

# แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

## หน่วยที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

### เล่มที่ 1 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม



โดย  
นายสุวิจิต สมยิ่ง  
ครูชำนาญการ

โรงเรียนขนาดมอญพิทยาคม อำเภอสังขะ จังหวัดสุรินทร์  
สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33  
กระทรวงศึกษาธิการ

## คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม จัดทำขึ้นตามหลักสูตรโรงเรียนขนาดมอญพิทยาคม พุทธศักราช 2553 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค33201 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อแก้ปัญหานักเรียนที่ขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถฝึกฝนเพิ่มเติม ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและใช้หลักการเกี่ยวกับอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา ฝึกการทำงานเป็นกลุ่มอย่างมีระบบ มีระเบียบวินัยรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความซื่อสัตย์ มีความเชื่อมั่นในตนเอง รวมทั้งเพื่อตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล กระตุ้นให้นักเรียนมี เจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตระหนักและเห็นคุณค่าของการเรียน อันจะนำไปสู่การบรรลุผลตามตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรคณิตศาสตร์

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียน และบุคคลที่สนใจเป็นอย่างดี

สุวิจิต สมยิ่ง

# สารบัญ

## หน้า

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	1
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู	2
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน	3
สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	4
จุดประสงค์การเรียนรู้	4
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1	5
สาระสำคัญ	6
แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน	7
ใบความรู้ที่ 1 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม	9
แบบฝึกทักษะที่ 1	12
แบบทดสอบย่อยหลังเรียน	14
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1	16
เฉลยแบบทดสอบย่อยก่อนเรียน	19
เฉลยแบบทดสอบย่อยหลังเรียน	20
แบบบันทึกคะแนน	21
บรรณานุกรม	22

## คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. เอกสารฉบับนี้เป็นแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค33201 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีทั้งหมด 11 เล่ม ดังนี้

- เล่มที่ 1 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้บทนิยาม
- เล่มที่ 2 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้สูตร
- เล่มที่ 3 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้สูตรผลคูณและผลหาร
- เล่มที่ 4 อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
- เล่มที่ 5 อนุพันธ์อันดับสูง
- เล่มที่ 6 ความชันของเส้นโค้ง
- เล่มที่ 7 การประยุกต์อนุพันธ์ 1 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด
- เล่มที่ 8 การประยุกต์อนุพันธ์ 2 ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
- เล่มที่ 9 การประยุกต์อนุพันธ์ 3 ค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์
- เล่มที่ 10 การประยุกต์อนุพันธ์ 4 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด
- เล่มที่ 11 การประยุกต์อนุพันธ์ 5 การแก้ปัญหาค่าเคลื่อนที่ของวัตถุโดยใช้อนุพันธ์

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียน ได้ศึกษาทำความเข้าใจ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นเล่มที่ 1 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ประกอบด้วย

- 3.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 3.2 คำแนะนำการใช้แบบฝึกสำหรับครู
- 3.3 คำแนะนำการใช้แบบฝึกสำหรับนักเรียน
- 3.4 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ
- 3.5 แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน
- 3.6 เนื้อหาและตัวอย่าง
- 3.7 แบบฝึกทักษะ
- 3.8 แบบทดสอบย่อยหลังเรียน

4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้ใช้เวลาเรียน 1 ชั่วโมง



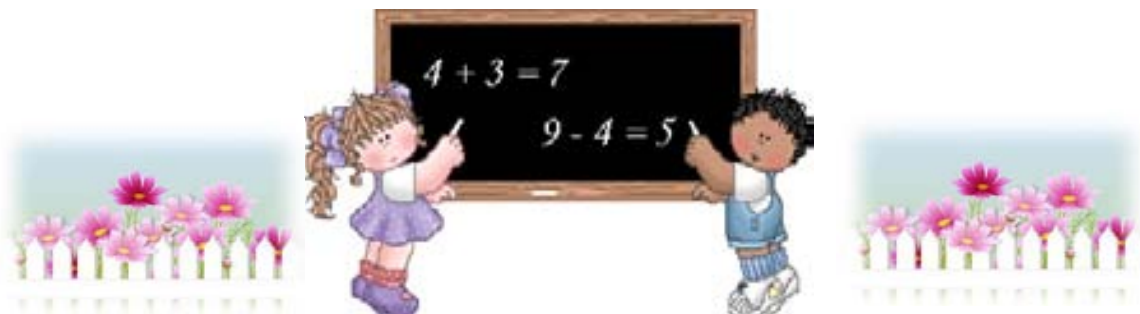
### คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค33201 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครูผู้สอน เป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ ครูผู้สอน จึงควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. ครูต้องศึกษาแบบฝึกทักษะและอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกชุดก่อนการใช้งาน
2. ครูต้องเตรียมแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ครูต้องเตรียมเครื่องมือวัดและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน
4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ อย่างชัดเจน และประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ
5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียน ในการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์โดยไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำให้หรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำด้วยตนเอง
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
7. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
8. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2
9. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา ตัวอย่างและทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 แล้วส่งครูตามกำหนด
10. ครูสังเกตความตั้งใจของนักเรียน ความสนใจในการเรียน การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของนักเรียนทุกกลุ่มอย่างใกล้ชิด ถ้ากลุ่มใดมีปัญหาครูจะได้ทำการช่วยเหลือทันที
11. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียนแต่ละคน แต่ละกลุ่มอาจจะไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
12. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
13. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกกลุ่ม หรือแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาร่วมอภิปรายเรื่องที่เรียนมา
14. ในกรณีที่นักเรียนคนใดขาดเรียน ให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลด้วยตนเอง นอกเวลาเรียนจากแบบฝึกทักษะ
15. การจัดชั้นเรียนอาจจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้

### คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

1. แบบฝึกทักษะที่ 1 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน นี้มีผลการเรียนรู้ คือหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยามได้ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
2. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกทักษะลงในชุดที่ครูแจกให้หรือทำลงในสมุดของนักเรียนก็ได้ และหากทำไม่ทันตามเวลาที่กำหนดไว้ในแบบฝึกทักษะให้นำไปทำต่อเป็นงานบ้านแล้วนำมาส่งครูในวันรุ่งขึ้นได้
3. ผู้เรียนจะต้องศึกษาแบบฝึกทักษะเรียงตามลำดับขั้นตอน โดยเริ่มจากการฟังครูอธิบาย นิยาม ทฤษฎี ตัวอย่าง และซักถามจากครูให้เข้าใจก่อนแล้วจึงเข้ากลุ่มและลงมือทำแบบฝึกทักษะหากไม่เข้าใจหรือสงสัยในขณะที่กำลังทำแบบฝึกทักษะ ให้ผู้เรียน สอบถามเพิ่มเติมจากครูหรือจะซักถามจากเพื่อนในกลุ่มที่เรียนดีก็ได้ แล้วมาทำต่อ ด้วยตนเอง อย่าให้มีการลอกแบบฝึกทักษะกันส่ง
4. หลังจากทำแบบฝึกทักษะเสร็จแล้วให้ส่งครูเพื่อตรวจ หากได้คะแนนเกิน 75% ของคะแนนเต็มในแต่ละแบบฝึกทักษะถือว่าผ่านเกณฑ์ ก็ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบท้าย แบบฝึกทักษะนั้น ๆ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจอีกครั้งหนึ่ง แต่ถ้าหากไม่ผ่านเกณฑ์ก็ให้ผู้เรียนย้อนกลับไปศึกษาทบทวนและทำการแก้ไขแบบฝึกทักษะข้อที่ผิดอีกครั้ง จนผ่านแล้วจึงให้ทำแบบทดสอบท้ายแบบฝึกทักษะเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
5. หากผู้เรียนทำแบบทดสอบท้ายแบบฝึกทักษะถูกไม่ถึง 75% ของจำนวนข้อสอบ ให้ทำการซ่อมเสริมด้วยการซักถามข้อที่ไม่แน่ใจจากครู แล้วให้ลองทำแบบทดสอบ เดิมอีกครั้ง จนผ่าน จึงจะไปศึกษาแบบฝึกทักษะชุดต่อไปได้ (คะแนนเก็บของแบบฝึกทักษะชุดนี้ คือ 10 คะแนน)



### สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา

### ผลการเรียนรู้

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. บอกความหมายของอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้
2. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้นิยามได้

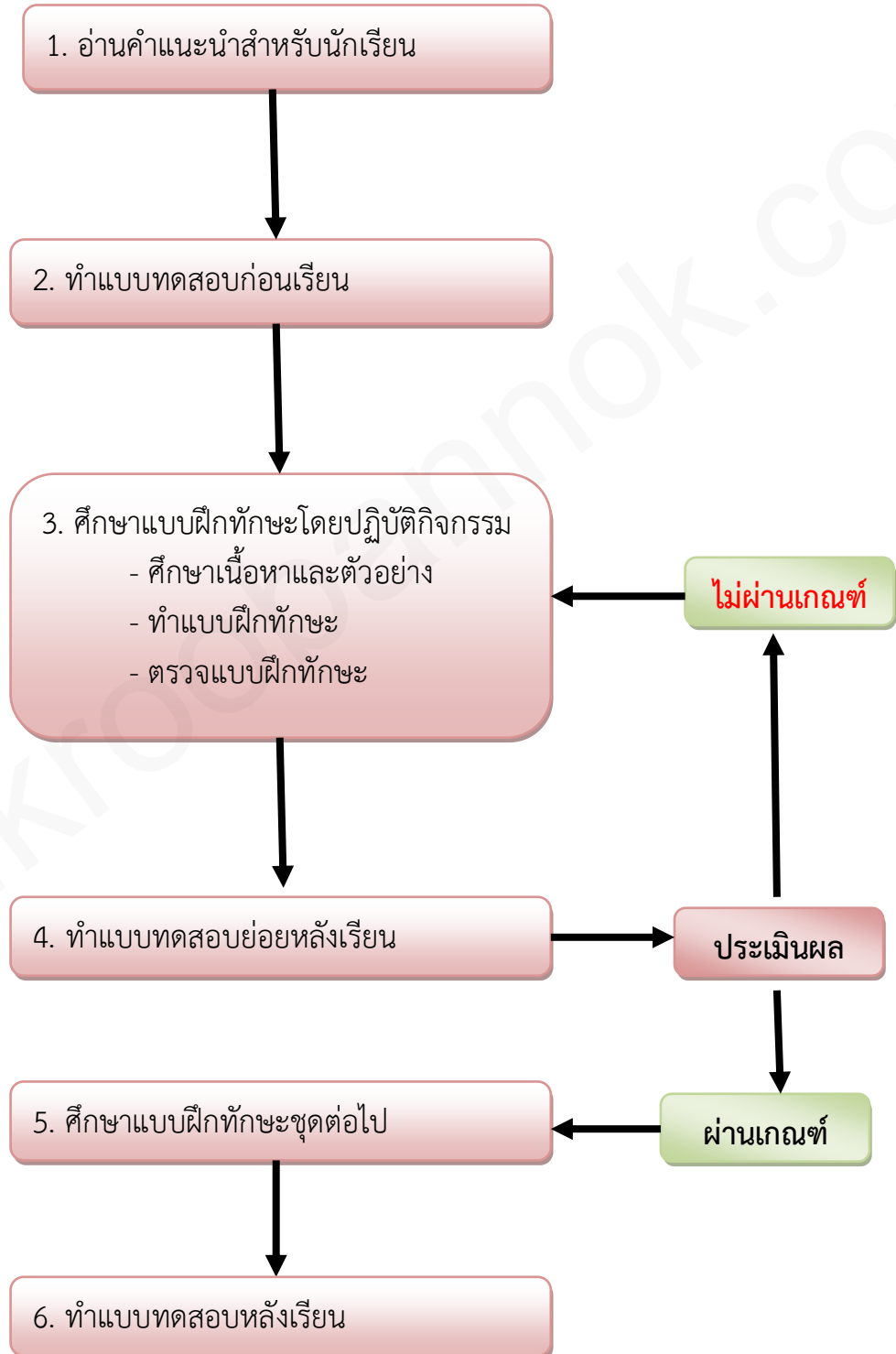
#### ด้านทักษะกระบวนการ

1. ในการแก้ปัญหา
2. ในการให้เหตุผล
3. ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### ด้านคุณลักษณะ

1. มีความซื่อสัตย์ สุจริต
2. มีวินัย
3. ใฝ่รู้ใฝ่เรียน
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1





## สาระสำคัญ

### อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้นิยาม

**บทนิยาม** ถ้า  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

1. ถ้า  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  หาค่าได้ แล้ว เรียกค่าลิมิตที่ได้นี้ว่า “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$ ” เขียนแทนด้วย  $f'(x)$  หรือ  $\frac{dy}{dx}$
2. ถ้า  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  หาค่าไม่ได้ เราจะกล่าวว่า “ฟังก์ชัน  $f$  ไม่มีอนุพันธ์ที่  $x$ ”



### แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

คำชี้แจง

1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
2. คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลาในการทำข้อสอบ 10 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

1. กำหนด  $f(x) = 3x - 10$  แล้วอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  คือ ข้อใด
 

ก. $3x$	ข. $x - 10$
ค. $3$	ง. $10$
2. กำหนด  $f(x) = 10$  แล้วอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  คือ ข้อใด
 

ก. $0$	ข. $y$
ค. $5$	ง. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f$ ที่ $x$ ไม่ได้
3. กำหนด  $y = x^2 + 2x - 2$  แล้ว  $\frac{dy}{dx}$  คือ ข้อใด
 

ก. $2x + 2$	ข. $x^3 + 2x^2$
ค. $2x - 2$	ง. $2x$
4. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = x^3 + x^2$  คือ ข้อใด
 

ก. $2x^3 + 3x^2$	ข. $3x^2 + 2x^3$
ค. $3x^2 + 2x$	ง. $x^3 + 1$
5. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = \frac{1}{4x + 3}$  คือ ข้อใด
 

ก. $\frac{1}{(4x + 3)^2}$	ข. $-\frac{1}{(4x + 3)^2}$
ค. $\frac{4}{(4x + 3)^2}$	ง. $-\frac{4}{(4x + 3)^2}$

6. กำหนดให้  $f(x) = \sqrt{4x+1}$  แล้ว  $f'(x)$  คือข้อใด

ก.  $\frac{4}{2\sqrt{4(x+h)+1}}$

ข.  $\frac{2}{\sqrt{4x+1}}$

ค.  $\frac{2}{\sqrt{4x+h}}$

ง.  $\frac{4}{2\sqrt{4x}}$

7. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = -3x^2 + 2x - 1$  ณ จุดที่  $x = 2$  คือข้อใด

ก.  $-16$

ข.  $-14$

ค.  $-12$

ง.  $-10$

8. กำหนดให้  $f(x) = x^2 + x + 1$  แล้ว  $f'(2)$  คือข้อใด

ก. 7

ข. 6

ค. 5

ง. 4

9. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = \sqrt[3]{x}$  ณ จุดที่  $x = 1$  คือข้อใด

ก. 3

ข.  $\frac{1}{3}$

ค. 9

ง.  $\frac{1}{9}$

10. กำหนดให้  $f(x) = 2 + 3x - x^3$  แล้ว  $f'(3)$  คือข้อใด

ก. 27

ข.  $-27$

ค. 24

ง.  $-24$



## ใบความรู้ที่ 1 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม

บทนิยาม ถ้า  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

3. ถ้า  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  หาค่าได้ แล้ว เรียกค่าลิมิตที่ได้นี้ว่า “ อนุพันธ์ของ

ฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  ” เขียนแทนด้วย  $f'(x)$  หรือ  $\frac{dy}{dx}$

4. ถ้า  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  หาค่าไม่ได้ เราจะกล่าวว่า “ฟังก์ชัน  $f$  ไม่มีอนุพันธ์ที่  $x$  ”

หมายเหตุ 1.  $\frac{dy}{dx}$  อ่านว่า ดีวายบายดีเอกซ์

2.  $\frac{d}{dx} f(x)$  อ่านว่า ดีเอฟเอกซ์บายดีเอกซ์

3.  $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$  เพราะ  $\frac{dy}{dx}$  คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  ไม่ได้หมายถึง  $d$  คูณ  $y$  หารด้วย  $d$  คูณ  $x$

ตัวอย่างที่ 1

กำหนด  $f(x) = 2x^2$  จงหา  $f'(x)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^2 - 2x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4xh + h^2 - 2x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h) \\ &= 4x \end{aligned}$$

ตอบ

## ตัวอย่างที่ 2

## วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{ให้ } y &= 5x^2 + 3x - 1 \text{ จงหา } \frac{dy}{dx} \\
 \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[5(x+h)^2 + 3(x+h) - 1] - [5x^2 + 3x - 1]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5[x^2 + 2xh + h^2] + 3x + 3h - 1 - [5x^2 + 3x - 1]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 10xh + 5h^2 + 3x + 3h - 1 - 5x^2 - 3x + 1}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{10xh + 5h^2 + 3h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(10x + 5h + 3)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (10x + 5h + 3) \\
 &= 10x + 3
 \end{aligned}$$

ตอบ

## ตัวอย่างที่ 3

## วิธีทำ

ให้  $f(x) = 2x^2 + 3$  จงหา  $f'(x)$  และ  $f'(-1)$ 

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } f(x) &= 2x^2 + 3 \\
 \text{และ } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h)^2 + 3] - [2x^2 + 3]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x^2 + 2xh + h^2) + 3] - [2x^2 + 3]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 + 3 - 2x^2 - 3}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4xh + 2h^2}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4x + 2h)}{h}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } f'(x) &= 4x \\
 \text{และ } f'(-1) &= 4(-1) \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

ตอบ

**ตัวอย่างที่ 3** ให้  $f(x) = \sqrt{x+1}$  จงหา  $f'(x)$  และ  $f'(3)$

**วิธีทำ**

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(x+h)+1} - \sqrt{x+1}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(x+h)+1} - \sqrt{x+1}}{h} \times \frac{\sqrt{(x+h)+1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{(x+h)+1} + \sqrt{x+1}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)+1 + (\sqrt{x+1})(\sqrt{(x+h)+1}) - (\sqrt{x+1})(\sqrt{(x+h)+1}) - (x+1)}{h(\sqrt{(x+h)+1} + \sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h+1 + (\sqrt{x+1})(\sqrt{(x+h)+1}) - (\sqrt{x+1})(\sqrt{(x+h)+1}) - x-1}{h(\sqrt{(x+h)+1} + \sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{(x+h)+1} + \sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{(x+h)+1} + \sqrt{x+1})} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \\ f'(3) &= \frac{1}{2\sqrt{3+1}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{4}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{4}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ตอบ

### แบบฝึกทักษะที่ 1

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ โดยใช้บทนิยาม (ข้อละ 2 คะแนน)

1. ให้  $y = 2x$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้  $y = 3x^2$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้  $f(x) = 6x + 5$  จงหา  $f'(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

4. ให้  $y = x^2 - 1$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

.....

.....

.....

.....

.....

5. ให้  $f(x) = \sqrt{4x-3}$  จงหา  $f'(x)$  และ  $f'(1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

ได้.....คะแนน

เกณฑ์ผ่าน 7.5 คะแนน

☐ ผ่าน ☐ ไม่ผ่าน



เป็นยังไงบ้างครับ พอจะ  
เข้าใจแล้วใช่ไหมครับ เรา  
ลองไปทำแบบทดสอบกัน  
ดีกว่า ว่าเราเข้าใจมากน้อย  
เพียงใด....





### แบบทดสอบย่อยหลังเรียน

คำชี้แจง

1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
2. คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลาในการทำข้อสอบ 10 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

1. กำหนด  $f(x) = 10$  แล้วอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  คือ ข้อใด

ก. 0

ข.  $y$

ค. 5

ง. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  ไม่ได้

2. กำหนด  $f(x) = 3x - 10$  แล้วอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  คือ ข้อใด

ก.  $3x$

ข.  $x - 10$

ค. 3

ง. 10

3. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = x^3 + x^2$  คือ ข้อใด

ก.  $2x^3 + 3x^2$

ข.  $3x^2 + 2x^3$

ค.  $3x^2 + 2x$

ง.  $x^3 + 1$

4. กำหนด  $y = x^2 + 2x - 2$  แล้ว  $\frac{dy}{dx}$  คือ ข้อใด

ก.  $2x + 2$

ข.  $x^3 + 2x^2$

ค.  $2x - 2$

ง.  $2x$

5. กำหนดให้  $f(x) = \sqrt{4x+1}$  แล้ว  $f'(x)$  คือข้อใด

ก.  $\frac{4}{2\sqrt{4(x+h)+1}}$

ข.  $\frac{2}{\sqrt{4x+1}}$

ค.  $\frac{2}{\sqrt{4x+h}}$

ง.  $\frac{4}{2\sqrt{4x}}$



6. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = \frac{1}{4x+3}$  คือ ข้อใด

ก.  $-\frac{1}{(4x+3)^2}$

ข.  $-\frac{1}{(4x+3)^2}$

ค.  $\frac{4}{(4x+3)^2}$

ง.  $-\frac{4}{(4x+3)^2}$

7. กำหนดให้  $f(x) = 2 + 3x - x^3$  แล้ว  $f'(3)$  คือข้อใด

ก. 27

ข. -27

ค. 24

ง. -24

8. กำหนดให้  $f(x) = x^2 + x + 1$  แล้ว  $f'(2)$  คือข้อใด

ก. 7

ข. 6

ค. 5

ง. 4

9. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = -3x^2 + 2x - 1$  ณ จุดที่  $x = 2$  คือข้อใด

ก. -16

ข. -14

ค. -12

ง. -10

10. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = \sqrt[3]{x}$  ณ จุดที่  $x = 1$  คือข้อใด

ก. 3

ข.  $\frac{1}{3}$

ค. 9

ง.  $\frac{1}{9}$



# เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1

(1) จาก  $y = 2x$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) - 2x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + 2h - 2x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2 \\ &= 2\end{aligned}$$

(2) จาก  $y = 3x^2$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h)^2 - 3x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 2xh + h^2) - 3x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 3x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(6x + 3h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (6x + 3h) \\ &= 6x\end{aligned}$$



(3) ຈາກ  $f(x) = 6x - 5$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[6(x+h) - 5] - (6x - 5)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6x + 6h - 5 - 6x + 5}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (6) \\ &= 6 \end{aligned}$$

(4) ຈາກ  $y = x^2 - 1$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 - 1] - (x^2 - 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2xh + h^2 - 1] - (x^2 - 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 1 - x^2 + 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) \\ &= 2x \end{aligned}$$



(5) จาก  $f(x) = \sqrt{4x-3}$

$$\text{จะได้ } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4(x+h)-3} - \sqrt{4x-3}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4(x+h)-3} - \sqrt{4x-3}}{h} \times \frac{\sqrt{4(x+h)-3} + \sqrt{4x-3}}{\sqrt{4(x+h)-3} + \sqrt{4x-3}}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(x+h)-3] + (\sqrt{4x-3})(\sqrt{4(x+h)-3}) - (\sqrt{4x-3})(\sqrt{4(x+h)-3}) - (4x-3)}{h(\sqrt{4(x+h)-3} + \sqrt{4x-3})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(x+h)-3] - (4x-3)}{h(\sqrt{4(x+h)-3} + \sqrt{4x-3})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x+4h-3-4x+3}{h\sqrt{4(x+h)-3} + \sqrt{4x-3}}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h\sqrt{4(x+h)-3} + \sqrt{4x-3}}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4}{\sqrt{4(x+h)-3} + \sqrt{4x-3}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{4x-3} + \sqrt{4x-3}}$$

$$f'(1) = \frac{4}{\sqrt{4(1)-3} + \sqrt{4(1)-3}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{4-3} + \sqrt{4-3}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{1} + \sqrt{1}}$$

$$= \frac{4}{1+1}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$



เป็นอย่างไรบ้างครับ ถูกหมดทุกข้อ  
ไช้หม่ครับ  
เราไปเรียนเรื่องต่อไปกันเล้ยดีกว่า



เฉลยแบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

- 1) ค
- 2) ก
- 3) ก
- 4) ค
- 5) ง
- 6) ข
- 7) ง
- 8) ค
- 9) ข
- 10) ง



เฉลยแบบทดสอบย่อยหลังเรียน

- 1) ก
- 2) ค
- 3) ค
- 4) ก
- 5) ข
- 6) ง
- 7) ง
- 8) ค
- 9) ง
- 10) ข



**แบบบันทึกคะแนน**  
**เล่มที่ 1 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม**



ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่.....

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
การพัฒนา			

**บันทึกคะแนนแบบฝึกทักษะ**

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
แบบฝึกทักษะที่ 1	10		
รวม	10		

ลงชื่อ ..... ผู้บันทึก  
 (.....)



### บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2548). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม. 6 เล่ม 2 ช่วงชั้นที่ 4. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.
- \_\_\_\_\_. (2554). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6  
เล่ม 6. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.
- กมล เอกไทยเจริญ. (ม.ป.ป.).คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 5 ค 015. กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด.
- เชษฐา ชั้นสกุลดี . (ม.ป.ป.). คู่มือเตรียมสอบ PAT 1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :  
ห้างหุ้นส่วนจำกัด รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.
- ณรงค์ ปันนิมและคณะ.(2537).คู่มือเตรียมสอบ คณิตศาสตร์ รวม ม.4-5-6 . กรุงเทพฯ :  
ภูมิบัณฑิตการพิมพ์ จำกัด.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา.(2555).คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2.กรุงเทพฯ :  
แม็คเอดดูเคชั่น จำกัด.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2554). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม  
คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ :  
โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2554). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
พุทธศักราช 2551.กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวินิชย์. (ม.ป.ป.) . คู่มือเตรียมสอบ คณิตศาสตร์ ม.4-5-6 สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม.  
กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด.
- สมัย เหล่าวินิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวินิชย์. (ม.ป.ป.). คณิตศาสตร์พื้นฐาน + เพิ่มเติม เล่มที่ 6  
ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6). กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง.