



# แบบฝึกทักษะ เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

$$\frac{dc}{dx} = 0$$

$$\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$$

$$\frac{dx}{dx} = 1$$

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

นายประดิษฐ์ สุวรรณโณ

ครูชำนาญการ โรงเรียนพรหมคีรีพิทยาคม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

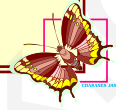
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 12

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

## เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร(1)

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม ค่อนข้างยืดเยื้อและยุ่งยากมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ถ้า  $f(x)$  อยู่ในรูปสลับซับซ้อน เช่น อยู่ในรูป  $\frac{f(x)}{g(x)}$ ,  $(f(x))^n$ ,  $\sqrt[n]{f(x)}$  ฯลฯ แต่ถ้าเราจะหาอนุพันธ์ ลักษณะดังกล่าวด้วยสูตรทำให้หาง่ายมากไม่ยืดเยื้อและยุ่งยากดังต่อไปนี้

สูตรที่ 1 ถ้า  $f(x) = c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว แล้ว  $f'(x) = 0$



พิสูจน์ จาก  $f(x) = c$  จะได้  $f(x+h) = c$

$$\text{เพราะว่า } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c - c}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้  $f(x) = 8$  จงหา  $f'(x)$

วิธีทำ จาก  $f(x) = 8$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } f'(x) &= \frac{d}{dx} (8) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้  $y = -81$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก  $y = -81$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y' &= \frac{d}{dx} (-81) \\ &= 0 \end{aligned}$$

**สูตรที่ 2** ถ้า  $f(x) = x$  แล้ว  $f'(x) = 1$



พิสูจน์ จาก  $f(x) = x$  จะได้  $f(x+h) = (x+h)$

เพราะว่า  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

จะได้  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h) - (x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 1$$

$$= 1$$

**สูตรที่ 3** ถ้า  $f(x) = x^n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนจริง

แล้ว  $f'(x) = nx^{n-1}$



พิสูจน์ จาก  $f(x) = x^n$  จะได้  $f(x+h) = (x+h)^n$

เพราะว่า  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

จะได้  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}h + \binom{n}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + \binom{n}{n}h^n - x^n}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\binom{n}{1}x^{n-1}h + \binom{n}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + \binom{n}{n}h^n}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \binom{n}{1}x^{n-1} + \binom{n}{2}x^{n-2}h + \dots + h^{n-1} \right)$$

$$= \binom{n}{1}x^{n-1}$$

$$= nx^{n-1}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้  $f(x) = x^6$  จงหาค่าของ  $f'(x)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad f'(x) &= \frac{d}{dx}(x^6) \\ &= 6x^5\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้  $y = \frac{1}{x^4}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

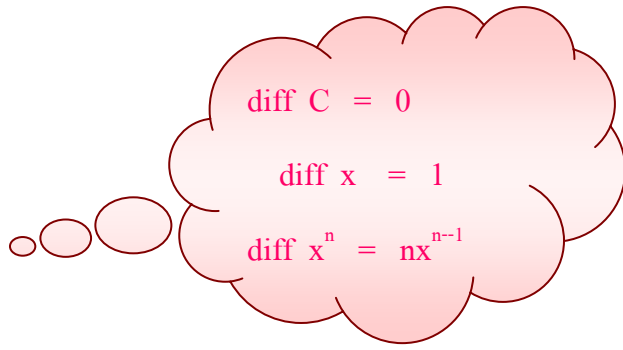
$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{เนื่องจาก } \frac{1}{x^4} &= x^{-4} \\ \text{ดังนั้น } \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}(x^{-4}) \\ &= -4x^{-5} \\ &= -\frac{4}{x^5}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้  $y = \sqrt[4]{x}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{เนื่องจาก } \sqrt[4]{x} &= x^{\frac{1}{4}} \\ \text{ดังนั้น } \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}\left(x^{\frac{1}{4}}\right) \\ &= \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} \\ &= \frac{1}{4x^{\frac{3}{4}}} \\ &= \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้  $y = x^{-\frac{2}{3}}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{จาก } y &= x^{-\frac{2}{3}} \\ \text{ดังนั้น } \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}\left(x^{-\frac{2}{3}}\right) \\ &= -\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}}\end{aligned}$$



### แบบฝึกทักษะที่ 3.1

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถหาอนุพันธ์ฟังก์ชันได้ เมื่อกำหนดฟังก์ชันพีชคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้ลงในช่องคำตอบให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1	ถ้า $y = -10$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	
2	ถ้า $f(x) = 4^3$ แล้ว จงหา $f'(x)$	
3	ถ้า $f(x) = 5x$ แล้ว จงหา $f'(x)$	
4	ถ้า $y = 3x^2$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ มีค่าเท่าใด	
5	ถ้า $y = x^4$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	
6	ถ้า $y = \sqrt[3]{x}$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	
7	ถ้า $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ แล้ว จงหา $f'(x)$	
8	ถ้า $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$ แล้ว จงหา $f'(x)$	
9	ถ้า $y = x^{-\frac{5}{4}}$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	
10	ถ้า $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$ แล้ว จงหา $f'(x)$	

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

ได้.....คะแนน

ผลการประเมิน เกณฑ์ผ่าน 7 คะแนน

ผ่าน  ไม่ผ่าน

### เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถหาคอนุพันธ์ฟังก์ชันได้ เมื่อกำหนดฟังก์ชันพีชคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้ลงในช่องคำตอบให้ถูกต้อง(ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1	ถ้า $y = -10$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	0
2	ถ้า $f(x) = 4^3$ แล้ว จงหา $f'(x)$	0
3	ถ้า $f(x) = 5x$ แล้ว จงหา $f'(x)$	5
4	ถ้า $y = 3x^2$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ มีค่าเท่าใด	$6x$
5	ถ้า $y = x^4$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	$4x^3$
6	ถ้า $y = \sqrt[3]{x}$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
7	ถ้า $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ แล้ว จงหา $f'(x)$	$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$
8	ถ้า $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$ แล้ว จงหา $f'(x)$	$\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$
9	ถ้า $y = x^{\frac{5}{4}}$ แล้ว จงหา $\frac{dy}{dx}$	$-\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$
10	ถ้า $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$ แล้ว จงหา $f'(x)$	$-\frac{3}{4x\sqrt[4]{x^3}}$

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คะแนน

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

ได้.....คะแนน