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ	64

กัญญาวัฒน์ ยิ้มแก้ว

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะ

1. แบ่งกลุ่มนักเรียน โดยให้นักเรียนจัดกลุ่ม (ด้วยการจัดสลากตัวอักษรคำว่า " PHYSICS" แล้วให้นักเรียนแบ่งหน้าที่ภายในกลุ่มให้ชัดเจน เพื่อปฏิบัติตามขั้นตอนของกิจกรรม สมาชิกในกลุ่มมีหน้าที่รับผิดชอบชัดเจน ประกอบด้วยคุณอำนวย คุณเสนอ คุณวางแผน คุณจัดการความรู้ คุณลิขิต และคุณเวลา

2. นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบก่อนเรียนจำนวน 10 ข้อ เป็นรายบุคคล เสร็จแล้วให้ตรวจกับเฉลยทันที เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานของตนเอง แล้วรวมคะแนนที่ได้ลงด้านล่างของกระดาษคำตอบ

3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ พร้อมตัวอย่าง แล้วร่วมกันระดมความคิดเห็นสรุปเป็นองค์ความรู้ของกลุ่ม

4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เสร็จแล้วให้ตรวจกับเฉลยแบบฝึกทักษะ ถ้านักเรียนทำแบบฝึกทักษะไม่ได้ให้กลับไปศึกษาใบความรู้ ตัวอย่างและปรึกษาเพื่อนในกลุ่มของตนเองแล้วกลับมาทำแบบฝึกทักษะอีกครั้ง

5. นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ เป็นรายบุคคล เสร็จแล้วให้ตรวจกับเฉลย แล้วรวมคะแนนที่ได้ลงด้านล่างกระดาษคำตอบ

6. สำหรับนักเรียนที่ต้องการศึกษา หรือฝึกทบทวนอีกครั้ง เพื่อให้เกิดทักษะหรือความชำนาญ สามารถนำแบบฝึกทักษะฉบับนี้ไปศึกษาที่บ้านได้

เรื่อง
การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะ

1. แบบฝึกทักษะชุดที่ 5 ประกอบด้วย
   ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง
   แบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง
2. ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้และตัวอย่างให้เข้าใจแล้วนำความรู้ไปใช้ตอบแบบฝึกทักษะ
3. นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ โดยการไม่ดูเฉลยก่อนที่จะคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

สาระสำคัญ

การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว (Uniform Circulum Motion) เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนววงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว แต่ความเร็วเปลี่ยนตลอดเวลา ซึ่งทำให้เกิดความเร่งสู่ศูนย์กลาง ที่มีขนาด $\vec{a}_c = \frac{\vec{v}^2}{r}$ โดยมีทิศทางสู่ศูนย์กลางของวงกลม และตั้งฉากกับความเร็วขณะหนึ่ง

แรงที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมมีทิศทางสู่ศูนย์กลางของวงกลม ทิศเดียวกับความเร่งสู่ศูนย์กลางเรียกว่า แรงสู่ศูนย์กลาง (Centripetal Force) ซึ่งมีขนาด $\vec{F}_c = \frac{m\vec{v}^2}{r}$ แรงนี้อาจเป็นแรงโน้มถ่วง แรงดึงในเชือก แรงเสียดทาน หรือแรงชนิดอื่น

วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบดิ่ง ขนาดของความเร็วในแต่ละตำแหน่งที่วัตถุเคลื่อนที่จะมีขนาดความเร็วไม่เท่ากัน เพราะแรงโน้มถ่วงของโลกมีผลต่อการเคลื่อนที่ ดังนั้นแรงสู่ศูนย์กลางจึงมีขนาดไม่เท่ากัน

ผลการเรียนรู้

1. อธิบาย สืบเสาะหาความรู้ ความหมายของการเคลื่อนที่แนววงกลม
2. สำรวจตรวจสอบ หาปริมาณที่เกี่ยวข้องที่มีผลกับการเคลื่อนที่แนววงกลม
3. สืบค้นข้อมูล วิเคราะห์ อภิปรายโจทย์ปัญหา คำนวณหาปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แนววงกลม

จุดประสงค์

1. ความรู้ (Knowledge)

1.1 อธิบายการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่งได้

1.2 ระบุปริมาณที่เกี่ยวข้อง และที่โจทย์ต้องการอยากทราบ จากโจทย์การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่งได้

2. ทักษะกระบวนการ (Process/Skill)

2.1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

2.2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) ให้แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบ

2.4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

3. คุณลักษณะอันพึงประสงค์ (Attribute)

3.1 รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์

3.2 ซื่อสัตย์สุจริต

3.3 มีวินัย

3.4 ใฝ่เรียนรู้

3.5 อยู่อย่างพอเพียง

3.6 มุ่งมั่นในการทำงาน

3.7 รักความเป็นไทย

3.8 มีจิตสาธารณะ

สาระการเรียนรู้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาฟิสิกส์ ว30201
หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การเคลื่อนแบบต่างๆ ชุดที่ 5
เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

1.1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ลักษณะของการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

1.2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan) ควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรอยู่ในรูปสมการการเคลื่อนที่ และปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

1.3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบของปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

1.4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back) ของปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

แบบทดสอบก่อนเรียน

วิชาฟิสิกส์ ว30201 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ

สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชุดที่ 5 เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ☒ ใต้ตัวอักษร ก ข ค หรือ ง ที่เป็นคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียวของแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยทำลงในกระดาษคำตอบ

1. เครื่องบินเล็กมวล m บินเป็นวงกลมในระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็ว v ด้วยรัศมีการบิน r ขณะเครื่องบินบินอยู่ตำแหน่งสูงสุด แรงใดเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

   ก. N

   ข. N + mg

   ค. N – mg

   ง. mg

2. รถไฟเหาะตีลังกาขณะเคลื่อนที่บนรางโค้งในระนาบดิ่งรัศมี r แรงใด ที่ทำให้รถไฟเหาะตีลังกาเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้

   ก. แรงปฏิกิริยาที่รางกระทำกับรถไฟ (N)

   ข. แรงปฏิกิริยาที่รางกระทำกับรถไฟ (N) + น้ำหนักรถไฟเหาะตีลังกา (mg)

   ค. แรงปฏิกิริยาที่รางกระทำกับรถไฟ (N) – น้ำหนักรถไฟเหาะตีลังกา (mg)

   ง. น้ำหนักรถไฟเหาะตีลังกา (mg)

3. ผูกวัตถุมวล m ด้วยเชือกเบายาว l แล้วแกว่งเป็นวงกลมตามแนวระนาบดิ่ง ขณะถึงจุดต่ำสุดมีอัตราเร็ว v จงหาแรงตึงเชือก ณ จุดต่ำสุดเป็นเท่าใด

ก. $T = mg$

ข. $T = \frac{mv^2}{l}$

ค. $T = \frac{mv^2}{l} + mg$

ง. $T = \frac{mv^2}{l} - mg$

4. จากข้อ 3 ขณะถึงจุดสูงสุด แรงตึงเชือกจะมีขนาดเป็นไปตามข้อใด

ก. $T = mg$

ข. $T = \frac{mv^2}{r}$

ค. $T = \frac{mv^2}{r} + mg$

ง. $T = \frac{mv^2}{r} - mg$

5. ผูกวัตถุมวล 1 กิโลกรัม ด้วยเชือกเบายาว 1.5 เมตร แล้วแกว่งเป็นวงกลมตามแนวระนาบดิ่ง ขณะถึงจุดต่ำสุดมีอัตราเร็ว 15 เมตร/วินาที จงหาแรงตึงเชือก ณ จุดต่ำสุดเป็นเท่าใด

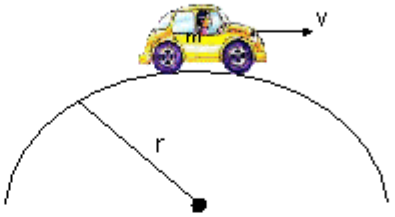
ก. 130 N

ข. 140 N

ค. 150 N

ง. 160 N

6. รถยนต์มวล m กำลังวิ่งด้วยอัตราเร็ว v เมตร/วินาที ข้ามสะพาน ที่จุดสูงสุดของสะพาน ซึ่งมีรัศมีความโค้งในระนาบดิ่ง r ข้อใดต่อไปนี้เป็นสมการที่แสดงการหาขนาดของแรงปฏิกิริยาที่สะพานกระทำกับรถ



ก. $N = \frac{mv^2}{r} - mg$

ข. $N = \frac{mv^2}{r} + mg$

ค. $N = -\left(\frac{mv^2}{r} + mg\right)$

ง. $N = -\left(\frac{mv^2}{r} - mg\right)$

7. รถไฟเหาะตีลังกาขณะเคลื่อนที่บนรางโค้งในระนาบดิ่งรัศมี 12 เมตร ขณะผ่านจุดสูงสุดแรงที่เบาะนั่ง กระทำต่อคนเป็น 1 ใน 5 ของน้ำหนักตนเอง จงหาอัตราเร็วขณะผ่านจุดสูงสุด

ก. 2.4 m/s

ข. 5 m/s

ค. 12 m/s

ง. 60 m/s

8. เด็กชายหมากใช้เชือกยาว r ผูกก้อนหินมวล m แล้วแกว่งให้เป็นวงกลมระนาบดิ่ง โดยลดความเร็วในการแกว่งลงเรื่อยๆ จนเมื่อถึงตำแหน่งสูงสุด เชือกมีความตึงเป็นศูนย์ แต่ก้อนหินยังคงเคลื่อนที่เป็นวงกลมระนาบดิ่งต่อไปได้ อัตราเร็วของก้อนหิน ณ ตำแหน่งสูงสุด ขณะนั้นควรเป็นเท่าใด

ก. $v = \frac{\sqrt{(T-mg)r}}{m}$

ข. $v = \sqrt{rg}$

ค. $v = \frac{\sqrt{(T+mg)r}}{m}$

ง. $v = \sqrt{mrg}$

9. เครื่องบินเล็กมวล 1000 กิโลกรัม บินเป็นวงกลมในระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็วต่ำสุด 90 เมตร/วินาที จงหารัศมีของการบิน

ก. 81 m

ข. 90 m

ค. 810 m

ง. 900 m

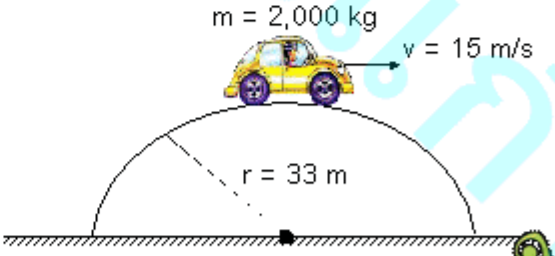
10. รถยนต์มวล 2,000 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 15 เมตร/วินาที ข้ามสะพานโค้งซึ่งมีรัศมี 33 เมตร ขณะถึงจุดสูงสุดของสะพานจะมีแรงกระทำต่อรถยนต์นี้เท่าใด

ก. 2,000 N

ข. 5,000 N

ค. 6,363.64 N

ง. 13,636.36 N



กระดาษคำตอบ

แบบทดสอบก่อนเรียน ชุดที่ 5

เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

ชื่อ – สกุล .....เลขที่ ..... ชั้น ม. 4/.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

สรุปผลประเมินก่อนเรียน	
เต็ม	10
ได้	
ร้อยละ	

ใบความรู้ 5 ประกอบแบบฝึกทักษะที่ 5

เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

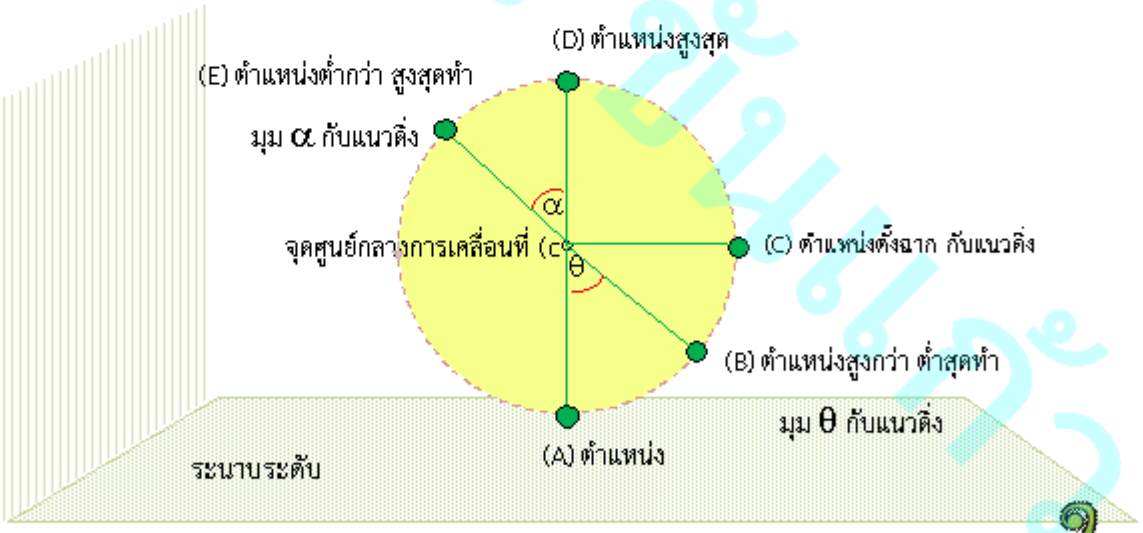
1. ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

1.1 ลักษณะการเคลื่อนที่

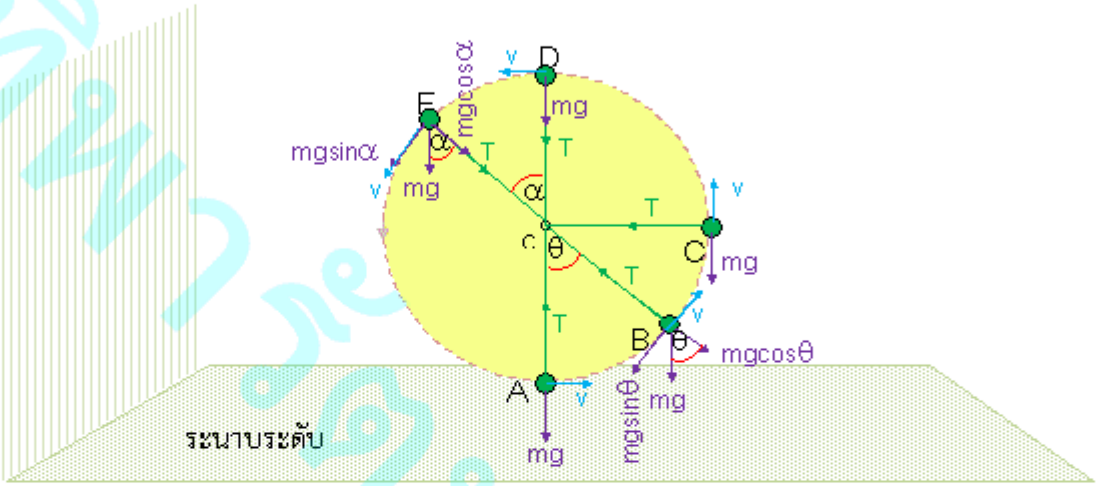
การเคลื่อนที่ของวัตถุในแนววงกลมในระนาบดิ่ง แรงโน้มถ่วงของโลกจะมีผลต่อการเคลื่อนที่ตลอดเวลา อัตราเร็วของวัตถุจะไม่สม่ำเสมอ ในที่นี้จะให้ศึกษาจากการนำวัตถุผูกเชือกเบา แล้วเหวี่ยงให้เคลื่อนที่แนววงกลม ระนาบดิ่ง

1.2 ภาพแสดงการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

นักเรียนจินตนาการภาพการนำเชือกเบาผูกวัตถุเหวี่ยงให้เคลื่อนที่แนววงกลมระนาบดิ่ง โดยวัตถุเคลื่อนที่ผ่านตำแหน่งต่างๆ ต่อไปนี้



ความสัมพันธ์ของปริมาณต่าง ๆ กับองค์ประกอบของภาพ



จากภาพ พิจารณาความสัมพันธ์ของปริมาณต่าง ๆ และทิศทาง พิจารณาที่ตำแหน่ง A ถึง E ขนาดของ mg จะเปลี่ยนค่าไปตามตำแหน่ง มีผลทำให้ขนาดของ T และ v เปลี่ยนค่าตาม ให้นักเรียนวิเคราะห์ไปทีละตำแหน่ง

จากภาพ T มีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง เสมอทุกตำแหน่งเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง (F_c)

v ความเร็วแนวเส้นสัมผัส มีทิศตั้งฉากกับ T เสมอทุกตำแหน่ง

mg มีทิศตามแนวดิ่งเสมอ มีผลต่อขนาด T และ v ในแต่ละตำแหน่ง

2. การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ความสัมพันธ์ของตัวแปรอยู่ในรูปสมการใด

สมการสำหรับคำนวณหาปริมาณที่เกี่ยวข้อง จะเปลี่ยนไปตามตำแหน่ง เนื่องจากผลของ mg โดยอาศัยความรู้ เรื่อง มวล แรง และกฎการเคลื่อนที่ และการเคลื่อนที่แนววงกลม กำหนดให้แรงที่มีทิศเข้าหาศูนย์กลางมีทิศ + แรงที่มีทิศออกจากศูนย์กลางมีทิศ – นักเรียนกำหนดสมการคำนวณหาปริมาณที่เกี่ยวข้องได้ดังนี้

ตำแหน่ง A : $T_A - mg = \frac{mv^2}{r}$ ❶

B : $T_B - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r}$ ❷

C: $T_C = \frac{mv^2}{r}$ ❸

D: $T_D + mg = \frac{mv^2}{r}$ ❹

E: $T_E + mg\cos\alpha = \frac{mv^2}{r}$ ❺

วิเคราะห์สมการ ❶ หา T จะได้

$$T_A = \frac{mv^2}{r} + mg$$ ❻

∴ จากสมการพบว่า เชือกมีความตึงมากที่สุดที่ตำแหน่งต่ำสุด (A)และจากกฎอนุรักษ์พลังงาน พบว่า ตำแหน่งต่ำสุด (A) วัตถุมีความเร็วสูงสุด

วิเคราะห์สมการ ❹ หา T จะได้

$$T_D = \frac{mv^2}{r} - mg \quad \text{❼}$$

∴ จากสมการพบว่า เชือกมีความตึงน้อยที่สุดที่ตำแหน่งสูงสุด (D)

และจากกฎอนุรักษ์พลังงาน พบว่า ตำแหน่งสูงสุด (D) วัตถุมีความเร็วต่ำสุด

จากสมการ ❺ , ❼ ถ้า T มาก $\rightarrow v$ จะมากด้วย ดังนั้น ถ้า $T = 0$ (ค่าน้อยที่สุดของ T) ซึ่งอยู่ในตำแหน่งสูงสุด D ความเร็ว v_D จะมีค่าอย่างไร

ที่ตำแหน่ง D มีแรงสู่ศูนย์กลาง คือ T และ mg ถ้า $T = 0$, mg ยังเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง วัตถุจึงยังคงเคลื่อนที่เป็นวงกลมต่อได้ จะได้ว่า

$$T_D + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$0 + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{rg} \quad \text{❽}$$

∴ จากสมการ ❽ เป็นความเร็วน้อยที่สุดที่จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้

กำหนดให้ r คือรัศมีการเคลื่อนที่วงกลมระนาบ มีขนาดเท่ากับ ความยาวเชือก

3. การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบ

นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วระบุปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องดังรูปภาพข้อ 1 ได้แล้ว สามารถหาคำนวณหาค่าปริมาณที่โจทย์กำหนดให้ได้ โดยการใช้สมการคำนวณหาปริมาณในแนวระดับ และแนวดิ่ง และย้อนกลับไปดูวิธีการวิเคราะห์เลือกใช้สมการจากหัวข้อ 2 ได้เลยนะครับ

4. การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาแทนค่าในสูตรที่สามารถหาค่าปริมาณที่เกี่ยวข้องได้

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

นำผลลัพธ์ที่ได้มาแทนค่าในตัวแปรที่อยู่ในสูตร ว่าเท่ากันทั้งสองข้างหรือไม่

4.3 มีวิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหาอีกหรือไม่ อย่างไร

เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์
โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya' Problem Solving Steps)

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

อ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นปัญหานั้นๆ แล้วจำแนกออกเป็น 3 ประเด็น

1. สิ่งที่สถานการณ์ให้มา
2. สิ่งต้องการให้หา
3. สถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ไขไว้หรือไม่

ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

เป็นการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีหรือเทคนิคต่างๆ ตามความเหมาะสม

ขั้นการดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

เป็นการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นการตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

ตรวจสอบโดยมองย้อนกลับหรือตรวจสอบแต่ละขั้นตอนหรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ว่าตรงกันหรือไม่

ตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์
โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya' Problem Solving Steps)

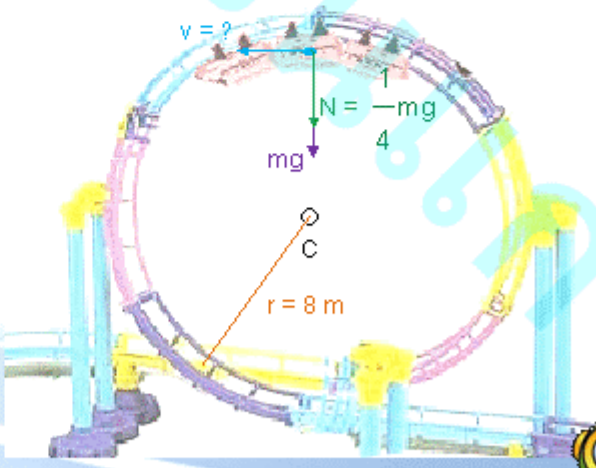
ตัวอย่างที่ 1

รถไฟเหาะตีลังกาขณะเคลื่อนที่บนรางโค้งในระนาบดิ่งรัศมี 8 เมตร ขณะผ่านจุดสูงสุดแรงที่เบาะนั่งกระทำต่อคนเป็น 1 ใน 4 ของน้ำหนักตนเอง จงหาอัตราเร็วขณะผ่านจุดสูงสุด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	$r = 8$ m , $N = \frac{1}{4}mg$
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	$v = ?$
นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุปริมาณที่เกี่ยวข้องในรูป	



ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

จากภาพ สามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา ได้ดังนี้

$$N + mg = F_c$$

$$\frac{1}{4}mg + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{1}{4}g + g = \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = (\frac{1}{4}g + g) \times r$$

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

มี 1 ปริมาณ คือ v

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

$$v^2 = (\frac{1}{4}g + g) \times r$$

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

จากสมการ $v^2 = (\frac{1}{4}g + g) \times r$

แทนค่า $v^2 = (\frac{1}{4} \times 10\ m/s^2 + 10\ m/s^2) \times 8\ m$

$= 100\ (m/s)^2$

$v = 10\ m/s$

ตอบ รถไฟเหาะตีลังกามีอัตราเร็วขณะผ่านจุดสูงสุด 10 เมตร/วินาที ในระนาบดิ่ง

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

$$v^2 = (\frac{1}{4}g + g) r$$

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

ถูกต้อง ตรวจสอบได้ดังนี้

จากสมการ $v^2 = (\frac{1}{4}g + g) \times r$

แทนค่า $v^2 = (\frac{1}{4} \times 10\ m/s^2 + 10\ m/s^2) \times 8\ m$

$= 100\ (m/s)^2$

$v = 10\ m/s$

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

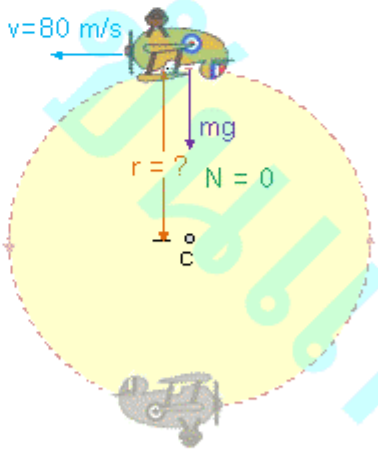
ไม่มี

ตัวอย่างที่ 2

เครื่องบินเล็กมวล 1200 กิโลกรัมบินเป็นวงกลมในระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็วต่ำสุด 80 เมตร/วินาที จงหารัศมีของการบิน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	m = 1,200 kg , v = 80 m/s
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	r = ?
นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุปริมาณที่เกี่ยวข้องในรูป	

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

จากภาพ สามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา ได้ดังนี้

$$N + mg = F_c$$

$$0 + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \quad v^2 = rg$$

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

มี 1 ปริมาณ คือ r

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

$v^2 = rg$

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

จากสมการ $v^2 = rg$

แทนค่า $(80\ m/s)^2 = r \times (10\ m/s^2)$

$r = 640\ m$

ตอบ เครื่องบินเล็กมีรัศมีการบิน 640 เมตร ในระนาบดิ่ง

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

จากภาพ สามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา ได้ดังนี้

$$N + mg = F_c$$

$$\therefore \quad v^2 = rg$$

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

ถูกต้อง ตรวจสอบได้ดังนี้

จากสมการ $v^2 = rg$

แทนค่า $(80\ m/s)^2 = r \times (10\ m/s^2)$

$r = 640\ m$

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

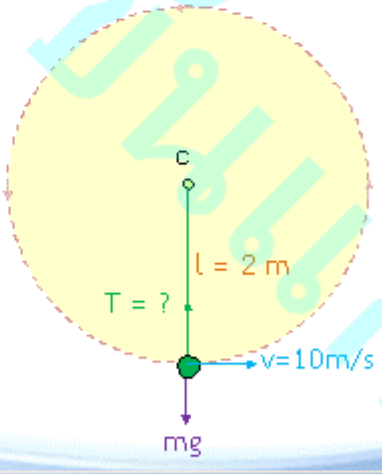
ไม่มี

ตัวอย่างที่ 3

ผูกวัตถุมวล 0.5 กิโลกรัม ด้วยเชือกเบายาว 2 เมตร แล้วแกว่งเป็นวงกลมตามแนวระนาบดิ่ง ขณะถึงจุดต่ำสุดมีอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที จงหาแรงตึงเชือก ณ จุดต่ำสุดเป็นเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	m = 0.5 kg , l = 2 m , v = 10 m/s
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	T = ?
นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุปริมาณที่เกี่ยวข้องในรูป	

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

จากภาพ สามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา ได้ดังนี้

$$T - mg = F_c$$

$$= \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \quad T = \frac{mv^2}{r} + mg$$

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

มี 1 ปริมาณ คือ T

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

$$T = \frac{mv^2}{r} + mg$$

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

จากสมการ $T = \frac{mv^2}{r} + mg$

แทนค่า $T = \frac{(0.5\text{kg})(10\,\text{m/s})^2}{2\text{m}} + (0.5\text{ kg}) \times (10\ \text{m/s}^2)$

$$= 30\ \text{N}$$

ตอบ แรงดึงเชือก ณ จุดต่ำมีขนาด 30 นิวตัน ทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง ในระนาบดิ่ง

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

จากภาพ สามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา ได้ดังนี้

$$T - mg = F_c$$

$$\therefore \quad T = \frac{mv^2}{r} + mg$$

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

ถูกต้อง ตรวจสอบได้ดังนี้

จากสมการ $T = \frac{mv^2}{r} + mg$

แทนค่า $T = \frac{(0.5kg)(10\,m/s)^2}{2m} + (0.5\ kg) \times (10\ m/s^2)$

$= 30\ N$

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

ไม่มี

แบบฝึกทักษะที่ 5
เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

คำชี้แจง

จงแสดงกระบวนการหาคำตอบโดยใช้เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาวิชาฟิสิกส์ ว30201 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ โดยใช้กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยา คำนวณหาปริมาณที่เกี่ยวข้องกับสมการการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง ในสถานการณ์ต่างๆ จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อที่ 1

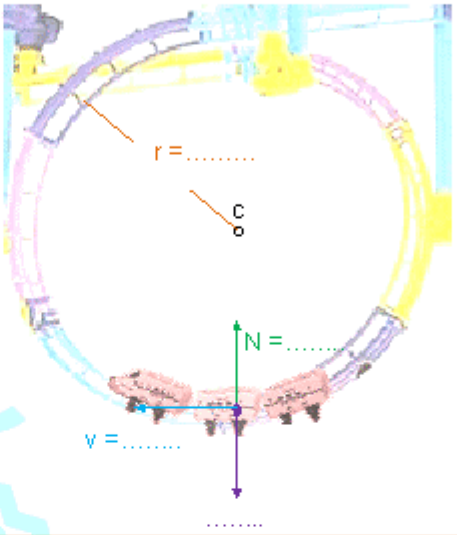
รถไฟเหาะตีลังกาขณะเคลื่อนที่บนรางโค้งในระนาบดิ่งรัศมี 5 เมตร ขณะผ่านจุดต่ำสุดมีอัตราเร็ว 20 เมตร/วินาที จงหาแรงกระทำระหว่างคนกับที่นั่งมีค่าเป็นเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	....
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	....

นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุ ปริมาณที่เกี่ยวข้อง ในรูป



ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

.....

.....

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

.....

.....

ภาควิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ข้อที่ 2

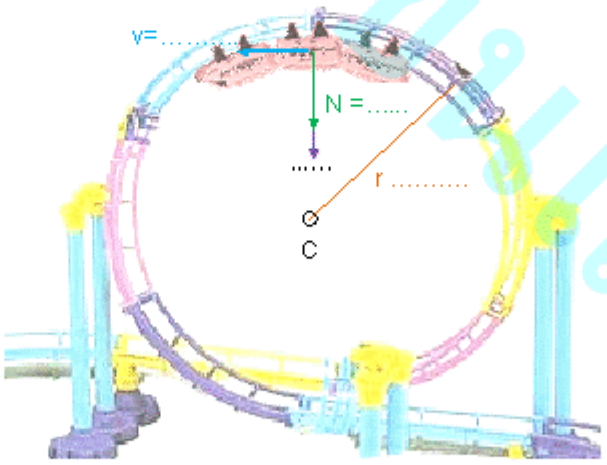
รถไฟเหาะตีลังกามวล 2000 กิโลกรัม เคลื่อนที่บนรางโค้งรัศมี 10 เมตร ขณะผ่านจุดสูงสุดด้วยอัตราเร็ว 20 เมตร/วินาที จะมีแรงปฏิกิริยาที่รางกระทำต่อรถไฟเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	.....
	.....
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	.....
	.....

นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุ ปริมาณที่เกี่ยวข้อง ในรูป



ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

.....

.....

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

.....

.....

.....

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

.....

.....

ข้อที่ 3

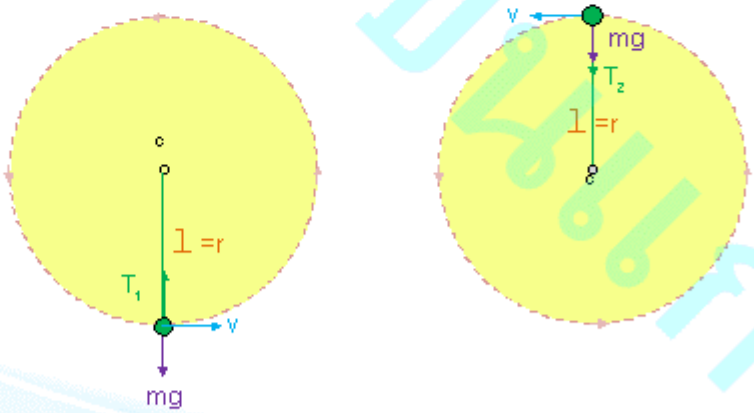
เมื่อนำวัตถุมวล m ผูกติดกับเชือกยาว l แล้วเหวี่ยงให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็วคงตัว v อยากทราบว่าแรงตึงเชือกที่จุดต่ำสุดและจุดสูงสุดต่างกันเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	.....
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	.....

นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุปริมาณที่เกี่ยวข้อง ในรูป



❶ ตำแหน่งต่ำสุด ❷ ตำแหน่งสูงสุด

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กายภาพวัดน้ำขัน

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

.....

.....

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กายภาพลดน้ำยินดีต้อนรับ

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

.....

.....

กายภาพ ล้ำหน้า ยิ่งใหญ่

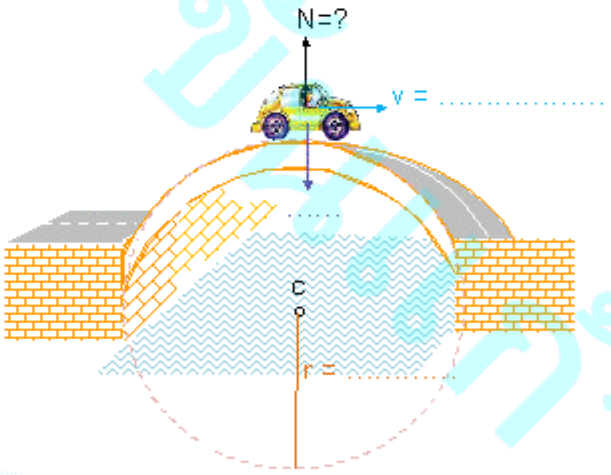
ข้อที่ 4

รถแข่งมวล 1,000 กิโลกรัม กำลังวิ่งบนสะพานโค้งนูนที่ความเร็ว 90 กิโลเมตร/ชั่วโมง ตรงยอดสะพานซึ่งมีรัศมีความโค้งเท่ากับ 100 เมตร จงหาแรงที่สะพานกระทำต่อรถ

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	.....
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	.....
นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุปริมาณที่เกี่ยวข้องในรูป	



ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

.....

.....

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กายภาพลัดน้ำ ยินยอมไว้

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

.....

.....

ภาควิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยบูรพา

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5
เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

คำชี้แจง

จงแสดงกระบวนการหาคำตอบโดยใช้เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาวิชาฟิสิกส์ ว30201 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ โดยใช้กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยา คำนวณหาปริมาณที่เกี่ยวข้องกับสมการการเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง ในสถานการณ์ต่างๆ จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อที่ 1

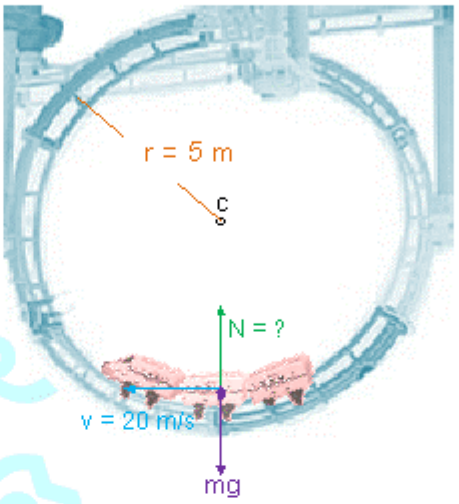
รถไฟเหาะตีลังกาขณะเคลื่อนที่บนรางโค้งในระนาบดิ่งรัศมี 5 เมตร ขณะผ่านจุดต่ำสุดมีอัตราเร็ว 20 เมตร/วินาที จงหาแรงกระทำระหว่างคนกับที่นั่งมีค่าเป็นเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	r = 5 m , v = 20 m/s
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	N = ?

นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุ ปริมาณที่เกี่ยวข้อง ในรูป



ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

จากภาพ ณ ตำแหน่งต่ำสุด จากกฎการเคลื่อนที่ 2 ของนิวตัน สามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาได้ดังนี้

$$N - mg = F_c$$

$$= \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \quad N = \frac{mv^2}{r} + mg$$

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

มี 1 ปริมาณ คือ N

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

$$N = \frac{mv^2}{r} + mg$$

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

จากสมการ $N = \frac{mv^2}{r} + mg$

แทนค่า

$$N = \frac{(m)(20m/s)^2}{5m} + (m)(10\ m/s^2)$$

$$= 90\ m\ N$$

ตอบ แรงกระทำระหว่างคนกับที่นั่งมีค่า 90 m นิวตัน ในระนาบดิ่ง

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

$$N = \frac{mv^2}{r} + mg$$

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

ถูกต้อง ตรวจสอบได้ดังนี้

จากสมการ $N = \frac{mv^2}{r} + mg$

แทนค่า

$$N = \frac{(m)(20m/s)^2}{5m} + (m)(10\ m/s^2)$$

$$= 90\ m\ N$$

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

ไม่มี

ข้อที่ 2

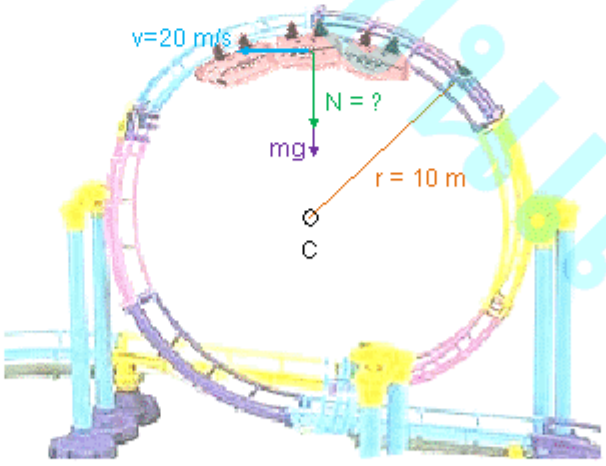
รถไฟเหาะตีลังกามวล 2000 กิโลกรัม เคลื่อนที่บนรางโค้งรัศมี 10 เมตร ขณะผ่านจุดสูงสุดด้วยอัตราเร็ว 20 เมตร/วินาที จะมีแรงปฏิกิริยาที่รางกระทำต่อรถไฟเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	m = 2,000 kg , r = 10 m , v = 20 m/s
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	N = ?

นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุ ปริมาณที่เกี่ยวข้อง ในรูป



ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

จากภาพ สามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหา ได้ดังนี้

$$N + mg = F_c$$

$$= \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \quad N = \frac{mv^2}{r} - mg$$

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

มี 1 ปริมาณ คือ N

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

$$N = \frac{mv^2}{r} - mg$$

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

จากสมการ $N = \frac{mv^2}{r} - mg$

แทนค่า $N = \frac{(2,000\,kg)(20\,m/s)^2}{10\,m} - (2,000\,kg) \times (10\,m/s^2)$

$= 60,000\ N$

ตอบ ขณะผ่านจุดสูงสุดของการเคลื่อนที่ จะมีแรงปฏิกิริยาที่รางรถไฟ กระทำต่อรถไฟ 60,000 นิวตัน ทิศเข้าหาศูนย์กลางการเคลื่อนที่ ในระนาบดิ่ง

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

$$N = \frac{mv^2}{r} - mg$$

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

จากสมการ $N = \frac{mv^2}{r} - mg$

แทนค่า $N = \frac{(2,000\,kg)(20\,m/s)^2}{10m} - (2,000\,kg) \times (10\,m/s^2)$

$= 60,000\ N$

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

ไม่มี

ข้อที่ 3

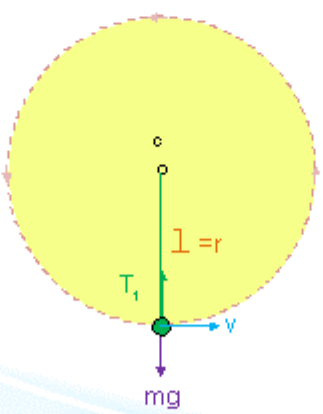
เมื่อนำวัตถุมวล m ผูกติดกับเชือกยาว l แล้วเหวี่ยงให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็วคงตัว v อยากทราบว่าแรงตึงเชือกที่จุดต่ำสุดและจุดสูงสุดต่างกันเท่าใด

วิธีทำ

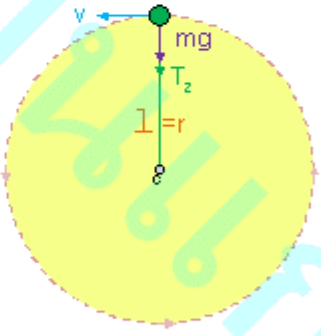
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	m , l , v
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	ผลต่างของแรงตึงเชือกที่จุดต่ำสุดกับสูงสุด

นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุปริมาณที่เกี่ยวข้อง ในรูป



❶ ตำแหน่งต่ำสุด



❷ ตำแหน่งสูงสุด

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

พิจารณาตำแหน่งต่ำสุด ให้ $l = r$

$$T_1 - mg = F_c$$

$$= \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \quad T_1 = \frac{mv^2}{r} + mg \qquad ❶$$

พิจารณาตำแหน่งสูงสุด

$$T_2 + mg = F_c$$

$$= \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \quad T_2 = \frac{mv^2}{r} - mg \qquad ❷$$

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

มี 1 ปริมาณ คือ ผลต่างของแรงดึงเชือกที่จุดต่ำสุดกับสูงสุด (ΔT)

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

$$T_1 = \frac{mv^2}{r} + mg \qquad ❶$$

$$T_2 = \frac{mv^2}{r} - mg \qquad ❷$$

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

$$\textbf{❶} - \textbf{❷} \;;\; T_1 - T_2 = \frac{mv^2}{r} + mg - \left(\frac{mv^2}{r} - mg\right)$$

$$\Delta T = \frac{mv^2}{r} + mg - \frac{mv^2}{r} + mg$$

$$= 2\,mg$$

ตอบ แรงตึงเชือกระหว่างจุดต่ำสุด และจุดสูงสุด ของการเคลื่อนที่แนววงกลมระนาบดิ่ง ต่างกัน 2 mg

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

$$T_1 = \frac{mv^2}{r} + mg \qquad \textbf{❶}$$

$$T_2 = \frac{mv^2}{r} - mg \qquad \textbf{❷}$$

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

ถูกต้อง ตรวจสอบได้ดังนี้

$$\textbf{❶} - \textbf{❷} \;;\; T_1 - T_2 = \frac{mv^2}{r} + mg - \left(\frac{mv^2}{r} - mg\right)$$

$$\Delta T = \frac{mv^2}{r} + mg - \frac{mv^2}{r} + mg$$

$$= 2\,mg$$

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

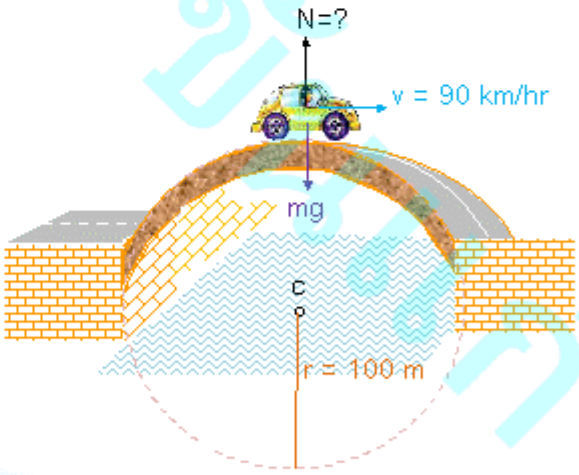
ไม่มี

ข้อที่ 4

รถแข่งมวล 1,000 กิโลกรัม กำลังวิ่งบนสะพานโค้งนูนที่ความเร็ว 90 กิโลเมตร/ชั่วโมง ตรงยอดสะพานซึ่งมีรัศมีความโค้งเท่ากับ 100 เมตร จงหาแรงที่สะพานกระทำต่อรถ

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ปริมาณที่โจทย์กำหนดให้	m = 1,000 kg , v = 90 km/hr , r = 100 m
ปริมาณที่โจทย์ต้องการหาค่า	N = ?
นำเสนอข้อมูลเป็นรูปอย่างง่าย โดยระบุปริมาณที่เกี่ยวข้องในรูป	

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

2.1 นักเรียนคิดว่าควรใช้หลักการ กฎ หรือสูตรใดบ้าง ให้แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เกี่ยวข้องอยู่ในรูปสมการ

วัตถุเคลื่อนที่แบบวงกลมระนาบดิ่ง แรงโน้มถ่วงของโลก (mg) มีผลการต่อการเคลื่อนที่ ทำให้ขนาดของ T แต่ละตำแหน่งของวัตถุไม่เท่ากัน

จากภาพ mg มีทิศเข้าหาศูนย์กลางของการเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงสามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังนี้

$$mg - N = F_c$$

$$-N = \frac{mv^2}{r} - mg$$

2.2 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่ากี่ปริมาณ อะไรบ้าง

มี 1 ปริมาณ คือ N

2.3 นักเรียนจะเลือกสมการใดในการแก้ปัญหา

$$-N = \frac{mv^2}{r} - mg$$

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

แสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

$$-N = \frac{(1{,}000\ kg)(25\ m/s)^2}{100\ m} - (1{,}000\ kg)(10\ m/s^2)$$

$$= -3{,}750\ N$$

$$\therefore\ N = 3{,}750\ N$$

ตอบ แรงที่สะพานกระทำต่อรถ 3,750 นิวตัน ทิศออกจากศูนย์กลางการเคลื่อนที่ในระนาบดิ่ง

ขั้นที่ 4 การตรวจคำตอบหรือการมองย้อนกลับ (Looking Back)

4.1 หลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีว่าอย่างไร

จากภาพ mg มีทิศเข้าหาศูนย์กลางของการเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงสามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังนี้

$$mg - N = F_c$$

$$-N = \frac{mv^2}{r} - mg$$

4.2 คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

ถูกต้อง ตรวจสอบได้ดังนี้

จากสมการ $-N = \frac{mv^2}{r} - mg$

แทนค่า $-N = \frac{(1{,}000\ kg)(25\ m/s)^2}{100\ m} - (1{,}000\ kg)(10\ m/s^2)$

$= -3{,}750\ N$

$\therefore \quad N = 3{,}750\ N$

4.3 มีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

ไม่มี

แบบทดสอบหลังเรียน

วิชาฟิสิกส์ ว30201 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ
สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ชุดที่ 5 เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ☒ ใต้ตัวอักษร ก ข ค หรือ ง ที่เป็นคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียวของแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยทำลงในกระดาษคำตอบ

1. ผูกวัตถุมวล m ด้วยเชือกเบายาว l แล้วแกว่งเป็นวงกลมตามแนวระนาบดิ่ง ขณะวัตถุอยู่ที่ตำแหน่งสูงจากจุดต่ำสุดที่เชือกเอียงทำมุม θ กับแนวดิ่ง มีอัตราเร็ว v แรงตึงเชือกณ ตำแหน่งดังกล่าวเป็นเท่าใด

   ก. $T = \frac{mv^2}{l} + mg$

   ข. $T = \frac{mv^2}{l} + mg\sin\theta$

   ค. $T = \frac{mv^2}{l} - mg\cos\theta$

   ง. $T = \frac{mv^2}{l} + mg\cos\theta$

2. จากข้อ 1 แรงใดที่มีผลต่อการเคลื่อนที่แนววงกลมของวัตถุมวล m

   ก. N , mg

   ข. mg , T

   ค. N , v

   ง. N , T

3. ลูกกลมเหล็กมวล m ถูกทำให้เคลื่อนที่บนรางเหล็กโค้งวงกลมระนาบดิ่ง รัศมีความโค้ง r ขณะถึงจุดต่ำสุดมีอัตราเร็ว v จงหาแรงปฏิกิริยาที่รางเหล็กกระทำต่อลูกกลมเหล็ก ณ จุดต่ำสุดเป็นเท่าใด

ก. $N = mg$

ข. $N = \frac{mv^2}{r}$

ค. $N = \frac{mv^2}{r} - mg$

ง. $N = \frac{mv^2}{r} + mg$

4. จากข้อ 3 ขณะถึงจุดสูงสุด แรงปฏิกิริยาที่รางเหล็กกระทำต่อลูกกลมเหล็กจะมีขนาดเป็นไปตามข้อใด

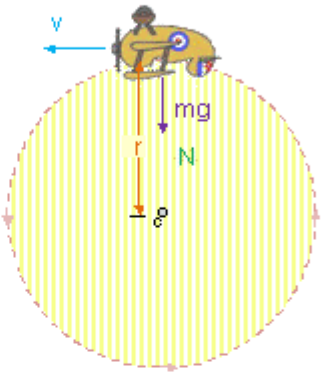
ก. $N = \frac{mv^2}{r} - mg$

ข. $N = mg$

ค. $N = \frac{mv^2}{r}$

ง. $N = \frac{mv^2}{r} + mg$

5. เครื่องบินเล็กมวล m กำลังบินผาดโผนเป็นวงกลมระนาบดิ่งรัศมี r ดังรูป ขณะจุดสูงสุดมีความเร็ว v ข้อใดต่อไปนี้เป็นสมการที่แสดงการหาขนาดของแรงปฏิกิริยาที่กระทำต่อเครื่องบิน



ก. $N = \frac{mv^2}{r} + mg$

ข. $N = -\left(\frac{mv^2}{r} - mg\right)$

ค. $N = -\left(\frac{mv^2}{r} + mg\right)$

ง. $N = \frac{mv^2}{r} - mg$

6. จากข้อ 5 ความเร็วที่น้อยที่สุด ที่ทำให้เครื่องบินยังคงบินผาดโผนเป็นวงกลมระนาบดิ่งได้ ควรเป็นไปตามข้อใด

ก. $v = \sqrt{rg}$

ข. $v = \sqrt{mrg}$

ค. $v = \frac{\sqrt{(T-mg)r}}{m}$

ง. $v = \frac{\sqrt{(T+mg)r}}{m}$

7. ผูกวัตถุมวล 2 กิโลกรัม ด้วยเชือกเบายาว 1 เมตร แล้วแกว่งเป็นวงกลมตามแนวระนาบดิ่ง ขณะถึงจุดต่ำสุดมีอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที จงหาแรงตึงเชือก ณ จุดต่ำสุดเป็นเท่าใด

   ก. 100 N

   ข. 120 N

   ค. 200 N

   ง. 220 N

8. รถไฟเหาะตีลังกาขณะเคลื่อนที่บนรางโค้งในระนาบดิ่งรัศมี 15 เมตร ขณะผ่านจุดสูงสุดแรงที่เบาะนั่งกระทำต่อคนเป็น 1ใน 2 ของน้ำหนักตนเอง จงหาอัตราเร็วขณะผ่านจุดสูงสุด

   ก. 7.5 m/s

   ข. 10 m/s

   ค. 15 m/s

   ง. 30 m/s

9. เครื่องบินเล็กมวล 1,000 กิโลกรัมบินเป็นวงกลมในระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็วต่ำสุด 85 เมตร/วินาที จงหารัศมีของการบิน

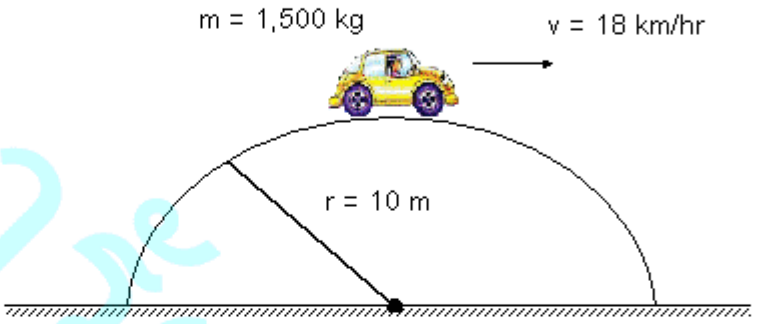
   ก. 810 m

   ข. 722.5 m

   ค. 170 m

   ง. 85 m

10. รถยนต์มวล 1,500 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 18 กิโลเมตร/ชั่วโมง ข้ามสะพานโค้งซึ่งมีรัศมี 10 เมตร ขณะถึงจุดสูงสุดของสะพานจะมีแรงกระทำต่อสะพานเท่าใด



ก. 3,750 N

ข. 10,000 N

ค. 11,250 N

ง. 15,000 N

กระดาษคำตอบ

แบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 5

เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

ชื่อ – สกุล .....เลขที่ ..... ชั้น ม. 4/.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

สรุปผลประเมินก่อนเรียน	
เต็ม	10
ได้	
ร้อยละ	

บรรณานุกรม

จรัญ บุระตะ. คู่มือเรียนรู้ด้วยตนเอง(Self Study) ฟิสิกส์เพิ่มเติม ม.4-6 เล่ม 1. กรุงเทพฯ : นิพนธ์, 2555

จักรรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. รวมสุดยอดเทคนิค ฟิสิกส์ Entrance. กรุงเทพฯ : พ.ศ.พัฒนา, 2545

เฉลิมชัย มอญสุขำ. ฟิสิกส์ ม.4 เล่ม 1. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์, 2549

ช่วง ทมทิตชงค์ และคณะ. ฟิสิกส์ 2 โครงสร้างที่ 3 ว026. กรุงเทพฯ : ไอเอ็ดพับลิชชิง, 2537

นิรันดร์ สุวรัตน์. คู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติมกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ฟิสิกส์ ม.4 กลศาสตร์ 1. กรุงเทพฯ : พ.ศ.พัฒนา , 2549

_____.ตะลุยโจทย์ Entrance ฟิสิกส์ ม.4-5-6. กรุงเทพฯ : พ.ศ.พัฒนา, 2545

พิศิษฐ์ รัตนวรารักษ์. เตรียมสอบ Admissions ฟิสิกส์. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต , ม.ป.ป.

_____. ฟิสิกส์ฉบับเทคนิคศิตโจทย์. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต , ม.ป.ป.

วีรวุฒิ สถิตอภิบาลกุล. Physics Quick & Easy 1 กลศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1 . กรุงเทพฯ : เพชรกะรัต , 2553

วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ์. ฟิสิกส์ โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอวน. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : มูลนิธิ สอวน, 2547

ศรีธน วรศักดิ์โยธิน. ฟิสิกส์ 1. พิมพ์ครั้งที่ 4. ปทุมธานี : สกายบุ๊กส์, 2553

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม ฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 1. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2551

_____. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 1. พิมพ์ครั้งที่ 8.กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2547

สุธาธรรม ชลบุรี,ธรรมสถิต ทองเงินเจือธรรม. คู่มือ-เตรียมสอบฟิสิกส์ เล่ม 1 สำหรับชั้น ม.4. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต, ม.ป.ป.

ภาคผนวก

เฉลย

แบบทดสอบก่อนเรียน ชุดที่ 5

เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	X			
2				X
3		X		
4		X		
5	X			
6		X		
7			X	
8			X	
9	X			
10			X	

สรุปผลประเมินก่อนเรียน	
เต็ม	10
ได้	
ร้อยละ	

เฉลย

แบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 5

เรื่อง การเคลื่อนที่แนววงกลมในระนาบดิ่ง

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1			X	
2		X		
3				X
4	X			
5				X
6	X			
7				X
8			X	
9			X	
10		X		

สรุปผลประเมินก่อนเรียน	
เต็ม	10
ได้	
ร้อยละ	

ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ (Trigonometry Table)

Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle
0	0.000000	1.000000	0.000000	0
1	0.017452	0.999848	0.017455	1
2	0.034899	0.999391	0.034921	2
3	0.052336	0.998630	0.052408	3
4	0.069756	0.997564	0.069927	4
5	0.087156	0.996195	0.087489	5
6	0.104528	0.994522	0.105104	6
7	0.121869	0.992546	0.122785	7
8	0.139173	0.990268	0.140541	8
9	0.156434	0.987688	0.158384	9
10	0.173648	0.984808	0.176327	10
11	0.190809	0.981627	0.194380	11
12	0.207912	0.978148	0.212557	12
13	0.224951	0.974370	0.230868	13
14	0.241922	0.970296	0.249328	14
15	0.258819	0.965926	0.267949	15
16	0.275637	0.961262	0.286745	16
17	0.292372	0.956305	0.305731	17
18	0.309017	0.951057	0.324920	18
19	0.325568	0.945519	0.344328	19
20	0.342020	0.939693	0.363970	20

Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle
46	0.719340	0.694658	1.035530	46
47	0.731354	0.681998	1.072369	47
48	0.743145	0.669131	1.110613	48
49	0.754710	0.656059	1.150368	49
50	0.766044	0.642788	1.191754	50
51	0.777146	0.629320	1.234897	51
52	0.788011	0.615661	1.279942	52
53	0.798636	0.601815	1.327045	53
54	0.809017	0.587785	1.376382	54
55	0.819152	0.573576	1.428148	55
56	0.829038	0.559193	1.482561	56
57	0.838671	0.544639	1.539865	57
58	0.848048	0.529919	1.600335	58
59	0.857167	0.515038	1.664279	59
60	0.866025	0.500000	1.732051	60
61	0.874620	0.484810	1.804048	61
62	0.882948	0.469472	1.880726	62
63	0.891007	0.453990	1.962611	63
64	0.898794	0.438371	2.050304	64
65	0.906308	0.422618	2.144507	65
66	0.913545	0.406737	2.246037	66

ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ (Trigonometry Table)

Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle
21	0.358368	0.933580	0.383864	21
22	0.374607	0.927184	0.404026	22
23	0.390731	0.920505	0.424475	23
24	0.406737	0.913545	0.445229	24
25	0.422618	0.906308	0.466308	25
26	0.438371	0.898794	0.487733	26
27	0.453990	0.891007	0.509525	27
28	0.469472	0.882948	0.531709	28
29	0.484810	0.874620	0.554309	29
30	0.500000	0.866025	0.577350	30
31	0.515038	0.857167	0.600861	31
32	0.529919	0.848048	0.624869	32
33	0.544639	0.838671	0.649408	33
34	0.559193	0.829038	0.674509	34
35	0.573576	0.819152	0.700208	35
36	0.587785	0.809017	0.726543	36
37	0.601815	0.798636	0.753554	37
38	0.615661	0.788011	0.781286	38
39	0.629320	0.777146	0.809784	39
40	0.642788	0.766044	0.839100	40

Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle
67	0.920505	0.390731	2.355852	67
68	0.927184	0.374607	2.475087	68
69	0.933580	0.358368	2.605089	69
70	0.939693	0.342020	2.747477	70
71	0.945519	0.325568	2.904211	71
72	0.951057	0.309017	3.077684	72
73	0.956305	0.292372	3.270853	73
74	0.961262	0.275637	3.487414	74
75	0.965926	0.258819	3.732051	75
76	0.970296	0.241922	4.010781	76
77	0.974370	0.224951	4.331476	77
78	0.978148	0.207912	4.704630	78
79	0.981627	0.190809	5.144554	79
80	0.984808	0.173648	5.671282	80
81	0.987688	0.156434	6.313752	81
82	0.990268	0.139173	7.115370	82
83	0.992546	0.121869	8.144346	83
84	0.994522	0.104528	9.514364	84
85	0.996195	0.087156	11.4301	85
86	0.997564	0.069756	14.3007	86

ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ (Trigonometry Table)

41	0.656059	0.754710	0.869287	41
42	0.669131	0.743145	0.900404	42
43	0.681998	0.731354	0.932515	43
44	0.694658	0.719340	0.965689	44
45	0.707107	0.707107	1.000000	45
Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle

87	0.998630	0.052336	19.0811	87
88	0.999391	0.034899	28.6363	88
89	0.999848	0.017452	57.2900	89
90	1.000000	0.000000	Infinity	90
Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle

ที่มา : http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math9/trigtable.htm