

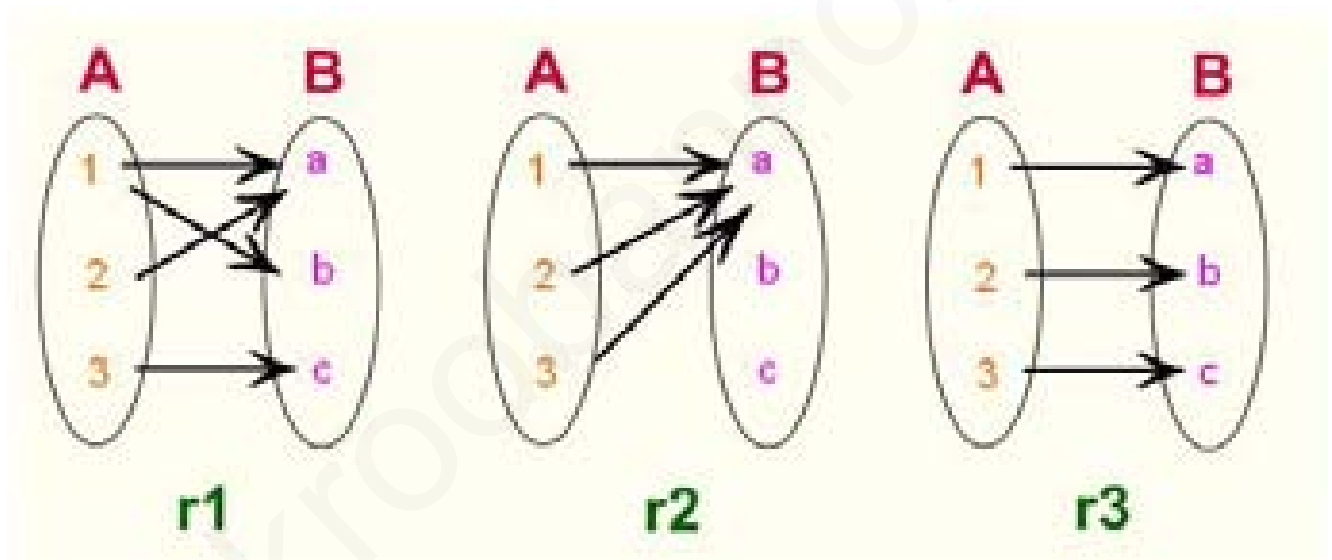
เอกสารประกอบการเรียน

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ค31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่ม 2

ความสัมพันธ์



นางนุชรี อ่อนละม้าย

ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีอ่างทอง

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 5

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์ เป็นส่วนหนึ่งของเนื้อหาวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ค31102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุด ความสัมพันธ์

เอกสารประกอบการเรียนเล่มนี้ ประกอบด้วย คำแนะนำการใช้เอกสารประกอบการเรียน สาระ มาตรฐาน ตัวชี้วัด จุดประสงค์ สาระการเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน เนื้อหา แบบฝึกหัด แบบทดสอบหลังเรียน เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน ซึ่งการทำเอกสารประกอบการเรียนเล่มนี้ มีความมุ่งหมายเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในการเรียนการสอน ตลอดจนพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เอกสารประกอบการเรียน ได้รับความร่วมมือจากคณาจารย์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลายท่าน ช่วยอ่าน ให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่อง รวมทั้งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีอ่างทอง ให้ความคิดเห็น เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ดีขึ้น จึงขอขอบคุณทุกท่านที่มีส่วนช่วยให้ เอกสารประกอบการเรียนเล่มนี้สำเร็จได้

หวังว่าเอกสารประกอบการเรียนเล่มนี้ จะมีประโยชน์ต่อครูผู้สอน และ นักเรียนที่ใช้ เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลเป็นอย่างดี

นุชรี อ่อนละม้าย

สารบัญ

	หน้า
คำชี้แจงการใช้เอกสารประกอบการเรียน.....	1
สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์.....	2
สาระการเรียนรู้.....	2
แบบทดสอบก่อนเรียน.....	4
ความสัมพันธ์ ผลคูณคาร์ทีเซียน.....	8
แบบฝึกหัดที่ 1.....	10
ความสัมพันธ์.....	13
แบบฝึกหัดที่ 2.....	15
แบบฝึกหัดที่ 3.....	20
แบบทดสอบหลังเรียน.....	24
บรรณานุกรม.....	27
ภาคผนวก.....	28

คำแนะนำการใช้เอกสารประกอบการเรียน

ก่อนที่นักเรียนจะศึกษาเอกสารประกอบการเรียนเล่มนี้ ควรปฏิบัติตามขั้นตอนดังนี้

1. นักเรียนทุกคนทำความเข้าใจสาระ มาตรฐาน และจุดประสงค์การเรียนรู้ก่อนลงมือศึกษาเอกสารประกอบการเรียน
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อวัดความรู้ของนักเรียน
3. ศึกษาบทเรียน และทำแบบฝึกหัด ไปตามลำดับจากง่ายไปหายาก และหากสงสัย ไม่เข้าใจ ให้ซักถามครูทันที
4. ตรวจสอบความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัด จากเฉลยแบบฝึกหัดท้ายเล่ม
5. ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อวัดความก้าวหน้าของนักเรียน
6. นักเรียนสามารถนำเอกสารประกอบการเรียนการสอนไปศึกษานอกเวลาเรียนได้ตามความเหมาะสม

สาระที่ 4 พืชคณิต

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

(mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

- ตัวชี้วัด**
1. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์ หรือปัญหาและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ

ความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

- ตัวชี้วัด**
1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
 2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
 3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
 4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน
 5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ
 6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จุดประสงค์

1. บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนและนำไปใช้ได้
2. บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้
3. เมื่อกำหนดเงื่อนไขมาให้สามารถหาความสัมพันธ์ได้
4. นำความรู้เรื่องคู่อันดับไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

1. คูณคาร์ทีเซียน
2. ความสัมพันธ์











ผลคูณคาร์ทีเซียน

บทนิยาม ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด

โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B

ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \times B$ อ่านว่า “เอคูณบี”

เขียน $A \times B$ ในรูป บอกเงื่อนไขได้ดังนี้

$$A \times B = \{(a, b) \in A \times B \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$B \times A = \{(x, y) \in B \times A \mid x \in B \text{ และ } y \in A\}$$

$$A \times A = \{(x, y) \in A \times A \mid x \in A \text{ และ } y \in A\}$$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{2, 3\}$ จงหาค่าของ

1. $A \times B$
2. $B \times A$
3. $A \times A$
4. $B \times B$

วิธีทำ

จาก $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{2, 3\}$

1. $A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$
2. $B \times A = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$
3. $A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$
4. $B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $A = \{0,2\}$, $B = \{2,3\}$ และ $C = \{3,4\}$ จงหาค่าของ

1. $A \times B$
2. $(A \cup B) \times C$
3. $(A - B) \times (C \cap B)$

วิธีทำ

จาก $A = \{0,2\}$ และ $B = \{2,3\}$ และ $C = \{3,4\}$

1. $A \times B = \{(0,2), (0,3), (2,2), (2,3)\}$

2. $(A \cup B) \times C$

หา $A \cup B = \{0,2,3\}$

จะได้ $(A \cup B) \times C = \{(0,3), (0,4), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4)\}$

3. $(A - B) \times (C \cap B)$

หา $A - B = \{0\}$

$C \cap B = \{3\}$

จะได้ $(A - B) \times (C \cap B) = \{(0,3)\}$

ข้อสังเกตเกี่ยวกับผลคูณคาร์ทีเซียน

กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ แล้ว

1. $\emptyset \times A = \emptyset$ และ $A \times \emptyset = \emptyset$
2. $A \times B = B \times A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$ หรือ $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$
3. $A \times B \neq B \times A$ ก็ต่อเมื่อ $A \neq B$ และ $A \neq \emptyset$ และ $B \neq \emptyset$
4. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \times C \subset B \times C$
5. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัดแล้ว $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$
6. ถ้า $A \times B = A \times C$ และ $A \neq \emptyset$ แล้ว $B = C$
7. ถ้า A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \times B$ เป็นเซตจำกัด
8. ถ้า A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \times B$ เป็นเซตอนันต์
9. ถ้า A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตจำกัด ซึ่ง $B \neq \emptyset$ แล้ว $A \times B$ เป็นเซตอนันต์

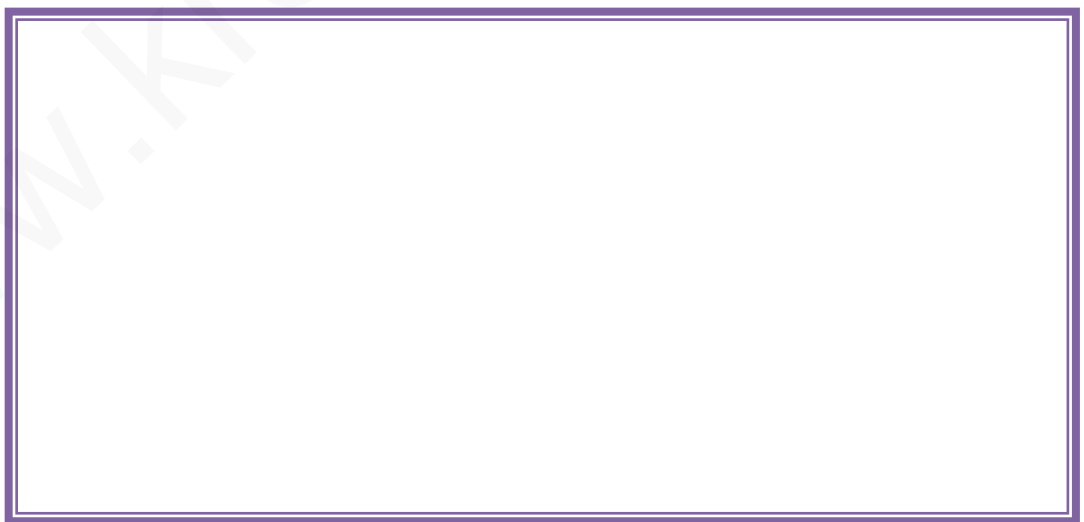


--

--

2. กำหนดให้ $U = \{0,1,2,3,4,5\}$, $A = \{0,3\}$, $B = \{0,1,2\}$ และ $C = \{1,3,4\}$ จงหาค่าต่อไปนี้





ความสัมพันธ์

บทนิยาม r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$

นั่นคือ ความสัมพันธ์เป็นเซตของคู่อันดับ

ถ้า r เป็นสับเซตของ $A \times B$ เรากล่าวว่า r เป็นความสัมพันธ์ จาก A ไป B

r เป็นสับเซตของ $A \times A$ เรากล่าวว่า r เป็นความสัมพันธ์ใน A

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $A = \{4,5,6\}$, $B = \{5,6,7,8\}$ จงเขียนความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

ต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1. ความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก A ไป B
2. ความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก A ไป B
3. ความสัมพันธ์ “เป็นสองเท่า” จาก A ไป B
4. ความสัมพันธ์ “เท่ากับ” จาก A ไป B

วิธีทำ จาก $A = \{4,5,6\}$, $B = \{5,6,7,8\}$

ให้ r_1 แทนความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก A ไป B

จะได้ $r_1 = \{(6,5)\}$

ให้ r_2 แทนความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก A ไป B

จะได้ $r_2 = \{(4,5), (4,6), (4,7), (4,8), (5,6), (5,7), (5,8), (6,7), (6,8)\}$

ให้ r_3 แทนความสัมพันธ์ “เป็นสองเท่า” จาก A ไป B

จะได้ $r_3 = \emptyset$

ให้ r_4 แทนความสัมพันธ์ “เท่ากับ” จาก A ไป B

จะได้ $r_4 = \{(5,5), (6,6)\}$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $A = \{4,5,6\}$, $B = \{5,6,7,8\}$ จงเขียนความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
แบบบอกเงื่อนไข

1. ความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก A ไป B
2. ความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก B ไป A
3. ความสัมพันธ์ “เท่ากับ” จาก B ไป B

วิธีทำ จาก $A = \{4,5,6\}$, $B = \{5,6,7,8\}$

ให้ r_1 แทนความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก A ไป B

จะได้ $r_1 = \{(x,y) \in A \times B | x > y\}$

ให้ r_2 แทนความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก B ไป A

จะได้ $r_2 = \{(x,y) \in B \times A | x < y\}$

ให้ r_3 แทนความสัมพันธ์ “เท่ากับ” จาก B ไป B

จะได้ $r_3 = \{(x,y) \in B \times B | x = y\}$



1.1 ความสัมพันธ์ “หารลงตัว” จาก B ไป A

.....

1.2 ความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก B ไป A

.....

1.3 ความสัมพันธ์ “รากที่สอง” จาก C ไป A

.....

1.4 ความสัมพันธ์ “เป็นสองเท่า” จาก A ไป C

.....

1.5 ความสัมพันธ์ “น้อยกว่า ” จาก B ไป C

.....

1.6 ความสัมพันธ์ “เท่ากับ” จาก A ไป B

.....

1.7 ความสัมพันธ์ “กำลังสอง” จาก A ไป C

.....

1.8 ความสัมพันธ์ “เป็นครึ่งหนึ่ง” จาก C ไป B

.....

1.9 ความสัมพันธ์ “กำลังสาม” จาก B ไป A

.....

1.10 ความสัมพันธ์ “มากกว่าอยู่ 2” จาก A ไป B

.....

2.1 ความสัมพันธ์ “หารลงตัว” จาก A ไป B

.....



2.2 ความสัมพันธ์ “มากกว่า ” จาก B ไป A

.....



2.3 ความสัมพันธ์ “รากที่สอง ” จาก A ไป B

.....



2.4 ความสัมพันธ์ “เป็นสองเท่า ” จาก C ไป A

.....



2.5 ความสัมพันธ์ “น้อยกว่า ” จาก B ไป C

.....



ตัวอย่างที่ 3 ให้ $A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จงเขียนความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แบบแจกแจง

1. $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x + 1\}$
2. $r_2 = \{(x, y) \in B \times B \mid x = y\}$
3. $r_3 = \{(x, y) \in A \times A \mid x = y^2\}$
4. $r_4 = \{(x, y) \in A \times B \mid x = |y + 2|\}$

วิธีทำ จาก $A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

1. ให้ $r_1 = \{(x, y) \in B \times A \mid y = 2x + 1\}$

จะได้ $r_1 = \{(1, 3), (2, 5)\}$

2. ให้ $r_2 = \{(x, y) \in B \times B \mid x = y\}$

จะได้ $r_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$

3. ให้ $r_3 = \{(x, y) \in A \times A \mid x = y^2\}$

จะได้ $r_3 = \{(1, -1), (4, -2), (0, 0), (1, 1), (4, 2)\}$

4. ให้ $r_4 = \{(x, y) \in A \times B \mid x = |y + 2|\}$

จะได้ $r_4 = \{(3, 1), (4, 2), (5, 3)\}$

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แบบแจกแจงสมาชิก

6. $r_1 = \{(x, y) \in I \times I^+ | y = 2x + 1\}$

7. $r_2 = \{(x, y) \in I \times I | y = x^2\}$

8. $r_3 = \{(x, y) \in I \times I | x = |y + 2|\}$

9. $r_3 = \{(x, y) \in I^+ \times I | y = |x| + 1\}$

วิธีทำ

1. ให้ $r_1 = \{(x, y) \in I \times I^+ | y = 2x + 1\}$

จะได้ $r_1 = \{(0, 1), (1, 2), (2, 5), (3, 7), \dots\}$

x มีค่าเริ่มที่ 0 จะทำให้

2. ให้ $r_2 = \{(x, y) \in I \times I | y = x^2\}$

จะได้ $r_2 = \{\dots, (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), \dots\}$

x มีค่าเป็นจำนวนเต็มได้ทุกจำนวน

3. ให้ $r_3 = \{(x, y) \in I \times I | x = |y + 2|\}$

จะได้ $r_3 = \{(0, -2), (1, 1), (1, -3), (2, 0), (2, 4), \dots\}$

x มีค่าเป็นจำนวนเต็มทีมากกว่าหรือเท่ากับ 0 และ x 1 ค่า จะมี y 2

x มีค่าเป็นจำนวนเต็มได้ทุกจำนวน

4. ให้ $r_3 = \{(x, y) \in I^+ \times I | y = |x| + 1\}$

จะได้ $r_4 = \{\dots, (-2, 3), (-1, 2), (0, 1), (1, 2), (2, 3), \dots\}$



1.1 $\{(x, y) \in B \times A | y = x + 1\}$

.....

1.2 $\{(x, y) \in A \times A | y = 2x - 1\}$

.....

1.3 $\{(x, y) \in C \times A | x = 2y\}$

.....

1.4 $\{(x, y) \in B \times B | y = |x| + 2\}$

.....

1.5 $\{(x,y) \in A \times B | x = |y| - 1\}$

.....

1.6 $\{(x,y) \in B \times C | y = |x - 1|\}$

.....

1.7 $\{(x,y) \in A \times B | y = x^2\}$

.....

1.8 $\{(x,y) \in C \times B | y = x^2 + 1\}$

.....

1.9 $\{(x,y) \in B \times B | x = y^2 - 1\}$

.....

1.10 $\{(x,y) \in A \times A | y = 2x^2 + 1\}$

.....

2.1 $\{(x,y) \in I \times I | y = x + 1\}$

.....



2.2 $\{(x,y) \in I \times I | y = 2x - 1\}$

.....



2.3 $\{(x,y) \in I \times I | x = 2y\}$

.....



2.4 $\{(x,y) \in I \times I | y = |x| + 2\}$

.....



2.5 $\{(x,y) \in I \times I | x = |y| - 1\}$

.....



1.6 $\{(x,y) \in I \times I | y = |x - 1|\}$



.....

1.7 $\{(x,y) \in I \times I | y = x^2\}$



.....

1.8 $\{(x,y) \in I \times I | y = x^2 + 1\}$



.....

1.9 $\{(x,y) \in I \times I | x = y^2 - 1\}$



.....

1.10 $\{(x,y) \in I \times I | y = 2x^2 + 1\}$



.....









กนกวลี อุษณกรกุล, รณชัย มาเจริญทรัพย์. (2547). แบบฝึกหัดและประเมินผล

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 2. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.

ณรงค์ ปิ่นนัม, รณชัย มาเจริญทรัพย์. (ม.ป.ป.). คู่มือ – เตรียมสอบคณิตศาสตร์

พื้นฐาน. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2548). แบบฝึกมาตรฐานแม่คณิตศาสตร์พื้นฐาน. กรุงเทพฯ :
แม็ค.

ฝ่ายวิชาการดอกหญ้าวิชาการ. (2553). คิวเข้มคณิตศาสตร์พื้นฐานม.4 เล่ม 2. กรุงเทพฯ :
ดอกหญ้าวิชาการ.

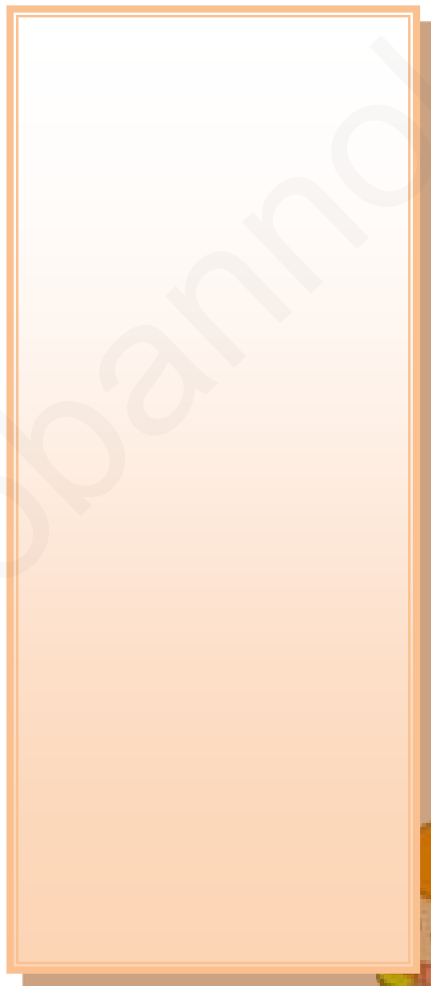
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์ เล่ม 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์



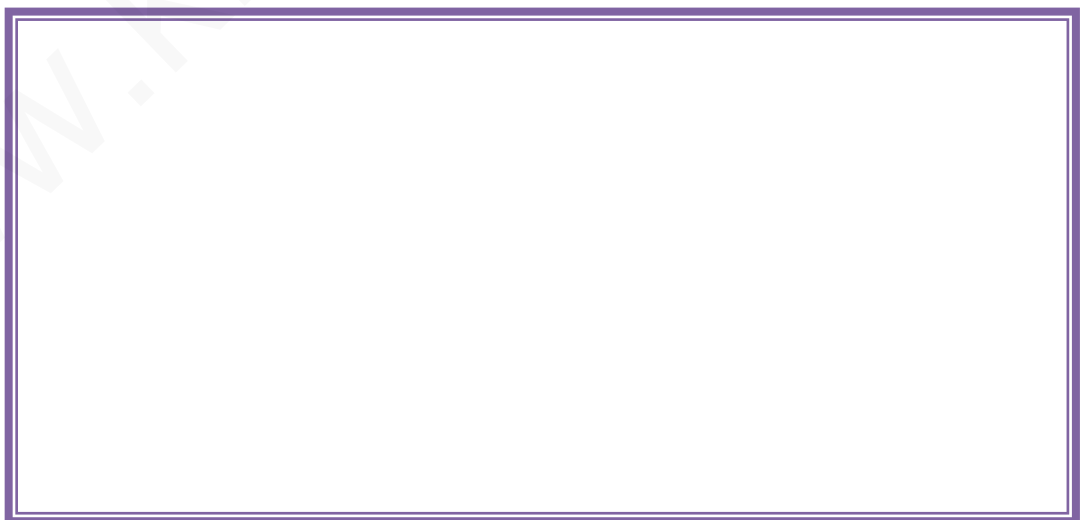


1. กำหนดให้ $A = \{1,2,3\}$, $B = \{0,1,2\}$, $C = \{1,3\}$ และ $D = \emptyset$ จงหาค่าต่อไปนี้

www.kroobannok.com

2. กำหนดให้ $U = \{0,1,2,3,4,5\}$, $A = \{0,3\}$, $B = \{0,1,2\}$ และ $C = \{1,3,4\}$ จงหาค่าต่อไปนี้

A large empty rectangular box with a blue border, intended for the student to write the answer to the first part of the question.A large empty rectangular box with a purple border, intended for the student to write the answer to the second part of the question.A large empty rectangular box with a teal border, intended for the student to write the answer to the third part of the question.

















เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์





เล่มที่ 2

หน้า

คู่อันดับ	ordered pair	7
ผลคูณคาร์ทีเซียน	Cartesian product	16
ความสัมพันธ์	relation	21



(a, b)

$A \times B$

r

คู่อันดับ

ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B

ความสัมพันธ์