



## คำนำ

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 32201) เรื่องฟังก์ชันลอการิทึม ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 ชุด ประกอบด้วย

ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชันลอการิทึม

ชุดที่ 2 สมบัติของลอการิทึม

ชุดที่ 3 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

ชุดที่ 4 ลอการิทึมสามัญ

ชุดที่ 5 แอนติลอการิทึม

ชุดที่ 6 การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม

ชุดที่ 7 สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม

แบบฝึกทักษะชุดนี้ เป็นชุดที่ 3 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม ประกอบด้วย ใบความรู้และแบบฝึกทักษะ ให้นักเรียนได้ศึกษาและฝึกทักษะ เพื่อพัฒนาการ คิดคำนวณอย่างมีเหตุผล มีเนื้อหาที่เรียงจากง่ายไปหายากเหมาะสมกับนักเรียน และสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองได้



### คำแนะนำ

แบบฝึกทักษะชุดนี้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง  
ก่อนที่จะศึกษาและเรียนรู้ นักเรียนควรทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ศึกษาใบความรู้และทำกิจกรรมในรูปแบบฝึกทักษะ
3. ฝึกทักษะการคิดคำนวณ โดยเชื่อมโยงแนวคิด  
จากใบความรู้

### จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบเรื่องนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมได้
2. บอกได้ว่ากราฟของฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

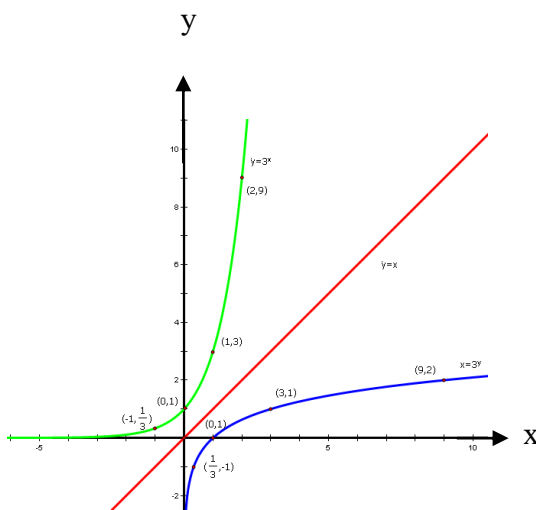
## ใบความรู้ เรื่อง กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

เนื่องจากฟังก์ชันลอการิทึม เป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้น กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม จึงสมมาตรกับกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เมื่อเทียบกับ เส้นตรง  $y=x$  เพราะฉะนั้น กราฟของ  $y = \log_a x$  ได้จากการสะท้อนกราฟของ  $y = a^x$  ข้ามเส้นตรง  $y=x$  นั่นคือ จากสมการ  $y = \log_a x, x > 0, a > 0, a \neq 1$  จึงสามารถแบ่ง  $a$  ได้ 2 กรณี คือ  $a > 0$  และ  $0 < a < 1$  เมื่อนำมาเขียนกราฟได้ดังนี้

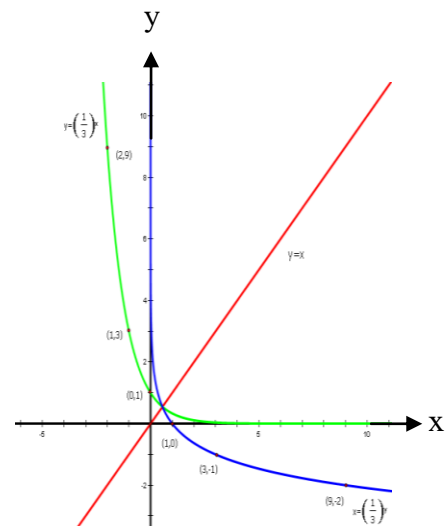
**วิธีเขียนกราฟ  $y = \log_a x$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$**

1. เขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลก่อน นั่นคือ เปลี่ยน  $y = \log_a x$  เป็น  $y = a^x$
2. ใช้กระดาษลอกลาย ลอกรูปกราฟ  $y = a^x$  แล้วตากเส้นตรง  $y = x$
3. พับกระดาษลอกลายตรงเส้นตรง  $y = x$  แล้วสะท้อนข้ามเส้นตรงมาอยู่ก้านหนึ่งของเส้นตรง  $y = x$

**กรณีที่ 1  $a > 1$**



**กรณีที่ 2  $0 < a < 1$**



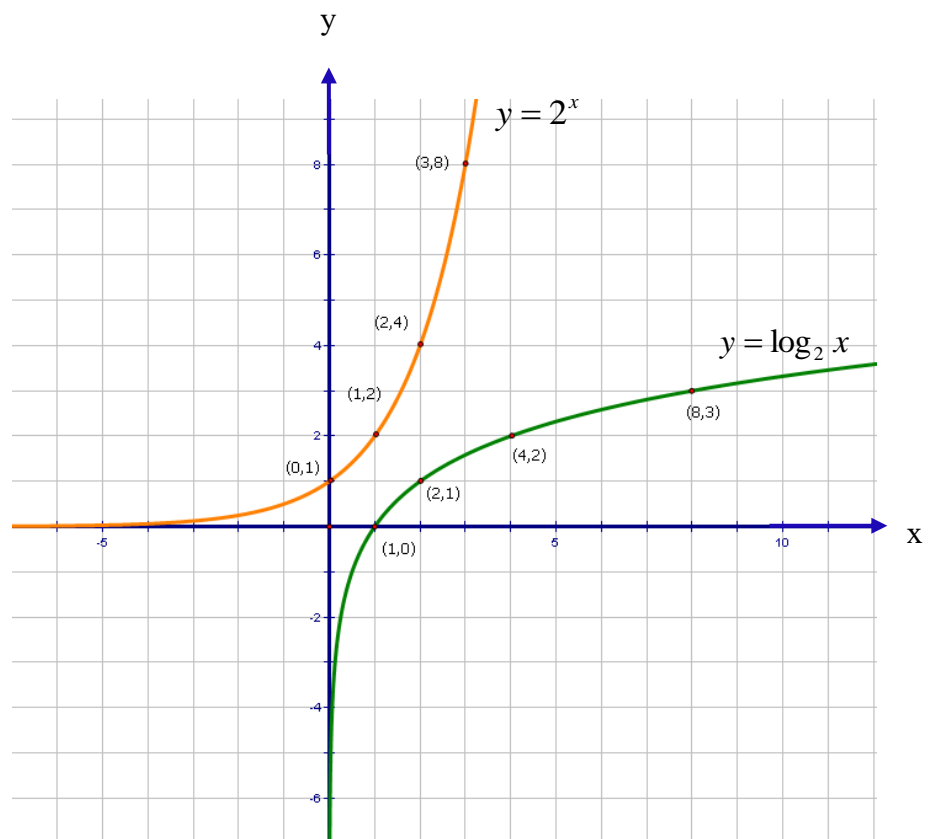
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้ลงบนแกนพิกัดฉากเดียวกัน

$$y = 2^x \text{ กับ } y = \log_2 x$$

วิธีทำ

$x$	0	1	2	3
$y = 2^x$	1	2	4	8

$x$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	0	1	2	3



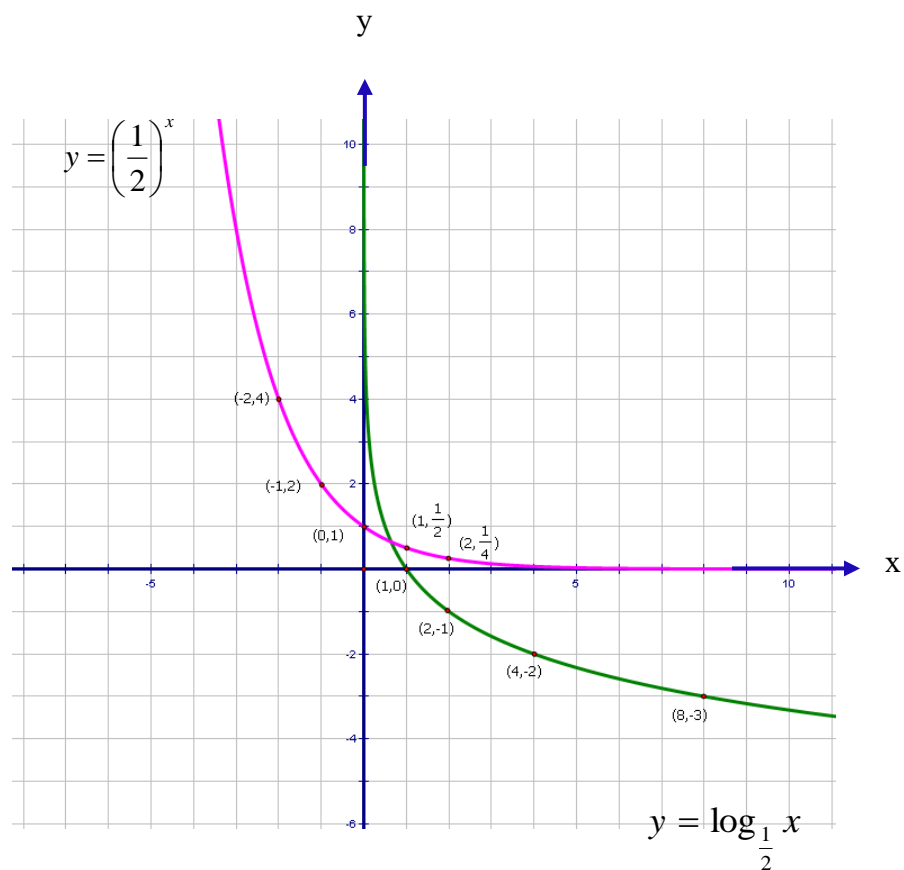
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้ลงบนแกนพิกัดฉากเดียวกัน

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ และ } y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

วิธีทำ

$x$	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

$x$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	0	-1	-2	-3



### แบบฝึกทักษะที่ 3.1

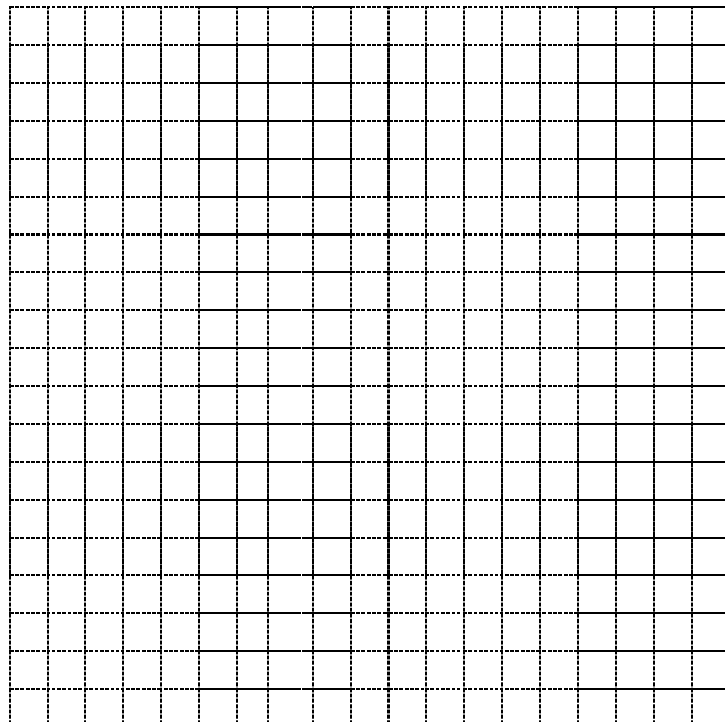
#### เรื่อง การเขียนกราฟของลอการิทึม

**คำชี้แจง** จงเขียนกราฟของลอการิทึมต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนน)

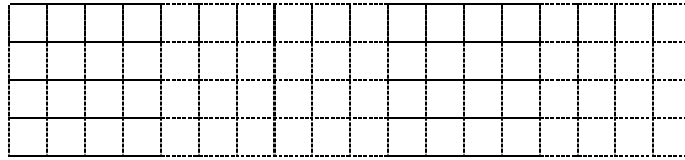
1.  $y = \log_3 x^{-1}$

**วิธีทำ** เปลี่ยน  $y = \log_3 x^{-1}$  ให้อยู่ในรูป .....

x					
y					







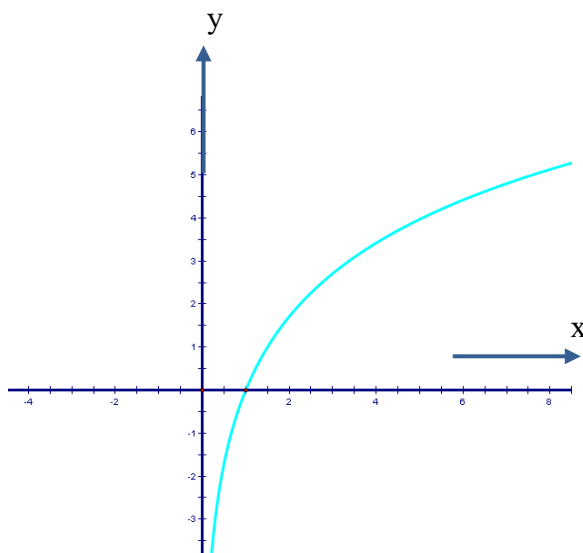
## ใบความรู้

### เรื่อง ลักษณะกราฟของ $y = \log_a x$

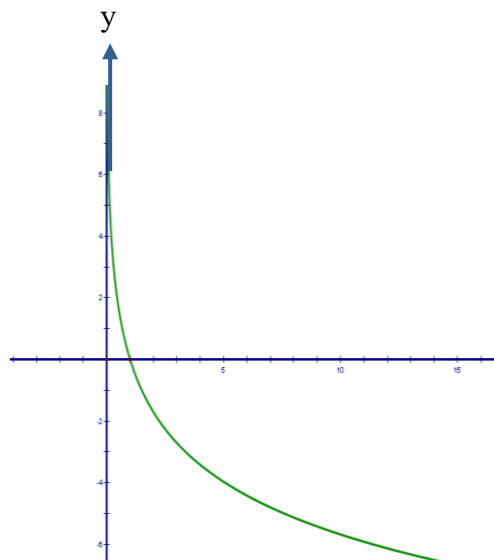
ข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะของกราฟ  $y = \log_a x$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$

- 1) กราฟจะตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(1,0)$  เสมอ
- 2) กราฟจะอยู่ทางขวาของแกน  $y$  เสมอ และไม่ตัดแกน  $y$
- 3) กรณี  $a > 1$  จะได้ว่าค่าของ  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $y$  จะเพิ่มขึ้นตาม  
ถ้าค่าของ  $x$  ลดลง ค่าของ  $y$  จะลดลงตาม  
นั่นคือ ถ้า  $a > 1$ ,  $y = \log_a x$  จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม
- 4) กรณี  $0 < a < 1$  จะได้ว่าค่าของ  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $y$  จะมีค่าลดลง  
ถ้าค่าของ  $x$  ลดลง ค่าของ  $y$  จะเพิ่มขึ้น  
นั่นคือ ถ้า  $0 < a < 1$ ,  $y = \log_a x$  จะเป็นฟังก์ชันลด
- 5) กราฟของ  $y = \log_a x$  กับกราฟของ  $y = \log_{\frac{1}{a}} x$  จะสมมาตรกันเมื่อเทียบกับ  
แกน  $x$

กรณีที่ 1  $a > 1$



กรณีที่ 2  $0 < a < 1$





เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

เป็นฟังก์ชันลด

ตัวอย่าง จงพิจารณาว่าฟังก์ชันต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1.  $y = \log_5 x$

พิจารณาค่า  $x$  และ  $y$  ที่สอดคล้องกับสมการ

$x$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1	5	25
$y$	-2	-1	0	1	2

เมื่อสังเกตจากค่าในตาราง จะพบว่า ถ้าค่า  $x$  เพิ่มขึ้น แล้วค่า  $y$  จะเพิ่มขึ้น  
ในทำนองเดียวกัน ถ้าค่า  $x$  ลดลง แล้วค่า  $y$  ก็จะลดลงด้วย

สรุปว่า  $y = \log_5 x$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

2.  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

พิจารณาค่า  $x$  และ  $y$  ที่สอดคล้องกับสมการ

$x$	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$
$y$	3	2	1	0	-1

เมื่อสังเกตจากค่าในตาราง จะพบว่า ถ้าค่า  $x$  เพิ่มขึ้น แต่ค่า  $y$  จะลดลง  
ในทางกลับกัน ถ้าค่า  $x$  ลดลง แต่ค่า  $y$  จะเพิ่มขึ้น

สรุปว่า  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$  เป็นฟังก์ชันลด

3.  $y = \log_2(-x)$

จากนิยามของลอการิทึม จะหาค่าของ  $\log$  ได้ ก็ต่อเมื่อเป็น  $\log$  ของ  
จำนวนจริงบวกเท่านั้น ดังนั้นจากสมการ  $-x > 0$  แล้ว  $x < 0$

พิจารณาค่า  $\log_2(-x)$  และ  $y$  ที่สอดคล้องกับสมการ

$x$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	-8
$y$	-1	0	1	2	3

เมื่อสังเกตจากค่าในตาราง จะพบว่า ถ้าค่า  $x$  เพิ่มขึ้น แต่ค่า  $y$  จะ.....(ลดลง)

ในทางกลับกัน ถ้าค่า  $x$  ลดลง แต่ค่า  $y$  จะ..... (เพิ่มขึ้น)

แสดงว่า  $y = \log_2(-x)$  เป็นฟังก์ชัน..... (ฟังก์ชันลด)

**แบบฝึกทักษะที่ 3.2**

เรื่อง กราฟของลอการิทึมที่เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชันต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1.  $y = \log_3 x$  .....

2.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  .....

3.  $y = \log_4(-x)$  .....

4.  $y = \log_{\frac{1}{4}} x^{-1}$  .....

5.  $y = \log_{\frac{7}{2}} x^{-1}$  .....

6.  $y = -\log_5 x$  .....

7.  $y = \log_3(-x)$  .....

8.  $y = -\log_{\frac{1}{3}}(-x)$  .....

9.  $y = \log_5(x+2)$  .....

10.  $y = \log_3|x|$  .....

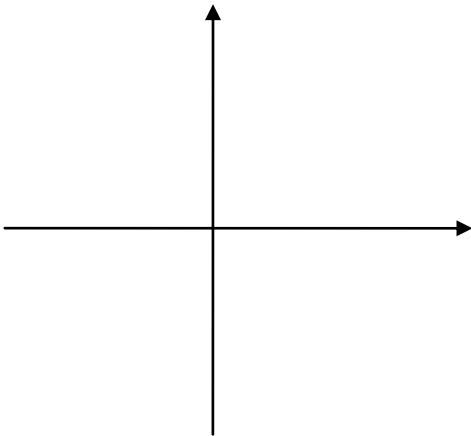


### แบบฝึกทักษะที่ 3.3

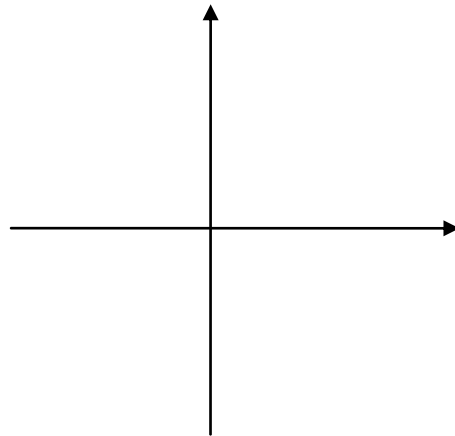
#### เรื่อง การเขียนกราฟของลอการิทึม

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนกราฟของลอการิทึมต่อไปนี้ และบอกด้วยว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

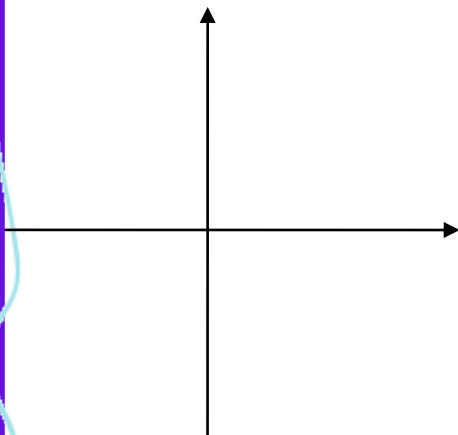
1.  $y = \log_5 x$



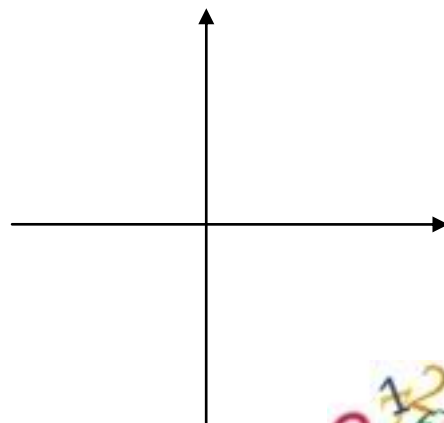
2.  $y = \log_{\frac{1}{5}} x$



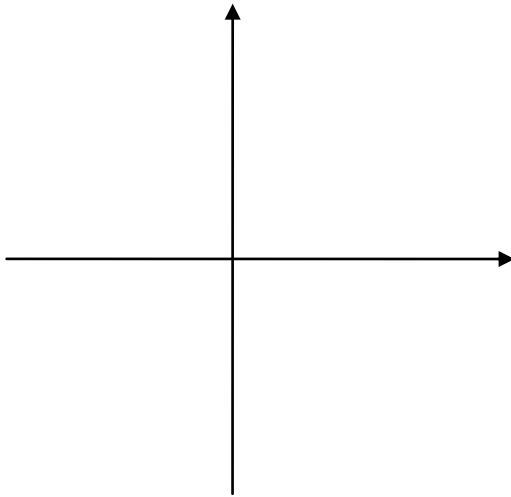
3.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x^{-1}$



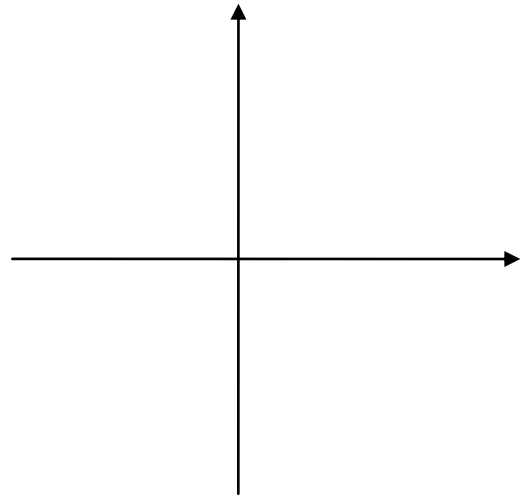
4.  $y = \log_7 x^{-1}$



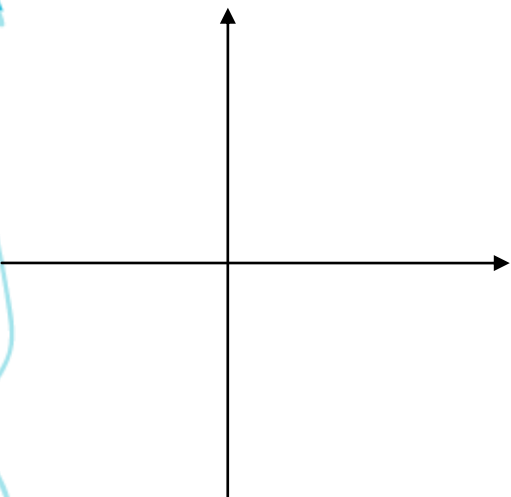
5.  $y = -\log_2 x$



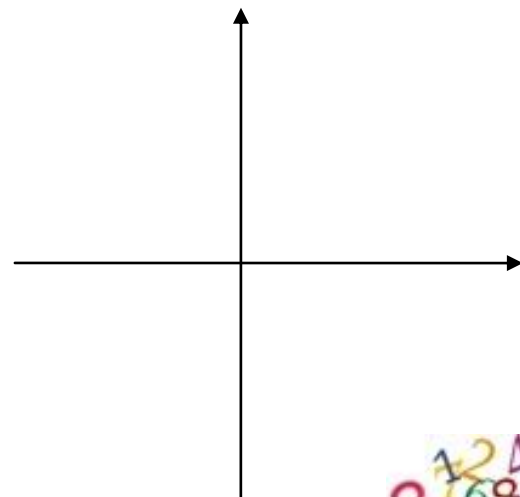
6.  $y = \log_6(-x)$



1.  $y = -\log_{\frac{1}{9}}(-x)$



8.  $y = \log_3|x|$



### เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.1

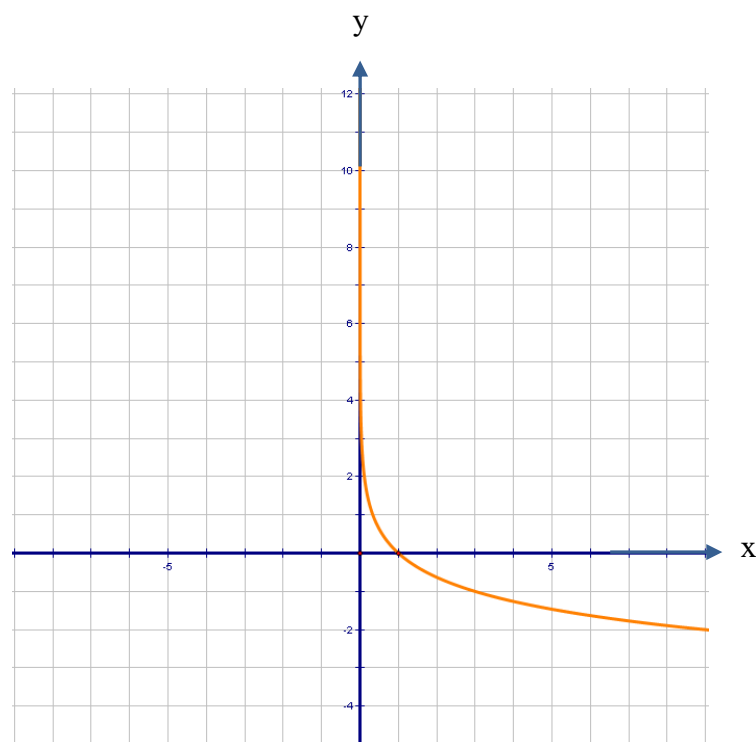
#### เรื่อง การเขียนกราฟของลอการิทึม

**คำชี้แจง** จงเขียนกราฟของลอการิทึมต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนน)

1.  $y = \log_3 x^{-1}$

**วิธีทำ** เปลี่ยน  $y = \log_3 x^{-1}$  ให้อยู่ในรูป  $y = -\log_3 x$ .....

x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
y	2	1	0	-1	-2



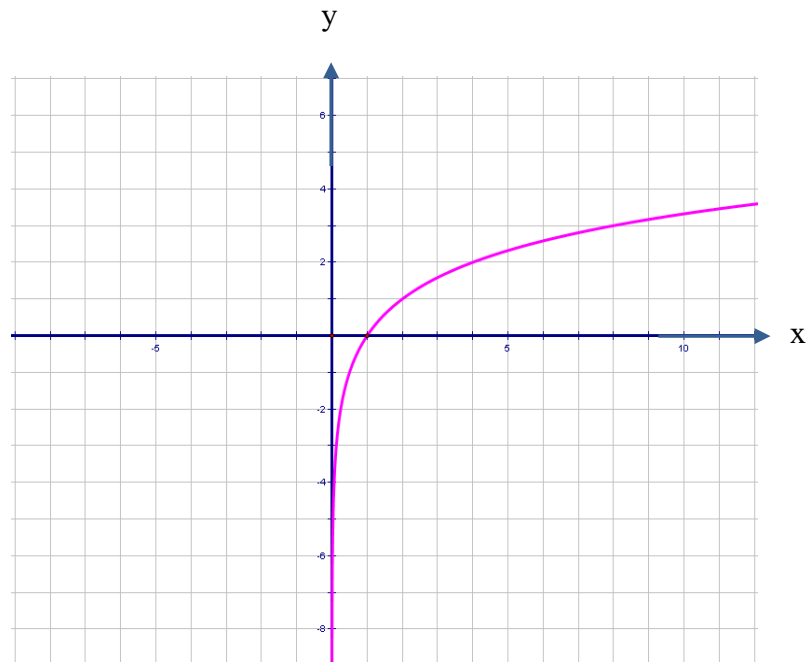
$$2. \quad y = \log_{\frac{1}{2}} x^{-1}$$

วิธีทำ เปลี่ยน  $y = \log_{\frac{1}{2}} x^{-1}$

ให้อยู่ในรูป  $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x}$

$$y = \log_2 x$$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-2	-1	0	1	2



### เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.2

เรื่อง กราฟของลอการิทึมที่เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชันต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1.  $y = \log_3 x$  .....

2.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  .....

3.  $y = \log_4(-x)$  .....

4.  $y = \log_{\frac{1}{4}} x^{-1}$  .....

5.  $y = \log_{\frac{7}{2}} x^{-1}$  .....

6.  $y = -\log_5 x$  .....

7.  $y = \log_3(-x)$  .....

8.  $y = -\log_{\frac{1}{3}}(-x)$  .....

9.  $y = \log_5(x+2)$  .....

10.  $y = \log_3|x|$  .....

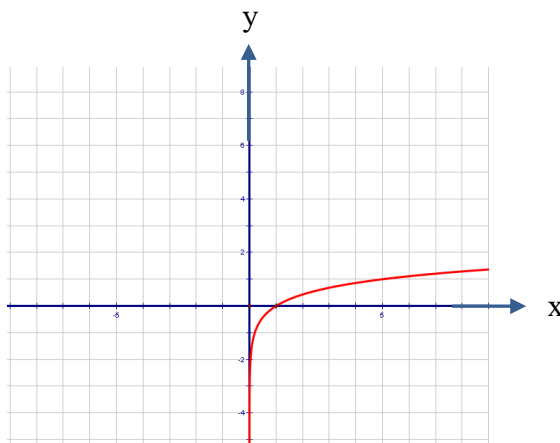


### เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.3

#### เรื่อง การเขียนกราฟของลอการิทึม

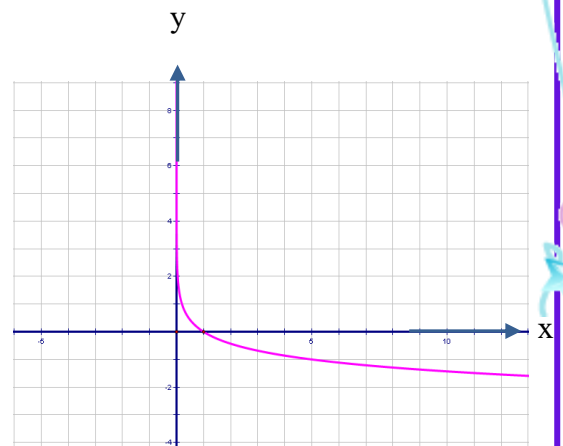
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนกราฟของลอการิทึมต่อไปนี้ และบอกด้วยว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1.  $y = \log_5 x$



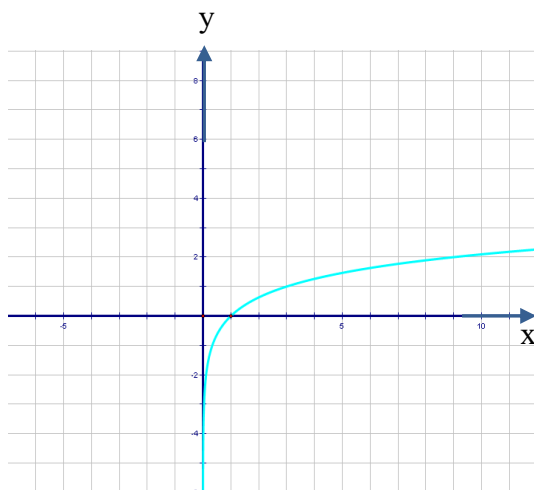
เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

2.  $y = \log_{\frac{1}{5}} x$



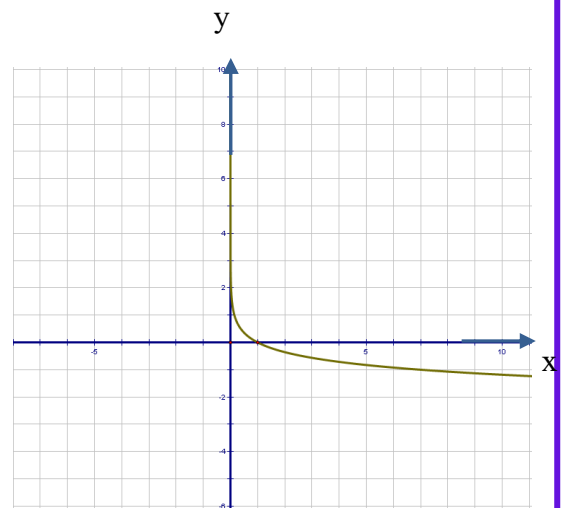
เป็นฟังก์ชันลด

3.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x^{-1}$



เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

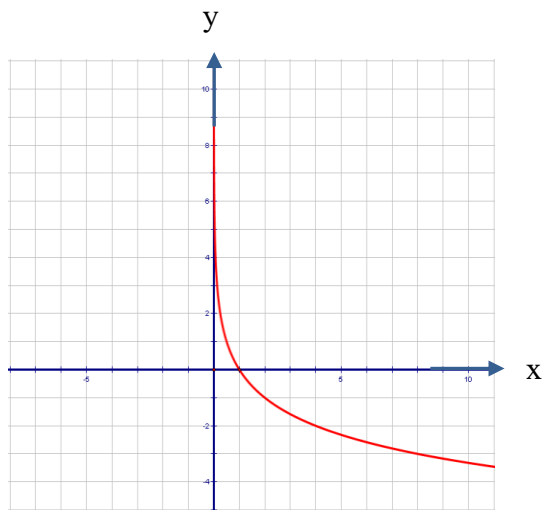
4.  $y = \log_7 x^{-1}$



เป็นฟังก์ชันลด

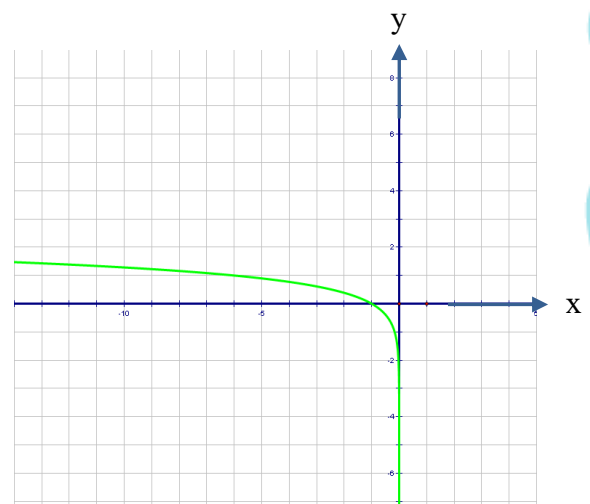


5.  $y = -\log_2 x$



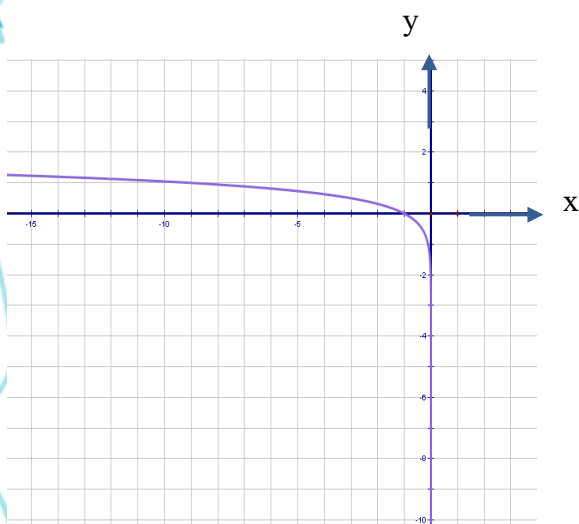
เป็นฟังก์ชันลด

6.  $y = \log_6(-x)$

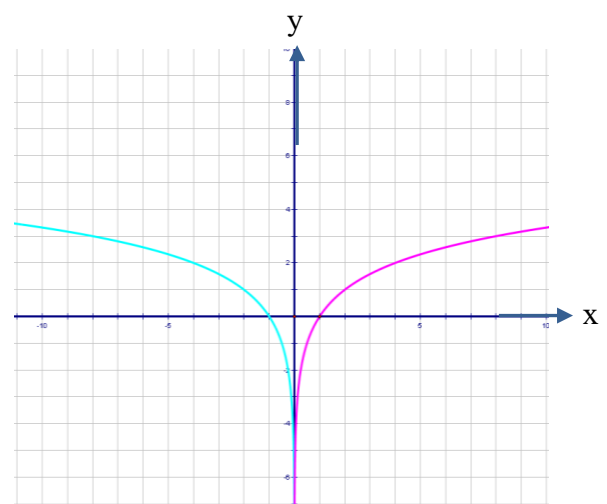


เป็นฟังก์ชันลด

7.  $y = -\log_{\frac{1}{9}}(-x)$



8.  $y = \log_3|x|$



เป็นฟังก์ชันลด

ไม่เป็นทั้งฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด

## แบบทดสอบหลังเรียน

## ชุดที่ 3 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมาย **X** ลงในกระดาษคำตอบ

1.  $y = \log_3 x$  มีโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันตรงกับข้อใด

1.  $D_r = R^-$  ,  $R_r = R$

2.  $D_r = R^+$  ,  $R_r = R$

3.  $D_r = R$  ,  $R_r = R^+$

4.  $D_r = R^+$  ,  $R_r = R^+$

2.  $y = \log_5(-x)$  มีโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันตรงกับข้อใด

1.  $D_r = R^-$  ,  $R_r = R$

2.  $D_r = R^+$  ,  $R_r = R^-$

3.  $D_r = R$  ,  $R_r = R^+$

4.  $D_r = R^+$  ,  $R_r = R^+$

3. ข้อใดต่อไปนี้สรุปถูกต้อง

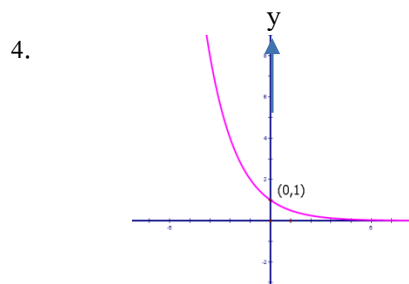
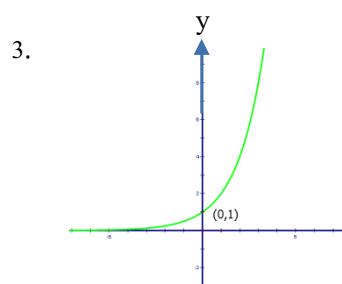
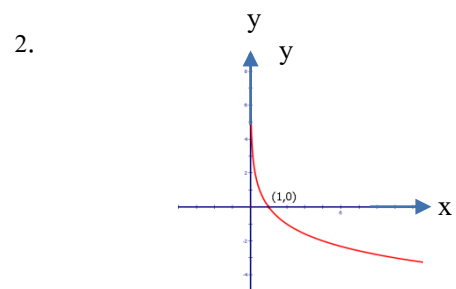
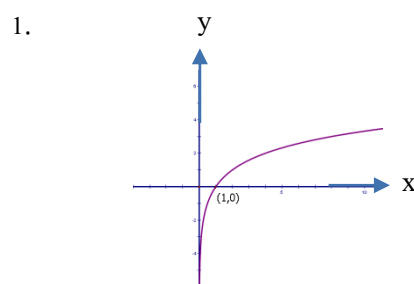
1. กราฟของ  $y = \log_a x$  ผ่านจุด (0,1) เสมอ

2.  $y = \log_a x$  จะเป็นฟังก์ชันเพิ่มเมื่อ  $a > 0$

3.  $y = \log_a x$  จะเป็นฟังก์ชันลดเมื่อ  $0 < a < 1$

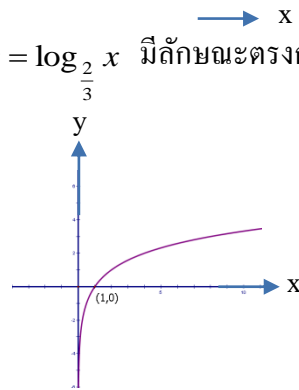
4. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

4. กราฟของ  $y = \log_{\frac{3}{2}} x$  มีลักษณะตรงกับข้อใด

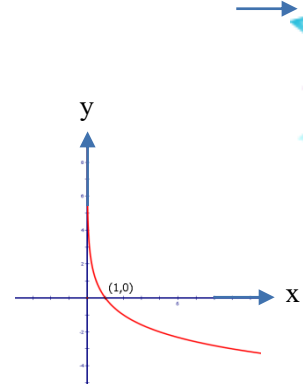


5. กราฟของ  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$  มีลักษณะตรงกับข้อใด

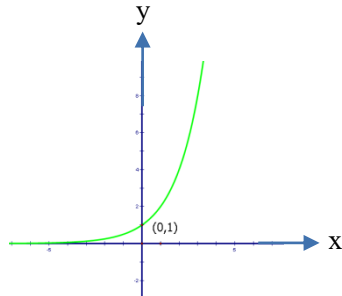
1.



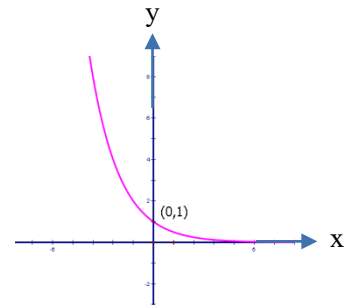
2.



3.



4.



6.  $y = \log_{\frac{1}{5}} x$  เมื่อ  $x > 0$  เป็นฟังก์ชันชนิดใด เพราะเหตุใด

1. ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ  $0 < \frac{1}{5} < 1$
2. ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะค่า  $x$  เพิ่มขึ้นแต่ค่า  $y$  ลดลง
3. ฟังก์ชันลด เพราะค่า  $x$  เพิ่มขึ้น ค่า  $y$  เพิ่มขึ้น
4. ฟังก์ชันลด เพราะ  $0 < \frac{1}{5} < 1$

7.  $y = \log_{\frac{5}{2}} x$  เมื่อ  $x > 0$  เป็นฟังก์ชันชนิดใด เพราะเหตุใด

1. ฟังก์ชันลด เพราะ  $\frac{5}{2} > 1$
2. ฟังก์ชันลด เพราะ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  ลดลง
3. ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ  $\frac{5}{2} > 1$
4. ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  ลดลง

8.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$  เมื่อ  $x < 0$  เป็นฟังก์ชันชนิดใด เพราะเหตุใด

1. ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  เพิ่มขึ้น
2. ฟังก์ชันลด เพราะ  $\frac{1}{2} < 1$
3. ฟังก์ชันลด เพราะ  $x < 0$
4. ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ  $x < 0$

9. สมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

1.  $y = \log_{\frac{3}{4}} x$
2.  $y = \log_{\frac{4}{3}} x$
3.  $y = -\log_3 x$
4.  $y = \log_{\frac{4}{3}}(-x)$

10. สมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันลด

1.  $y = \log_{\frac{1}{5}} x^{-1}$
2.  $y = -\log_{\frac{1}{2}} x$
3.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$
4.  $y = \log_3 x^{-1}$

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

ชุดที่ 3 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

- |     |   |
|-----|---|
| 1.  | 2 |
| 2.  | 1 |
| 3.  | 3 |
| 4.  | 1 |
| 5.  | 2 |
| 6.  | 4 |
| 7.  | 3 |
| 8.  | 1 |
| 9.  | 2 |
| 10. | 4 |

