

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ
เรขาคณิตวิเคราะห์

เล่มที่ 1
ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
นางจามจุรี ศรีกันทะ
ตำแหน่ง ครูชำนาญการ โรงเรียนสตรีศรีน่าน
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 37

คำนำ

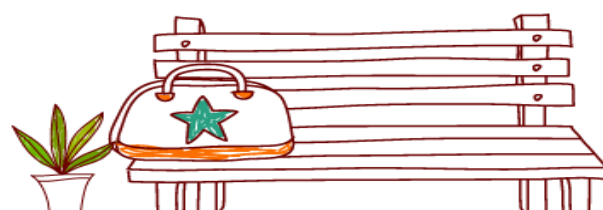
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หลักที่สำคัญในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งช่วยในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ และเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น โดยธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ต้องคิดคำนวณ จึงต้องอาศัยการทำซ้ำๆ ซึ่งเป็นการฝึกให้เกิดทักษะ จนเกิดความเข้าใจและชำนาญ ในการคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็ว

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม มุ่งให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานการคำนวณ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง พัฒนาทักษะกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล เชื่อมโยงความรู้ได้อย่างสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นพื้นฐานการคำนวณ และมีทักษะกระบวนการคิดในระดับที่สูงขึ้นไป ประกอบด้วยแบบฝึกทักษะจำนวน 7 เล่ม ดังนี้

- เล่มที่ 1 เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด
- เล่มที่ 2 เรื่อง จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด
- เล่มที่ 3 เรื่อง ความชันของเส้นตรง
- เล่มที่ 4 เรื่อง เส้นขนาน
- เล่มที่ 5 เรื่อง เส้นตั้งฉาก
- เล่มที่ 6 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
- เล่มที่ 7 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้ จะเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างสมบูรณ์ มีประสิทธิภาพ และคงถือประโยชน์แก่นักเรียน ครูผู้สอนคณิตศาสตร์และผู้ที่สนใจตามสมควร

จามจุรี ศรีกันทะ



สารบัญ

	หน้า
คำชี้แจง	3
คำชี้แจงสำหรับครู	4
คำชี้แจงสำหรับนักเรียน	5
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะ	6
จุดประสงค์การเรียนรู้	7
สาระการเรียนรู้	8
ใบความรู้ที่ 1.1	9
แบบฝึกทักษะที่ 1.1	14
ใบความรู้ที่ 1.2	17
แบบฝึกทักษะที่ 1.2	20
ใบความรู้ที่ 1.3	22
แบบฝึกทักษะที่ 1.3	26
ใบความรู้ที่ 1.4	28
แบบฝึกทักษะที่ 1.4	30
แบบทดสอบประจำแบบฝึกทักษะเล่มที่ 1	32
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1	34
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2	36
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.3	38
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.4	41
เฉลยแบบทดสอบประจำแบบฝึกทักษะเล่มที่ 1	43



คำชี้แจง

การใช้แบบฝึกทักษะ

ครูและนักเรียนต้องทำความเข้าใจบทบาทของตนเอง เพื่อดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ให้บรรลุตามตัวชี้วัด และมีประสิทธิภาพดังนี้

บทบาทของครู :

1. ครูต้องทำความเข้าใจคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ให้เกิดความเข้าใจอย่างชัดเจน เพื่อให้สามารถนำแบบฝึกทักษะแต่ละเล่มไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป
2. ให้คำแนะนำแก่นักเรียนขณะที่ใช้แบบฝึกทักษะตามคำแนะนำที่กำหนดไว้หรือเมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ
3. ประเมินผลการเรียนของนักเรียนหลังจากใช้แบบฝึกทักษะ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจอีกครั้งหนึ่ง

บทบาทของนักเรียน :

1. ศึกษาคู่มือนักเรียนให้เข้าใจก่อนที่จะลงมือปฏิบัติกิจกรรมในแบบฝึกทักษะ
2. ปฏิบัติกิจกรรมตามลำดับขั้นตอน
3. ปรีกษาครูเมื่อมีปัญหาในการใช้แบบฝึกทักษะหรือเมื่อมีปัญหาอื่น ๆ ในการเรียน





คำชี้แจงสำหรับครู

คำชี้แจงสำหรับครูที่ใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีดังนี้

1. ครูควรศึกษาวิธีการใช้แบบฝึกทักษะ แผนการจัดการเรียนรู้ วิธีการสอน วิธีวัดและประเมินผล ของแบบฝึกทักษะให้เข้าใจชัดเจน
2. ครูควรค้นคว้าและอ่านเนื้อหาที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติม
3. ครูควรเตรียมการสอนล่วงหน้า เตรียมสถานที่ ตลอดจนสื่อการสอนต่างๆที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะให้พร้อม
4. ครูชี้แจงบทบาทของนักเรียนในการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะ
5. ครูมีบทบาทเพียงผู้แนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาในการใช้แบบฝึกทักษะเท่านั้นแต่มิได้สอนนักเรียนในเนื้อหาของแบบฝึกทักษะ
6. สิ่งที่คุณต้องเตรียม
 - 6.1) แบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบให้เพียงพอต่อความต้องการของนักเรียน
 - 6.2) อุปกรณ์สำหรับทำกิจกรรมของแบบฝึกทักษะ



คำชี้แจงสำหรับนักเรียน

เพื่อให้การใช้แบบฝึกทักษะเล่มนี้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ในการจัดการเรียนรู้ของครูและเกิดประโยชน์สูงสุดต่อการเรียนรู้ของนักเรียน จึงให้นักเรียนปฏิบัติตามลำดับดังนี้

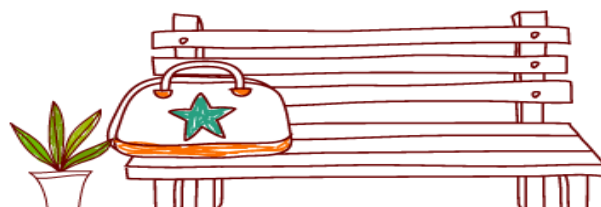
1. นักเรียนแต่ละคนอ่านคำชี้แจงวิธีการเรียนให้เข้าใจก่อนที่จะเริ่มเรียน โดยต้องทำตามลำดับขั้นตอนในคำชี้แจงวิธีการใช้จะทำให้เข้าใจง่ายขึ้น
2. ตั้งใจศึกษาใบความรู้ให้เสร็จทันเวลาที่ครูกำหนด
3. เริ่มทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะหลังจากศึกษาใบความรู้ด้วยความตั้งใจ หากมีปัญหามสามารถยกมือสอบถามครูได้
4. นักเรียนต้องเรียนด้วยความตั้งใจและไม่เล่นหรือคุยกับเพื่อนในระหว่างเรียน
5. นักเรียนควรมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง ไม่ลอกคำตอบจากเพื่อนหรือเฉลยจนกว่าจะทำแบบทดสอบเสร็จเสียก่อน
6. นักเรียนสามารถทบทวนเนื้อหาได้



คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิต วิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1 ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

1. แบบฝึกทักษะนี้ใช้เวลา 2 ชั่วโมง โดยนักเรียนอ่านคำชี้แจงให้เข้าใจก่อนลงมือทำกิจกรรม
2. ศึกษาสาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาอย่างละเอียดก่อนทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะ
3. เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนตรวจคำตอบ ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในแบบฝึกทักษะ
นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้นๆจากเพื่อน หรือครูผู้สอน
4. หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาแบบฝึกทักษะเสร็จแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบ ซึ่งคะแนนที่ได้จาก
แบบทดสอบจะเป็นคะแนนระหว่างเรียนของนักเรียน



จุดประสงค์การเรียนรู้

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 1 ระหว่างระหว่างจุดสองจุด มีจุดประสงค์การเรียนรู้ดังนี้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ขนานกับแกน X ได้
2. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ได้
3. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และแกน Y ได้
4. ใช้ความรู้เกี่ยวกับระยะทางระหว่างจุดสองจุดแก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการแก้ปัญหา
2. ในการให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

1. มีความซื่อสัตย์สุจริต
2. มีระเบียบวินัย
3. ทำงานร่วมกับผู้อื่น
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

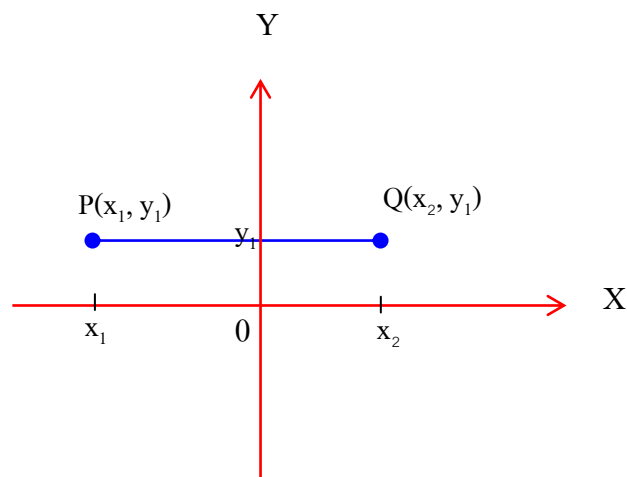


สาระการเรียนรู้

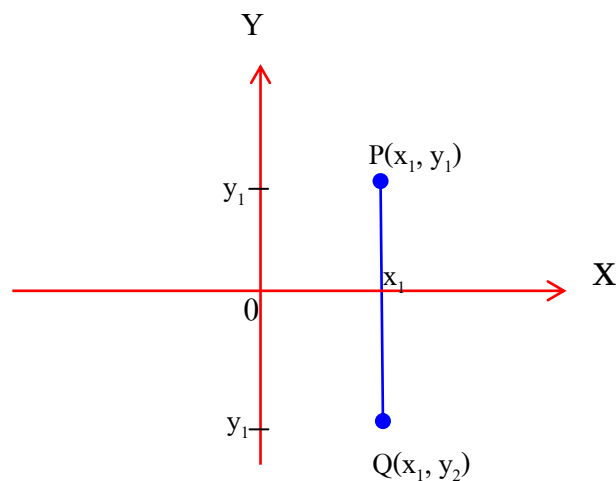
ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

ถ้า P และ Q เป็นจุด 2 จุดใดๆ ระยะห่างระหว่างจุด P และ Q เขียนแทนด้วย $|PQ|$
แต่นิยมใช้ PQ แทนระยะระหว่างจุด P และ Q

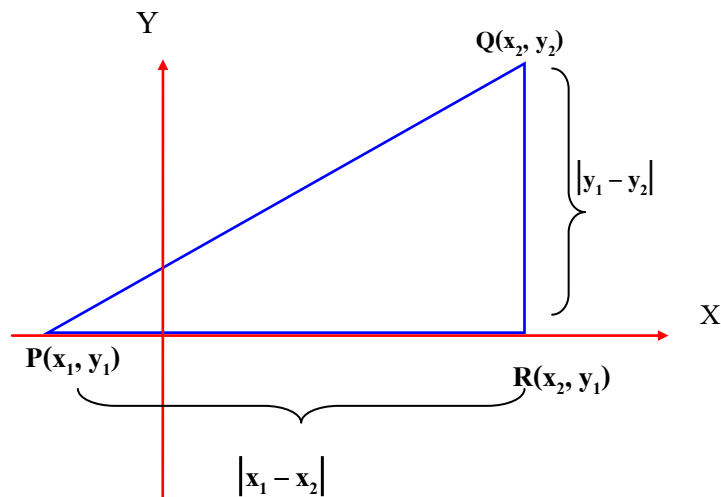
1. เส้นตรงขนานกับแกน X กำหนดจุด $P(x_1, y_1)$ และ จุด $Q(x_2, y_1)$ (สมาชิกตัวหลังมีค่าเท่ากัน)
จะได้ $PQ = |x_1 - x_2|$ หรือ $PQ = |x_2 - x_1|$



2. เส้นตรงขนานกับแกน Y กำหนดจุด $P(x_1, y_1)$ และ จุด $Q(x_1, y_2)$ (สมาชิกตัวหน้ามีค่าเท่ากัน)
จะได้ $PQ = |y_1 - y_2|$ หรือ $PQ = |y_2 - y_1|$



3. เส้นตรงไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y กำหนดจุด $P(x_1, y_1)$ และจุด $Q(x_2, y_2)$



จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PRQ

โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้ $PQ^2 = |x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2$

$$PQ = \sqrt{|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2}$$

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

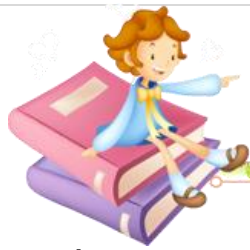


ทฤษฎีบท

ถ้า $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ เป็นจุดสองจุดใดๆ บนระนาบแล้ว

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$





ใบความรู้ที่ 1.1

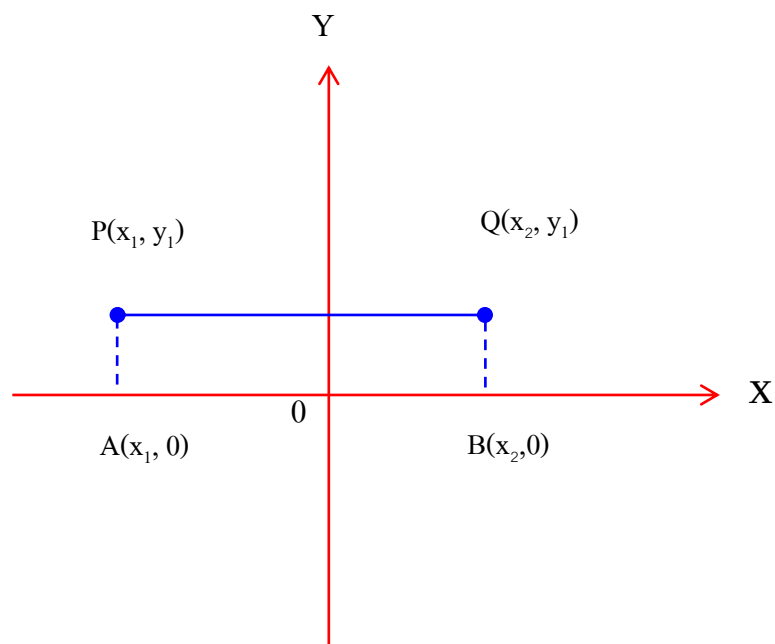


เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน X

จุดประสงค์การเรียนรู้ : หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ขนานกับแกน X ได้

ระยะทางระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน X

ถ้าจุด $P(x_1, y_1)$ และจุด $Q(x_2, y_1)$ อยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน X (สมาชิกตัวหลังเท่ากัน)



จะได้ $AB = |x_1 - x_2|$ หรือ $AB = |x_2 - x_1|$ แต่ $AB = PQ$

สรุป $\therefore PQ = |x_1 - x_2|$ หรือ $PQ = |x_2 - x_1|$

PQ ขนานกับแกน X จะได้ว่า $PQ = |x_1 - x_2|$



ตัวอย่างที่ 1 จงหาระยะห่างระหว่าง A และ B เมื่อกำหนด $A(-3,2)$ และ $B(1,2)$



ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจกับปัญหา

นักเรียนดูก่อนว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง โจทย์ต้องการอะไร

โจทย์กำหนดอะไรให้ : โจทย์กำหนดพิกัดของ A และพิกัดของ B

คือ $A(-3, 2)$ และ $B(1, 2)$

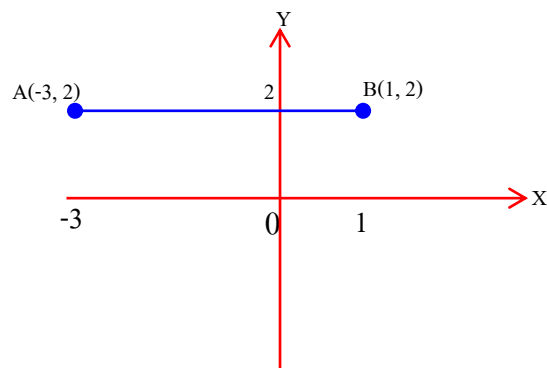
โจทย์ถามอะไร : ต้องการให้หาว่าจุด A และ B อยู่ห่างกันกี่หน่วย



ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญา

วิธีการใดที่ใช้ในการแก้ปัญหาจากโจทย์ถาม แล้วคิดว่าทำอะไร

เลือกใช้ยุทธวิธีการวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง สืบต่างๆ โดยจะทำการวางพิกัดบนระบบพิกัดฉากดังนี้



ดำเนินการหาระยะทางจากสิ่งที่เราวางแผนไว้

จากรูป

เราจะเห็นว่า จุด A มีพิกัดคือ $(-3, 2)$ และจุด B มีพิกัดคือ $(1, 2)$

จะได้ $(x_1, y_1) = (-3, 2)$ และ $(x_2, y_2) = (1, 2)$

$x_1 = -3$ และ $x_2 = 1$ ค่า y มีค่าเท่ากันคือ $y_1 = y_2 = 2$

จะได้ว่าเส้นตรง AB จะขนานกับแกน x

ดังนั้น จงหาระยะห่างระหว่างจุด A และ B จากสูตร

$$AB = |x_1 - x_2|$$

$$\text{ดังนั้นจะได้ } AB = |-3 - 1|$$

$$= |-4|$$

$$= 4 \text{ หน่วย}$$

ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน

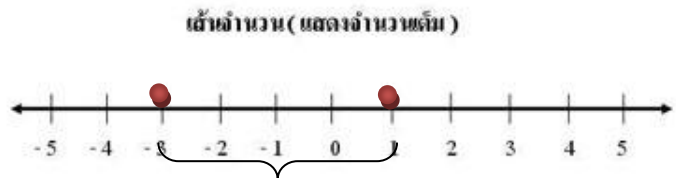




ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบ

ตรวจสอบความถูกต้อง หรือลองดูว่ามีวิธีอื่นอีกหรือไม่ในการหาคำตอบ

วิธีอื่นๆ เช่น อาจจะใช้การนับจาก $x = -3$ ถึง $x = 1$ ห่างกัน 4 ช่อง หมายถึงห่างกัน 4 หน่วย

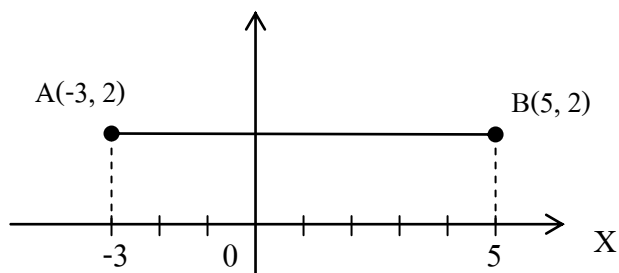


ดังนั้นจะได้ว่า จุด A อยู่ห่างจากจุด B = 4 หน่วย

การนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาระยะห่างระหว่างจุด A(-3, 2) และ B(5, 2)

วิธีทำ เนื่องจากจุด A(-3, 2) และ B(5, 2) อยู่บนแนวเส้นตรงขนานกับแกน X ดังรูป



$$\begin{aligned} \text{จะได้ } AB &= |x_1 - x_2| \\ &= |-3 - 5| \\ &= 8 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะระหว่างจุด A(-3, 2) และ B(5, 2) เท่ากับ 8 หน่วย



ตัวอย่างที่ 2 จงหาจุด A เมื่อ AB ขนานแกน X และ A(x,5) ห่างกับ B(3,5) เป็นระยะ 6 หน่วย

วิธีทำ จาก AB ขนานกับแกน x ดังนั้นสามารถหาระยะห่างจากสูตร $AB = |x_1 - x_2|$

$$\text{จะได้ } AB = |x_1 - x_2| = 6$$

$$|x - 3| = 6$$

$$(x - 3)^2 = 36 \text{ (ยกกำลังสองทั้งสองข้าง)}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 36$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x - 9)(x + 3) = 0$$

$$x = 9, -3$$

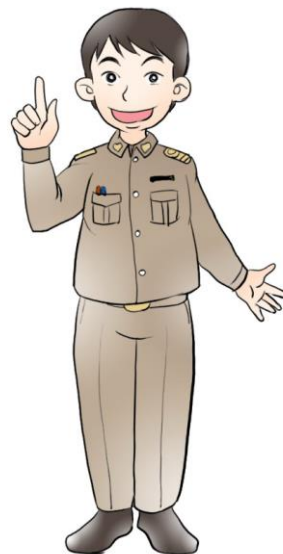
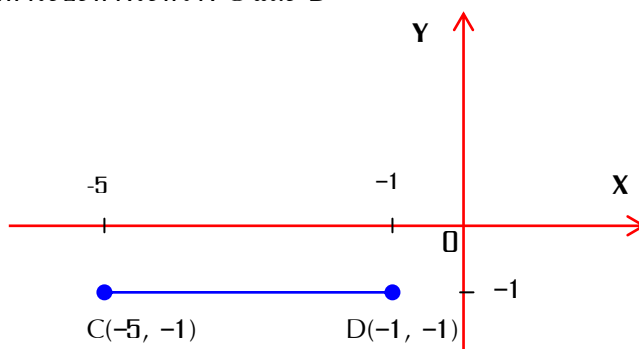
จุด A คือ (9,5) หรือ (-3,5)



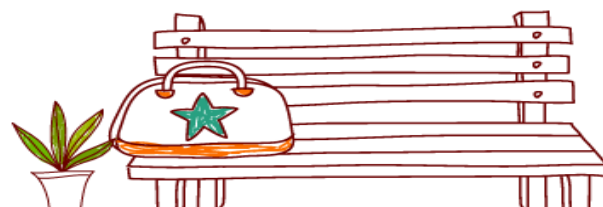


คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา แล้วแสดง
วิธีการหาคำตอบตามลำดับขั้นตอน

1. จากรูป จงหาระยะห่างระหว่าง C และ D



วิธีทำ

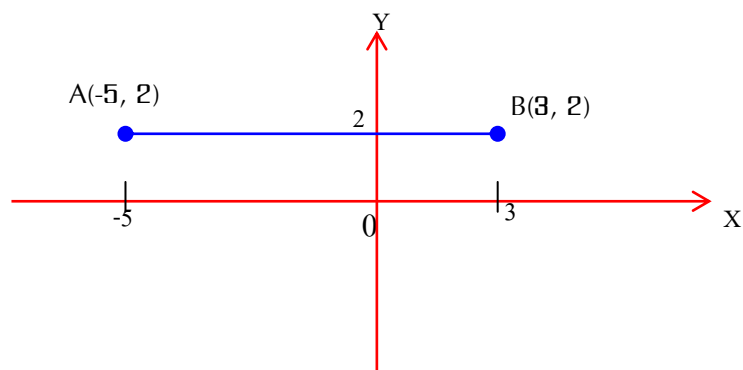
This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

2. จงหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ถ้ากำหนดให้จุด $Q(7, 4)$ และจุด $R(-7, 4)$

วิธีทำ

[illegible]

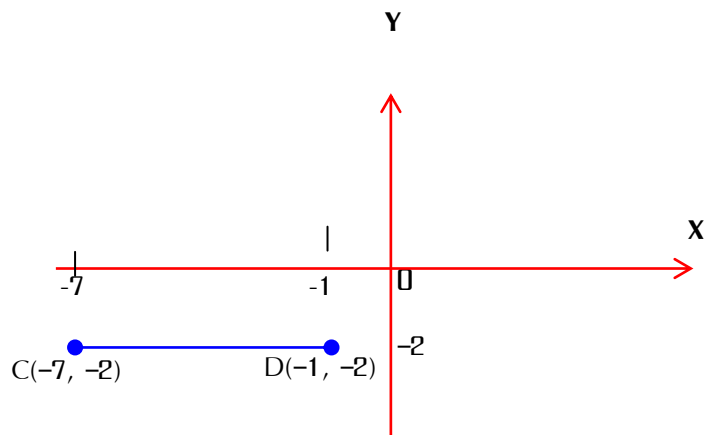
3. จากรูป จงหาความยาว AB



$$AB = |x_1 - x_2| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$



4. จากรูป จงหาความยาวของ CD



$$CD = |x_1 - x_2| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$

5. จงหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้

5.1. Q(6, 1) และ R(-5, 1)

$$QR = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$

5.2. C(-5, -3) และ D(-15, -3)

$$CD = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$



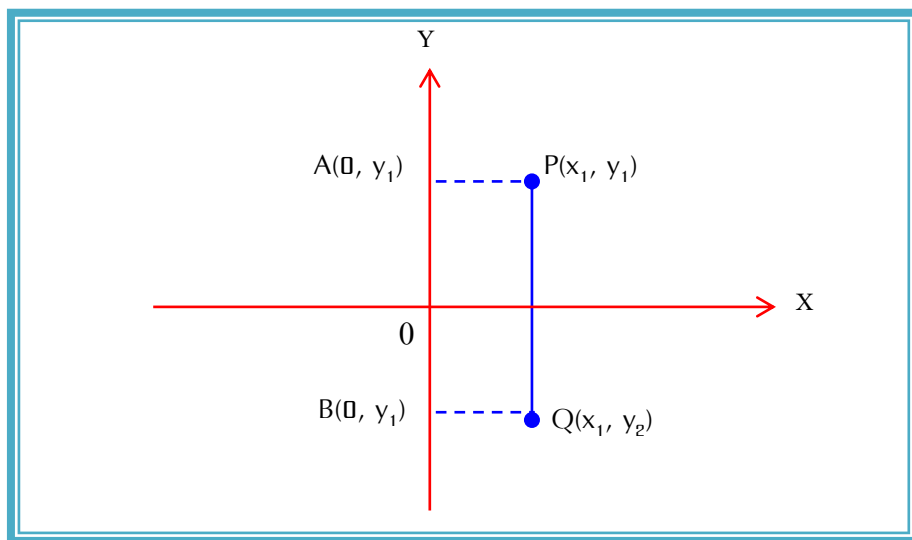


เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน Y

จุดประสงค์การเรียนรู้ : หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ได้

ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน Y

ถ้าจุด $P(x_1, y_1)$ และจุด $Q(x_1, y_2)$ อยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y (สมาชิกตัวหน้ามีค่าเท่ากัน)



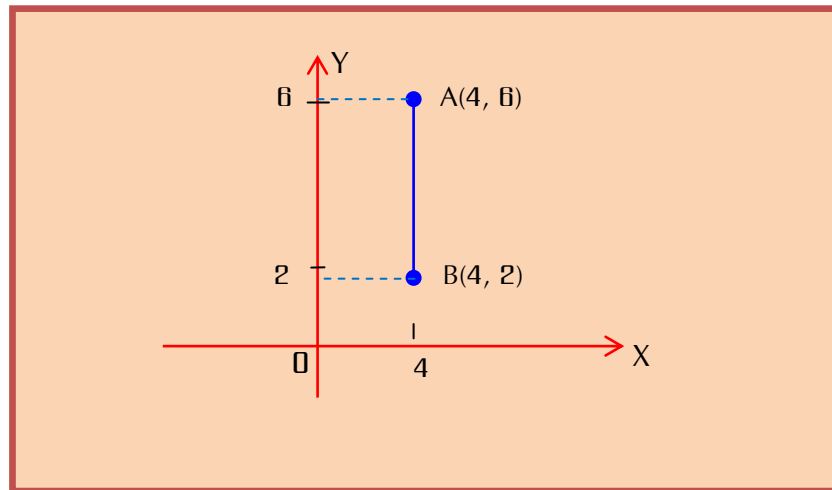
จะได้ $AB = |y_1 - y_2|$ หรือ $AB = |y_2 - y_1|$ แต่ $AB = PQ$

สรุป $\therefore PQ = |y_1 - y_2|$ หรือ $PQ = |y_2 - y_1|$

PQ ขนานกับแกน Y จะได้ว่า $PQ = |y_1 - y_2|$



ตัวอย่างที่ 1 จากรูป จงหาระยะห่างระหว่าง A และ B



ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนดูก่อนนะค่ะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างและโจทย์ต้องการอะไร

โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง : โจทย์กำหนดพิกัดของ A และพิกัดของ B คือ A(4, 6) และ B(4, 2)

โจทย์ต้องการอะไร : ต้องการให้หาว่าจุด A และ B อยู่ห่างกันกี่หน่วย

วิธีการใดที่ใช้ในการแก้ปัญหาจากโจทย์ถาม แล้วเราคิดว่าทำอย่างไร



ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

จากรูป

เราจะเห็นว่า จุด A มีพิกัดคือ (4, 6) และจุด B มีพิกัดคือ (4, 2)

จะได้ $(x_1, y_1) = (4, 6)$ และ $(x_2, y_2) = (4, 2)$

$y_1 = 6$ และ $y_2 = 2$ ค่า x มีค่าเท่ากันคือ $x_1 = x_2 = 4$

จะได้ว่าเส้นตรง AB จะขนานกับแกน Y

ดังนั้น จงหาระยะห่างระหว่างจุด A และ B จากสูตร $AB = |y_1 - y_2|$





ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ดำเนินการหาระยะทางจากสิ่งที่เราวางแผนไว้

จากสูตรการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด

$$\text{จะได้ } AB = |y_1 - y_2|$$

$$\text{ดังนั้น } AB = |6 - 2|$$

$$= |4|$$

$$= 4 \quad \text{หน่วย}$$

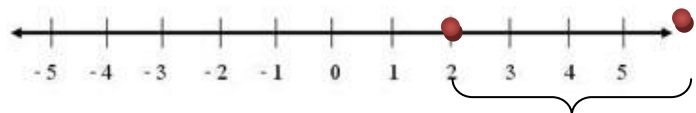


ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบ

ตรวจสอบความถูกต้อง หรือลองดูว่ามีวิธีอื่นอีกหรือไม่ในการหาคำตอบ

วิธีอื่นๆ เช่น อาจจะใช้การนับจาก $y = 2$ ถึง $y = 6$ ห่างกัน 4 ช่อง หมายถึงห่างกัน 4 หน่วย

เส้นจำนวน (แสดงจำนวนเต็ม)



ดังนั้นจะได้ว่า จุด A อยู่ห่างจากจุด B = 4 หน่วย

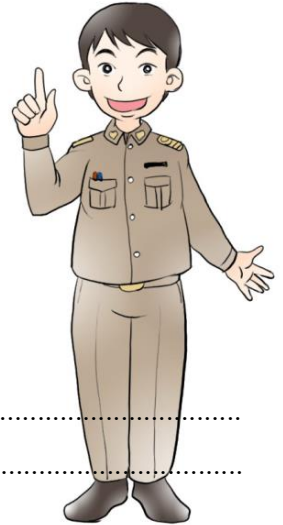




แบบฝึกทักษะที่ 1.2



คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา แล้วแสดง
วิธีการหาคำตอบตามลำดับขั้นตอน



จงหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้

1. $Q(-3, 17)$ และ $R(-3, 4)$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. $C(-1, -7)$ และ $D(-1, -27)$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

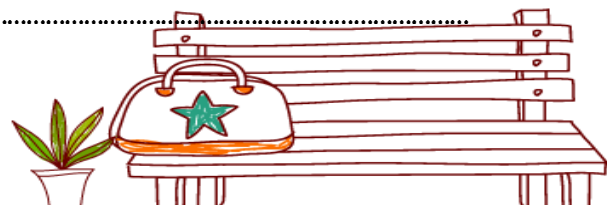
.....

.....

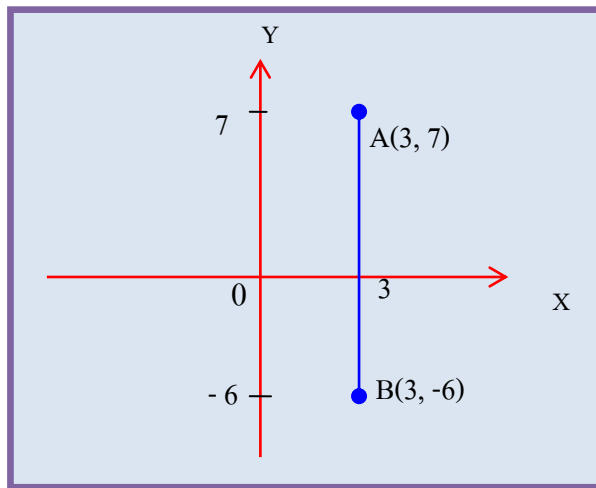
.....

.....

.....

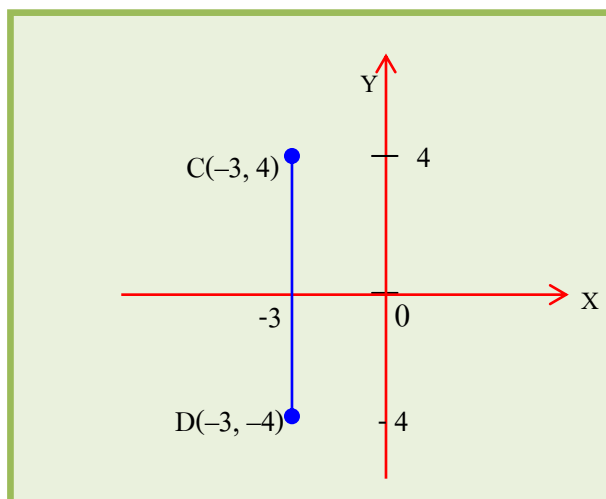


3. จากรูป จงหาความยาว AB



$$\begin{aligned} AB &= |y_1 - y_2| \\ &= \dots\dots\dots \text{หน่วย} \\ &= \dots\dots\dots \text{หน่วย} \end{aligned}$$

4. จากรูป จงหาความยาว CD



$$\begin{aligned} CD &= |y_1 - y_2| \\ &= \dots\dots\dots \text{หน่วย} \\ &= \dots\dots\dots \text{หน่วย} \end{aligned}$$

5. จงหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้

5.1. Q(2, 8) และ R(2, 1)

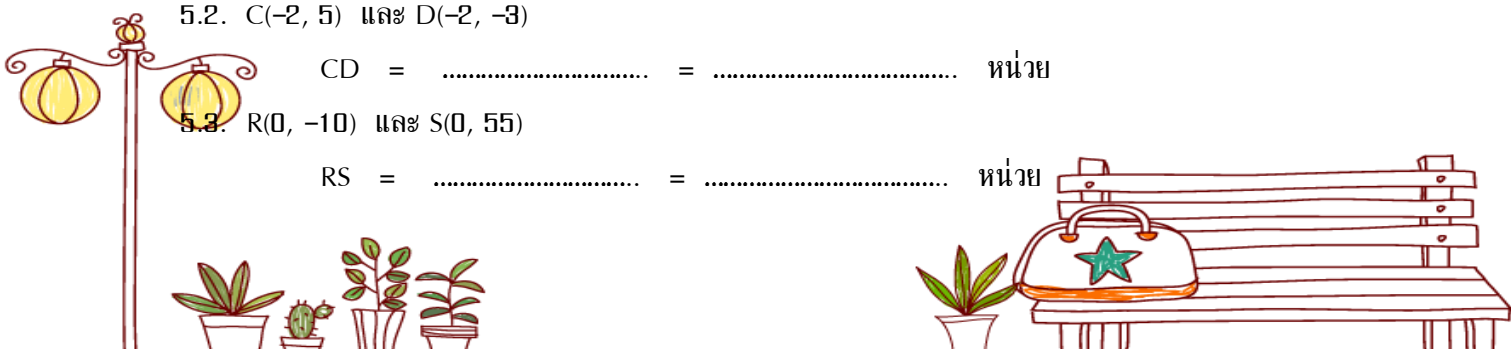
$$QR = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$

5.2. C(-2, 5) และ D(-2, -3)

$$CD = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$

5.3. R(0, -10) และ S(0, 55)

$$RS = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$





ใบความรู้ที่ 1.3

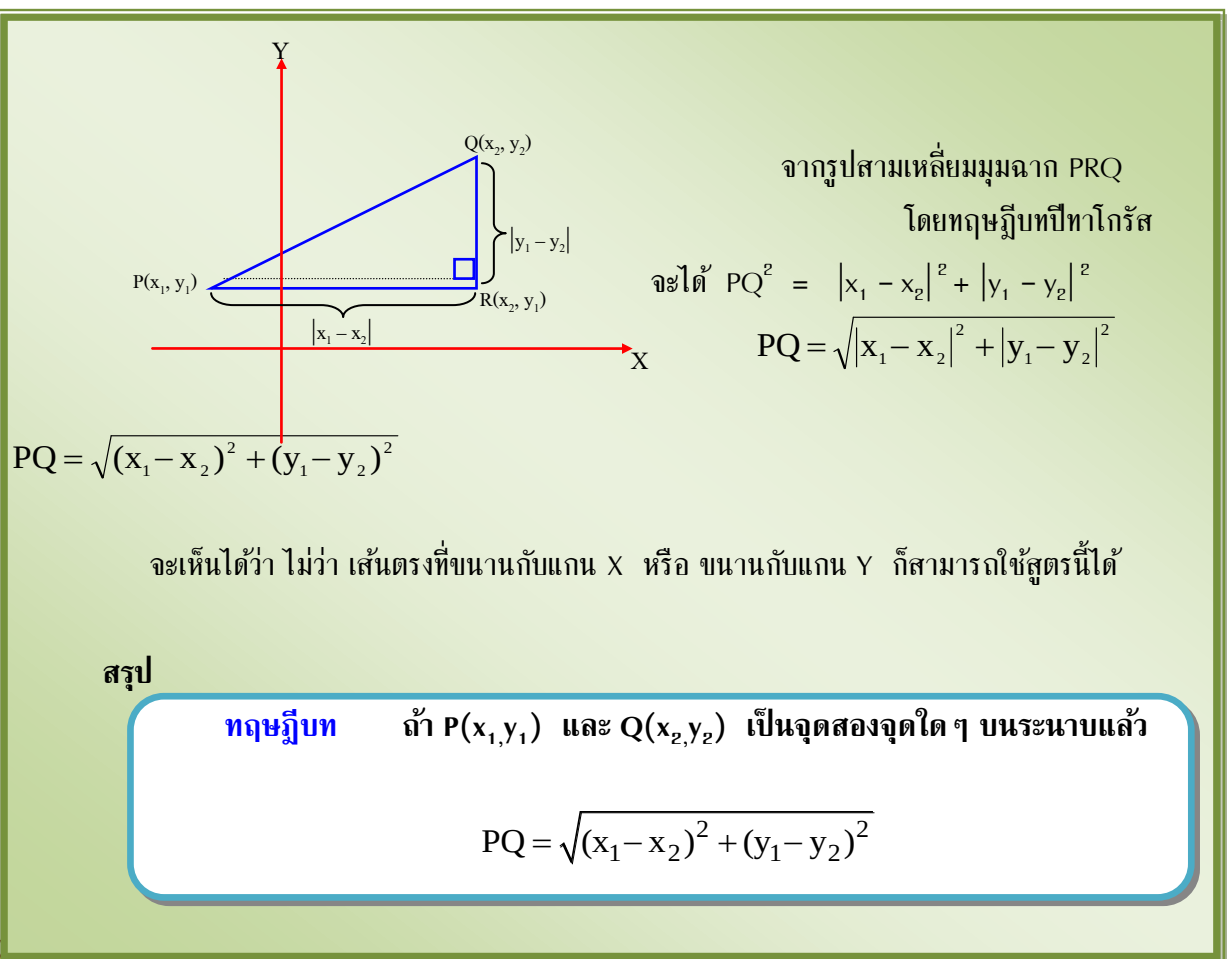
เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และแกน Y

จุดประสงค์การเรียนรู้ : หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และแกน Y ได้

ระยะทางระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และแกน Y

ถ้าเส้นตรงไม่ขนานกับแกน X และ ไม่ขนานกับแกน Y

กำหนดจุด $P(x_1, y_1)$ และ จุด $Q(x_2, y_2)$



ตัวอย่างที่ 1 จงหาระยะห่างระหว่างจุด $A(1, -3)$ กับ $B(-4, 9)$

นักเรียนดูก่อนนะค่ะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างและโจทย์ต้องการอะไร



โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง : โจทย์กำหนดพิกัดของ A และพิกัดของ B คือ $A(1, -3)$ กับ $B(-4, 9)$

โจทย์ต้องการอะไร : ต้องการให้หาว่าจุด A และ B อยู่ห่างกันกี่หน่วย

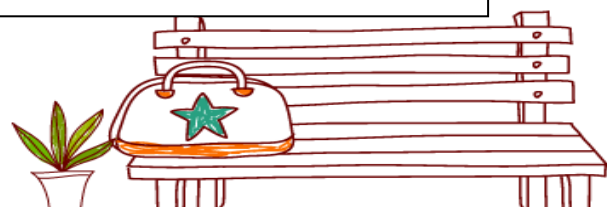
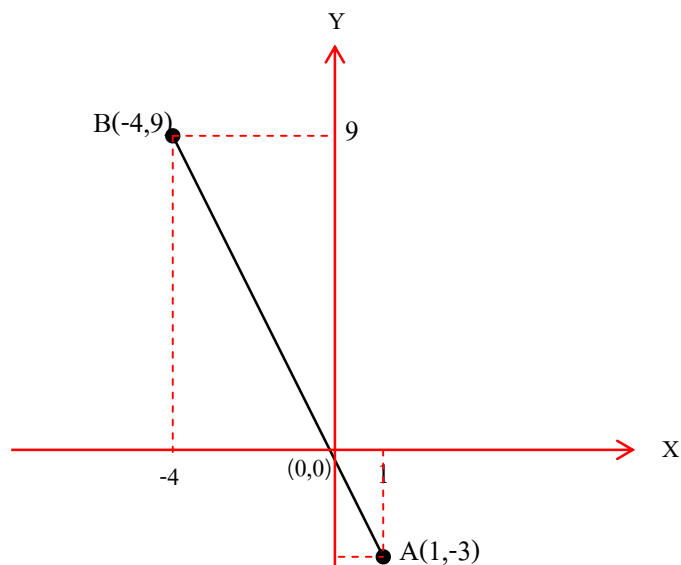
ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

วิธีการใดที่ใช้ในการแก้ปัญหาจากโจทย์ถาม แล้วคิดว่าทำอย่างไร



ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้วิธีการวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง สี่อย่างๆ โดยจะทำการวางพิกัดบนระบบพิกัดฉากดังนี้





ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ดำเนินการหาระยะทางจากสิ่งที่เราวางแผนไว้

จากรูป

เราจะเห็นว่า จุด A มีพิกัดคือ $(1, -3)$ และจุด B มีพิกัดคือ $(-4, 9)$

จะได้ $(x_1, y_1) = (1, -3)$ และ $(x_2, y_2) = (-4, 9)$

จะได้ว่าเส้นตรง AB จะไม่ขนานทั้งแกน X และแกน Y

ดังนั้น จะหาระยะห่างระหว่างจุด A และ B จากสูตร

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

จากสูตรการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \\ &= \sqrt{(1 - (-4))^2 + ((-3) - 9)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + (-12)^2} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

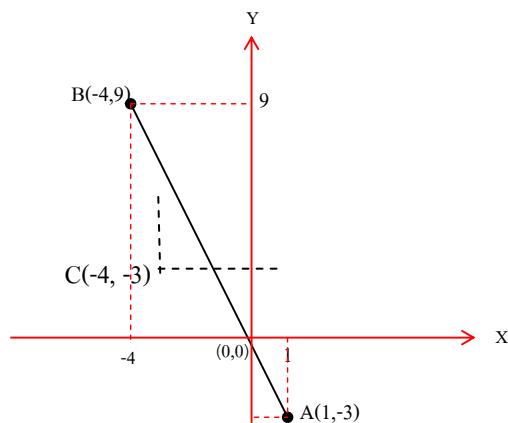
ดังนั้นจะได้ว่า จุด A อยู่ห่างจากจุด B = 13 หน่วย

ตรวจสอบความถูกต้อง หรือลองดูว่ามีวิธีอื่นอีกหรือไม่ในการหาคำตอบ



ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบ

อาจจะตรวจสอบโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



$$\text{จะได้ } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

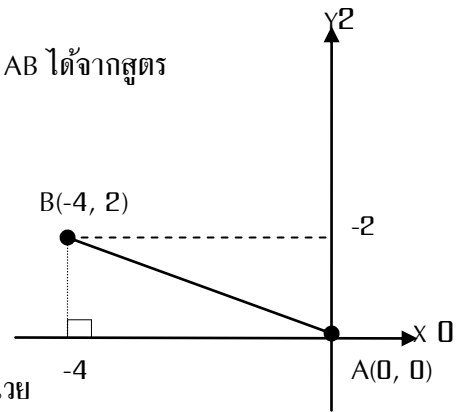
ดังนั้นจะได้ว่า จุด A อยู่ห่างจากจุด B เท่ากับ 13 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 จงหาระยะห่างระหว่างจุด A(0, 0) และ B(-4, 2)

วิธีทำ จาก AB ไม่ขนานแกน X และแกน Y จะหาระยะของ AB ได้จากสูตร

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \\ \text{จะได้} \quad AB &= \sqrt{(0 + 4)^2 + (0 - 2)^2} \\ &= \sqrt{16 + 4} \\ &= \sqrt{20} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างจุด A(0, 0) และ B(-4, 2) เท่ากับ $2\sqrt{5}$ หน่วย



ตัวอย่างที่ 3 จงหาระยะห่างระหว่างจุด (-3, 6) และ (-9, -2)

วิธีทำ กำหนดให้ P(-3, 6) และ Q(-9, -2)

$$\begin{aligned} PQ &= \sqrt{(-3 + 9)^2 + (6 + 2)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{36 + 64} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะระหว่างจุด (-3, 6) และ (-9, -2) เท่ากับ 10 หน่วย

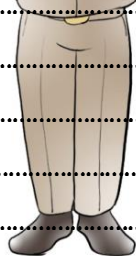




คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา แล้วแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับขั้นตอน

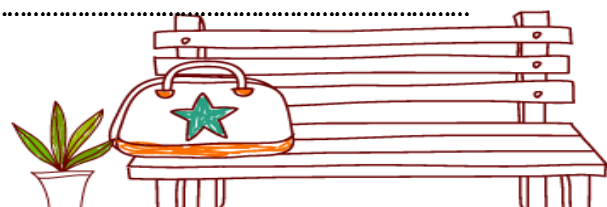
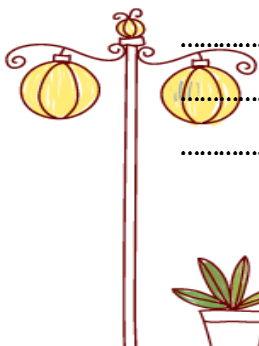
1. วงกลมวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-5, 4)$ และ ผ่านจุด $(3, -2)$

จงหารัศมีของวงกลม



2. วงกลมวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-2, -5)$ และมีแกน Y เป็นเส้นสัมผัส จงหาจุดสัมผัส

วิธีทำ



3. จงหาพิกัดของจุด C บนแกน Y ซึ่งอยู่ห่างจากจุด A(6,4) และ B(-3,5) เป็นระยะเท่ากัน

วิธีทำ ให้จุด C มีพิกัด (0,y)

จะได้ว่า CA = CB

..... =

..... =

..... =

..... =

..... =

..... =

ดังนั้น มีพิกัด

4. จงหาระยะห่างระหว่างจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้

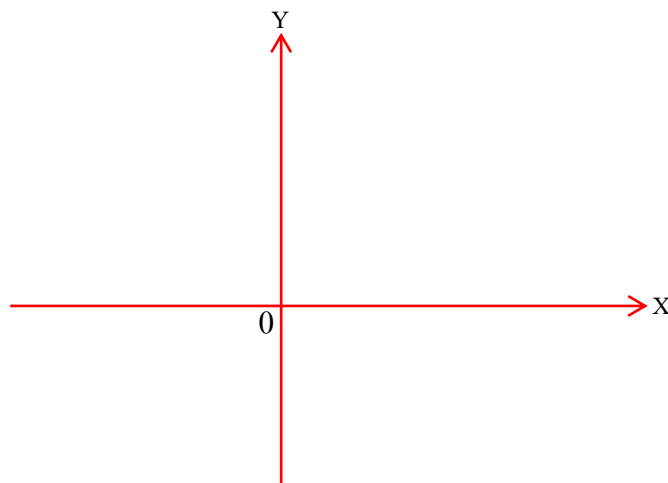
4.1 (1,2) และ (4,6) เท่ากับ.....หน่วย

4.2 (-2,3) และ (-5,7) เท่ากับ.....หน่วย

4.3 (5,-4) และ (13,2) เท่ากับ.....หน่วย

5. วงกลมวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่จุด (2, 3) และมีแกน Y เป็นเส้นสัมผัส จงหาจุดสัมผัส

วิธีทำ



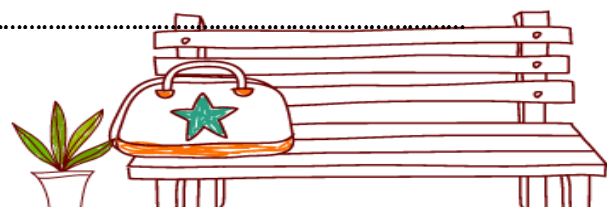
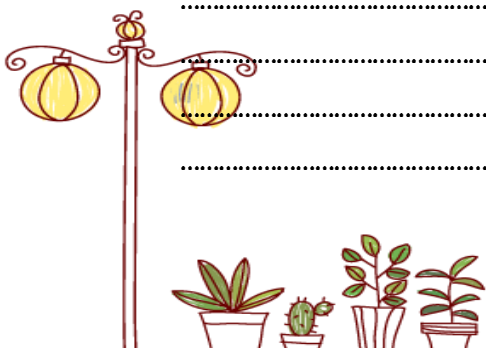
.....

.....

.....

.....

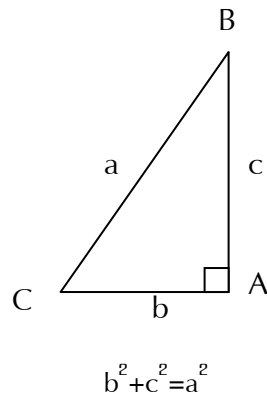
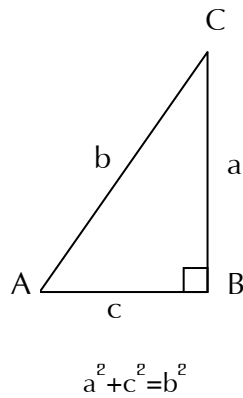
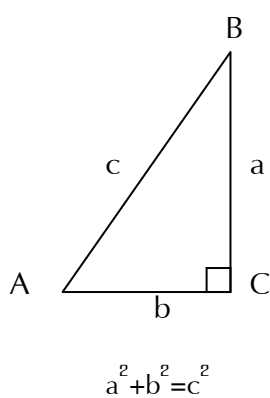
.....





จุดประสงค์การเรียนรู้ : ใช้ความรู้เกี่ยวกับระยะทางระหว่างจุดสองจุดแก้โจทย์ปัญหาได้

การแสดงว่าจุดสามจุดเป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ โดยอาศัยทฤษฎีบทพีทาโกรัส
นั่นคือ กำหนด a, b และ c เป็นความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ถ้า $a^2 + b^2 = c^2$ หรือ
 $a^2 + c^2 = b^2$ หรือ $b^2 + c^2 = a^2$ แล้ว สามเหลี่ยมนี้จะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป



ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงว่า จุด $(1, 1)$, $(-1, 1)$ และ $(-4, 2)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

วิธีทำ กำหนดให้ $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$ และ $C(-4, 2)$

$$\text{จะได้ } AB = \sqrt{(1+1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2$$

$$BC = \sqrt{(-1+4)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(1+4)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$$\text{ซึ่ง } AB^2 + BC^2 = (2)^2 + (\sqrt{10})^2 = 4 + 10 = 14 \quad \text{และ} \quad AC^2 = (\sqrt{26})^2 = 26$$

$$\text{นั่นคือ } AB^2 + BC^2 \neq AC^2$$

แสดงว่า จุด $(1, 1)$, $(-1, 1)$ และ $(-4, 2)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



การพิจารณาว่าจุดทั้งสามที่กำหนดให้อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

นั่นคือ กำหนดให้ A, B และ C เป็นจุดในระนาบ ถ้า $AB+BC = AC$ หรือ $AB+AC = BC$ หรือ $BC+AC = AB$ แสดงว่าจุดทั้งสามอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ถ้าหาก $AB+BC \neq AC$ หรือ $AB+AC \neq BC$ หรือ $BC+AC \neq AB$ แสดงว่าจุดทั้งสามไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 จุดสามจุดในแต่ละข้อต่อไปนี้อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

(1) A(-2, 3) , B(-6, 1) และ C(-10, -1) วิธีทำ $ \begin{aligned} AB &= \sqrt{(-2+6)^2 + (3-1)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{16+4} \\ &= \sqrt{20} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned} $ $ \begin{aligned} BC &= \sqrt{(-6+10)^2 + (1+1)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{16+4} \\ &= \sqrt{20} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned} $ $ \begin{aligned} AC &= \sqrt{(-2+10)^2 + (3+1)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{64+16} \\ &= \sqrt{80} \\ &= 4\sqrt{5} \end{aligned} $ จะได้ $AB+BC = AC$ ดังนั้น จุด A, B และ C อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน	(2) A(5, 3) , B(-2, 2) และ C(-1, 1) วิธีทำ $ \begin{aligned} AB &= \sqrt{(5+2)^2 + (3-2)^2} \\ &= \sqrt{7^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{49+1} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned} $ $ \begin{aligned} BC &= \sqrt{(-2+1)^2 + (2-1)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1+1} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned} $ $ \begin{aligned} AC &= \sqrt{(5+1)^2 + (3-1)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{36+4} \\ &= \sqrt{40} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned} $ จะได้ $AB+BC \neq AC$ และ $AB+AC \neq BC$ และ $BC+AC \neq AB$ ดังนั้น จุด A, B และ C ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
---	--





แบบฝึกทักษะที่ 1.4



คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ

1. จงแสดงว่าจุด $A(-1, -2)$, $B(5, -2)$ และ $C(2, 2)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงแสดงว่าจุด $A(2, 3)$, $B(9, 2)$ และ $C(5, 6)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(2, 3)$ และวงกลมนี้ผ่านจุด $(5, 7)$ จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาจุดบนแกน X ซึ่งอยู่ห่างจากจุด $P(5, 9)$ และ $Q(-2, -4)$ เป็นระยะเท่ากัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบประจำแบบฝึกทักษะเล่มที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ระยะห่างระหว่างจุด $(-10, 7)$ กับแกน Y เป็นเท่าไร

ก. 10

ข. 7

ค. -7

ง. -10

2. ระยะห่างระหว่างจุด $(1, 2)$ กับแกน X เป็นเท่าไร

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

3. ระยะห่างระหว่างจุด $(-3, 11)$ และ จุด $(-3, -5)$ เป็นเท่าไร

ก. 16

ข. 10

ค. 9

ง. 0

4. ระยะห่างระหว่างจุด $(-1, 3)$ และ จุด $(6, 3)$ เป็นเท่าไร

ก. -7

ข. -5

ค. 5

ง. 7

5. ระยะห่างระหว่างจุด $(-2, 1)$ และ จุด $(3, 5)$ เป็นเท่าไร

ก. $\sqrt{37}$

ข. $\sqrt{65}$

ค. $\sqrt{41}$

ง. $\sqrt{13}$

6. ระยะห่างระหว่างจุด $(1, 1)$ และ จุด $(3, 2)$ เป็นเท่าไร

ก. 5

ข. 10

ค. $\sqrt{5}$

ง. $\sqrt{58}$

7. จุดบนแกน X ซึ่งห่างจากจุด $(2, 4)$ และจุด $(6, 8)$ เป็นระยะทางเท่ากันคือจุดใด

ก. $(5, 0)$

ข. $(10, 0)$

ค. $(15, 0)$

ง. $(20, 0)$



8. จุดบนแกน Y ซึ่งห่างจากจุด $(1,2)$ และจุด $(5,6)$ เป็นระยะทางเท่ากัน คือจุดใด

ก. $(0,-3)$

ข. $(0,-10)$

ค. $(0,12)$

ง. $(0,6)$

9.. ถ้า $A(-4,7)$, $B(2,5)$ และ $C(4, -1)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

ก. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ข. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

ค. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ง. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

10. ถ้า $A(6,5)$, $B(1,3)$ และ $C(5,-7)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

ก. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ข. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

ค. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ง. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

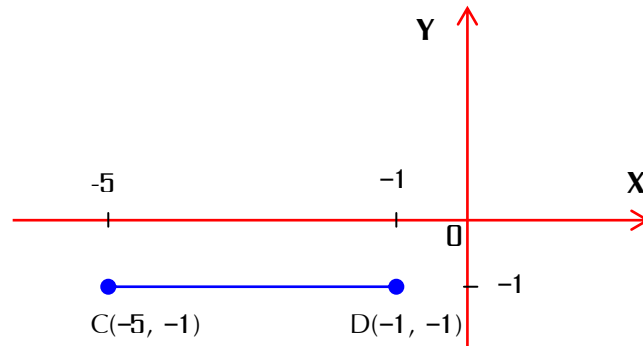




เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

1. เฉลย 4 หน่วย

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดพิกัดของ C และพิกัดของ D คือ $C(-5, -1)$ และ $D(-1, -1)$ ดังนี้



จากรูปจะเห็นว่า จุด C มีพิกัดคือ $(-5, -1)$ และจุด D มีพิกัดคือ $(-1, -1)$

จะได้ $(x_1, y_1) = (-5, -1)$ และ $(x_2, y_2) = (-1, -1)$

$x_1 = -5$ และ $x_2 = -1$ ค่า y มีค่าเท่ากันคือ $y_1 = y_2 = -1$

จะได้ว่าเส้นตรง CD จะขนานกับแกน X

ดังนั้น จะหาระหว่างระหว่างจุด C และ D จากสูตร $CD = |x_1 - x_2|$

จากสูตรการหาระหว่างระหว่างจุดสองจุด

จะได้ $CD = |x_1 - x_2|$

ดังนั้น $CD = |-5 - (-1)|$

$= |-5 + 1|$

$= |-4|$

$= 4$ หน่วย ดังนั้นจะได้ว่า ระยะห่างระหว่างจุด C และ D ห่างกัน 4 หน่วย

2. เฉลย 14 หน่วย

วิธีทำ จากรูปจะเห็นว่า จุด R มีพิกัดคือ $(-7, 4)$ และจุด Q มีพิกัดคือ $(7, 4)$

ให้ $(x_1, y_1) = (-7, 4)$ และ $(x_2, y_2) = (7, 4)$

$x_1 = -7$ และ $x_2 = 7$ ค่า y มีค่าเท่ากันคือ $y_1 = y_2 = 4$

จะได้ว่าเส้นตรง RQ จะขนานกับแกน X

ดังนั้น จะหาระหว่างระหว่างจุด R และ Q จากสูตร $RQ = |x_1 - x_2|$

จากสูตรการหาระหว่างระหว่างจุดสองจุด

จะได้ $RQ = |x_1 - x_2|$

ดังนั้น $RQ = |-7 - 7|$



$$= |-14|$$

$$= 14 \text{ หน่วย}$$

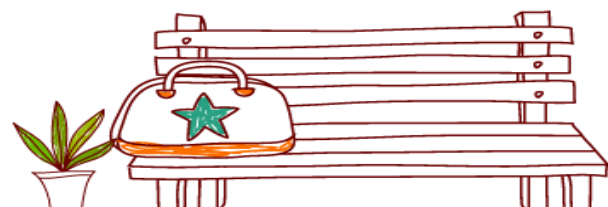
ดังนั้นจะได้ว่า ระยะห่างระหว่างจุด R และ Q ห่างกัน 14 หน่วย

$$\begin{aligned} 3. \quad AB &= |x_1 - x_2| \\ &= |-5 - 3| \\ &= |-5 + (-3)| \\ &= |-8| \\ &= 8 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad CD &= |x_1 - x_2| \\ &= |-7 - (-1)| \\ &= |-7 + 1| \\ &= |-6| \\ &= 6 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad 5.1. \quad QR &= |6 - (-5)| \\ &= |6 + 5| \\ &= |11| \\ &= 11 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad 5.2. \quad CD &= |-5 - (-15)| \\ &= |-5 + 15| \\ &= |10| \\ &= 10 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

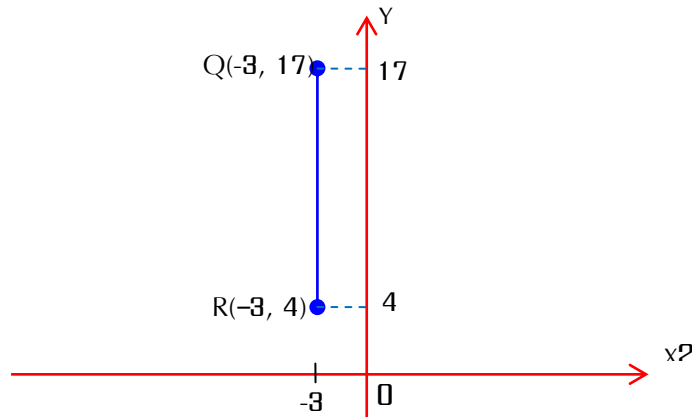




เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

1. เฉลย 13 หน่วย

วิธีทำ โจทย์กำหนดพิกัดของ Q และพิกัดของ R คือ $Q(-3, 17)$ และ $R(-3, 4)$ ดังนี้



จะเห็นว่า จุด Q มีพิกัดคือ $(-3, 17)$ และจุด R มีพิกัดคือ $(-3, 4)$

จะได้ $(x_1, y_1) = (-3, 17)$ และ $(x_2, y_2) = (-3, 4)$

$y_1 = 17$ และ $y_2 = 4$ ค่า x มีค่าเท่ากันคือ $x_1 = x_2 = -3$

จะได้ว่าเส้นตรง QR จะขนานกับแกน y

ดังนั้น จะหาระหว่างระหว่างจุด Q และ R จากสูตร $QR = |y_1 - y_2|$

จากสูตรการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

จะได้ $QR = |y_1 - y_2|$

ดังนั้น $QR = |17 - 4|$

$= |13|$

$= 13$ หน่วย

ดังนั้น จะได้ว่าระยะห่างระหว่างจุด Q และจุด R เท่ากับ 13 หน่วย

2. เฉลย 34 หน่วย

วิธีทำ

จากรูปจะเห็นว่า จุด C มีพิกัด คือ $(-1, 7)$ และจุด D มีพิกัดคือ $(-1, -27)$

จะได้ $(x_1, y_1) = (-1, 7)$ และ $(x_2, y_2) = (-1, -27)$

$y_1 = 7$ และ $y_2 = -27$ ค่า x มีค่าเท่ากันคือ $x_1 = x_2 = -1$

จะได้ว่าเส้นตรง CD จะขนานกับแกน y

ดังนั้น จะหาระหว่างระหว่างจุด C และ D จากสูตร $CD = |y_1 - y_2|$

จากสูตรการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

จะได้ $CD = |y_1 - y_2|$



$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } CD &= |-7 - (-27)| \\
 &= |-7 + 27| \\
 &= |20| \\
 &= 20 \text{ หน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad AB &= |y_1 - y_2| \\
 &= |7 - (-6)| \\
 &= |7 + 6| \\
 &= |13| \\
 &= 13 \text{ หน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad CD &= |y_1 - y_2| \\
 &= |4 - (-4)| \\
 &= |4 + 4| \\
 &= |8| \\
 &= 8 \text{ หน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad 5.1 \quad QR &= |17 - (-4)| = |17 + (-4)| = |17 + 4| = 13 \text{ หน่วย} \\
 5.2 \quad CD &= |-7 - (-27)| = 20 \text{ หน่วย} \\
 5.3 \quad RS &= |-10 - (-55)| = 65 \text{ หน่วย}
 \end{aligned}$$





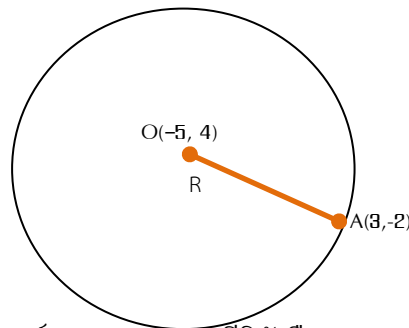
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.3

1. เฉลย 10 หน่วย

วิธีทำ

จากโจทย์กำหนดพิกัดของจุดศูนย์กลางของวงกลมคือจุด $(-5, 4)$ และวงกลมนี้น่าจุด $(3, -2)$

ดังนี้



จากรูปให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมมีพิกัดคือ $(-5, 4) = (x_1, y_1)$

ให้จุด A เป็นจุดบนเส้นรอบวงมีพิกัด $(3, -2) = (x_2, y_2)$

และให้ R แทนความยาวรัศมีของวงกลมนี้ จะเห็นได้ว่า R คือระยะทางระหว่างจุด O และ จุด A
จะเห็นว่าถ้าลากส่วนของเส้นตรงจากจุดทั้งสองแล้วส่วนของเส้นตรง OA ไม่นานทั้งแกน X

และแกน Y ดังนั้น เราสามารถหา R ได้จากสูตร $OA = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

จากสูตร $OA = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

จะได้ $OA = \sqrt{(-5 - 3)^2 + (4 - (-2))^2}$

ดังนั้น $= \sqrt{(-8)^2 + 6^2}$

$= \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100}$

$OA = 10$ หน่วย

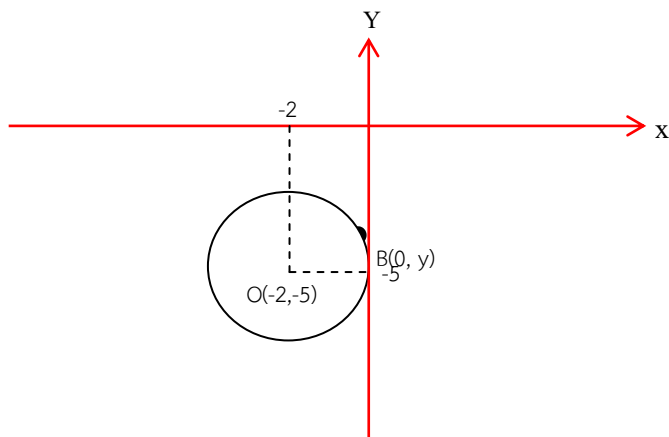
ดังนั้น จะได้ว่าวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-5, 4)$ และ ผ่านจุด $(3, -2)$

จะมีรัศมียาวเท่ากับ 10 หน่วย



2. เณย จุดสัมผัสบนแกน Y คือ พิกัด $B(0, -5)$

วิธีทำ



ให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมมีพิกัดคือ $O(-2, -5) = (x_1, y_1)$

ให้จุด B เป็นจุดบนแกน Y ที่สัมผัสวงกลม ดังนั้น จุด B มีพิกัด $B(0, y) = (x_2, y_2)$

จะเห็นว่า ถ้าลากส่วนของเส้น OB จะเป็นรัศมีของวงกลมนี้ และส่วนของเส้นตรงนี้จะขนานกับแกน X

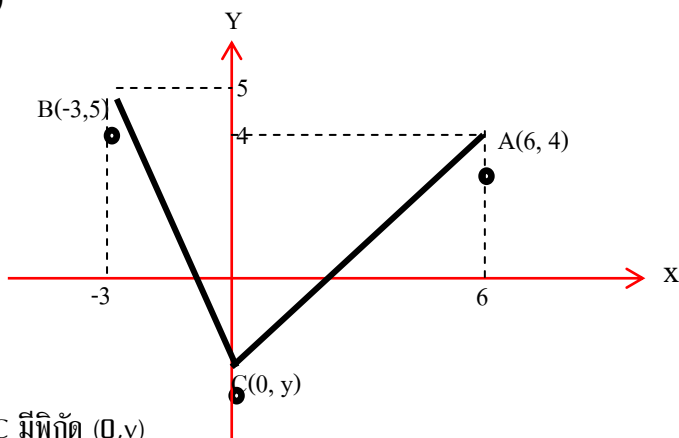
จากทราบว่า ส่วนของเส้นตรง OB ขนานกับแกน X แล้วนั้น

ทำให้ทราบว่า ค่า y ต้องเท่ากัน (สมาชิกตัวหลังมีค่าเท่ากัน) ดังนั้น ค่า $y = -5$

ดังนั้น จะได้จุดสัมผัสบนแกน Y คือพิกัด $B(0, y) = (0, -5)$

3. เณย พิกัด $(0, -9)$

วิธีทำ



ให้จุด C มีพิกัด $(0, y)$

จะได้ว่า $CA = CB$

$$\sqrt{(0-6)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(0-(-3))^2 + (y-5)^2}$$

$$\sqrt{(-6)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{3^2 + (y-5)^2}$$

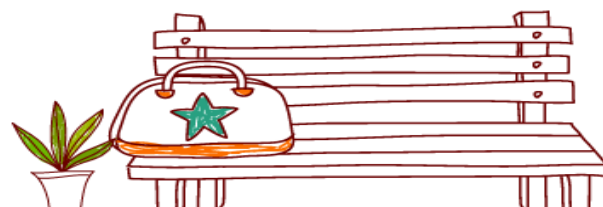
$$\sqrt{36 + (y-4)^2} = \sqrt{9 + (y-5)^2}$$

$$36 + y^2 - 8y + 16 = 9 + y^2 - 10y + 25$$

$$2y = -18$$

$$y = -9$$

ดังนั้น มีพิกัด $(0, -9)$

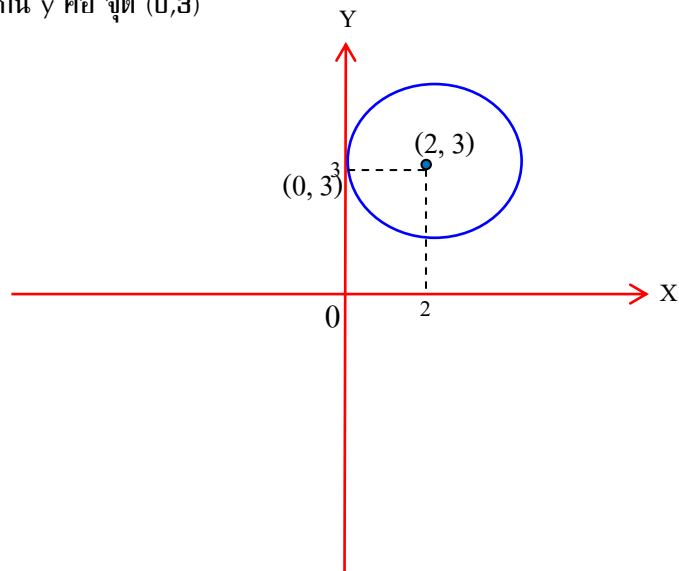


$$4. \quad 4.1 \quad \sqrt{(1-4)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$4.2 \quad \sqrt{(-2-(-5))^2 + (3-7)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$4.3 \quad \sqrt{(5-13)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

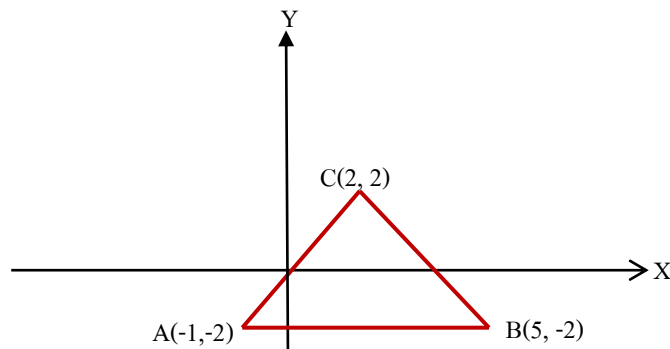
5. จุดสัมผัสบนแกน y คือ จุด (0,3)



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.4

1. เกลย จุด A (-1,-2) , B (5,-2) และ C (2,2) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม มีพิกัดดังนี้ A (-1,-2) , B (5,-2) และ C (2,2) ดังนี้



จากนิยามของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะต้องมิด้านเท่ากัน 2 ด้าน

ดังนั้น จะต้องหาความยาวของด้านทั้งสามด้าน คือ AB , BC และ AC

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } AB &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \text{ จะได้ } AB = \sqrt{(-1 - 5)^2 + (-2 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + (0)^2} \\ &= \sqrt{36 + 0} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } BC &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \text{ จะได้ } BC = \sqrt{(5 - 2)^2 + (-2 - 2)^2} \\ &= \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } AC &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \text{ จะได้ } AC = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (-2 - 2)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

จาก ความยาวของด้าน $BC = AC$ จะเห็นว่ามิด้านเท่ากัน 2 ด้าน

ดังนั้น จุด A (-1,-2) , B (5,-2) และ C (2,2) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



2. จงแสดงว่าจุด A(2, 3) , B(9, 2) และ C(5, 6) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

วิธีทำ กำหนดให้ จุด A(2, 3) , B(9, 2) และ C(5, 6) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } AB = \sqrt{(2-9)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 1} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

$$BC = \sqrt{(9-5)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

$$AC = \sqrt{(2-5)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$\text{เนื่องจาก } AB = \sqrt{50}$$

$$\text{และ } BC^2 + AC^2 = (\sqrt{32})^2 + (\sqrt{18})^2 = 50$$

$$\text{จะได้ว่า } AB^2 = BC^2 + AC^2$$

ดังนั้น จุด A(2, 3) , B(9, 2) และ C(5, 6) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด (2, 3) และวงกลมนี้ผ่านจุด (5, 7) จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนี้

วิธีทำ กำหนดให้ วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด A(2, 3) และวงกลมนี้ผ่านจุด B(5, 7)

$$\text{จะได้ } AB = \sqrt{(2-5)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

เนื่องจาก ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม เท่ากับ $2 \times 5 = 10$ หน่วย

ดังนั้น ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม เท่ากับ 10 หน่วย

4. จงหาจุดบนแกน X ซึ่งอยู่ห่างจากจุด P(5, 9) และ Q(-2, -4) เป็นระยะเท่ากัน

วิธีทำ กำหนดให้ จุด R เป็นจุดบนแกน X มีพิกัดเป็น (x, 0)

$$\text{จะได้ } RP = RQ$$

$$\sqrt{(x-5)^2 + (0-9)^2} = \sqrt{(x-(-2))^2 + (0-(-4))^2}$$

$$\sqrt{(x-5)^2 + (0-9)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (0+4)^2}$$

$$x^2 - 10x + 25 + 81 = x^2 + 4x + 4 + 16$$

$$-10x + 106 = 4x + 20$$

$$x = \frac{86}{14} = \frac{43}{7}$$

ดังนั้น จุดบนแกน X คือ $(\frac{43}{7}, 0)$



เฉลยแบบทดสอบประจำแบบฝึกทักษะเล่มที่ 1

- 1) ก
- 2) ข
- 3) ก
- 4) ง
- 5) ค
- 6) ค
- 7) ข
- 8) ข
- 9) ง
- 10) ค

