



คำชี้แจงเกี่ยวกับชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

1. เอกสารเล่มนี้เป็นชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน(Complex Numbers) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีทั้งหมด 7 ชุด ดังนี้
 - ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน
 - ชุดที่ 2 เรื่อง สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน
 - ชุดที่ 3 เรื่อง รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน
 - ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน
 - ชุดที่ 5 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้
 - ชุดที่ 6 เรื่อง รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
 - ชุดที่ 7 เรื่อง สมการพหุนาม
2. ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้ เป็นสื่อประกอบ การเรียนการสอน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา พุทธมณฑล
3. ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์เล่มนี้ เป็นชุดการสอนชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน ประกอบด้วย
 - 3.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับชุดการสอน
 - 3.2 คำแนะนำสำหรับครู
 - 3.3 คำแนะนำสำหรับนักเรียน
 - 3.4 ลำดับขั้นการเรียนรู้
 - 3.5 ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้
 - 3.6 แบบทดสอบก่อนเรียน
 - 3.7 บัตรคำสั่ง
 - 3.8 บัตรกิจกรรม / เฉลยบัตรกิจกรรม
 - 3.9 บัตรเนื้อหา
 - 3.10 บัตรงาน / เฉลยบัตรงาน
 - 3.11 แบบทดสอบหลังเรียน
 - 3.12 บรรณานุกรม
4. ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์เล่มนี้ ใช้เวลาเรียน 3 คาบ
5. ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์เล่มนี้ ประเมินผลการเรียนรู้จากแบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 1 จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลาในการสอบ 15 นาที



คำแนะนำสำหรับครู

การใช้ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน เล่มนี้ ครูผู้สอนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุ ผลตามจุดประสงค์ ครูผู้สอนจึงควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้ ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ศึกษาชุดการสอนและอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกชุดก่อนการใช้งาน
2. เตรียมชุดการสอนให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการสอน อย่างชัดเจน เพื่อให้นักเรียนปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง
4. ชี้แจงให้นักเรียนทราบและเข้าใจเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียนในการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการสอนและเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ชุดที่ 1 เพื่อประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียน
6. แจ้งผลการเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
7. ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 - 3
8. การเรียนรู้โดยใช้ชุดการสอนของนักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่มอาจไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
9. ครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ยังไม่เข้าใจบทเรียนศึกษาซ้ำอีกจนกว่าจะเข้าใจ ตลอดจนคอยช่วยเหลือและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยในบทเรียนได้ตลอดเวลา
10. หากมีนักเรียนคนใดเรียนไม่ทันเพื่อน เรียนไม่เข้าใจ หรือขาดเรียน ครูควรให้คำแนะนำหรือมอบหมายงานหรือให้ศึกษาชุดการสอนเพิ่มเติมในเวลาว่าง
11. หลังจากนักเรียนศึกษา ชุดการสอนชุดนี้จบลงทุกคน ครูอาจช่วยสรุป ซักถาม หรือ ทบทวนอีกครั้งหนึ่งตามความจำเป็นเพื่อช่วยเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจยิ่งขึ้น
12. เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการสอนจบแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 1 เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน พร้อมทั้งบันทึกคะแนน
13. หากมีนักเรียนคนใดทำแบบทดสอบหลังเรียนได้คะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ควรจัดสอนซ่อมเสริมหรือให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนใหม่อีกครั้ง
14. การจัดชั้นเรียนจะจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้



คำแนะนำสำหรับนักเรียน

ในการศึกษา ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน เล่มนี้ เพื่อให้ เกิด ประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียน เอง ก่อนที่จะศึกษาขอให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังต่อไปนี้

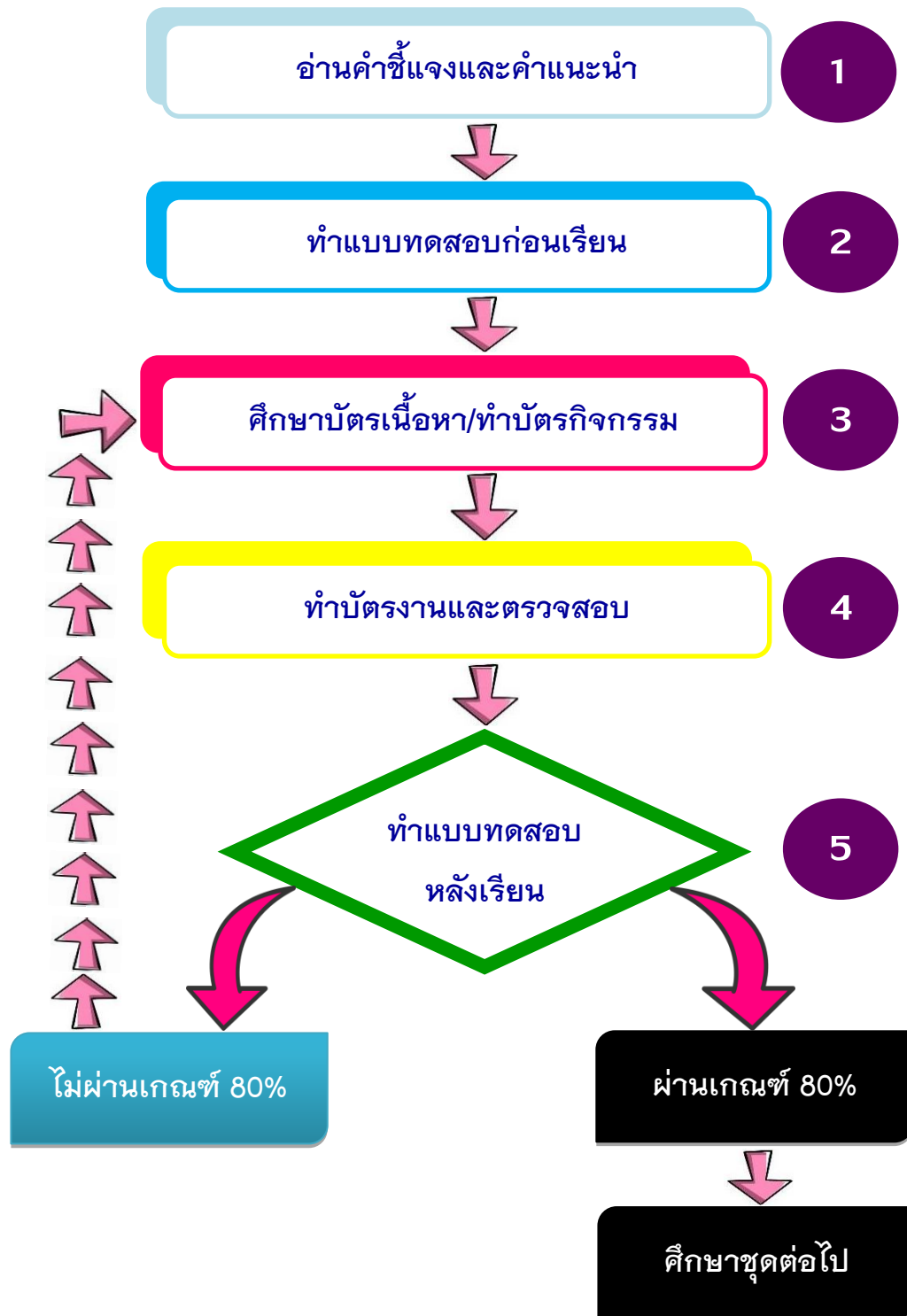
1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับชุดการสอนและคำแนะนำสำหรับนักเรียนให้เข้าใจ
2. นักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเอง **“ไม่ควรเปิดดูเฉลยก่อน”** เพราะจะทำให้ นักเรียนไม่เกิด ความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่ศึกษา
3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน ชุดที่ 1 เพื่อประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียน แล้วตรวจ คำตอบจากบัตรเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้
4. นักเรียนต้อง ปฏิบัติกิจกรรม ตามบัตรคำสั่ง ในชุดการสอน โดยศึกษาและทำกิจกรรม เรียงลำดับไปที่ละหน้า ไม่ควรศึกษาข้ามหน้า เนื่องจาก ชุดการสอน เรียงตามลำดับ เนื้อหาและความยาก-ง่าย
5. เมื่อศึกษาหรือทำบัตรกิจกรรมเสร็จให้นักเรียนทำบัตรงานตามคำสั่งที่กำหนดไว้ จากนั้น จึงแลกเปลี่ยนกันตรวจจากบัตรเฉลย
6. หากคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับเฉลย ให้นักเรียนกลับไปศึกษา ในชุดการสอนเดิมอีกครั้งจนเข้าใจและสามารถตอบได้ถูกต้อง โดยไม่ต้องแก้ไขคำตอบเดิม
7. เมื่อศึกษาและทำกิจกรรมในชุดการสอนจบแล้วให้ทำแบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 1 เพื่อ ประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนแล้วตรวจคำตอบจากบัตรเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้
8. ในการทำ บัตรกิจกรรม บัตรงาน แบบทดสอบก่อนเรียน และแบบทดสอบ หลังเรียน ขอให้ นักเรียนทำด้วยความตั้งใจและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองให้มากที่สุด

“นักเรียนต้องไม่เปิดดูเฉลยล่วงหน้า”

9. นำชุดการสอนส่งครูทุกครั้งหลังศึกษาจบในแต่ละชุด



ลำดับขั้นการเรียนรู้
โดยใช้ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน





ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้
ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน
ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

ผลการเรียนรู้

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1 บอกความหมายของจำนวนเชิงซ้อนและระบุได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเชิงซ้อนหรือไม่
- 1.2 เขียนจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ในรูปของหน่วยจินตภาพได้
- 1.3 บอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
- 1.4 หาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
- 1.5 นำความรู้เรื่องการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้ได้

2. ด้านทักษะ

- 2.1 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
- 2.2 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- 2.3 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
- 2.4 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

3. ด้านคุณลักษณะ

- | | |
|---------------------|------------------------|
| 3.1 มีความซื่อสัตย์ | 3.2 มีระเบียบวินัย |
| 3.3 ใฝ่เรียนรู้ | 3.4 มุ่งมั่นในการทำงาน |

สาระการเรียนรู้

1. จำนวนจินตภาพ
2. ความหมายของจำนวนเชิงซ้อน
3. การเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน



แบบทดสอบก่อนเรียน

ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

คำชี้แจง : ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (×) ทับบนตัวเลือก 1, 2, 3 หรือ 4 ที่ถูกต้องที่สุด
เพียงคำตอบเดียวเท่านั้น

1. $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{26}$ มีค่าตรงกับข้อใด เมื่อ $i^2 = -1$

1. $-1 - i$

2. $-1 + i$

3. $1 - i$

4. $1 + i$

2. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $(a, b)(c, d) = (ac - bd, ad + bc)$

2. $(a, b) = (c, d)$ เมื่อ $a = d$ และ $b = c$

3. $(a + bi) + (c + di) = (a + d) + (b + c)i$

4. $(5, -3) = 5 + 3i$

3. $3(4 - 5i) - 6(2 - i)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $24 + 21i$

2. $12 - 15i$

3. $-9i$

4. $-10i$

4. เขียน $(4 + 5i)(2 + 3i)$ ให้อยู่ในรูป $a + bi$ ได้ตรงกับข้อใด

1. $7 + 22i$

2. $-7 + 22i$

3. $7 - 22i$

4. $-7 - 22i$

5. ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $(1 + 4i)(1 - 4i) = 17$

2. $\frac{5}{2 + i} = 2 - i$

3. $(9 - 3i)(2 + 2i) = 24 + 12i$

4. $\frac{3 - 2i}{1 - i} = \frac{5 + 3i}{2}$



6. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $2a - 3bi = 4 + 6i$ ดังนั้น $a = -2, b = 2$

2. $4\sqrt{-12} - 5\sqrt{-3} = 4\sqrt{3}i$

3. $z = 2 - 5i$ แล้ว $\text{Re}(z) + \text{Im}(z) = -3$

4. $z = 3 - \sqrt{-4}$ แล้ว $\text{Im}(z) = 2$

7. ถ้า $(x + 2y) + (2x - y)i = 5 + 5i$ และ x, y เป็นจำนวนจริง แล้ว $y - x$ เท่ากับจำนวนใด

1. -2

2. -1

3. 3

4. 4

8. ถ้า $3a + 4bi = (1 + i)^2$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

1. 0

2. $-\frac{1}{2}$

3. $\frac{1}{2}$

4. $\frac{2}{3}$

9. กำหนดให้ $Z_1 = (2 - 3i) + (6 + 2i)$ และ $Z_2 = 3 - i^{36} - i^{127} + i^{177}$ แล้ว $Z_1 Z_2$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $8 - i$

2. $2 - 2i$

3. $16 + 18i$

4. $18 + 14i$

10. ถ้า $Z_1 = 2 + 3i, Z_2 = (1 + 2i)^2$ และ $Z_3 = 4 + 7i$ แล้ว $Z_1(Z_2 + Z_3)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $-31 - 25i$

2. $-31 + 25i$

3. $31 - 25i$

4. $31 + 25i$



ลงชื่อ ผู้ตรวจ

(.....)

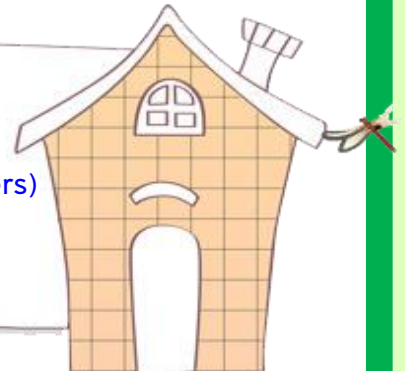
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน



ข้อ	ตัวเลือก
1	2
2	1
3	3
4	2
5	4
6	3
7	1
8	3
9	4
10	2



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรคำสั่งที่ 1.1

จำนวนจินตภาพ



จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้

1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนจินตภาพหรือไม่
2. เขียนจำนวนจินตภาพที่กำหนดให้ในรูปหน่วยจินตภาพได้
3. หาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ได้

คำสั่ง : ให้สมาชิกทุกคนของแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาบัตรเนื้อหาที่ 1.1 เรื่อง จำนวนจินตภาพ
2. ร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้และสรุป พร้อมทั้งบันทึกสาระสำคัญลงในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.1
3. ตัวแทนกลุ่ม 2 กลุ่ม (โดยการสุ่มของครู) นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. เลขานุการกลุ่มนำแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.1 ส่งครูเมื่อการนำเสนอผลงานเสร็จสิ้น
5. ทำบัตรกิจกรรมที่ 1.1 จากนั้นแลกเปลี่ยนกันตรวจกับสมาชิกภายในกลุ่ม โดยตรวจสอบความถูกต้องจากบัตรเฉลย
6. ทำบัตรงานที่ 1.1 แล้วแลกเปลี่ยนกันตรวจกับสมาชิกภายในกลุ่มโดยตรวจสอบความถูกต้องจากบัตรเฉลย



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

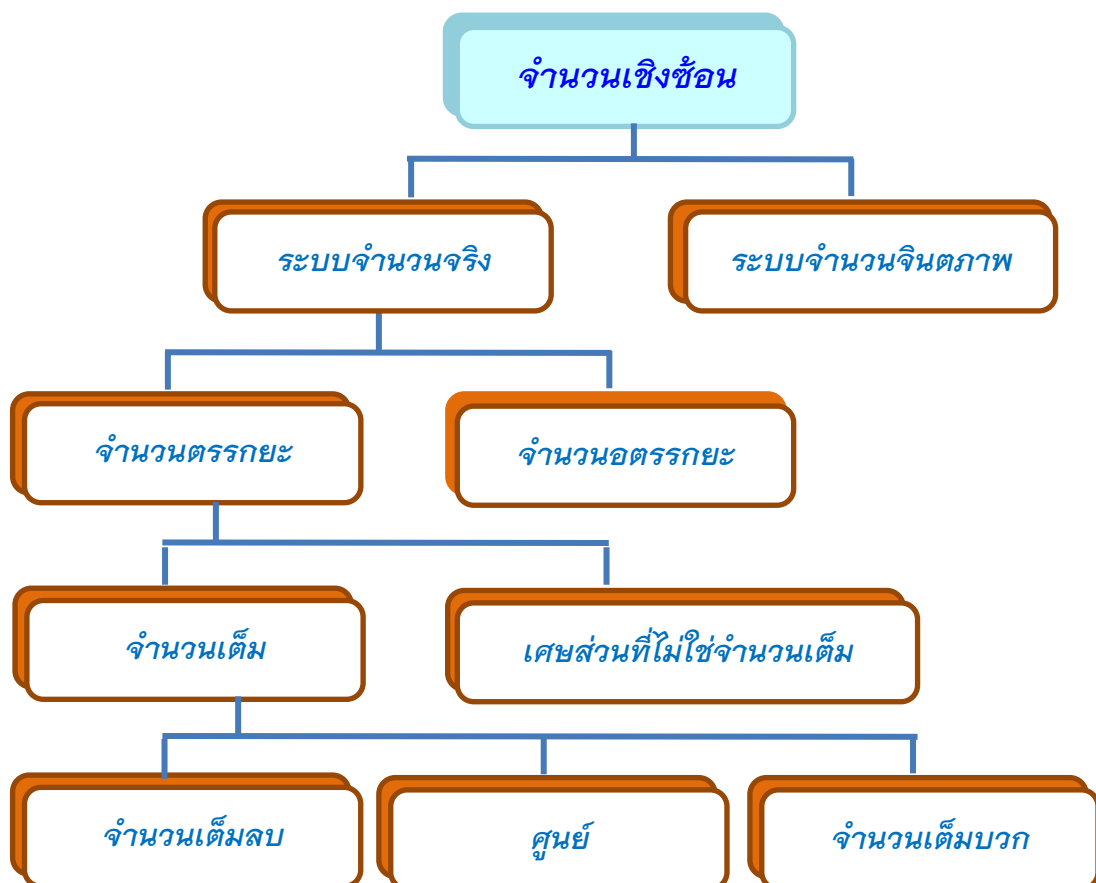
ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรเนื้อหาที่ 1.1

ในระบบจำนวน เท่าที่มนุษย์คิดค้นพบในขณะนี้ประกอบด้วยจำนวน 2 ระบบ คือ

1. ระบบจำนวนจริง (Real Number System)
2. ระบบจำนวนเชิงซ้อนประเภทจินตภาพ (Imaginary Number System)

สรุปเป็นแผนภูมิได้ดังนี้





จำนวนตรรกยะ (Rational Number) คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ ซึ่งจำแนกได้ 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. จำนวนเต็ม (Integer) ได้แก่ จำนวนเต็มลบ จำนวนเต็มศูนย์ จำนวนเต็มบวก
2. เศษส่วน (Fraction) ได้แก่ จำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วน ทศนิยมซ้ำศูนย์ หรือทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์

จำนวนอตรรกยะ (irrational Number) คือ จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะนั่นเอง จำแนกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. จำนวนติดกรณบางจำนวน เช่น $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ เป็นต้น
2. จำนวนทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น 5.18123... , 2.141141114... , π เป็นต้น



1. จำนวนจินตภาพ (Imaginary numbers)

จำนวนจินตภาพ เป็นระบบจำนวนที่ไม่มีอยู่จริงในชีวิตประจำวัน ถือกำเนิดขึ้นเนื่องจาก นักคณิตศาสตร์พยายามที่จะแก้สมการบางสมการที่ไม่มีคำตอบที่อยู่ในระบบ จำนวนจริง เช่น $x^2 + 1 = 0$, $x^2 + 4 = 0$ ซึ่งมีประโยชน์อย่างมากในการคำนวณทางวิศวกรรมไฟฟ้าและสาขาอื่นๆ อีกมากมาย



1.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจินตภาพ

พิจารณาการแก้สมการ $x^2 + 1 = 0$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1}$$

เนื่องจาก $\sqrt{-1}$ ไม่เป็นจำนวนจริง เพราะไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสองแล้ว ได้ -1 นักคณิตศาสตร์จึงได้นิยามจำนวนจินตภาพ i ขึ้นมา โดย $i = \sqrt{-1}$ นั่นเอง

โดยได้นิยามคุณสมบัติเพิ่มเติมบางประการ คือ $\sqrt{-a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-1}$ เมื่อ $a > 0$ ดังนั้น สำหรับจำนวนที่ไม่สามารถหาค่าได้ในระบบจำนวนจริงก็จะสามารถหาค่าได้ในระบบจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า a เป็นจำนวนจริง และ $a < 0$ แล้ว เรียก \sqrt{a} ว่า “จำนวนจินตภาพ”

เรียก $\sqrt{-1}$ ว่า “หน่วยจินตภาพ” (Imaginary Unit) เขียนแทนด้วย i



1.2 การเขียนจำนวนจินตภาพในรูปของหน่วยจินตภาพ

บทนิยาม $\sqrt{-a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{a}i$ เมื่อ $a > 0$

สำหรับจำนวนที่ไม่สามารถหาค่าได้ในระบบจำนวนจริงก็จะสามารถหาค่าได้ในระบบจำนวนเชิงซ้อน
เช่น

$$\sqrt{-2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{2}i$$

$$\sqrt{-3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{3}i$$

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$$

$$\sqrt{-9} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{-1} = 3i$$

การเขียนจำนวนจินตภาพในรูป
ของหน่วยจินตภาพ ก็คือ การเขียน
ให้อยู่ในรูปของ i นะครับ

1.3 ค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

เนื่องจาก i

ดังนั้น $i^2 = -1$

$$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = (1) \cdot i = i$$

$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = (1)(-1) = -1$$

$$i^7 = i^4 \cdot i^3 = (1)(-i) = -i$$

$$i^8 = i^4 \cdot i^4 = (1)(1) = 1$$

$$i^9 = (i^4)^2 \cdot i = \dots\dots\dots$$

$$i^{10} = (i^4)^2 \cdot i^2 = \dots\dots\dots$$

$$i^{11} = (i^4)^2 \cdot i^3 = \dots\dots\dots$$

$$i^{12} = (i^4)^3 = \dots\dots\dots$$



นั่นคือ เราสามารถหาค่า i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้อย่างสะดวกรวดเร็ว
แยกเป็นกรณีได้ 4 กรณี ดังนี้

เมื่อ $n \div 4$ แล้วเหลือเศษ 1 ค่าของ i^n จะมีค่าเท่ากับ

เมื่อ $n \div 4$ แล้วเหลือเศษ 2 ค่าของ i^n จะมีค่าเท่ากับ

เมื่อ $n \div 4$ แล้วเหลือเศษ 3 ค่าของ i^n จะมีค่าเท่ากับ

เมื่อ $n \div 4$ แล้วเหลือเศษ 0 (4 หารลงตัว) ค่าของ i^n จะมีค่าเท่ากับ



ตัวอย่าง

จงหาค่าของ i^n ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$i^{17} \rightarrow 17 \div 4 \text{ เหลือเศษ } 1 \rightarrow i^{17} = \dots\dots\dots$$

$$i^{26} \rightarrow 26 \div 4 \text{ เหลือเศษ } 2 \rightarrow i^{26} = \dots\dots\dots$$

$$i^{123} \rightarrow 123 \div 4 \text{ เหลือเศษ } 3 \rightarrow i^{123} = \dots\dots\dots$$

$$i^{480} \rightarrow 480 \div 4 \text{ เหลือเศษ } 0 \text{ (หารลงตัว)} \rightarrow i^{480} = \dots\dots\dots$$

$$i^{1268} \rightarrow \dots\dots\dots \rightarrow i^{1268} = \dots\dots\dots$$

$$i^{2443} \rightarrow \dots\dots\dots \rightarrow i^{2443} = \dots\dots\dots$$

เพื่อนๆ เข้าใจกันไหมครับ





ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรกิจกรรมที่ 1.1

1. จงพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนจินตภาพหรือไม่



$$\sqrt{-7}$$

$$\sqrt{2}$$

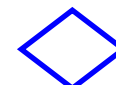
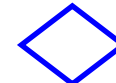
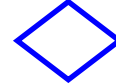
$$\sqrt{-4}$$

$$\sqrt{12}$$

$$\sqrt{-12}$$

$$\sqrt{8}$$

$$\sqrt{-10}$$



2. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปของหน่วยจินตภาพ

$$\sqrt{-9} = \boxed{}$$

$$\sqrt{-16} = \boxed{}$$

$$\sqrt{-13} = \boxed{}$$

$$\sqrt{-5} = \boxed{}$$

3. จงหาค่าของ

$$i^{13} = \boxed{}$$

$$i^{15} = \boxed{}$$

$$i^{36} = \boxed{}$$

$$i^{42} = \boxed{}$$



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 1.1

1. จงพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนจินตภาพหรือไม่



$$\sqrt{-7}$$

$$\sqrt{2}$$

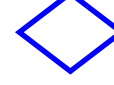
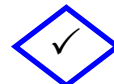
$$\sqrt{-4}$$

$$\sqrt{12}$$

$$\sqrt{-12}$$

$$\sqrt{8}$$

$$\sqrt{-10}$$



2. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปของหน่วยจินตภาพ

$$\sqrt{-9} = 3i$$

$$\sqrt{-16} = 4i$$

$$\sqrt{-13} = \sqrt{13}i$$

$$\sqrt{-5} = \sqrt{5}i$$

3. จงหาค่าของ

$$i^{13} = i$$

$$i^{15} = -i$$

$$i^{36} = 1$$

$$i^{42} = -1$$



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรงานที่ 1.1

1. จงเขียนจำนวนจินตภาพที่กำหนดให้ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของหน่วยจินตภาพ

$$\sqrt{-5}$$

=

$$\sqrt{-7}$$

=

$$\sqrt{-8}$$

=

$$\sqrt{-16}$$

=

$$\sqrt{-25}$$

=

$$\sqrt{-27}$$

=

$$\sqrt{-\frac{1}{2}}$$

=

$$\sqrt{-\frac{1}{4}}$$

=

$$\sqrt{-\frac{1}{64}}$$

=

$$\sqrt{-\frac{1}{81}}$$

=



2. จงหาค่าของ

$$i^9 = \boxed{}$$

$$i^{10} = \boxed{}$$

$$i^{11} = \boxed{}$$

$$i^{12} = \boxed{}$$

$$i^{25} = \boxed{}$$

$$i^{75} = \boxed{}$$

$$i^{1250} = \boxed{}$$

$$i^{5000} = \boxed{}$$

3. จงหาค่าของ

$$1) \quad i + i^2 + i^3 + i^4 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$2) \quad 1 + i + i^2 + i^3 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$3) \quad 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{13} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$4) \quad 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{101} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$5) \quad 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{102} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$





ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

เฉลยใบัตรงานที่ 1.1

1. จงเขียนจำนวนจินตภาพที่กำหนดให้ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของหน่วยจินตภาพ

$$\sqrt{-5} = \sqrt{5}i$$

$$\sqrt{-7} = \sqrt{7}i$$

$$\sqrt{-8} = \sqrt{8}i \text{ หรือ } 2\sqrt{2}i$$

$$\sqrt{-16} = 4i$$

$$\sqrt{-25} = 5i$$

$$\sqrt{-27} = \sqrt{27}i \text{ หรือ } 3\sqrt{3}i$$

$$\sqrt{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}i \text{ หรือ } \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\sqrt{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}i$$

$$\sqrt{-\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}i$$

$$\sqrt{-\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}i$$



2. จงหาค่าของ

$$i^9 = \boxed{i}$$

$$i^{10} = \boxed{-1}$$

$$i^{11} = \boxed{-i}$$

$$i^{12} = \boxed{1}$$

$$i^{25} = \boxed{i}$$

$$i^{75} = \boxed{-i}$$

$$i^{1250} = \boxed{-1}$$

$$i^{5000} = \boxed{1}$$

3. จงหาค่าของ

$$\begin{aligned} 1) \quad i + i^2 + i^3 + i^4 &= i + (-1) + (-i) + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 1 + i + i^2 + i^3 &= 1 + i + (-1) + (-i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{13} &= (1 + i + i^2 + i^3) + (i^4 + i^5 + i^6 + i^7) + (i^8 + i^9 + i^{10} + i^{11}) + i^{12} + i^{13} \\ &= 0 + 0 + 0 + 1 + i \\ &= 1 + i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{101} &= (1 + i + i^2 + i^3) + (i^4 + i^5 + i^6 + i^7) + \dots + (i^{96} + i^{97} + i^{98} + i^{99}) + i^{100} + i^{101} \\ &= 0 + 0 + \dots + 0 + 1 + i \\ &= 1 + i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{102} &= i^{100} + i^{101} + i^{102} \\ &= 1 + i + (-1) \\ &= i \end{aligned}$$



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรคำสั่งที่ 1.2

ความหมายของจำนวนเชิงซ้อน



จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้

1. บอกความหมายของจำนวนเชิงซ้อนและระบุได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเชิงซ้อนหรือไม่
2. เขียนจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ในรูปของหน่วยจินตภาพได้
3. บอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้

คำสั่ง : ให้สมาชิกทุกคนของแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาบัตรเนื้อหาที่ 1.2 เรื่องความหมายของจำนวนเชิงซ้อน
2. ร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้และสรุป พร้อมทั้งบันทึกสาระสำคัญลงในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.2
3. ทำบัตรกิจกรรมที่ 1.2 แล้วแลกเปลี่ยนกันตรวจกับสมาชิกภายในกลุ่ม โดยตรวจสอบความถูกต้องจากบัตรเฉลย
4. ตัวแทนกลุ่ม 2 กลุ่ม (โดยการสุ่มของครู) นำเสนอผลงานจากการทำกิจกรรมที่ 1.2
5. เลขานุการนำแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.2 ส่งครูเมื่อการนำเสนอผลงานเสร็จสิ้น
6. ทำบัตรงานที่ 1.2 แล้วแลกเปลี่ยนกันตรวจกับสมาชิกภายในกลุ่มโดยตรวจสอบความถูกต้องจากบัตรเฉลย



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรเนื้อหาที่ 1.2



บทนิยาม จำนวนเชิงซ้อน คือ คู่อันดับ (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง

สำหรับจำนวนเชิงซ้อน $z = (a, b)$

เรียก a ว่า ส่วนจริง (Real part) ของ z เขียนแทนด้วย $\text{Re}(z)$

เรียก b ว่า ส่วนจินตภาพ (Imaginary part) ของ z เขียนแทนด้วย $\text{Im}(z)$

จากบทนิยาม อาจกล่าวได้ว่า จำนวนจริงก็คือจำนวนเชิงซ้อนที่มีส่วนจินตภาพเป็นศูนย์
จำนวนเชิงซ้อนที่มีส่วนจริงเป็นศูนย์ แต่ส่วนจินตภาพไม่ใช่ศูนย์ จะเรียกว่า **จำนวนจินตภาพแท้**
(purely imaginary number)

สำหรับจำนวนเชิงซ้อน (a, b) เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

$$\begin{aligned}(a, b) &= (a, 0) + (0, b) \\ &= a + bi\end{aligned}$$

ดังนั้น การเขียนจำนวนเชิงซ้อน สามารถเขียนได้ 2 รูปแบบ คือ

- 1) การเขียนในรูปคู่อันดับ $\Rightarrow z = (a, b)$
- 2) การเขียนในรูปหน่วยจินตภาพ $\Rightarrow z = a + bi$



ตัวอย่างที่ 1 จำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเชิงซ้อนหรือไม่

จำนวน	เป็น	ไม่เป็น	เหตุผล
$(3, 5)$	✓		อยู่ในรูป (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
$(-1, 2i)$		✓	อยู่ในรูป (a, b) แต่ $2i$ ไม่เป็นจำนวนจริง



**ตัวอย่างที่ 2**

จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูป $a + bi$ หรือ (a, b) พร้อมทั้งบอก
ส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$

จำนวน	เขียนในรูป $a + bi$	เขียนในรูป (a, b)	ส่วนจริง $\text{Re}(z)$	ส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$
$(3, 5)$	$3 + 5i$	-	3	5
$(-1, 2)$	$-1 + 2i$	-	-1	2
$(4, -7)$	$4 - 7i$	-	4	-7
$2 + 9i$	-	$(2, 9)$	2	9
$-3 - i$	-	$(-3, -1)$	-3	-1
5	-	$(5, 0)$	5	0
$10i$	-	$(0, 10)$	0	10

ไม่อยากใช้ไหมคะ





ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรกิจกรรมที่ 1.2

1. ให้นักเรียนพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ จำนวนใดเป็นจำนวนเชิงซ้อนพร้อมทั้งให้เหตุผล

จำนวน	เป็น	ไม่เป็น	เหตุผล
$(-1, 5)$	✓		อยู่ในรูป (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
$(4, 8i)$		✓	อยู่ในรูป (a, b) แต่ $8i$ ไม่เป็นจำนวนจริง
$(i, 6)$			
$(\sqrt{2}, 3^5)$			
$(0, 3)$			
$(-7, 0)$			
$(2, -4i)$			

2. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูป $a + bi$ หรือ (a, b)

จำนวน	เขียนในรูป $a + bi$	เขียนในรูป (a, b)
$(1, 8)$		–
$(9, -5)$		–
$10 + i$	–	
$-6i$	–	
18	–	



3. จงบอกส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้

จำนวน	ส่วนจริง $\text{Re}(z)$	ส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$
$(7, -2)$		
$(0, 11)$		
$(-1, 0)$		
$3 - 15i$		
2^5		





ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 1.2

1. ให้นักเรียนพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ จำนวนใดเป็นจำนวนเชิงซ้อนพร้อมทั้งให้เหตุผล

จำนวน	เป็น	ไม่เป็น	เหตุผล
$(-1, 5)$	✓		อยู่ในรูป (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
$(4, 8i)$		✓	อยู่ในรูป (a, b) แต่ $2i$ ไม่เป็นจำนวนจริง
$(i, 6)$		✓	อยู่ในรูป (a, b) แต่ i ไม่เป็นจำนวนจริง
$(\sqrt{2}, 3^5)$	✓		อยู่ในรูป (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
$(0, 3)$	✓		อยู่ในรูป (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
$(-7, 0)$	✓		อยู่ในรูป (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
$(2, -4i)$		✓	อยู่ในรูป (a, b) แต่ $-4i$ ไม่เป็นจำนวนจริง

2. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูป $a + bi$ หรือ (a, b)

จำนวน	เขียนในรูป $a + bi$	เขียนในรูป (a, b)
$(1, 8)$	$1 + 8i$	–
$(9, -5)$	$9 - 5i$	–
$10 + i$	–	$(10, 1)$
$-6i$	–	$(0, -6)$
18	–	$(18, 0)$



3. จงบอกส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้

จำนวน	ส่วนจริง $\text{Re}(z)$	ส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$
$(7, -2)$	7	-2
$(0, 11)$	0	11
$(-1, 0)$	-1	0
$3 - 15i$	3	-15
2^5	2^5 หรือ 32	0



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรงานที่ 1.2

1. ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่สอดคล้องตรงกัน

ข้อ	จำนวน	จำนวน เชิงซ้อน	จำนวนจริง	จำนวน จินตภาพแท้	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ
1	$3 + 4i$					
2	$-3 - 2i$					
3	$1 - 5i$					
4	$-8 + 9i$					
5	3					
6	-5					
7	$-4i$					
8	$7i$					
9	$\sqrt{5}$					
10	$\frac{1}{4}$					

2. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูป $a + bi$ และ (a, b)

ข้อ	จำนวน	$a + bi$	(a, b)
1	$\sqrt{-2}$		
2	$5 + \sqrt{-4}$		
3	$\sqrt{2} + \sqrt{-9}$		
4	$\sqrt{81} - \sqrt{-25}$		
5	$2 + \sqrt{-16}$		
6	$2^3 + \sqrt{-25}$		
7	$\sqrt{-64}$		
8	$i^2 + \sqrt{-2}$		



ข้อ	จำนวน	$a + bi$	(a, b)
9	$4 + \sqrt{-\frac{1}{4}}$		
10	$\sqrt{100} + \sqrt{-\frac{1}{9}}$		

3. จงบอกส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้

ข้อ	จำนวน	ส่วนจริง $\text{Re}(z)$	ส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$
1	$(5, 8)$		
2	$(2, -4)$		
3	$7 - 3i$		
4	$-4i^2$		
5	10		
6	$-1 - \sqrt{5}i$		
7	$x - \sqrt{2}i$		
8	$\sqrt{3} - i$		
9	$1 + i$		
10	$\sqrt{6} - i$		

4. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูป $a + bi$ หรือ (a, b)

ข้อ	จำนวน	เขียนในรูป $a + bi$	เขียนในรูป (a, b)
1	$(0, \sqrt{2})$		-
2	$(-2, 3)$		-
3	$(-6, -\sqrt{5})$		-
4	$(0, -7)$		-
5	$(4, 0)$		-
6	$\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$	-	
7	$\sqrt{3}i$	-	
8	$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$	-	
9	$\frac{1}{5}i$	-	
10	$\sqrt{10}$	-	



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

เฉลยปฏরণานที่ 1.2

1. ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่สอดคล้องตรงกัน

ข้อ	จำนวน	จำนวน เชิงซ้อน	จำนวนจริง	จำนวน จินตภาพแท้	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ
1	$3 + 4i$	✓				
2	$-3 - 2i$	✓				
3	$1 - 5i$	✓				
4	$-8 + 9i$	✓				
5	3	✓	✓		✓	
6	-5	✓	✓		✓	
7	$-4i$	✓		✓		
8	$7i$	✓		✓		
9	$\sqrt{5}$	✓	✓			✓
10	$\frac{1}{4}$	✓	✓		✓	

2. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูป $a + bi$ และ (a, b)

ข้อ	จำนวน	$a + bi$	(a, b)
1	$\sqrt{-2}$	$\sqrt{2}i$	$(0, \sqrt{2})$
2	$5 + \sqrt{-4}$	$5 + 2i$	$(5, 2)$
3	$\sqrt{2} + \sqrt{-9}$	$\sqrt{2} + 3i$	$(\sqrt{2}, 3)$
4	$\sqrt{81} - \sqrt{-25}$	$9 - 5i$	$(9, -5)$
5	$2 + \sqrt{-16}$	$2 + 4i$	$(2, 4)$
6	$2^3 + \sqrt{-25}$	$8 + 5i$	$(8, 5)$
7	$\sqrt{-64}$	$8i$	$(0, 8)$



ข้อ	จำนวน	$a + bi$	(a, b)
8	$i^2 + \sqrt{-2}$	$-1 + \sqrt{2}i$	$(-1, \sqrt{2})$
9	$4 + \sqrt{-\frac{1}{4}}$	$4 + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ หรือ $4 + \frac{\sqrt{2}}{2}i$	$(4, \frac{1}{\sqrt{2}})$ หรือ $(4, \frac{\sqrt{2}}{2})$
10	$\sqrt{100} + \sqrt{-\frac{1}{9}}$	$10 + \frac{1}{\sqrt{3}}i$ หรือ $10 + \frac{\sqrt{3}}{3}i$	$(10, \frac{1}{\sqrt{3}})$ หรือ $(10, \frac{\sqrt{3}}{3})$

3. จงบอกส่วนจริง $\text{Re}(z)$ และส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้

ข้อ	จำนวน	ส่วนจริง $\text{Re}(z)$	ส่วนจินตภาพ $\text{Im}(z)$
1	$(5, 8)$	5	8
2	$(2, -4)$	2	-4
3	$7 - 3i$	7	-3
4	$-4i^2$	4	0
5	10	10	0
6	$-1 - \sqrt{5}i$	-1	$-\sqrt{5}$
7	$x - \sqrt{2}i$	x	$-\sqrt{2}$
8	$\sqrt{3} - i$	$\sqrt{3}$	-1
9	$1 + i$	1	1
10	$\sqrt{6} - i$	$\sqrt{6}$	-1

4. จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูป $a + bi$ หรือ (a, b)

ข้อ	จำนวน	เขียนในรูป $a + bi$	เขียนในรูป (a, b)
1	$(0, \sqrt{2})$	$\sqrt{2}i$	-
2	$(-2, 3)$	$-2 + 3i$	-
3	$(-6, -\sqrt{5})$	$-6 - \sqrt{5}i$	-
4	$(0, -7)$	$-7i$	-
5	$(4, 0)$	4	-
6	$\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$	-	$(\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$
7	$\sqrt{3}i$	-	$(0, \sqrt{3})$
8	$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$	-	$(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$
9	$\frac{1}{5}i$	-	$(0, \frac{1}{5})$
10	$\sqrt{10}$	-	$(\sqrt{10}, 0)$



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรคำสั่งที่ 1.3

การเท่ากัน การบวกและ
การคูณของจำนวนเชิงซ้อน



จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้

1. หาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เรื่องการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้ได้

คำสั่ง : ให้สมาชิกทุกคนของแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาบัตรเนื้อหาที่ 1.3 เรื่องการเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน
2. ร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้และสรุป พร้อมทั้งบันทึกสาระสำคัญลงในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.3
3. ทำบัตรกิจกรรมที่ 1.3 แล้วแลกเปลี่ยนกันตรวจกับสมาชิกภายในกลุ่ม
4. ตัวแทนกลุ่ม 3 กลุ่ม (โดยการสุ่มของครู) นำเสนอผลงานการปฏิบัติตามกิจกรรมที่ 1.3
5. ทำบัตรงานที่ 1.3 แล้วแลกเปลี่ยนกันตรวจกับสมาชิกภายในกลุ่ม
6. ทุกกลุ่มร่วมแข่งขันตอบคำถาม “จำนวนเชิงซ้อน ชิลล์ ชิลล์”
7. เตรียมตัวทดสอบหลังเรียน จำนวนข้อสอบ 10 ข้อ



กติกา

- ❖ ให้สมาชิกของแต่ละกลุ่ม (ยกเว้นประธานและเลขานุการ) นั่งเป็นแถวตอนลึก กลุ่มละ 1 แถว
- ❖ ให้ประธานและเลขานุการของทุกกลุ่มยืนกำกับหัวแถวและท้ายแถว กลุ่มของตนเอง (ประธาน-หัวแถว & เลขานุการ-ท้ายแถว)
- ❖ สมาชิกแต่ละคนของกลุ่มจะได้รับคำถามซิลล์ ซิลล์ ครั้งละ 1 คำถาม (5 ครั้ง) เพื่อให้ทุกคนหาคำตอบภายในระยะเวลาที่ครูกำหนด แล้วเขียนคำตอบที่ได้ ในบัตรคำตอบซิลล์ ซิลล์
- ❖ แข่งขันทั้งหมด 5 ครั้ง ซึ่งกลุ่มที่จะได้คะแนนในคำถามแต่ละข้อนั้นต้องเป็นกลุ่มที่มีจำนวนสมาชิกตอบคำถามในข้อนั้นได้ถูกต้องมากที่สุด (คิดจากจำนวนผู้ตอบถูก)
- ❖ ประธานจะเป็นผู้แจกบัตรคำถามและเลขานุการจะเป็นผู้เก็บบัตรคำตอบ (เมื่อครูสั่ง)
- ❖ กลุ่มที่ชนะคือกลุ่มที่ได้คะแนนรวมสูงสุด จะได้รับรางวัลจากครู





ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรเนื้อหาที่ 1.3

บทนิยาม สำหรับจำนวนเชิงซ้อน (a, b) และ (c, d)

1. การเท่ากัน

$(a, b) = (c, d)$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

2. การบวก

$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$

3. การคูณ

$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$

การเท่ากัน

ส่วนจริง=ส่วนจริง

ส่วนจินตภาพ=ส่วนจินตภาพ

การบวก

ส่วนจริง+ส่วนจริง

ส่วนจินตภาพ+ส่วนจินตภาพ





เมื่อวิเคราะห์จากบทนิยามสามารถสรุปได้ว่า

★ จำนวนเชิงซ้อน 2 จำนวน เท่ากัน \Rightarrow

$$\begin{aligned} \text{ส่วนจริง} &= \text{ส่วนจริง} \\ \text{ส่วนจินตภาพ} &= \text{ส่วนจินตภาพ} \end{aligned}$$

★ การบวกจำนวนเชิงซ้อน \Rightarrow

$$\begin{aligned} \text{ส่วนจริง} &+ \text{ส่วนจริง} \\ \text{ส่วนจินตภาพ} &+ \text{ส่วนจินตภาพ} \end{aligned}$$

★ การคูณจำนวนเชิงซ้อน ทำได้ 2 วิธี \Rightarrow

คูณโดยใช้บทนิยาม

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

คูณโดยใช้วิธีแจกแจงธรรมดา

$$\begin{aligned} (a + bi)(c + di) &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= ac + adi + bci + bd(-1) \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \end{aligned}$$

★ ถ้า $a \neq c$ หรือ $b \neq d$ จะสรุปได้ว่า $(a, b) \neq (c, d)$ หรือ $a + bi \neq c + di$

★ จำนวนเชิงซ้อนจะมีการเปรียบเทียบเฉพาะการเท่ากัน หรือ ไม่เท่ากัน เท่านั้น

ไม่มีการเปรียบเทียบในเชิงมากกว่าหรือน้อยกว่า ยกเว้นกรณีส่วนจินตภาพเป็นศูนย์ที่จะสามารถเปรียบเทียบลักษณะนี้ได้ (ซึ่งก็คือจำนวนจริงนั่นเอง)



ตัวอย่างที่ 1

จงหาจำนวนจริง x และ y ที่ทำให้ $3x - 6i = 15 + 2yi$

วิธีทำ

เนื่องจาก $(a, b) = (c, d)$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

หรือ $a + bi = c + di$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

และเนื่องจาก $3x - 6i = 15 + 2yi$

จะได้ $3x = 15$ และ $2y = -6$

$$x = \frac{15}{3} \quad \text{และ} \quad y = \frac{-6}{2}$$

ดังนั้น $x = 5$ และ $y = -3$

ตอบ



ตัวอย่างที่ 2

จงหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อน $(-1, 2)$ และ $(3, -4)$ วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{หาผลบวก} \Rightarrow (-1, 2) + (3, -4) &= (-1+3, 2-4) \\ &= (2, -2) \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned} \text{หาผลคูณ} \Rightarrow (-1, 2) (3, -4) &= [(-1)(3) - 2(-4), (-1)(-4) + (2)(3)] \\ &= (-3+8, 4+6) \\ &= (5, 10) \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3

ถ้า $z_1 = 3+4i$, $z_2 = 3-\sqrt{-16}$ จงหาค่าของ $z_1 z_2$ และ z_1^3 วิธีทำ

$$z_2 = 3 - \sqrt{-16} = 3 - 4i$$

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (3+4i)(3-4i) \\ &= [3(3) - 3(4i) + (4i)(3) - (4i)(4i)] \\ &= (9 - 12i + 12i - 16i^2) \\ &= 9 - 16(-1) \\ &= 25 \end{aligned}$$

ใช้การคูณโดยวิธีแจกแจง

ลองใช้การคูณโดยบทนิยาม
กันนะคะ..นักเรียน

$$\begin{aligned} z_1^3 &= (3+4i)^3 \\ &= [(3+4i)(3+4i)](3+4i) \\ &= [9+12i+12i+16i^2](3+4i) \\ &= (-7+24i)(3+4i) \\ &= (-21-28i+72i+96i^2) \\ &= (-21-28i+72i+96i^2) \\ &= -117+44i \end{aligned}$$

ใช้การคูณโดยใช้สูตร
กำลังสามสมบูรณ์



ตัวอย่างที่ 4

กำหนด $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 1 + 4i$ และ $z_3 = 1 - i$ จงหา

- (ก) $z_1 + z_2$ และ $z_2 + z_1$ เท่ากันหรือไม่
 (ข) $z_1 z_2$ และ $z_2 z_1$ เท่ากันหรือไม่
 (ค) $z_1 + (z_2 + z_3)$ และ $(z_1 + z_2) + z_3$ เท่ากันหรือไม่
 (ง) $z_1(z_2 z_3)$ และ $(z_1 z_2)z_3$ เท่ากันหรือไม่
 (จ) $z_1(z_2 + z_3)$ และ $z_1 z_2 + z_1 z_3$ เท่ากันหรือไม่

(ก)

$z_1 + z_2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$z_2 + z_1 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น $z_1 + z_2 \dots\dots\dots z_2 + z_1$

(ข)

$z_1 z_2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$z_2 z_1 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น $z_1 z_2 \dots\dots\dots z_2 z_1$

(ค)

$z_1 + (z_2 + z_3) = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$(z_1 + z_2) + z_3 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น $z_1 + (z_2 + z_3) \dots\dots\dots (z_1 + z_2) + z_3$

(ง)

$z_1(z_2 z_3) = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$(z_1 z_2)z_3 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น $z_1(z_2 z_3) \dots\dots\dots (z_1 z_2)z_3$

(จ)

$z_1(z_2 + z_3) = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$z_1 z_2 + z_1 z_3 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น $z_1(z_2 + z_3) \dots\dots\dots z_1 z_2 + z_1 z_3$

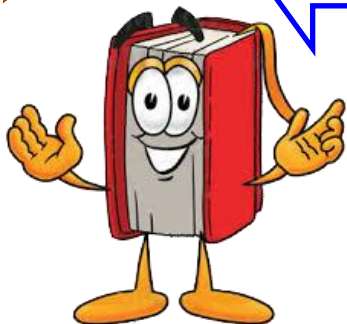


สมบัติที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า z_1, z_2, z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้วจะได้ว่า

- | | | |
|--|-------------------------------------|----------------------|
| 1. $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$ | และ $z_1 z_2 = z_2 z_1$ | สมบัติการสลับที่ |
| 2. $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$ | และ $z_1 (z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3$ | สมบัติการเปลี่ยนหมู่ |
| 3. $z_1 (z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$ | | สมบัติการแจกแจง |

เกร็ดเสริม



การคูณจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนจริง

ถ้า $z = a + bi$ และ k เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว

$$\begin{aligned} kz &= k(a + bi) \\ &= ka + kbi \end{aligned}$$



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรกิจกรรมที่ 1.3

1 จงหาจำนวนจริง x, y ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $2x - 3yi = 4 + 6i$

วิธีทำ เนื่องจาก $a + bi = c + di$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

จะได้ $2x = 4$ และ $-3y = 6$

ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$ และ $y = \dots\dots\dots$ ตอบ

2) $3x + (x - y)i = 2 + i$

.....

.....

.....

2 จงหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้

โจทย์	ผลบวก	ผลคูณ
$(4, 2)$ และ $(3, 8)$	$= (4 + 3, 2 + 8)$ $= (7, 10)$	$= [4(3) - 2(8), 4(8) + 2(3)]$ $= [12 - 16, 32 + 6]$ $= (-4, 38)$
$3 + 4i$ และ $2 - 7i$		
$-5 + 4i$ และ $-2 - 3i$		

3 กำหนด $z = 2 - 3i$ จงหาค่าของ z^2

.....

.....

.....



ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 1.3

1

จงหาจำนวนจริง x, y ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$1) \quad 2x - 3yi = 4 + 6i$$

วิธีทำ เนื่องจาก $a + bi = c + di$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

$$\text{จะได้} \quad 2x = 4 \quad \text{และ} \quad -3y = 6$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 2 \quad \text{และ} \quad y = -2$$

ตอบ

$$2) \quad 3x + (x - y)i = 2 + i$$

วิธีทำ เนื่องจาก $3x + (x - y)i = 2 + i$

$$\text{จะได้} \quad 3x = 2 \quad \text{และ} \quad x - y = 1$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3} - y = 1$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

ตอบ

2

จงหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้

โจทย์	ผลบวก	ผลคูณ
$(4, 2)$ และ $(3, 8)$	$= (4 + 3, 2 + 8)$ $= (7, 10)$	$= [4(3) - 2(8), 4(8) + 2(3)]$ $= [12 - 16, 32 + 6]$ $= (-4, 38)$
$3 + 4i$ และ $2 - 7i$	$= (3 + 2) + [4 + (-7)]i$ $= 5 - 3i$	$= [3(2) - 4(-7)] + [3(-7) + 4(2)]i$ $= (6 + 28) + (-21 + 8)i$ $= 34 - 13i$
$-5 + 4i$ และ $-2 - 3i$	$= (-5 - 2) + (4 - 3)i$ $= -7 + i$	$= [-5(-2) - 4(-3)] + [-5(-3) + 4(-2)]i$ $= (10 + 12) + (15 - 8)i$ $= 22 + 7i$



3

กำหนด $z = 2 - 3i$ จงหาค่าของ z^2

วิธีทำ

$$\begin{aligned} z^2 &= (2 - 3i)^2 \\ &= (2 - 3i)(2 - 3i) \\ &= (4 - 6i - 6i + 9i^2) \\ &= -5 - 12i \end{aligned}$$

ข้อ 3 นี้
เพื่อนๆ อาจใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์
ก็ได้นะคะ





ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

บัตรงานที่ 1.3

1. จงหาจำนวนจริง x, y ที่สอดคล้องกับสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

- | | | |
|--|-------------|-------------|
| 1) $(3x, -8) = (-9, -4y)$ | $x =$ | $y =$ |
| 2) $x - 5yi = 20i$ | $x =$ | $y =$ |
| 3) $(x + yi) + (3 - 5i) = 2 - 3i$ | $x =$ | $y =$ |
| 4) $(3x + 4) + (2x + y)i = (y + 5) + (x + 3)i$ | $x =$ | $y =$ |
| 5) $(2x + 9) + (9 - 2x)i = (2 - 3y) + (x - 2y)i$ | $x =$ | $y =$ |

2. จงหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ในรูป $a + bi$

- | | |
|---|-----------|
| 1) $(3 + 4i) + (5 + 2i)$ | $=$ |
| 2) $(-4 + 5i) + (3 - 6i)$ | $=$ |
| 3) $(-5 + 6i) + (-3 - 4i)$ | $=$ |
| 4) $(-3 - 7i) + (-2 - 3i)$ | $=$ |
| 5) $(8 - 7i) + (-8 + 7i)$ | $=$ |
| 6) $(2 + \sqrt{-25}) + (3 + \sqrt{-16})$ | $=$ |
| 7) $(-3 - \sqrt{-75}) + (2 + \sqrt{-27})$ | $=$ |
| 8) $(-3 - \sqrt{-8}) + (4 - \sqrt{-18})$ | $=$ |
| 9) $(3, -10) + (-5, 4)$ | $=$ |
| 10) $(5, 6) + (-5, -6)$ | $=$ |



ทำหน้าต่อไปได้เลยจ้าเด็กๆ



3. จงหาคูณของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $(3 + 4i)(2 - 7i)$ =

2) $(-4 + 3i)(3 - 9i)$ =

3) $(6 + 7i)(-3 - 2i)$ =

4) $(-10 + 2i)(3 - 4i)$ =

5) $(-2, 1)(5, -6)$ =

6) $(-5, -8)(2, 4)$ =

7) $(3, 4)(3, -4)$ =

8) $(1 + i)^2$ =

9) $(3 - i)^2$ =

10) $(2 + 3i)(4 - 5i)(2 - 3i)$ =

ถ้าไม่เข้าใจกลับศึกษาบัตรเนื้อหาใหม่
คิดดีๆ นะครับ










ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

เฉลยใบงานที่ 1.3

1. จงหาจำนวนจริง x, y ที่สอดคล้องกับสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

- | | | | |
|--|---|----------|----------|
| 1) $(3x, -8) = (-9, -4y)$ |  | $x = -3$ | $y = 2$ |
| 2) $x - 5yi = 20i$ |  | $x = 0$ | $y = -4$ |
| 3) $(x + yi) + (3 - 5i) = 2 - 3i$ |  | $x = -1$ | $y = 2$ |
| 4) $(3x + 4) + (2x + y)i = (y + 5) + (x + 3)i$ |  | $x = 1$ | $y = 2$ |
| 5) $(2x + 9) + (9 - 2x)i = (2 - 3y) + (x - 2y)i$ |  | $x = 1$ | $y = -3$ |

2. จงหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ในรูป $a + bi$

- | | | |
|---|---|-------------------|
| 1) $(3 + 4i) + (5 + 2i)$ | = | $8 + 6i$ |
| 2) $(-4 + 5i) + (3 - 6i)$ | = | $-1 - i$ |
| 3) $(-5 + 6i) + (-3 - 4i)$ | = | $-8 + 2i$ |
| 4) $(-3 - 7i) + (-2 - 3i)$ | = | $-5 - 10i$ |
| 5) $(8 - 7i) + (-8 + 7i)$ | = | 0 |
| 6) $(2 + \sqrt{-25}) + (3 + \sqrt{-16})$ | = | $5 + 9i$ |
| 7) $(-3 - \sqrt{-75}) + (2 + \sqrt{-27})$ | = | $-1 - 2\sqrt{3}i$ |
| 8) $(-3 - \sqrt{-8}) + (4 - \sqrt{-18})$ | = | $1 - 5\sqrt{2}i$ |
| 9) $(3, -10) + (-5, 4)$ | = | $-2 - 6i$ |
| 10) $(5, 6) + (-5, -6)$ | = | 0 |



3. จงหาคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- | | | |
|--------------------------------|---|-------------|
| 1) $(3 + 4i)(2 - 7i)$ | = | $34 - 13i$ |
| 2) $(-4 + 3i)(3 - 9i)$ | = | $15 + 45i$ |
| 3) $(6 + 7i)(-3 - 2i)$ | = | $-4 - 33i$ |
| 4) $(-10 + 2i)(3 - 4i)$ | = | $-22 + 46i$ |
| 5) $(-2, 1)(5, -6)$ | = | $-4 + 17i$ |
| 6) $(-5, -8)(2, 4)$ | = | $22 - 36i$ |
| 7) $(3, 4)(3, -4)$ | = | 25 |
| 8) $(1 + i)^2$ | = | $2i$ |
| 9) $(3 - i)^2$ | = | $8 - 6i$ |
| 10) $(2 + 3i)(4 - 5i)(2 - 3i)$ | = | $52 - 65i$ |





แบบทดสอบหลังเรียน

ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

คำชี้แจง : ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (X) ทับบนตัวเลือก 1, 2, 3 หรือ 4 ที่ถูกต้องที่สุด
เพียงคำตอบเดียวเท่านั้น

1. $3(4 - 5i) - 6(2 - i)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $24 + 21i$

2. $12 - 15i$

3. $-9i$

4. $-10i$

2. $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{26}$ มีค่าตรงกับข้อใด เมื่อ $i^2 = -1$

1. $-1 - i$

2. $-1 + i$

3. $1 - i$

4. $1 + i$

3. เขียน $(4 + 5i)(2 + 3i)$ ให้อยู่ในรูป $a + bi$ ได้ตรงกับข้อใด

1. $7 + 22i$

2. $-7 + 22i$

3. $7 - 22i$

4. $-7 - 22i$

4. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $(a, b)(c, d) = (ac - bd, ad + bc)$

2. $(a, b) = (c, d)$ เมื่อ $a = d$ และ $b = c$

3. $(a + bi) + (c + di) = (a + d) + (b + c)i$

4. $(5, -3) = 5 + 3i$

5. ถ้า $Z_1 = 2 + 3i$, $Z_2 = (1 + 2i)^2$ และ $Z_3 = 4 + 7i$ แล้ว $Z_1(Z_2 + Z_3)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $-31 - 25i$

2. $-31 + 25i$

3. $31 - 25i$

4. $31 + 25i$



6. ถ้า $3a+4bi = (1+i)^2$ แล้ว $a+b$ มีค่าเท่าใด

1. 0

2. $-\frac{1}{2}$

3. $\frac{1}{2}$

4. $\frac{2}{3}$

7. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $2a - 3bi = 4 + 6i$ ดังนั้น $a = -2, b = 2$

2. $4\sqrt{-12} - 5\sqrt{-3} = 4\sqrt{3}i$

3. $z = 2 - 5i$ แล้ว $\text{Re}(z) + \text{Im}(z) = -3$

4. $z = 3 - \sqrt{-4}$ แล้ว $\text{Im}(z) = 2$

8. ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $(1 + 4i)(1 - 4i) = 17$

2. $\frac{5}{2+i} = 2 - i$

3. $(9 - 3i)(2 + 2i) = 24 + 12i$

4. $\frac{3 - 2i}{1 - i} = \frac{5 + 3i}{2}$

9. ถ้า $(x + 2y) + (2x - y)i = 5 + 5i$ และ x, y เป็นจำนวนจริง แล้ว $y - x$ เท่ากับจำนวนใด

1. -2

2. -1

3. 3

4. 4

10. กำหนดให้ $Z_1 = (2 - 3i) + (6 + 2i)$ และ $Z_2 = 3 - i^{36} - i^{127} + i^{177}$ แล้ว $Z_1 Z_2$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $8 - i$

2. $2 - 2i$

3. $16 + 18i$

4. $18 + 14i$



ลงชื่อ ผู้ตรวจ

(.....)

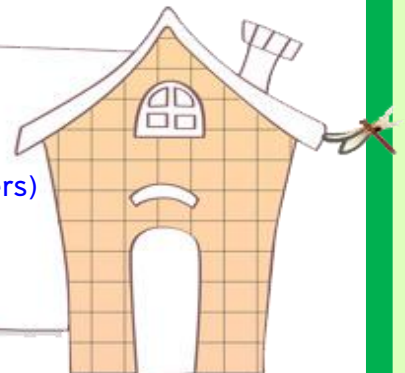
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน



ถ้าทำเสร็จก่อนเวลาที่กำหนด
นักเรียนควรทบทวนความถูกต้อง
อีกครั้งหนึ่ง..นะคะ



ข้อ	ตัวเลือก
1	3
2	2
3	2
4	1
5	2
6	3
7	3
8	4
9	1
10	4



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และ รณชัย มาเจริญทรัพย์. (2547). แบบฝึกหัดและประเมินผล
การเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 เล่ม 2. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์ จำกัด.
- กวิยา เนาวประทีป. (2547). เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : จำนวนเชิงซ้อน.
กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซนเตอร์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). หนังสือเรียน
สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.
พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว.





แบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.1

เรื่อง จำนวนจินตภาพ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4

รหัสวิชา ค32202

กลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....ชั้น.....

เลขที่ของสมาชิกกลุ่ม.....

จำนวนจินตภาพ คือ

.....
.....
.....

ตัวอย่างจำนวนจินตภาพ (5 จำนวน)

เช่น.....
.....
.....

การเขียนจำนวนจินตภาพ

ในรูปหน่วยจินตภาพ

.....
.....

ตัวอย่างการเขียนจำนวนจินตภาพ

ในรูปหน่วยจินตภาพ (5 จำนวน)

เช่น.....
.....
.....



จำนวนจินตภาพ

การหาค่าของ i^n เมื่อ $n \in I^+$

.....
.....
.....
.....



แบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.2

เรื่อง ความหมายของจำนวนเชิงซ้อน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4

รหัสวิชา ค32202

กลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....ชั้น.....

เลขที่ของสมาชิกกลุ่ม.....



ความหมายของจำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อน คือ

.....

.....

.....

.....



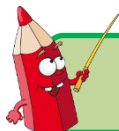
การเขียนจำนวนเชิงซ้อน

เขียนได้.....แบบ.....

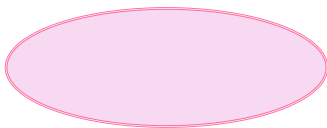
.....

.....

.....



ตัวอย่าง จำนวนเชิงซ้อน 3 จำนวน



Re (z)

Im (z)



Re (z)

Im (z)



Re (z)

Im (z)



แบบบันทึกการเรียนรู้ที่ 1.3

เรื่อง การเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4

รหัสวิชา ค32202

กลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....ชั้น.....

เลขที่ของสมาชิกกลุ่ม.....

การเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน

.....
.....
.....

ตัวอย่างจำนวนเชิงซ้อนที่เท่ากัน

(2 จำนวน) เช่น

.....
.....
.....

การบวกจำนวนเชิงซ้อน

.....
.....
.....
.....

ตัวอย่างการบวกจำนวนเชิงซ้อน

(2 จำนวน) เช่น

.....
.....
.....



การเท่ากัน

การบวกและการคูณ

การคูณจำนวนเชิงซ้อน

.....
.....
.....

ตัวอย่างการคูณจำนวนเชิงซ้อน (1 จำนวน) เช่น

.....
.....