

เอกสารประกอบการเรียนรู้
เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ
รายวิชาฟิสิกส์ 1 (ว30201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่ม 1
การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์



นางสาววัชรภรณ์ วิเศษ
ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนคำเขื่อนแก้วขุพนธ์ อำเภอคำเขื่อนแก้ว จังหวัดยโสธร
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 28
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

เอกสารประกอบการเรียนรู้
เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ
รายวิชาฟิสิกส์ 1 (ว30201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่ม 1
การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

นางสาววัชรภรณ์ วิเศษ
ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนคำเขื่อนแก้วขุบถัมภ์ อำเภอคำเขื่อนแก้ว จังหวัดยโสธร
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 28
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ รายวิชาฟิสิกส์ 1 (ว30201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นเอกสารที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคำเขื่อนแก้วขุณูปถัมภ์ จังหวัดยโสธร ที่เน้นวิทยาศาสตร์ ซึ่งในเอกสารประกอบการเรียนรู้จะมีเนื้อหาความรู้ที่เป็นหลักการพื้นฐานที่จำเป็น ปฏิบัติการ การทดลอง ตัวอย่างการคำนวณ แบบฝึกทักษะ ให้นักเรียนได้ศึกษาและปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนบรรลุผลการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

เอกสารประกอบการเรียนรู้นี้ได้พัฒนาขึ้นให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ สาระที่ 4 แรงและการเคลื่อนที่ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีจำนวน 3 เล่ม ดังนี้

เล่ม 1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

เล่ม 2 การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว

เล่ม 3 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

ซึ่งเอกสารประกอบการเรียนรู้เล่มนี้เป็นเล่ม 1 ใช้เวลาในการเรียนรู้ 8 ชั่วโมง ในการจัดทำและพัฒนาเอกสารประกอบการเรียนรู้ได้รับความร่วมมืออย่างดียิ่งจากนายชวตล เพ็ญศรี ดร.มานิต เขียวศรี อดีตผู้อำนวยการโรงเรียนและผู้อำนวยการโรงเรียนคำเขื่อนแก้วขุณูปถัมภ์ ผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน ตลอดจนเพื่อนครูโรงเรียนคำเขื่อนแก้วขุณูปถัมภ์ จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าเอกสารประกอบการเรียนรู้นี้จะ เป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ เป็นสื่อการเรียนรู้ที่สามารถส่งเสริมและพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน เพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้น พัฒนาให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิด ตลอดจนเรียนรู้ถึงการทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างมีความสุข และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษาต่อไป

วัชรภรณ์ วิเศษ

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำแนะนำการใช้เอกสารประกอบการเรียนรู้	1
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์ ความรู้พื้นฐาน ที่จำเป็น	2
แบบทดสอบก่อนเรียน	4
กิจกรรมการเรียนรู้ การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	
ลักษณะทั่วไปของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	7
ปฏิบัติการ 1.1 แนวการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	8
การเคลื่อนที่ในแนวระดับและในแนวตั้งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	14
การเคลื่อนที่ในแนวระดับของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	14
การเคลื่อนที่ในแนวตั้งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	15
การกระจัดและความเร็วของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	16
เงื่อนไขการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์แบบต่างๆ ไป	18
การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ เมื่อจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายอยู่ในแนวระดับเดียวกัน	32
แบบทดสอบหลังเรียน	43
บรรณานุกรม	46
ภาคผนวก	47
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	48
แนวการตอบคำถามและการสรุปผลการทดลอง ปฏิบัติการ 1.1	49
เฉลยแบบฝึกทักษะ	50
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	59

คำแนะนำการใช้เอกสารประกอบการเรียนรู้

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ รายวิชาฟิสิกส์ 1 (ว30201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ นี่เป็นบทเรียนที่มีความสมบูรณ์ในตัวเอง พัฒนาขึ้นเพื่อประกอบกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาฟิสิกส์ 1 รหัสวิชา ว30201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นวิทยาศาสตร์ ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

เพื่อประโยชน์สูงสุดต่อการเรียนรู้ ให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำต่อไปนี้

1. ศึกษาผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ความรู้พื้นฐานที่จำเป็น
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานของตนเอง
ใช้เวลา 30 นาที แล้วตรวจผลการทดสอบด้วยตนเอง
3. ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับที่กำหนดไว้ในเอกสาร ซึ่งประกอบด้วย 3 ส่วน
 - 3.1 ศึกษาเนื้อหาทฤษฎี วิธีคิดคำนวณและตัวอย่างตามที่กำหนดไว้
 - 3.2 ทำปฏิบัติการซึ่งจะเป็นการทดลอง โดยนักเรียนควรปฏิบัติ ดังนี้
 - 3.2.1 ศึกษาจุดประสงค์ อุปกรณ์ วิธีทดลองให้เข้าใจ
 - 3.2.2 ตอบคำถามก่อนการทดลอง
 - 3.2.3 ลงมือปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดในการทดลองนั้นๆ
 - 3.2.4 ตอบคำถามท้ายการทดลอง ซึ่งจะสามารถนำไปเป็นแนวทางในการสรุปผลการทดลอง
 - 3.2.5 สรุปผลการทดลอง
 - 3.2.6 บันทึกปัญหาและอุปสรรค (ถ้ามี) พร้อมแนวทางแก้ไข
 - 3.3 ทำแบบฝึกทักษะ แล้วตรวจสอบผลการทำแบบฝึกทักษะเพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้อง
4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนและตรวจสอบว่าผ่านเกณฑ์การประเมินหรือไม่ ใช้เวลา 30 นาที
5. มีเฉลยคำตอบของแบบทดสอบก่อนเรียน – หลังเรียน เฉลยแนวความคิดแบบฝึกทักษะ และกิจกรรมให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องในภาคผนวก
6. นักเรียนต้องทำกิจกรรมด้วยความตั้งใจและซื่อสัตย์ต่อตนเอง

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง การเคลื่อนที่แบบต่างๆ รายวิชาฟิสิกส์ 1 (ว30201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่ม 1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 4 แรงและการเคลื่อนที่

มาตรฐาน ว 4.2 เข้าใจลักษณะการเคลื่อนที่แบบต่าง ๆ ของวัตถุในธรรมชาติ มีกระบวนการสืบเสาะหาความรู้และจิตวิทยาศาสตร์ สื่อสารสิ่งที่เรียนรู้และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์

สาระที่ 8 ธรรมชาติของวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มาตรฐาน ว 8.1 ใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ และจิตวิทยาศาสตร์ มีกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ การแก้ปัญหา รู้ว่าปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่มีรูปแบบที่แน่นอน สามารถอธิบายและตรวจสอบได้ภายใต้ข้อมูลและเครื่องมือที่มีอยู่ในเวลานั้นๆ เข้าใจว่าวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี สังคม และสิ่งแวดล้อมมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน

สาระสำคัญ

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวเส้นโค้งพาราโบลา ถ้าไม่คิดแรงต้านอากาศ การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ประกอบด้วย การเคลื่อนที่ในแนวระดับและแนวตั้งที่เป็นอิสระต่อกัน การเคลื่อนที่ในแนวตั้งเป็นการเคลื่อนที่ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกเพียงแรงเดียว ซึ่งมีความเร่งคงตัวเท่ากับความเร่งโน้มถ่วง g ส่วนการเคลื่อนที่แนวระดับไม่มีแรงกระทำ จึงเป็นการเคลื่อนที่ที่มีความเร็วคงตัว

ผลการเรียนรู้

วิเคราะห์และอธิบายลักษณะของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ แสดงความสัมพันธ์และคำนวณหาปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

จุดประสงค์

- เมื่อนักเรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมแล้ว นักเรียนสามารถ
1. อธิบายความหมายของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ได้
 2. ทดลองเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์และสรุปได้ว่าแนวการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เป็นเส้นโค้งพาราโบลา
 3. อธิบายได้ว่า วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ประกอบด้วยการเคลื่อนที่ทั้งในแนวระดับและแนวดิ่งพร้อมกัน
 4. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ โดยพิจารณาจากแนวการเคลื่อนที่ที่ตกแบบเสรีและการเคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยความเร็วคงตัวได้
 5. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ เมื่อจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายอยู่ในแนวระดับเดียวกันได้
 6. คำนวณหาปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ เมื่อกำหนดสถานการณ์ให้ได้

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็น

1. การกระจัดและความเร็ว
2. การหาเวกเตอร์ลัพธ์และการแยกเวกเตอร์
3. กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ของนิวตัน
4. ความเร่งของวัตถุที่ตกแบบเสรี
5. สมการการเคลื่อนที่แนวตรงด้วยความเร็วคงตัวและความเร่งคงตัว
6. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่พบบ่อย

ก่อนจะเรียนรู้ ให้ทำแบบทดสอบ
ก่อนเรียนเพื่อตรวจสอบความรู้
พื้นฐานของตัวเองก่อนนะคะ

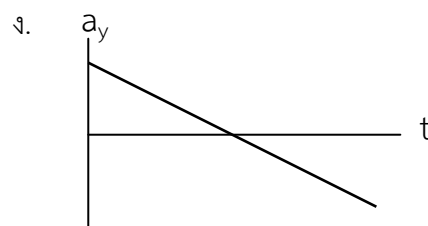
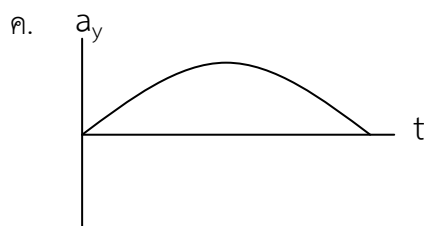
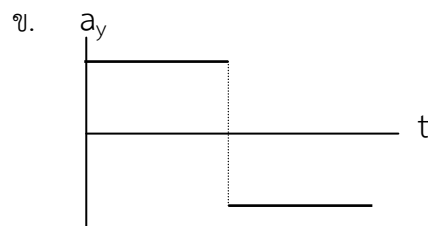
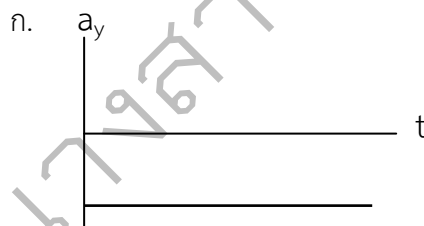


แบบทดสอบก่อนเรียน

คำชี้แจง ให้พิจารณาเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลา 30 นาที , ข้อละ 1 คะแนน)

กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$ และการเคลื่อนที่ทุกกรณีไม่คิดแรงต้านอากาศ

- ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้องสำหรับวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
 - ขณะเคลื่อนที่ที่มีแรงกระทำ 1 แรง
 - ความเร็วต้นในแนวระดับต้องไม่เป็นศูนย์
 - ความเร็วต้นในแนวตั้งต้องไม่เป็นศูนย์
 - แนวทางการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา
- ลูกเหล็ก A ถูกขว้างออกไปในแนวระดับ ลูกเหล็ก B ถูกปล่อยลงในแนวตั้งพร้อมกันจากระดับความสูงเดียวกัน ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้องเกี่ยวกับลูกเหล็กทั้งสอง
 - ตกถึงพื้นพร้อมกัน
 - ขณะกระทบพื้นมีอัตราเร็วเท่ากัน
 - เคลื่อนที่ด้วยความเร่งเท่ากัน
 - ความเร็วในแนวตั้งเท่ากันตลอดเวลา
- วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ขณะที่วัตถุอยู่ที่จุดสูงสุด ปริมาณใดมีค่าเป็นศูนย์
 - ความเร็ว
 - ความเร่ง
 - ความเร็วในแนวระดับ
 - ความเร็วในแนวตั้ง
- โพรเจกไทล์อันหนึ่งถูกยิงขึ้นไปในทิศทำมุม 50 องศา กับแนวระดับ กราฟใดต่อไปนี้อธิบายความเร่งในแนวตั้งของโพรเจกไทล์ดังกล่าวได้ดีที่สุด



5. ดิสก์แก้วออกจากขอบโต๊ะ ปริมาณใดของดิสก์แก้วมีค่าคงตัว

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| ก. การกระจัด | ข. ความเร็ว |
| ค. ความเร็วในแนวตั้ง | ง. ความเร็วในแนวระดับ |

6. ยิงกระสุนปืนมวล 50 กรัม ด้วยความเร็วต้น 100 เมตร/วินาที ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ หลังจากนั้น 4 วินาที กระสุนตกกระทบเป้าหมายหน้าผา เป้านี้ตั้งอยู่สูงจากพื้นระดับที่ยิงเท่าใด

- | | |
|----------|----------|
| ก. 80 m | ข. 120 m |
| ค. 200 m | ง. 280 m |

7. ขว้างก้อนหินออกไปในแนวระดับจากหน้าผาซึ่งสูง 20 เมตร จากผิวน้ำทะเล ด้วยความเร็ว 10 เมตร/วินาที พบว่าก้อนหินกระทบผิวน้ำในเวลา 2 วินาที ขณะกระทบผิวน้ำขนาดความเร็วของก้อนหินเป็นเท่าใด

- | | |
|--------------------|---------------------|
| ก. $\sqrt{30}$ m/s | ข. 10 m/s |
| ค. 20 m/s | ง. $10\sqrt{5}$ m/s |

8. ขว้างลูกบอลจากกระเบื้องตึกด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ในทิศทำมุมกับ 37 องศา กับแนวระดับ ลูกบอลกระทบพื้นล่างในเวลา 4 วินาที ลูกบอลตกห่างจากตึกในแนวระดับเท่าใด

- | | |
|---------|---------|
| ก. 16 m | ข. 48 m |
| ค. 64 m | ง. 80 m |

9. เครื่องบินทิ้งระเบิด บินในแนวระดับด้วยความเร็ว 200 เมตร/วินาที สูงจากพื้น 2 กิโลเมตร เมื่อทิ้งระเบิดลงมาโดนเป้าหมายที่อยู่บนพื้นดินพอดี นานเท่าใดระเบิดจึงถึงเป้าหมาย

- | | |
|---------|----------|
| ก. 10 s | ข. 20 s |
| ค. 40 s | ง. 100 s |

10. ขว้างวัตถุออกไปในแนวระดับจากที่สูง 80 เมตร ปรากฏว่าวัตถุตกห่างจากจุดขว้างในแนวระดับ 60 เมตร อัตราเร็วของวัตถุที่ถูกขว้างออกไปเป็นเท่าใด

- | | |
|-----------|-----------|
| ก. 15 m/s | ข. 20 m/s |
| ค. 40 m/s | ง. 60 m/s |

11. ยิงวัตถุ A ขึ้นจากพื้นดินทำมุม θ กับแนวระดับ ด้วยขนาดความเร็วต้น u ถ้าต้องการยิงวัตถุ B จากพื้นดินเพื่อให้ตกไกลเท่ากับวัตถุ A ต้องมีมุมยิงทำมุมเท่าใดกับแนวระดับและขนาดความเร็วต้นเท่าใด

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| ก. 2θ และ u | ข. 2θ และ $\frac{u}{2}$ |
| ค. $90^\circ - \theta$ และ u | ง. $\frac{\theta}{2}$ และ $2u$ |

12. กาก้าเตะบอลได้ไกลสุด 80 เมตร อยากทราบว่าในการเตะครั้งนี้ ลูกบอลลอยขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด

ก. 20 m

ข. 40 m

ค. 80 m

ง. 320 m

13. ยิงวัตถุก้อนหนึ่งในแนวทำมุม 37 องศา กับแนวระดับ จากพื้น ปรากฏว่า ณ จุดสูงสุดวัตถุมีความเร็ว 16 เมตร/วินาที นานเท่าใดวัตถุจึงตกถึงพื้น

ก. 1.2 s

ข. 2.4 s

ค. 3.6 s

ง. 4.8 s

14.เตะฟุตบอลจากพื้นสนามออกไปทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ลูกฟุตบอลลอยข้ามเสาธง โดยในขณะที่ลูกฟุตบอลอยู่ที่จุดสูงสุด ลูกฟุตบอลลอยเฉียดยอดของเสาธงพอดี อยากทราบว่าเสาธงสูงเท่าใด

ก. 5 m

ข. 10 m

ค. 20 m

ง. 40 m

15. ทหารปืนใหญ่ยิงปืนใหญ่จากพื้นด้วยความเร็ว 200 เมตร/วินาที ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ลูกปืนกระแทกเป้าที่ติดอยู่กับภูเขา ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ลูกปืนขึ้นไปได้สูงสุดพอดี เป้าอยู่ห่างจากจุดที่ยิงออกไปในแนวระดับเท่าใด

ก. 500 m

ข. $500\sqrt{3}$ m

ค. 1000 m

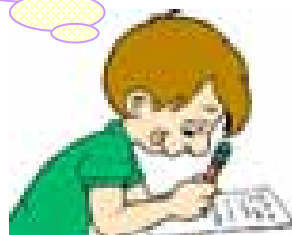
ง. $1000\sqrt{3}$ m

ทำข้อสอบเสร็จ ก็ตรวจคำตอบจากภาคผนวก

.....เราจะได้กี่คะแนนนะ

ถึงจะได้น้อยก็ไม่ใช่ไร เราตั้งใจเรียนรู้จาก

เอกสาร สอบหลังเรียนต้องได้คะแนนเยอะแน่



การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์



1. ลักษณะทั่วไปของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ถ้าพิจารณาเส้นทางการเคลื่อนที่ของลูกบาสที่ถูกยิงลงห่วง หรือเส้นทางการเคลื่อนที่ของลูกแตงโมที่ชาวไร่โยน-รับเพื่อการขนย้าย จะพบว่าเส้นทางการเคลื่อนที่นั้นเป็นเส้นโค้ง ถ้าไม่มีแรงต้านของอากาศหรือแรงต้านของอากาศมีผลน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด จะเรียกการเคลื่อนที่นี้ว่า **การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์** (Projectile Motion) และเรียกวัตถุที่มีการเคลื่อนที่ลักษณะนี้ว่า **โพรเจกไทล์** (Projectile)

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้แรงคงตัว เช่น การเคลื่อนที่ของวัตถุโดยมีแรงโน้มถ่วงของโลก (mg) กระทำเพียงแรงเดียว ซึ่งสามารถพบได้ในชีวิตประจำวัน เช่น การขว้างจรวดจากเนินด้านหนึ่งไปยังอีกด้านหนึ่ง การเคลื่อนที่ของลูกเหล็กที่ทุ่มโดยนักกรีฑาทุ่มน้ำหนัก การเคลื่อนที่ของประกายไฟจากพลุหรือจากการเชื่อมโลหะ

ถ้าหากว่าวัตถุมีความหนาแน่นมากพอ ในกรณีง่ายๆ สามารถกำหนดเงื่อนไขสำหรับพิจารณาการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ คือ ไม่คิดแรงต้านของอากาศ และวัตถุเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่โดยไม่มี การหมุน



ภาพที่ 1.1 การเล่นกีฬาและกรีฑาบางชนิด

เส้นทางการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์จะมีลักษณะอย่างไร ให้ศึกษาจากปฏิบัติการ 1.1 แนวทางการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์



ปฏิบัติการ 1.1 เรื่อง แนวการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

จุดประสงค์ เพื่อศึกษาแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งมีการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

วัสดุอุปกรณ์

ลำดับที่	รายการ	จำนวนต่อกลุ่ม
1	ชุดการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	1 ชุด
2	กระดาษกราฟ	2 แผ่น
3	ไม้บรรทัด	1 อัน

วิธีทดลอง

- ประกอบรางอะลูมิเนียมเข้ากับแป้นไม้ ให้รางตอนล่างอยู่ในแนวระดับ แล้วติดกระดาษกราฟเข้ากับแป้นไม้
- ตัดกระดาษขาวและกระดาษคาร์บอนขนาดกว้างยาวเท่ากับแผ่นโลหะที่ใช้เป็นเป้า ติดกระดาษขาวเข้ากับเป้า แล้วติดกระดาษคาร์บอนทับกระดาษขาว โดยยึดเฉพาะปลายบนของกระดาษคาร์บอน
- วางเป้าชิดปลายรางอะลูมิเนียมและด้านยาวของเป้าทาบบนเส้นทึบของกระดาษกราฟให้พอดี
- ปล่อยโลหะกลมจากตำแหน่งสูงสุดของราง แล้วใช้ที่กั้นวางดักไว้ (เนื่องจากที่กั้นมีกระดาษคาร์บอนติดอยู่ จึงปรากฏรอยกระแทกบนที่กั้น) ทำเครื่องหมายบนกระดาษกราฟให้ตรงกับรอยกระแทกของโลหะกลมบนที่กั้น
- ปล่อยโลหะกลม ณ ตำแหน่งเดิม ตามข้อ 4 อีก 7-10 ครั้ง ในแต่ละครั้งให้เลื่อนที่กั้นให้ห่างออกไปครั้งละ 1 เซนติเมตร แล้วบันทึกตำแหน่งที่โลหะกระแทกที่กั้นบนกระดาษกราฟ
- ลากเส้นต่อระหว่างจุดแสดงตำแหน่งของโลหะกลมที่ได้จากข้อ 4-5 จะได้กราฟเป็นเส้นทางการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ของลูกกลมโลหะ



ภาพที่ 1.2 การจัดอุปกรณ์ศึกษาแนวการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

7. วิเคราะห์โดยการเขียนกราฟ

7.1 กำหนดให้จุดบนกราฟจุดแรกซึ่งตรงกับจุดที่ลูกกลมโลหะกระทบเป้าเมื่อวางขีดปลายทางด้านล่างเป็นจุดกำเนิด ลากแกนนอน (แกน X) และแกนยืน (แกน Y) จากกราฟที่ได้

7.2 จากกราฟที่ได้ วัดการกระจัดในแนวระดับ x และการกระจัดในแนวตั้ง y ของจุดต่างๆ หาค่าการกระจัดในแนวระดับยกกำลังสอง (x^2) ออกแบบตารางและบันทึกผลในตารางบันทึกผล

7.3 เขียนกราฟระหว่างการกระจัดในแนวตั้ง y กับ การกระจัดในแนวระดับยกกำลังสอง x^2

คำถามก่อนการทดลอง

1. ปัญหาการทดลอง คืออะไร

2. การทดลองนี้กำหนดตัวแปรอย่างไร

ตัวแปรอิสระ คือ

ตัวแปรตาม คือ

ตัวแปรที่ต้องควบคุม คือ

3. จะตั้งสมมติฐานของการทดลองนี้ว่าอย่างไร

บันทึกผลการทดลอง

1. กราฟเส้นทางการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ของลูกกลมโลหะ

2. ตารางบันทึกผล

Blank lined paper for writing.

3. กราฟระหว่างการจัดในแนวดิ่ง y กับการจัดในแนวนอนกำลังสอง x^2

Patient Information	
Full Name	
Date of Birth	
Gender	
Address	
City	
State	
Zip	
Phone	
Medical History	
Allergies	
Current Medications	
Past Medical History	
Family History	
Social History	
Physical Examination	
Vital Signs	
Laboratory Tests	
Imaging Studies	
Diagnosis	
Treatment Plan	
Follow-up	

คำถามท้ายการทดลอง

1. เพราะเหตุใดต้องปล่อยลูกกลมโลหะจากตำแหน่งเดียวกันทุกครั้ง
.....
2. แนวการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะจากกระดานกราฟบนแป้นไม้ มีลักษณะอย่างไร
.....
3. กราฟระหว่างการกระจัดในแนวดิ่ง y กับการกระจัดในแนวระดับยกกำลังสอง x^2
มีลักษณะอย่างไร
.....
4. จากกราฟระหว่างการกระจัดในแนวดิ่ง y กับการกระจัดในแนวระดับยกกำลังสอง x^2
จะสรุปลักษณะของแนวการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ว่าเป็นแนวโค้งแบบใด อธิบาย
.....
.....
.....
.....
.....

สรุปผลการทดลอง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

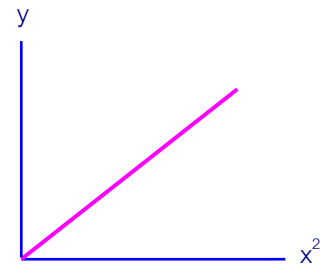
.....

.....

ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ

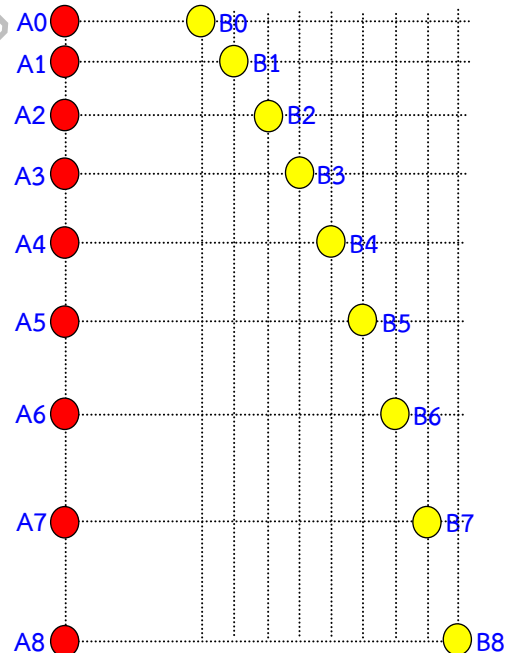
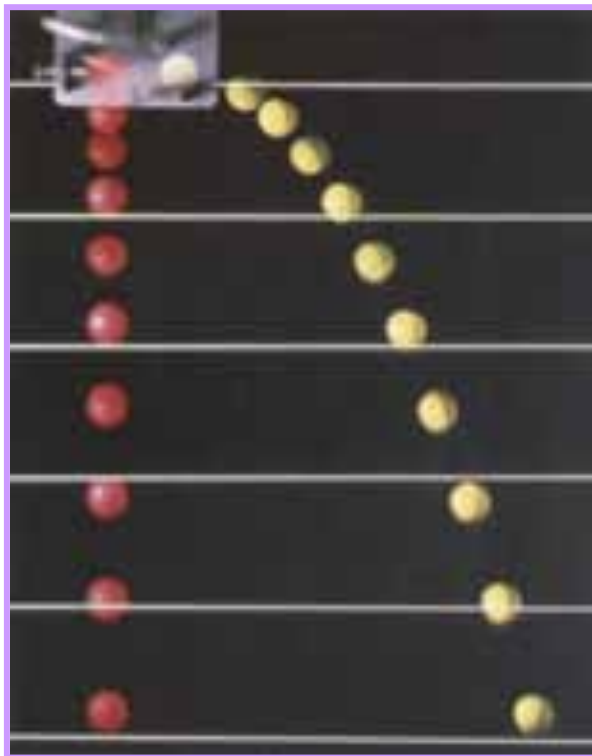
ปัญหาที่พบ	ข้อเสนอแนะ
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

เมื่อเขียนกราฟระหว่างค่าการกระจัดในแนวตั้ง (y) กับค่ากำลังสองของการกระจัดในแนวระดับ (x^2) จะได้กราฟเส้นตรงซึ่งผ่านจุดกำเนิด ดังนั้นจะได้ว่า $y \propto x^2$ หรือ $y = kx^2$ ซึ่งสมการนี้เป็นสมการของกราฟพาราโบลา ดังนั้น จะเห็นได้ชัดเจนว่าการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ มีแนวการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา



ภาพที่ 1.3 กราฟระหว่าง y กับ x^2 ของวัตถุซึ่งเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์

การศึกษาปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ โดยการปล่อยวัตถุ A ให้ตกแบบเสรีพร้อมกับตีวัตถุ B ซึ่งเหมือน A ทุกประการ ออกไปในแนวระดับ จากจุดเดียวกันซึ่งอยู่สูงจากพื้นระยะหนึ่ง แล้วบันทึกด้วยเทคนิคการถ่ายภาพแบบมัลติเฟรม วัตถุทั้งสองตกลงถึงพื้นพร้อมกัน ดังภาพที่ 1.4



ก. รูปถ่ายลูกกลม 2 ลูก ที่เคลื่อนที่ในแนวตั้งและแนวระดับพร้อมกัน

ข. การกระจัดในแนวตั้งและแนวระดับที่ลูกกลมทั้งสองเคลื่อนที่ได้

ภาพที่ 1.4 การเคลื่อนที่ของลูกกลม 2 ลูก

ดัดแปลงจาก : Serway and Jewett 2002 : 82

จากภาพที่ 1.4 และเมื่อเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของวัตถุทั้งสอง พบว่า

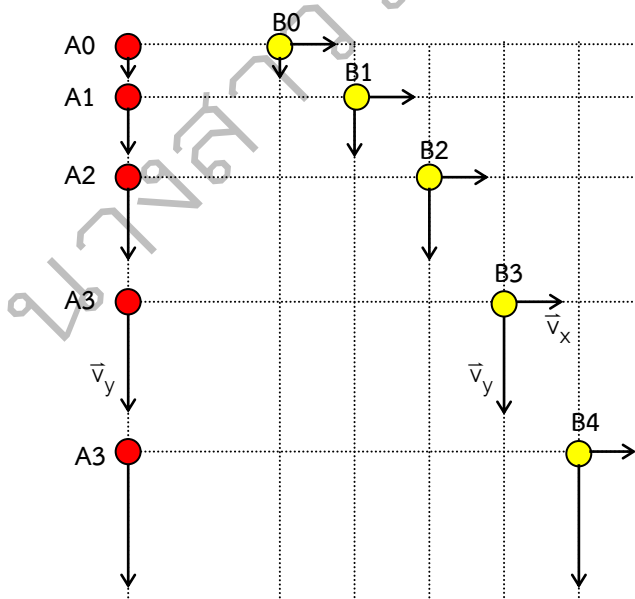
1. วัตถุ A มีการเคลื่อนที่ในแนวตรง (แนวดิ่ง) วัตถุ B มีการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
2. วัตถุ A ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง จาก A0-A1 , A1-A2 ,..., A7-A8 เท่ากัน และ วัตถุ B ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง จาก B0-B1 , B1-B2 ,..., B7-B8 เท่ากัน (เพราะรูปได้จากการถ่ายแบบมัลติแฟลช)
3. ในช่วงเวลาเดียวกัน วัตถุทั้งสองมีการกระจัดในแนวดิ่งเท่ากัน
4. วัตถุทั้งสองถูกแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำเพียงแรงเดียว (ไม่คำนึงถึงแรงต้านอากาศ) ดังนั้น ที่ตำแหน่ง A0 กับ B0 , A1 กับ B1 , A2 กับ B2 , ... วัตถุทั้งสองมีความเร็วในแนวดิ่งเท่ากัน

สำหรับวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ พบว่า ประกอบด้วย การเคลื่อนที่ 2 แนวพร้อมกัน คือ แนวระดับและแนวดิ่ง ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ใน 2 มิติ โดยที่การเคลื่อนที่ในแนวระดับไม่มีผลต่อการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง ดังนั้นจึงแยกคิดการเคลื่อนที่เป็นอิสระต่อกัน 2 แนว

การเคลื่อนที่ในแนวระดับ จะเหมือนการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งเคลื่อนที่ในแนวตรงด้วย **ความเร็วคงตัว** นั่นคือที่ตำแหน่ง B0, B1, B2, ... วัตถุมีความเร็วในแนวระดับคงตัว

การเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง จะเหมือนการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ตกแบบเสรี คือมี **ความเร่งคงตัว** เท่ากับ **ความเร่งโน้มถ่วง g**

เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวระดับและแนวดิ่งจะเท่ากันเสมอ เนื่องจากการเคลื่อนที่ทั้งสองแนวเกิดขึ้นพร้อมกัน



ภาพที่ 1.5 ความเร็วของวัตถุที่ตกในแนวดิ่งและวัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์



2. การเคลื่อนที่ในแนวระดับและในแนวดิ่งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ในอดีตกาลิเลโอเป็นบุคคลแรกที่สามารถอธิบายการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ได้อย่างถูกต้อง โดยหลักการในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ คือ

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์สามารถแยกคิดวิเคราะห์ออกเป็น การเคลื่อนที่ในแนวระดับที่มีความเร็วคงตัว กับ การเคลื่อนที่ในแนวดิ่งที่มีความเร่งคงตัว g ในทิศชี้ลงได้

จากแนวคิดข้างต้นทำให้การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์สามารถพิจารณาเป็นการเคลื่อนที่แนวตรงใน 1 มิติ 2 แนวที่แยกกันได้

2.1 การเคลื่อนที่ในแนวระดับของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ขณะวัตถุเคลื่อนที่ในอากาศ จะมีแรงโน้มถ่วงของโลก (mg) กระทำเพียงแรงเดียว ซึ่งแรงนี้เป็นแรงที่กระทำในแนวดิ่ง นั่นคือ แรงลัพธ์ในแนวระดับที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ ($\Sigma F_x = 0$)

จาก $\Sigma F = ma$ จะได้ $\Sigma F_x = ma_x$

เมื่อ $\Sigma F_x = 0$ ดังนั้น $a_x = 0$ หรือวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว ($u_x = v_x$)

ดังนั้น สมการการเคลื่อนที่ในแนวระดับ คือ

$$s_x = v_x t$$

หรือ

$$s_x = u_x t$$

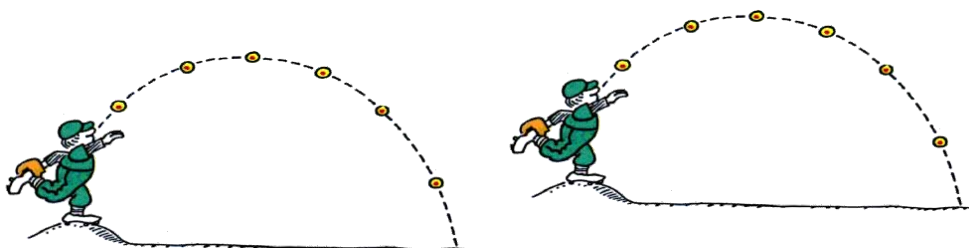
.....(2.1.1)

เมื่อ s_x เป็น ขนาดการกระจัดในแนวระดับ (m)

u_x เป็น ขนาดความเร็วต้นในแนวระดับ (m/s)

v_x เป็น ขนาดความเร็วปลายในแนวระดับ (m/s)

t เป็น เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ (s)



2.2 การเคลื่อนที่ในแนวตั้งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ขณะวัตถุเคลื่อนที่ในอากาศ จะมีแรงโน้มถ่วงของโลก (mg) กระทำเพียงแรงเดียว ซึ่งแรงนี้เป็นแรงที่กระทำในแนวตั้ง ดังนั้น การเคลื่อนที่ในแนวตั้งของวัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ จึงเหมือนการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ตกแบบเสรี นั่นคือ มีความเร่งคงตัว a_y ซึ่ง $a_y = g$

ดังนั้น สมการการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง คือ

$$v_y = u_y + a_y t \quad \text{.....(2.2.1)}$$

$$s_y = \left(\frac{u_y + v_y}{2} \right) t \quad \text{.....(2.2.2)}$$

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2 \quad \text{.....(2.2.3)}$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s_y \quad \text{.....(2.2.4)}$$

เนื่องจากการกระจัด ความเร็ว และความเร่งเป็นปริมาณเวกเตอร์ ในการคำนวณจึงกำหนดเครื่องหมาย เพื่อแสดงทิศทาง ดังนี้

แนวระดับ

ปริมาณที่มีทิศไปทางขวาเป็น +
ปริมาณที่มีทิศไปทางซ้ายเป็น -

แนวตั้ง

ปริมาณที่มีทิศขึ้นเป็น +
ปริมาณที่มีทิศลงเป็น -

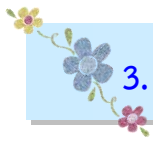
ความเร่งโน้มถ่วง $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
และมีทิศลง

เพื่อความสะดวกในการคำนวณ
จึงให้ใช้ $g = 10 \text{ m/s}^2$

เมื่อ s_y เป็น ขนาดการกระจัดในแนวตั้ง (m)
 u_y เป็น ขนาดความเร็วต้นในแนวตั้ง (m/s)
 v_y เป็น ขนาดความเร็วปลายในตั้ง (m/s)
 a_y เป็น ขนาดความเร่งในตั้ง ซึ่ง $a_y = g$
 t เป็น เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ (s)



ความรู้พื้นฐานเรื่องการเคลื่อนที่ในแนวตรง ทั้งกรณีความเร็วคงตัวและกรณีความเร่งคงตัว ต้องนำมาใช้แล้วนะคะ ... ทบทวนบ้างนะ จะได้เข้าใจเรื่องการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ง่ายขึ้น (ไม่จั้น...แฮ่แฮ่)

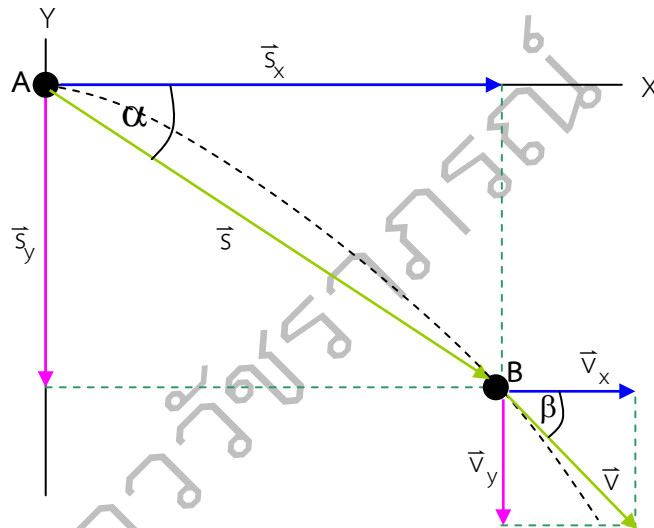


3. การกระจัดและความเร็วของวัตถุซึ่งเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์มีการเคลื่อนที่ทั้งในแนวระดับและแนวดิ่งพร้อมกัน ซึ่งสามารถหาขนาดของการกระจัดและขนาดของความเร็วในแนวระดับและแนวดิ่งแยกจากกัน แล้วนำมาคิดรวมกันในภายหลัง เพื่อหาการกระจัดขณะหนึ่งและความเร็วขณะหนึ่งของวัตถุ ดังนี้

วัตถุเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์จาก A ไป B มีการกระจัดลัพธ์ $\vec{s}$ ซึ่ง $\vec{s}$ ทำมุม α กับแนวระดับ และมีการกระจัดในแนวระดับ $\vec{s}_x$ การกระจัดในแนวดิ่ง $\vec{s}_y$

ความเร็วขณะหนึ่ง $\vec{v}$ ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ จะอยู่ในแนวเส้นสัมผัสกับเส้นโค้งพาราโบลา ซึ่ง $\vec{v}$ ทำมุม β กับแนวระดับ และมีความเร็วในแนวระดับ $\vec{v}_x$ ความเร็วในแนวดิ่ง $\vec{v}_y$ ดังภาพที่ 3.1



ภาพที่ 3.1 การกระจัดและความเร็วขณะหนึ่งของวัตถุซึ่งเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

จะได้ ขนาดของการกระจัดลัพธ์

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \dots\dots\dots(3.1)$$

ทิศทางของการกระจัดลัพธ์

$$\tan\alpha = \frac{s_y}{s_x} \dots\dots\dots(3.2)$$

เมื่อ s_x เป็น ขนาดการกระจัดในแนวระดับ

s_y เป็น ขนาดการกระจัดในแนวดิ่ง

s เป็น ขนาดการกระจัดลัพธ์

α เป็น มุมที่การกระจัดลัพธ์ทำกับแนวระดับ

จะได้ ขนาดของความเร็วลัพธ์

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{.....(3.3)}$$

ทิศทางของความเร็วลัพธ์

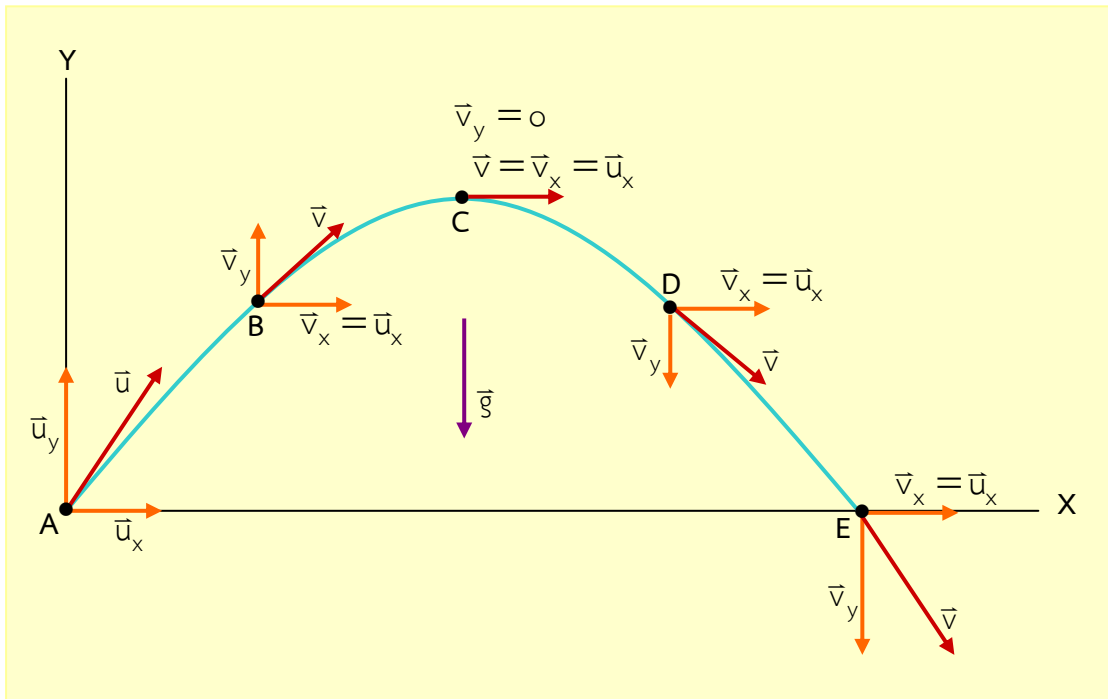
$$\tan\beta = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{.....(3.4)}$$

เมื่อ v_x เป็น ขนาดความเร็วในแนวระดับ

v_y เป็น ขนาดความเร็วในแนวตั้ง

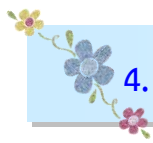
v เป็น ขนาดความเร็วลัพธ์

β เป็น มุมที่ความเร็วลัพธ์ในแนวเส้นสัมผัสทำกับแนวระดับ



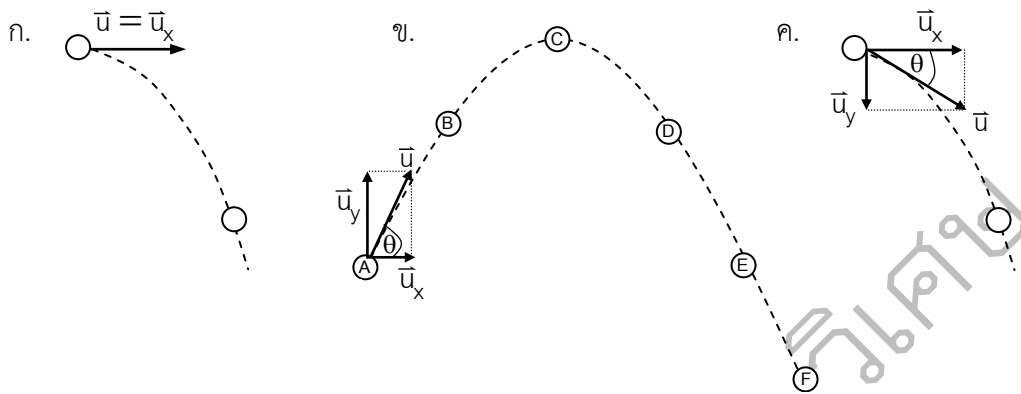
ภาพที่ 3.2 ความเร็วขณะหนึ่งของวัตถุซึ่งเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ออกจากรูปร่าง

วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เป็นเส้นโค้งพาราโบลาออกจากจุดกำเนิด (จุด A) ด้วยความเร็วต้น u พบว่าความเร็ว v ของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาทั้งขนาดและทิศทาง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของความเร็ว v เป็นผลเนื่องจากความเร่งโน้มถ่วงซึ่งมีทิศทางในทิศ $-Y$ ทั้งนี้ความเร็วในแนวระดับของวัตถุจะคงตัวตลอดเวลา เพราะไม่มีความเร่งในแนวระดับ ความเร็วในแนวตั้งจะเป็นศูนย์ที่จุดสูงสุดของเส้นทางการเคลื่อนที่ (จุด C) ที่ตำแหน่งในแนวระดับเดียวกันวัตถุจะมีอัตราเร็วเท่ากัน (ที่จุด A และ E , ที่ B และ D) ดังภาพที่ 3.2



4. เจ็อนไขการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์แบบท้าวๆ ไป

พิจารณาการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ดังภาพที่ 4.1



ภาพที่ 4.1 ความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์แบบต่างๆ

เงื่อนไขและข้อสังเกตเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

1. ต้องมีแรงโน้มถ่วงของโลก (mg) กระทำต่อวัตถุเพียงแรงเดียว
2. ต้องมีความเร็วต้นในแนวระดับ (u_x) ส่วนความเร็วต้นในแนวตั้ง (u_y) จะมีหรือไม่มีก็ได้
 - 2.1 กรณีมีเฉพาะความเร็วต้นในแนวระดับ ดังภาพ ก จะได้ $a_y = -g$, $u_y = 0$
 - 2.2 กรณีมีความเร็วต้นทั้งในแนวระดับและแนวตั้ง ดังภาพ ข และ ค

ภาพ ข จะได้ $a_y = -g$, $u_x = u \cos \theta$, $u_y = u \sin \theta$

ภาพ ค จะได้ $a_y = -g$, $u_x = u \cos \theta$, $u_y = -u \sin \theta$
3. ณ จุดสูงสุดของโพรเจกไทล์ (จากภาพ ข คือจุด C) จะได้ว่า $v_y = 0$
 ดังนั้น ความเร็ว ณ จุดสูงสุด $= v_x = u_x = u \cos \theta$
4. ไม่มีตำแหน่งใดในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ที่มีความเร็วเท่ากับศูนย์
5. คำนวณเหมือนการเคลื่อนที่แนวตรงทุกประการ โดยแยกพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับและแนวตั้ง โดย
 - 5.1 แนวระดับ ความเร็วมีค่าคงตัว
 - 5.2 แนวตั้ง มีความเร่งคงตัว เท่ากับความเร่ง g คำนวณเหมือนการเคลื่อนที่แบบ free fall
6. เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวระดับ เท่ากับ เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง



ต่อไปเราจะใช้ความรู้จากที่ผ่านมามาใช้ในการคำนวณโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องนะคะ

ขั้นตอนการแก้ปัญหาโจทย์การคำนวณ



1. ทำความเข้าใจ วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

- โจทย์ต้องการทราบอะไร กำหนดข้อมูลอะไรให้หรือมีเงื่อนไขอะไรเขียนออกมาในรูปสมการ
- เขียนรูปการเคลื่อนที่

2. วางแผนแก้ปัญหา

- หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
- เลือกสมการที่ต้องใช้
- พิจารณาว่าข้อมูลที่มีเพียงพอหรือไม่ หากไม่เพียงพอต้องหาค่าของปริมาณใดก่อนจึงจะแก้ปัญหาก็ได้

3. แทนค่าตัวแปรต่างๆ ในสมการ แล้วคำนวณหรือแก้สมการเพื่อหาคำตอบตามที่วางแผนไว้

4. ตรวจสอบคำตอบและเขียนสรุปตอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ



ตัวอย่างที่ 1 ดัดเหรียญออกจากขอบโต๊ะด้วยความเร็วต้นในแนวระดับ 3 เมตร/วินาที พบว่าเหรียญกระทบพื้นในเวลา 0.4 วินาที จงหาขนาดการกระจัดของเหรียญขณะกระทบพื้น

วิธีคิด

จากโจทย์

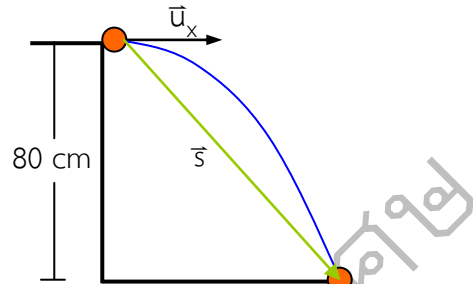
$$u_x = 3 \text{ m/s}$$

$$u_y = 0 \text{ m/s}$$

$$t = 0.4 \text{ s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$s = ?$$



ต้องการทราบ s ต้องการทราบ s_x และ s_y ก่อน

หา s_x จาก $s_x = u_x t$
จะได้ $s_x = (3 \text{ m/s})(0.4 \text{ s})$
 $s_x = 1.2 \text{ m}$

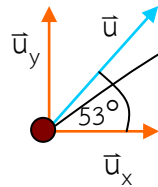
หา s_y จาก $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$
 $s_y = \frac{1}{2} (-10 \text{ m/s}^2)(0.4 \text{ s})^2$
 $s_y = -0.8 \text{ m}$ (เครื่องหมาย - แสดงทิศลง)

หา s จาก $s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$
 $s = \sqrt{(1.2 \text{ m})^2 + (0.8 \text{ m})^2}$
 $s = \sqrt{1.44 + 0.64 \text{ m}^2}$
 $s = \sqrt{2.08 \text{ m}^2}$
 $s = 1.44 \text{ m}$

ตอบ ขนาดการกระจัดของเหรียญขณะกระทบพื้น เป็น 1.44 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 ขว้างก้อนหินขึ้นไปในอากาศจากยอดตึกด้วยความเร็ว 15 เมตร/วินาที ทำมุม 53 องศา กับแนวนอน เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที ขนาดความเร็วของก้อนหินเป็นเท่าใด

วิธีคิด



จากโจทย์

$$u = 15 \text{ m/s}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$v = ?$$

จากรูป

$$u_x = u \cos 53^\circ = 15 \text{ m/s} \times \frac{3}{5} = 9 \text{ m/s}$$

$$u_y = u \sin 53^\circ = 15 \text{ m/s} \times \frac{4}{5} = 12 \text{ m/s}$$

ต้องการทราบ v ต้องทราบ v_x และ v_y ก่อน

หา v_x จาก $v_x = u_x$

จะได้ $v_x = 9 \text{ m/s}$

หา v_y จาก $v_y = u_y + a_y t$

$$v_y = 12 \text{ m/s} + (-10 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s})$$

$$v_y = -8 \text{ m/s}$$

$$v_y = 8 \text{ m/s} \text{ ในทิศลง}$$

หา v จาก $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$v = \sqrt{(9 \text{ m/s})^2 + (8 \text{ m/s})^2}$$

$$v = \sqrt{81 + 64} \text{ m/s}$$

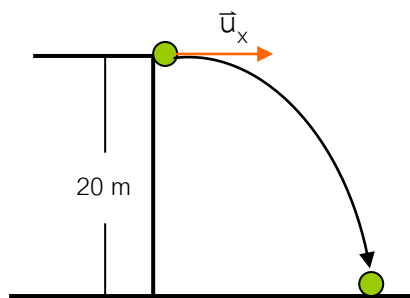
$$v = \sqrt{155} \text{ m/s}$$

$$v = 12.45 \text{ m/s}$$

ตอบ ขนาดความเร็วของก้อนหินเป็น 12.45 เมตร/วินาที

ตัวอย่างที่ 3 ขว้างลูกบอลออกไปในแนวระดับด้วยความเร็ว 5 เมตร/วินาที จากตึกสูง 20 เมตร
 จงหา ก. นานเท่าใดลูกบอลจึงตกถึงพื้นล่าง
 ข. ลูกบอลตกถึงพื้นล่างห่างจากตึกออกไปในแนวระดับเท่าใด

วิธีคิด



จากโจทย์

$$u_x = 5 \text{ m/s}$$

$$u_y = 0 \text{ m/s}$$

$$s_y = -20 \text{ m}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

ก. $t = ?$ พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$-20 \text{ m} = \frac{1}{2} (-10 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$-20 \text{ m} = (-5 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$t^2 = \frac{20 \text{ m}}{5 \text{ m/s}^2}$$

$$t^2 = 4 \text{ s}^2$$

$$t = 2 \text{ s}$$

ตอบ ลูกบอลถึงพื้นในเวลา 2 วินาที

ข. $s_x = ?$ พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$\begin{aligned} \text{จาก } s_x &= u_x t \\ &= (5 \text{ m/s})(2 \text{ s}) \\ &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$

ตอบ ลูกบอลตกห่างจากตึกในแนวระดับ 10 เมตร

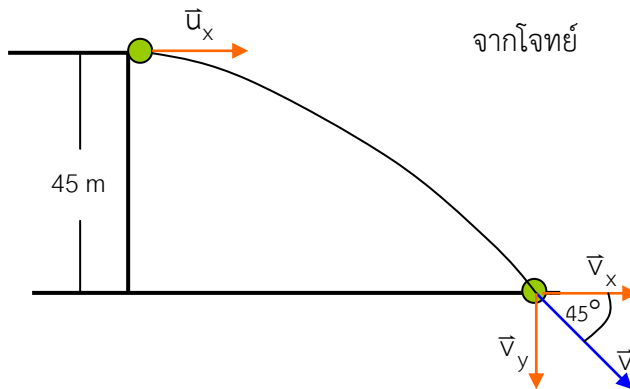
ไม่อยากเลยใช่ไหมคะ!

เชื่อมโยงความรู้เดิมจากเรื่อง
 การเคลื่อนที่แนวตรง มาประยุกต์ใช้กับ
 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
 เพราะฉะนั้นความรู้เดิมที่มีอยู่
 จะทิ้งไม่ได้นะคะ



ตัวอย่างที่ 4 จะต้องขว้างวัตถุจากตาดฟ้าตึกสูง 45 เมตร ออกไปในแนวระดับ ด้วยความเร็วเท่าใด วัตถุจึงจะตกกระทบพื้นล่างในทิศทำมุม 45 องศา กับแนวระดับ

วิธีคิด



จากโจทย์

$$s_y = -45 \text{ m}$$

$$u_y = 0 \text{ m/s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$u_x = ?$$

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ $u_x = v_x$ และจากรูป v ทำมุม 45° กับแนวระดับ แสดงว่า $v_x = v_y$ ดังนั้นต้องหา v_y ก่อน

$$\begin{aligned} \text{หา } v_y \text{ จาก } v_y^2 &= u_y^2 + 2a_y s_y \\ v_y^2 &= 2(-10 \text{ m/s}^2)(-45 \text{ m}) \\ v_y^2 &= 900 \text{ (m/s)}^2 \\ v_y &= 30 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หา } u_x \text{ จาก } u_x &= v_x = v_y \\ \text{ดังนั้น } u_x &= 30 \text{ m/s} \end{aligned}$$

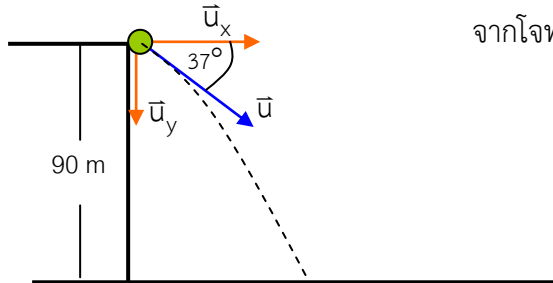
ตอบ จะต้องขว้างวัตถุออกไปในแนวระดับด้วยความเร็ว 30 เมตร/วินาที



โจทย์ข้อนี้ แก้ปัญหา
ด้วยวิธีอื่นได้ไหมนะ?

ตัวอย่างที่ 5 ปาก่อนหินจากตาดฟ้าตึกสูง 90 เมตร ออกไปในแนวทำมุมกับ 37 องศา กับแนวระดับ ด้วยความเร็ว 25 เมตร/วินาที นานเท่าใดก่อนหินจึงตกถึงพื้น

วิธีคิด



จากโจทย์

$$s_y = -90 \text{ m}$$

$$u = 25 \text{ m/s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$t = ?$$

จากรูป $u_x = u \cos 37^\circ = 25 \text{ m/s} \times \frac{4}{5} = 20 \text{ m/s}$

$$u_y = -u \sin 37^\circ = -25 \text{ m/s} \times \frac{3}{5} = -15 \text{ m/s}$$

หา t โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$-90 = -15t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$5t^2 + 15t - 90 = 0$$

$$t^2 + 3t - 18 = 0$$

$$(t + 6)(t - 3) = 0$$

$$t = -6 \text{ s} , 3 \text{ s}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

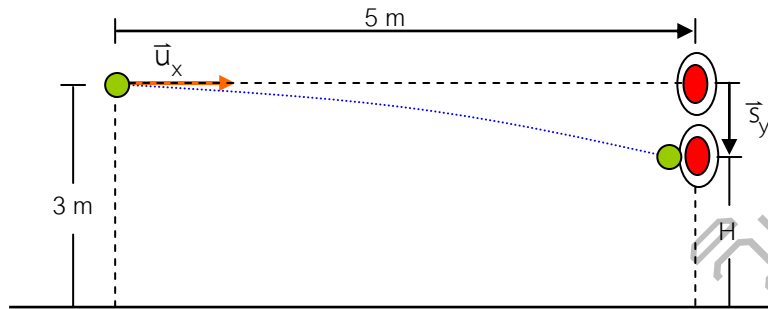
ตอบ ก่อนหินตกถึงพื้นในเวลา 3 วินาที

โจทย์ข้อนี้
หาปริมาณอื่นๆ อีกได้ไหมนะ?



ตัวอย่างที่ 6 ถ้าถือปืนที่ยิงด้วยแรงอัดของสปริงเล็งตรงไปยังเป้า โดยให้ลำกล้องปืนขนานกับพื้น เป้าและปืนอยู่สูงจากพื้น 3 เมตร ปากลำกล้องปืนห่างจากเป้า 5 เมตร เมื่อทำการยิงปืน ลูกปืนซึ่งเป็นลูกเหล็กกลมเคลื่อนที่ออกจากปากลำกล้องปืนด้วยอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที ในขณะเดียวกัน เป้าก็ตกแบบเสรีสู่พื้น ขณะลูกปืนกระทบเป้า เป้าอยู่สูงจากพื้นเท่าใด

วิธีคิด



จากโจทย์ $H = ?$ และเวลาที่ลูกปืนเคลื่อนที่เท่ากับเวลาที่เป้าเคลื่อนที่

จากรูป $H = 3 \text{ m} - s_y$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของลูกปืน

$$u_x = 10 \text{ m/s}$$

$$u_y = 0 \text{ m/s}$$

$$s_x = 5 \text{ m}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

ต้องการหา s_y ต้องหา t ก่อน

หา t จาก $s_x = u_x t$

$$t = \frac{s_x}{u_x}$$

$$t = \frac{5 \text{ m}}{10 \text{ m/s}}$$

$$t = 0.5 \text{ s}$$

หา s_y

$$\text{จาก } s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$s_y = 0 + \frac{1}{2} (-10 \text{ m/s}^2) (0.5 \text{ s})^2$$

$$s_y = -1.25 \text{ m}$$

(เครื่องหมาย - แสดงทิศลง)

$$\text{จาก } H = 3 \text{ m} - s_y$$

$$H = 3 - 1.25 \text{ m}$$

$$H = 1.75 \text{ m}$$

ตอบ ขณะลูกปืนกระทบเป้า เป้าอยู่สูงจากพื้น 1.75 เมตร

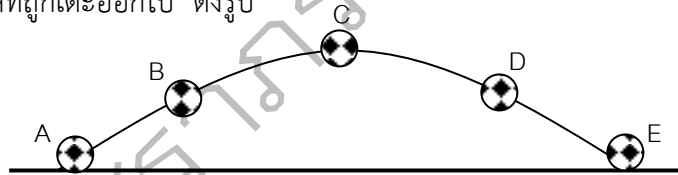
ไปทำแบบฝึกทักษะกันต่อเนอะคะ
เพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้น



แบบฝึกหัดทักษะที่ 1

จงตอบคำถามต่อไปนี้ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

1. นักกีฬายิงธนูออกไปในแนวระดับไปยังเป้า ลูกธนูมีการเคลื่อนที่แนวตรงหรือการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ ให้เหตุผล
2. ดิ๊ดเหวี่ยงที่วางบนขอบโต๊ะ ถ้าบริเวณนั้นปราศจากสนามโน้มถ่วง แนวการเคลื่อนที่ของเหวี่ยงจะเป็นอย่างไร
3. ขณะที่กำลังถีบรถจักรยานด้วยอัตราเร็วคงตัว ก็ปล่อยเหวี่ยงบาทให้ตกสู่พื้นถนน แนวทางการเคลื่อนที่ของเหวี่ยงบาทที่สังเกตได้โดยผู้ถีบจักรยานและผู้ที่ยืนอยู่ฝั่งตรงข้ามของถนนจะเป็นอย่างไร
4. พิจารณาทางเดินของลูกบอลที่ถูกเตะออกไป ดังรูป



- 4.1 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร็วในแนวดิ่งมีค่ามากที่สุด
- 4.2 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร็วในแนวดิ่งมีค่าน้อยที่สุด
- 4.3 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร็วในแนวระดับมีค่าเท่ากัน
- 4.4 ตำแหน่งใดที่ขนาดของการกระจัดมีค่ามากที่สุด
- 4.5 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร่งในแนวดิ่งมีค่ามากที่สุด มีค่าเท่าใด
5. น้องแนนกำลังเล่นรถบังคับด้วยคลื่นวิทยุบนบ้านชั้นที่สอง ปรากฏว่ารถพุ่งออกนอกกระเบื้องตกสู่พื้นด้านล่าง เวลาที่รถตกถึงพื้นขึ้นกับอัตราเร็วขณะพ้นขอบกระเบื้องหรือไม่ อย่างไร เพราะเหตุใด



แบบฝึกทักษะที่ 2

“ก้อนหินมวล m ถูกยิงออกไปด้วยความเร็ว u ในทิศทำมุมเงย θ องศา กับแนวระดับ จากตึกสูง H ก้อนหินมีขนาดความเร็วต้นในแนวระดับ u_x และขนาดความเร็วต้นในแนวดิ่ง u_y ”

จากสถานการณ์ข้างต้น จงบอกขนาดและทิศทางของความเร็วในแนวระดับ ($\vec{v}_x$) ความเร็วในแนวดิ่ง ($\vec{v}_y$) ความเร่ง ($\vec{a}$) ของวัตถุ และแรง ($\vec{F}$) ที่กระทำต่อวัตถุ ที่ตำแหน่งต่างๆ ลงในตาราง

	$\vec{v}_x$	$\vec{v}_y$	$\vec{a}$	$\vec{F}$
กำลังเคลื่อนที่ขึ้น				
อยู่ที่จุดสูงสุด				
กำลังเคลื่อนที่ลง อยู่สูงกว่า ตำแหน่งที่ถูกยิง				
กำลังเคลื่อนที่ลง อยู่ตรงกับ ตำแหน่งที่ถูกยิง				
กำลังเคลื่อนที่ลง อยู่ต่ำกว่า ตำแหน่งที่ถูกยิง				

แบบฝึกทักษะที่ 3

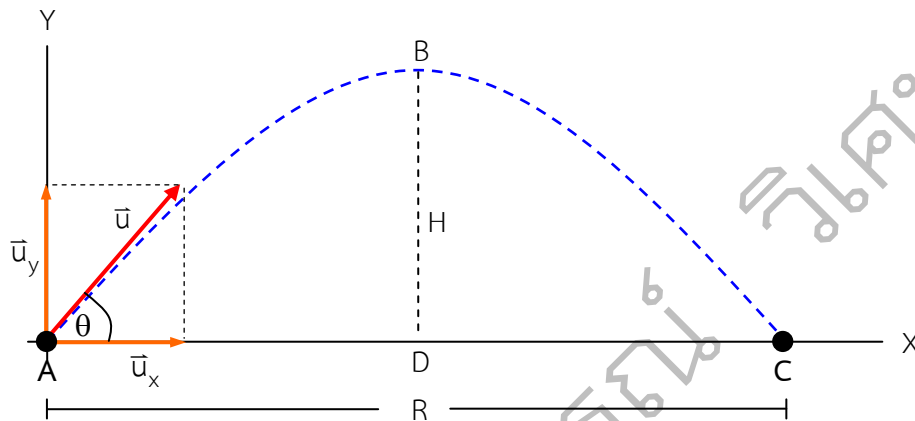
จงแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

ปัญหา 1 แม่น้ำกว้าง 20 เมตร ฝั่งทั้งสองข้างอยู่ในแนวระดับและมีความสูงต่างกัน 5 เมตร ถ้านักขี่จักรยานยนต์ผาดโผนต้องการจะขี่ข้ามแม่น้ำจากฝั่งที่สูงกว่าไปยังฝั่งตรงข้าม จะต้องใช้ความเร็วน้อยที่สุดเท่าใดจึงจะข้ามแม่น้ำได้พอดี



5. การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ เมื่อจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย อยู่ในแนวระดับเดียวกัน

พิจารณาการขว้างวัตถุจากจุด A ด้วยความเร็วต้น u ทำมุม θ กับแนวระดับ วัตถุตกที่จุด C โดย A และ C อยู่ในแนวระดับเดียวกัน และ B เป็นตำแหน่งของวัตถุขณะเคลื่อนที่ขึ้นถึงจุดสูงสุด



ภาพที่ 5.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ เมื่อจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายอยู่ในแนวระดับเดียวกัน

5.1 หาเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นถึงจุดสูงสุด (t จาก A $\rightarrow$ B)

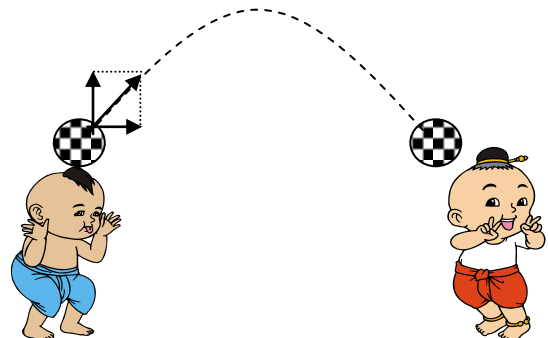
การเคลื่อนที่จาก A ไป B ที่จุดสูงสุด $v_y = 0$ และ $a_y = -g$, $u_y = u \sin \theta$

จาก $v_y = u_y + a_y t$

จะได้ $0 = u \sin \theta + (-g)t$

$gt = u \sin \theta$

$\therefore t = \frac{u \sin \theta}{g}$ (5.1)



5.2 หาเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด (t จาก A → B → C)

การเคลื่อนที่จาก A ถึง C จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายอยู่ในแนวระดับเดียวกัน $s_y = 0$
และ $a_y = -g$, $u_y = u \sin \theta$

$$\text{จาก } s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$\text{จะได้ } 0 = (u \sin \theta) t + \frac{1}{2} (-g) t^2$$

$$\frac{1}{2} g t^2 = (u \sin \theta) t$$

$$\frac{1}{2} g t = u \sin \theta$$

$$\therefore t = \frac{2u \sin \theta}{g} \quad \text{.....(5.2)}$$

จากสมการ (5.1) และ (5.2) จะพบว่า

1. เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมดเป็น 2 เท่า ของเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ขึ้นไปสูงสุด
2. มุม θ ยิ่งมาก ยิ่งใช้เวลาเคลื่อนที่ในอากาศมาก

5.3 หาระยะสูงสุดตามแนวดิ่ง (H)

วัตถุเคลื่อนที่ถึงจุดสูงสุด $s_y = H$, $v_y = 0$ และ $a_y = -g$, $u_y = u \sin \theta$

$$\text{จาก } v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s_y$$

$$\text{จะได้ } 0 = (u \sin \theta)^2 + 2(-g)H$$

$$2gH = u^2 \sin^2 \theta$$

$$\therefore H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} \quad \text{.....(5.3)}$$

จากสมการ (5.3) จะเห็นว่า มุม θ ยิ่งมาก วัตถุยิ่งเคลื่อนที่ขึ้นได้สูง

5.4 ทหาระยะที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในแนวระดับจากเริ่มต้นถึงพื้นระดับเดิมหรือพิสัย (Range : R)

การเคลื่อนที่จาก A ถึง C จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายอยู่ในแนวระดับเดียวกัน $s_x = R$,

$$u_x = u \cos \theta \text{ และจากสมการ (5.2) } t = \frac{2u \sin \theta}{g}$$

$$\text{จาก } s_x = u_x t$$

$$\text{จะได้ } R = (u \cos \theta) \left(\frac{2u \sin \theta}{g} \right)$$

$$R = \frac{u^2 (2 \sin \theta \cos \theta)}{g} \quad \text{..... (5.4a)}$$

จากความรู้ทางตรีโกณมิติ $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

$$\text{ดังนั้น } R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \quad \text{..... (5.4b)}$$

จากสมการ (5.4b) ถ้ายิงโพรเจกไทล์ด้วยขนาดความเร็วต้น u เท่ากัน แต่มุมยิง θ ต่างๆ กัน R จะมีค่ามากที่สุด ($R_{\max}$) เมื่อ $\sin 2\theta$ มีค่ามากที่สุด (sine ของมุมจะมีค่ามากที่สุดเท่ากับ 1)

$$\sin 2\theta = 1 \quad \text{ซึ่ง } \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{จะได้ } 2\theta = 90^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

ดังนั้น สรุปได้ว่า 1. เมื่อมุม $\theta = 45^\circ$ วัตถุจะตกได้ไกลที่สุดตามแนวระดับ และ $R_{\max} = \frac{u^2}{g}$

2. ถ้าต้องการยิงวัตถุให้ถึงที่หมาย โดยใช้ความเร็วน้อยที่สุด มุม θ ต้องเท่ากับ 45°



การแทนค่า g ในสมการข้างต้น
ใช้เครื่องหมาย + ได้เลย เพราะใน
การพิสูจน์ได้แทน g เป็นลบแล้ว

5.5 อัตราส่วนระหว่างระยะสูงสุดตามแนวดิ่งกับระยะตกไกลตามแนวระดับ (H : R)

จากสมการ (5.3) $H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$ และสมการ (5.4a) $R = \frac{u^2 (2 \sin \theta \cos \theta)}{g}$

$$\frac{H}{R} = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} \times \frac{g}{u^2 (2 \sin \theta \cos \theta)}$$

$$\frac{H}{R} = \frac{1}{4} \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\frac{H}{R} = \frac{1}{4} \tan \theta \quad \text{.....(5.5)}$$

5.6 ยิงโพรเจกไทล์ 2 ครั้ง ด้วยมุมยิง θ_1 และ θ_2 ถ้าขนาดความเร็วต้น (u) เท่ากัน และ $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ วัตถุจะตกโดยมีพิสัย (Range) เท่ากัน

พิสูจน์ จากสมการ $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$

ยิงครั้งที่ 1 $\theta = \theta_1$ จะได้ $R_1 = \frac{u^2 \sin 2\theta_1}{g}$ (a)

ยิงครั้งที่ 2 $\theta = \theta_2$ จะได้ $R_2 = \frac{u^2 \sin 2\theta_2}{g}$ (b) ซึ่ง $\theta_2 = 90^\circ - \theta_1$

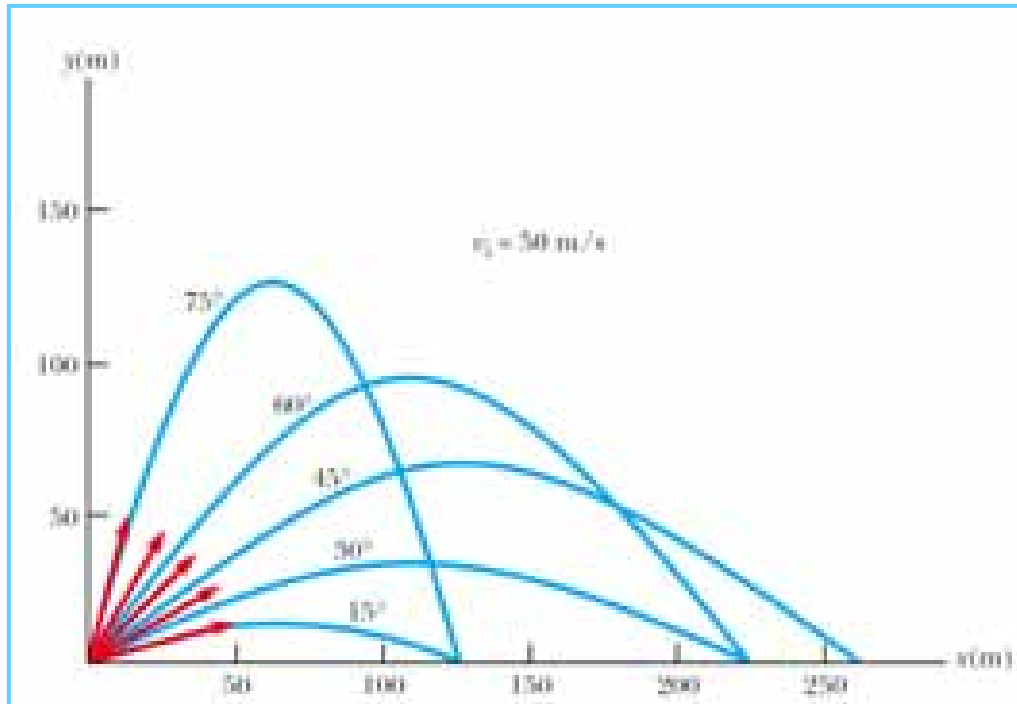
$$R_2 = \frac{u^2 \sin 2(90^\circ - \theta_1)}{g}$$

$$R_2 = \frac{u^2 \sin(180^\circ - 2\theta_1)}{g}$$

จากความรู้ทางตรีโกณมิติ $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$

จะได้ $R_2 = \frac{u^2 \sin 2\theta_1}{g}$ (c)

สมการ (a) = (c) นั่นคือ $R_1 = R_2$ ดังนั้น ถ้าต้องการยิงโพรเจกไทล์ 2 ครั้ง ให้ตกไกลในแนวระดับ (พิสัย) เท่ากัน มุมยิง 2 ครั้ง ต้องรวมกันได้ 90°



ภาพที่ 5.2 โพรเจกไทล์เคลื่อนที่จากจุดกำเนิดด้วยขนาดของมุมยิงที่แตกต่างกัน
ที่มา : Serway and Jewett 2002 : 84

จากภาพที่ 5.2 จะเห็นว่า

- ★ มุมยิงยิ่งมาก ยิ่งเคลื่อนที่ขึ้นได้สูง
- ★ มุมยิง 45° ตกไกลที่สุด
- ★ มุมยิง 2 ครั้ง บวกกันได้ 90° ตกไกลเท่ากัน



ต่อไปเราจะนำความรู้ไปใช้ในการคำนวณโจทย์ปัญหาการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เมื่อจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายอยู่ในแนวระดับเดียวกันนะคะ

ตัวอย่างที่ 7เตะฟุตบอลออกไปทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที
 จงหา ก. นานเท่าใดฟุตบอลจึงตกถึงพื้น ข. ฟุตบอลขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด
 ค. ฟุตบอลตกไกลจากจุดเตะเท่าใด

วิธีคิด

จากโจทย์ $u = 20 \text{ m/s}$, $\theta = 30^\circ$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

ก. $t = ?$

$$\begin{aligned} \text{จาก } t &= \frac{2u \sin \theta}{g} \\ t &= \frac{2(20 \text{ m/s}) \sin 30^\circ}{10 \text{ m/s}^2} \\ t &= 4\left(\frac{1}{2}\right) \text{ s} \\ t &= 2 \text{ s} \end{aligned}$$

ตอบ ฟุตบอลถึงพื้นในเวลา 2 s

ข. $H = ?$

$$\begin{aligned} \text{จาก } H &= \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} \\ H &= \frac{(20 \text{ m/s})^2 \sin^2 30^\circ}{2(10 \text{ m/s}^2)} \\ H &= \frac{400 \left(\frac{1}{2}\right)^2}{20} \text{ m} \\ H &= 20 \times \frac{1}{4} \text{ m} \\ H &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

ตอบ ฟุตบอลขึ้นไปได้สูงสุด 5 m

ค. $R = ?$

$$\begin{aligned} \text{จาก } R &= \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \\ R &= \frac{(20 \text{ m/s})^2 (\sin 2(30^\circ))}{10 \text{ m/s}^2} \\ R &= \frac{400}{10} (\sin 60^\circ) \\ R &= 40\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ m} \\ R &= 20\sqrt{3} \text{ m} \end{aligned}$$

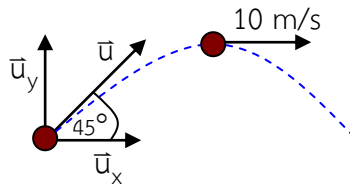
ตอบ ฟุตบอลตกไกลจากจุดเตะ $20\sqrt{3} \text{ m}$

ข้อ ค ใช้สมการอื่น
ในการแก้ปัญหา
ได้ไหมนะ?



ตัวอย่างที่ 8 วัตถุก้อนหนึ่งยิงในแนวทำมุม 45 องศา กับแนวระดับ ปรากฏว่า ณ จุดสูงสุดวัตถุ มีความเร็ว 10 เมตร/วินาที ก. วัตถุตกไกลจากจุดยิงเท่าใด ข. วัตถุขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด

วิธีคิด



จากโจทย์

$$\theta = 45^\circ$$

$$u_x = u \cos 45^\circ$$

ต้องการหา R และ H ต้องทราบ u ก่อน

v ที่จุดสูงสุด $= v_x = 10 \text{ m/s}$ เพราะ $v_y = 0$

จาก $v_x = u_x$

$$v_x = u \cos 45^\circ$$

$$10 \text{ m/s} = u \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$u = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

ก. R = ?

จาก $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$

$$R = \frac{(10\sqrt{2} \text{ m/s})^2 \sin 2(45^\circ)}{10 \text{ m/s}^2}$$

$$R = \frac{200 \sin 90^\circ}{10} \text{ m}$$

$$R = 20 \text{ m}$$

ตอบ วัตถุตกไกลจากจุดยิง 20 เมตร

ข. H = ?

จาก $\frac{H}{R} = \frac{1}{4} \tan \theta$

$$\frac{H}{20 \text{ m}} = \frac{1}{4} \tan 45^\circ$$

$$H = \frac{1}{4} (1)(20 \text{ m})$$

$$H = 5 \text{ m}$$

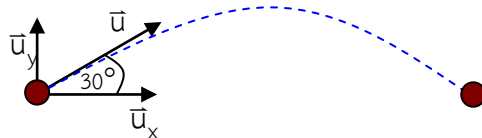
ตอบ วัตถุขึ้นไปได้สูงสุด 5 เมตร

ข้อ ข ใช้สมการอื่น
ในการแก้ปัญหา
ได้ไหมนะ?



ตัวอย่างที่ 9 ภูมินั่งอยู่ท้ายรถกระบะที่กำลังแล่นด้วยความเร็วคงตัว ได้โยนลูกหินขึ้นในแนวตั้ง เขาพบว่าลูกหินตกถึงมือในเวลา 2 วินาที ขณะนั้น ณ ตำแหน่งซึ่งยืนอยู่ริมถนนสังเกตเห็นลูกหิน หลุดออกจากมือภูมิน้ำท่วม 30 องศา กับแนวระดับ จงหาว่ารถกระบะแล่นด้วยความเร็วเท่าใด

วิธีคิด



จากโจทย์ ความเร็วของรถกระบะ = ?

ความเร็วของรถกระบะ = u_x ของลูกหิน

พิจารณาการเคลื่อนที่ของลูกหิน $\theta = 30^\circ$, $t = 2 \text{ s}$, $u_x = u \cos 45^\circ$

ต้องการทราบ u_x ต้องทราบ u ก่อน

หา u จาก $t = \frac{2u \sin \theta}{g}$

จะได้ $2 \text{ s} = \frac{2u \sin 30^\circ}{10 \text{ m/s}^2}$

$10 \text{ m/s} = u \left(\frac{1}{2} \right)$

ดังนั้น $u = 20 \text{ m/s}$

หา u_x จาก $u_x = u \cos 45^\circ$

$u_x = (20 \text{ m/s}) \frac{\sqrt{2}}{2}$

$u_x = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$

ตอบ ความเร็วของรถกระบะเท่ากับ $10\sqrt{2}$ เมตร/วินาที

สมการต่างๆ ที่ได้ศึกษานั้นเป็นการพิจารณาเฉพาะกรณีที่ไม่มีแรงต้านอากาศเท่านั้น สามารถนำไปอธิบายการเคลื่อนที่ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น การเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะ การโยนลูกบาสเกตบอล การทุ่มน้ำหนักได้ เพราะว่าเป็นการเคลื่อนที่ในระยะทางสั้นๆ และวัตถุที่เคลื่อนที่มีความหนาแน่นมาก ดังนั้นจึงมีผลจากแรงต้านอากาศไม่มากนัก แต่ถ้าเป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีระยะทางไกล เช่น ลูกปืน ลูกกอล์ฟ ผลของแรงต้านอากาศจะมากขึ้น ทำให้สมการที่ศึกษามาให้ผลไม่ถูกต้องนัก ถ้าจะให้มีความถูกต้องจะต้องเพิ่มความสัมพันธ์ของแรงต้านกับความเร็ว นอกจากนี้ยังขึ้นกับรูปทรงและการหมุนรอบตัวเองของวัตถุด้วย

ตัวอย่างของโพรงไหลที่พอสังเกตเห็นผลของแรงต้านต่างๆ ได้ชัด เช่น ลำน้ำที่ถูกฉีดออกจากท่อฉีดเพลิง สายยางรดน้ำหรือน้ำพุ ดังภาพที่ 5.2 จะเห็นว่าความโค้งของลำน้ำขณะฉีดขึ้นกับขณะตกลงมา มีความแตกต่างกัน ไม่เป็นเส้นโค้งพาราโบลาเพราะน้ำมีความหนาแน่นน้อย จึงมีผลจากแรงต้านอากาศกระทำมากขึ้น



ภาพที่ 5.3 ความโค้งของสายน้ำจากน้ำพุและสายยางรดน้ำ



ไปทำแบบฝึกทักษะกันต่อนะคะ
เพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้น

แบบฝึกทักษะที่ 4

จงแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

ปัญหา 1 ถ้าพัชราภาต้องการโยนลูกเหล็กให้ได้ระยะตกไกลในแนวระดับเป็น $4\sqrt{3}$ เท่าของระยะสูงสุดในแนวดิ่ง พัชราภาต้องโยนลูกเหล็กทำมุมเท่าใดกับแนวระดับ

.....

.....

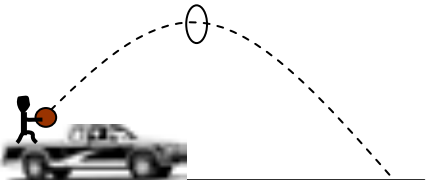
.....

.....

.....

.....

ปัญหา 2 วีรภาพยืนบนรถที่มีความเร็ว 10 เมตร/วินาที ได้โยนลูกบอลลอดห่วง (ลูกบอลลอดห่วงขณะที่ถึงจุดสูงสุดพอดี) ดังภาพ ถ้าลูกบอลมีความเร็วต้นในแนวดิ่ง 15 เมตร/วินาที จงหาว่าขณะเริ่มโยน ลูกบอลอยู่ห่างจากห่วงในแนวระดับเท่าใด



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหา 3 ทหารปืนใหญ่ยิงปืนใหญ่จากพื้นท่ามม 30 องศา กับแนวระดับ ลูกปืนกระทบเป้าที่ติดอยู่กับภูเขา ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ลูกปืนขึ้นไปได้สูงสุดพอดี ถ้าเป้าอยู่สูงจากพื้นในแนวตั้ง 500 เมตร ความเร็วต้นของลูกปืนเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหา 4 เกลิมชาติยิงปืนขึ้นจากพื้นท่ามม 53 องศา กับแนวระดับ จากจุดห่างจากขอบหน้าผา 480 เมตร ถ้าหน้าผามีความสูงจากพื้นล่าง 80 เมตร และลูกปืนตกเฉียดขอบหน้าผาพอดี แล้วตกถึงพื้นล่าง ขนาดความเร็วต้นของลูกปืนเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

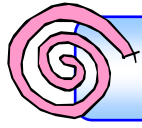
.....

.....

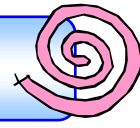
.....

เรียนรู้มาครบถ้วนแล้ว
พร้อมรียังคะ ต่อไปก็ทำ
แบบทดสอบหลังเรียนนะคะ





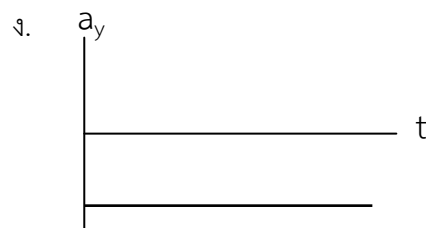
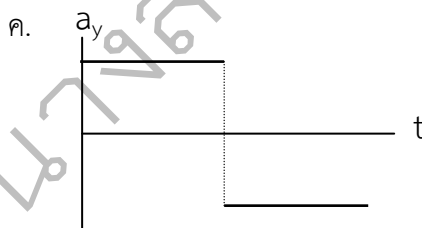
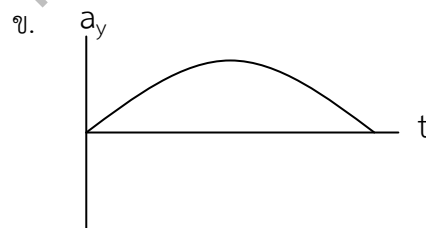
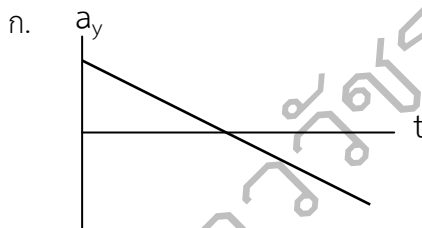
แบบทดสอบหลังเรียน



คำชี้แจง ให้พิจารณาเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลา 30 นาที , ข้อละ 1 คะแนน)

กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$ และการเคลื่อนที่ทุกกรณีไม่คิดแรงต้านอากาศ

- ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้องสำหรับวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
 - ความเร็วต้นในแนวตั้งต้องไม่เป็นศูนย์
 - แนวทางการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา
 - ขณะเคลื่อนที่มีแรงกระทำ 1 แรง
 - ความเร็วต้นในแนวระดับต้องไม่เป็นศูนย์
- ดีดลูกแก้วออกจากขอบโต๊ะ ปริมาณใดของลูกแก้วมีค่าคงตัว
 - ความเร็วในแนวตั้ง
 - ความเร็วในแนวระดับ
 - การกระจัด
 - ความเร็ว
- โพรเจกไทล์อันหนึ่งถูกยิงขึ้นไปในทิศทำมุม 50 องศา กับแนวระดับ กราฟใดต่อไปนี้อธิบายความเร่งในแนวตั้งของโพรเจกไทล์ดังกล่าวได้ดีที่สุด



- วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ขณะที่วัตถุอยู่ที่จุดสูงสุด ปริมาณใดมีค่าเป็นศูนย์
 - ความเร็วในแนวระดับ
 - ความเร็วในแนวตั้ง
 - ความเร็ว
 - ความเร่ง

5. ลูกเหล็ก A ถูกขว้างออกไปในแนวระดับ ลูกเหล็ก B ถูกปล่อยลงในแนวดิ่งพร้อมกัน จากระดับความสูงเดียวกัน ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้องเกี่ยวกับลูกเหล็กทั้งสอง

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| ก. ขณะกระทบพื้นมีอัตราเร็วเท่ากัน | ข. ความเร็วในแนวดิ่งเท่ากันตลอดเวลา |
| ค. ตกถึงพื้นพร้อมกัน | ง. เคลื่อนที่ด้วยความเร่งเท่ากัน |

6. ขว้างก้อนหินออกไปในแนวระดับจากหน้าผาซึ่งสูง 20 เมตร จากผิวน้ำทะเล ด้วยความเร็ว 10 เมตร/วินาที พบว่าก้อนหินกระทบผิวน้ำในเวลา 2 วินาที ขณะกระทบผิวน้ำขนาดความเร็วของก้อนหินเป็นเท่าใด

- | | |
|---------------------|--------------------|
| ก. $10\sqrt{5}$ m/s | ข. 20 m/s |
| ค. 10 m/s | ง. $\sqrt{30}$ m/s |

7. เครื่องบินทิ้งระเบิด บินในแนวระดับด้วยความเร็ว 200 เมตร/วินาที สูงจากพื้น 2 กิโลเมตร เมื่อทิ้งระเบิดลงมาโดนเป้าหมายที่อยู่บนพื้นดินพอดี นานเท่าใดระเบิดจึงถึงเป้าหมาย

- | | |
|----------|---------|
| ก. 100 s | ข. 40 s |
| ค. 20 s | ง. 10 s |

8. ยิงกระสุนปืนมวล 50 กรัม ด้วยความเร็วต้น 100 เมตร/วินาที ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ หลังจากนั้น 4 วินาที กระสุนตกกระทบเป้าหมายบนหน้าผา เป้านี้ขึ้นอยู่กับระดับที่ยิงเท่าใด

- | | |
|----------|----------|
| ก. 280 m | ข. 200 m |
| ค. 120 m | ง. 80 m |

9. ขว้างวัตถุออกไปในแนวระดับจากที่สูง 80 เมตร ปรากฏว่าวัตถุตกห่างจากจุดขว้างในแนวระดับ 60 เมตร อัตราเร็วของวัตถุที่ถูกขว้างออกไปเป็นเท่าใด

- | | |
|-----------|-----------|
| ก. 60 m/s | ข. 40 m/s |
| ค. 20 m/s | ง. 15 m/s |

10. ขว้างลูกบอลจากกระเป๋ยตีกด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ในทิศทำมุมกับ 37 องศา กับแนวระดับ ลูกบอลกระทบพื้นล่างในเวลา 4 วินาที ลูกบอลตกห่างจากตีกในแนวระดับเท่าใด

- | | |
|---------|---------|
| ก. 80 m | ข. 64 m |
| ค. 48 m | ง. 16 m |

11. กาก้า เตะบอลได้ไกลสุด 80 เมตร อยากทราบว่าในการเตะครั้งนี้ ลูกบอลลอยขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด

- | | |
|----------|---------|
| ก. 320 m | ข. 80 m |
| ค. 40 m | ง. 20 m |

12. ยิงวัตถุ A ขึ้นจากพื้นดินทำมุม θ กับแนวระดับ ด้วยขนาดความเร็วต้น u ถ้าต้องการยิงวัตถุ B จากพื้นดินเพื่อให้ตกไกลเท่ากับวัตถุ A ต้องมีมุมยิงทำมุมเท่าใดกับแนวระดับและขนาดความเร็วต้นเท่าใด

ก. 2θ และ u

ข. 2θ และ $\frac{u}{2}$

ค. $\frac{\theta}{2}$ และ $2u$

ง. $90^\circ - \theta$ และ u

13. ทหารปืนใหญ่ยิงปืนใหญ่จากพื้นด้วยความเร็ว 200 เมตร/วินาที ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ลูกปืนกระทบเป้าที่ติดอยู่กับภูเขา ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ลูกปืนขึ้นไปได้สูงสุดพอดี เป้าอยู่ห่างจากจุดที่ยิงออกไปในแนวระดับเท่าใด

ก. $1000\sqrt{3}$ m

ข. 1000 m

ค. $500\sqrt{3}$ m

ง. 500 m

14. ยิงวัตถุก้อนหนึ่งในแนวทำมุม 37 องศา กับแนวระดับ จากพื้น ปรากฏว่า ณ จุดสูงสุดวัตถุมีความเร็ว 16 เมตร/วินาที นานเท่าใดวัตถุจึงตกถึงพื้น

ก. 4.8 s

ข. 3.6 s

ค. 2.4 s

ง. 1.2 s

15.เตะฟุตบอลจากพื้นสนามออกไปทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ลูกฟุตบอลลอยข้ามเสาธง โดยในขณะที่ลูกฟุตบอลอยู่ที่จุดสูงสุด ลูกฟุตบอลลอยเฉียดยอดของเสาธงพอดี อยากทราบว่าเสาธงสูงเท่าใด

ก. 40 m

ข. 20 m

ค. 10 m

ง. 5 m

อย่าปล่อยความ ผิดหวัง ในครั้งก่อน
มาบั่นทอน ดวงใจ ให้หงอยเหงาม
ชีวิตเรา สุขได้ ด้วยใจเรา
ถ้าจะเศร้า อย่าให้นาน ผ่านเกินคืน...



บรรณานุกรม

- จักรรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. คู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 1
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. กรุงเทพฯ : มิติเดิร์น พลัส, 2547.
- ช่วง ทมทิตชงค์ และคนอื่นๆ. Hi-ED's Physics ฟิสิกส์ ม.4 เทอม 1. กรุงเทพฯ :
ไฮเอ็ดพับลิชชิง, ม.ป.ป.
- ทวี ฉิมอ้อย และมนู เพื่องฟูง. ฟิสิกส์พื้นฐานระดับมหาวิทยาลัย 1. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2541.
- นิรันดร์ สุวรัตน์. คู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์
ฟิสิกส์ ม.4 กลศาสตร์ 1. กรุงเทพฯ : พ.ศ. พัฒนา, 2550.
- พงษ์ศักดิ์ ชินาบุญ. ฟิสิกส์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ : วิทย์พัฒนา, ม.ป.ป.
- พรเพ็ญ วัฒนพานิช. คู่มือ-เตรียมสอบ รายวิชาเพิ่มเติมฟิสิกส์ 1. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต, ม.ป.ป.
- มานัส มงคลสุข. 1000 TESTS IN PHYSICS 1. กรุงเทพฯ : แม็ค, ม.ป.ป.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 1
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2553.
- _____. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2553.
- Serway, Raymond A. and John W. Jewett, Jr. Principle of Physics : A Calculus-
Based Text. 3 rd ed. Singapore : Thomson Learning, 2002.

ภาคผนวก

นางสาววรรณวิไล วิชาญ



1. ค
2. ข
3. ง
4. ก
5. ง
6. ข
7. ง
8. ค
9. ข
10. ก
11. ข
12. ก
13. ข
14. ก
15. ข

แนวการตอบคำถามและการสรุปผลการทดลอง ปฏิบัติการ 1.1

คำถามก่อนการทดลอง

1. ปัญหาการทดลอง คืออะไร

แนวการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งมีการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์มีลักษณะอย่างไร

2. การทดลองนี้กำหนดตัวแปรอย่างไร

ตัวแปรอิสระ คือ การกระจัดในแนวระดับ

ตัวแปรตาม คือ การกระจัดในแนวดิ่ง

ตัวแปรที่ต้องควบคุม คือ ตำแหน่งที่ปล่อยลูกโลหะ

3. จะตั้งสมมติฐานของการทดลองนี้ว่าอย่างไร

การกระจัดในแนวดิ่งแปรผันตรงกับการกระจัดในแนวระดับยกกำลังสอง... (หรืออื่นๆ)

คำถามท้ายการทดลอง

1. เพราะเหตุใดต้องปล่อยลูกกลมโลหะจากตำแหน่งเดียวกันทุกครั้ง

เพื่อให้ลูกกลมโลหะหลุดจากปลายรางด้วยความเร็วเท่ากันทุกครั้ง

2. แนวการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะจากกระดานกราฟบนแป้นไม้ มีลักษณะอย่างไร

แนวการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะที่ปรากฏบนกระดานกราฟบนเป็นแนวโค้ง

3. กราฟระหว่างการกระจัดในแนวดิ่ง y กับการกระจัดในแนวระดับยกกำลังสอง x^2 มีลักษณะอย่างไร

เป็นกราฟเส้นตรง...เอียงขวา...ออกจากจุดกำเนิด

4. จากกราฟระหว่างการกระจัดในแนวดิ่ง y กับการกระจัดในแนวระดับยกกำลังสอง x^2 จะสรุปลักษณะของแนวการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ว่าเป็นแนวโค้งแบบใด อธิบาย

เป็นเส้นโค้งพาราโบลา เพราะจากกราฟทำให้สรุปได้ว่า $y \propto x^2$ หรือ $y = kx^2$ ซึ่งเป็นสมการของกราฟพาราโบลา

สรุปผลการทดลอง

วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ มีแนวการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1

จงตอบคำถามต่อไปนี้ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

1. นักกีฬาวิ่งธนูออกไปในแนวระดับไปยังเป้า ลูกธนูมีการเคลื่อนที่แนวตรงหรือการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ ให้เหตุผล แบบโปรเจกไทล์... เพราะลูกธนูมีความเร็วต้นในแนวระดับ... และขณะเคลื่อนที่ในอากาศก็มีแรงโน้มถ่วงกระทำ... แต่เนื่องจากลูกธนูมีความเร็วต้นค่อนข้างสูงและเป้าอยู่ไม่ไกลมาก... จึงใช้เวลาในการเคลื่อนที่น้อย... ทำให้การกระจัดในแนวดิ่งมีค่าน้อยจนทำให้มองเห็นเหมือนเป็นเส้นตรง
2. ดิ๊ดเหรียญที่วางบนขอบโต๊ะ ถ้าบริเวณนั้นปราศจากสนามโน้มถ่วง แนวการเคลื่อนที่ของเหรียญจะเป็นอย่างไร เหรียญจะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร็วคงตัวในแนวระดับ... เนื่องจากไม่มีแรงกระทำในแนวดิ่ง
3. ขณะที่กำลังถีบรถจักรยานด้วยอัตราเร็วคงตัว ก็ปล่อยเหรียญบาทให้ตกสู่พื้นถนน แนวทางการเคลื่อนที่ของเหรียญบาทที่สังเกตได้โดยผู้ถีบจักรยานและผู้ที่ยืนอยู่ฝั่งตรงข้ามของถนนจะเป็นอย่างไร ผู้ถีบจักรยานจะเห็นเหรียญตกลงสู่พื้นในแนวดิ่ง... แต่ผู้ที่ยืนอยู่ฝั่งตรงข้ามของถนนจะเห็นเหรียญเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์เป็นเส้นโค้งพาราโบลาตกลงสู่พื้นโดยมีความเร็วต้นในแนวระดับเท่ากับความเร็วของจักรยาน
4. พิจารณาทางเดินของลูกบอลที่ถูกเตะออกไป
 - 4.1 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร็วในแนวดิ่งมีค่ามากที่สุด
ที่...A...และ...E
 - 4.2 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร็วในแนวดิ่งมีค่าน้อยที่สุด
ที่...C... ซึ่งมีความเร็วในแนวดิ่งเป็นศูนย์
 - 4.3 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร็วในแนวระดับมีค่าเท่ากัน
ทุกตำแหน่งมีขนาดของความเร็วในแนวระดับเท่ากัน
 - 4.4 ตำแหน่งใดที่ขนาดของการกระจัดมีค่ามากที่สุด
ที่...E
 - 4.5 ตำแหน่งใดที่ขนาดของความเร่งในแนวดิ่งมีค่ามากที่สุด มีค่าเท่าใด
ทุกตำแหน่งมีขนาดของความเร่งในแนวดิ่งเท่ากัน... เท่ากับความเร่งโน้มถ่วง...g
5. น้องแนนกำลังเล่นรถบังคับด้วยคลื่นวิทยุบนบ้านชั้นที่สอง ปรากฏว่ารถพุ่งออกนอกกระเบื้องตกสู่พื้นด้านล่าง เวลาที่รถตกถึงพื้นขึ้นกับอัตราเร็วขณะพ้นขอบกระเบื้องหรือไม่ อย่างไร เพราะเหตุใด
เวลาที่รถตกถึงพื้นไม่ขึ้นกับอัตราเร็วขณะพ้นขอบกระเบื้อง... (u_x)... เพราะจากสมการ

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2 \dots \text{กรณีนี้ } u_y = 0 \dots \text{ซึ่ง } t \text{ ขึ้นกับ } s_y \dots \text{ซึ่งคือความสูงของกระเบื้อง } \dots \text{เท่านั้น}$$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2

“ก้อนหินมวล m ถูกยิงออกไปด้วยความเร็ว u ในทิศทำมุมเงย θ องศา กับแนวระดับ จากตึกสูง H ก้อนหินมีขนาดความเร็วต้นในแนวระดับ u_x และขนาดความเร็วต้นในแนวตั้ง u_y ”

จากสถานการณ์ข้างต้น จงบอกขนาดและทิศทางของความเร็วในแนวระดับ ($\vec{v}_x$) ความเร็วในแนวตั้ง ($\vec{v}_y$) ความเร่ง ($\vec{a}$) ของวัตถุ และแรง ($\vec{F}$) ที่กระทำต่อวัตถุ ที่ตำแหน่งต่างๆ ลงในตาราง

	$\vec{v}_x$	$\vec{v}_y$	$\vec{a}$	$\vec{F}$
กำลังเคลื่อนที่ขึ้น	ขนาดเท่ากับ u_x ทิศเดียวกับ u_x	ขนาดน้อยกว่า u_y ทิศเดียวกับ u_y	ขนาดเท่ากับ ความเร่งโน้มถ่วง g ทิศลง	ขนาดเท่ากับ แรงโน้มถ่วง mg ทิศลง
อยู่ที่จุดสูงสุด	ขนาดเท่ากับ u_x ทิศเดียวกับ u_x	เป็นศูนย์	ขนาดเท่ากับ ความเร่งโน้มถ่วง g ทิศลง	ขนาดเท่ากับ แรงโน้มถ่วง mg ทิศลง
กำลังเคลื่อนที่ลง อยู่สูงกว่า ตำแหน่งที่ถูกยิง	ขนาดเท่ากับ u_x ทิศเดียวกับ u_x	ขนาดน้อยกว่า u_y ทิศตรงข้ามกับ u_y	ขนาดเท่ากับ ความเร่งโน้มถ่วง g ทิศลง	ขนาดเท่ากับ แรงโน้มถ่วง mg ทิศลง
กำลังเคลื่อนที่ลง อยู่ตรงกับ ตำแหน่งที่ถูกยิง	ขนาดเท่ากับ u_x ทิศเดียวกับ u_x	ขนาดเท่ากับ u_y ทิศตรงข้ามกับ u_y	ขนาดเท่ากับ ความเร่งโน้มถ่วง g ทิศลง	ขนาดเท่ากับ แรงโน้มถ่วง mg ทิศลง
กำลังเคลื่อนที่ลง อยู่ต่ำกว่า ตำแหน่งที่ถูกยิง	ขนาดเท่ากับ u_x ทิศเดียวกับ u_x	ขนาดมากกว่า u_y ทิศตรงข้ามกับ u_y	ขนาดเท่ากับ ความเร่งโน้มถ่วง g ทิศลง	ขนาดเท่ากับ แรงโน้มถ่วง mg ทิศลง

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3

ปัญหา 1 แม่น้ำกว้าง 20 เมตร ฝั่งทั้งสองข้างอยู่ในแนวระดับและมีความสูงต่างกัน 5 เมตร ถ้านักขี่จักรยานยนต์ผาดโผนต้องการจะขี่ข้ามแม่น้ำจากฝั่งที่สูงกว่าไปยังฝั่งตรงข้าม จะต้องใช้ความเร็วน้อยที่สุดเท่าใดจึงจะข้ามแม่น้ำได้พอดี

วิธีคิด

จากโจทย์

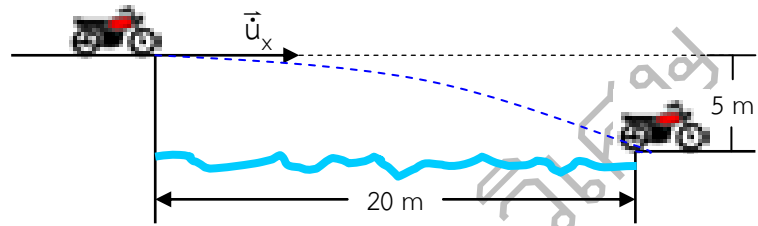
$$s_x = 20 \text{ m}$$

$$s_y = -5 \text{ m}$$

$$u_y = 0 \text{ m/s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$u_x = ?$$



ต้องการหา u_x ต้องทราบ t ก่อน

หา t จาก $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$$(-5 \text{ m}) = 0 + \frac{1}{2} (-10 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$(-5 \text{ m}) = (-5 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$t^2 = 1 \text{ s}^2$$

$$t = 1 \text{ s}$$

หา u_x จาก $s_x = u_x t$

$$u_x = \frac{s_x}{t}$$

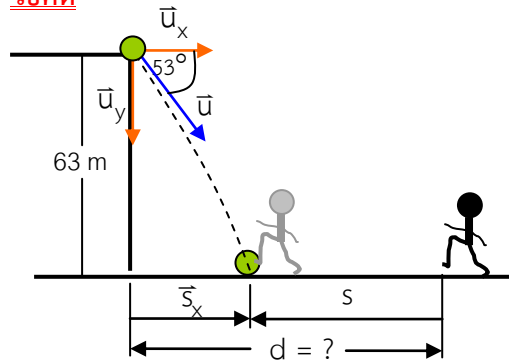
$$u_x = \frac{20 \text{ m}}{1 \text{ s}}$$

$$u_x = 20 \text{ m/s}$$

ตอบ จะข้ามแม่น้ำได้พอดีจะต้องใช้ความเร็วน้อยที่สุด 20 เมตร/วินาที

ปัญหา 2 ปริณญ์อยู่บนดาดฟ้าตึกสูง 63 เมตร ได้ขว้างลูกบอลออกไปด้วยความเร็ว 10 เมตร/วินาที ในทิศทำมุมกับ 53 องศา กับแนวระดับ ในขณะที่เดียวกัน ประณซึ่งยืนอยู่ห่างจากฐานตึกก็ออกวิ่งด้วยความเร่งคงตัว 6 เมตร/วินาที² ตรงมายังตึก และรับลูกบอลได้พอดีที่ลูกบอลถึงพื้น อยากทราบว่า ก่อนวิ่งประณอยู่ห่างจากตึกเท่าใด

วิธีคิด



จากโจทย์ พิจารณาลูกบอล

$$s_y = -63 \text{ m}$$

$$u = 10 \text{ m/s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของประณ

$$u = 0 \text{ m/s}$$

$$a = 6 \text{ m/s}^2$$

จากรูป $d = s_x + s$ และเวลาที่ลูกบอลเคลื่อนที่ในอากาศเท่ากับเวลาที่ประณวิ่งมารับลูกบอล

พิจารณาการเคลื่อนที่ของลูกบอล

$$u_x = u \cos 53^\circ = 10 \text{ m/s} \times \frac{3}{5} = 6 \text{ m/s}$$

$$u_y = -u \sin 53^\circ = -10 \text{ m/s} \times \frac{4}{5} = -8 \text{ m/s}$$

ต้องการทราบ s_x ต้องทราบ t ก่อน

$$\begin{aligned} \text{หา } t \text{ จาก } s_y &= u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2 \\ -63 &= -8t + \frac{1}{2} (-10)t^2 \end{aligned}$$

$$5t^2 + 8t - 63 = 0$$

$$(5t + 21)(t - 3) = 0$$

$$t = -\frac{21}{5} \text{ s}, 3 \text{ s}$$

นั่นคือ ลูกบอลใช้เวลาเคลื่อนที่ในอากาศ 3 วินาที

หา s_x

$$\text{จาก } s_x = u_x t$$

$$s_x = (6 \text{ m/s})(3 \text{ s})$$

$$s_x = 18 \text{ m} \dots\dots\dots *$$

หา s จากการเคลื่อนที่ของประณ

$$\text{จาก } s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$s = \frac{1}{2} (6 \text{ m/s}^2)(3 \text{ s})^2$$

$$s = 27 \text{ m} \dots\dots\dots **$$

หา d จาก $d = s_x + s$

$$d = 18 \text{ m} + 27 \text{ m}$$

$$d = 45 \text{ m}$$

ตอบ ก่อนวิ่ง ประณอยู่ห่างจากตึก 45 เมตร

ปัญหา 3 ลูกกระสุนปืนใหญ่มวล 1 กิโลกรัม เคลื่อนที่ออกจากปากกระบอกปืนด้วยความเร็ว 400 เมตร/วินาที ถ้าปากกระบอกปืนเงยทำมุม 37 องศา กับแนวระดับ และอยู่ห่างจากตึกคลังแสงของข้าศึก 160 เมตร ลูกกระสุนปืนใหญ่จะตกกระทบที่ชั้นใดของตึก ถ้าตึก 1 ชั้น สูง 10 เมตร

วิธีคิด

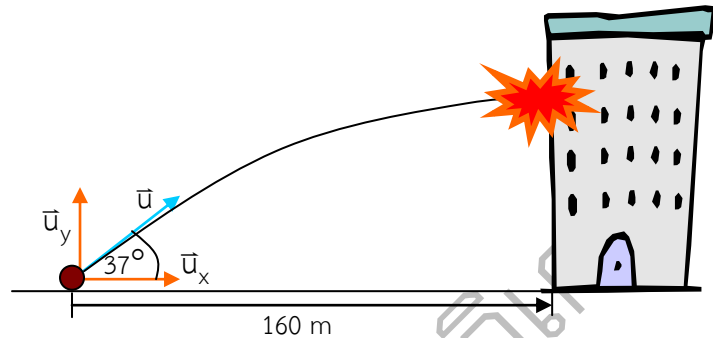
จากโจทย์

$$s_y = ?$$

$$s_x = 160 \text{ m}$$

$$u = 400 \text{ m/s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$



จากรูป จะได้ $u_x = u \cos 37^\circ = 400 \text{ m/s} \times \frac{4}{5} = 320 \text{ m/s}$

$$u_y = u \sin 37^\circ = 400 \text{ m/s} \times \frac{3}{5} = 240 \text{ m/s}$$

ต้องการทราบ s_y ต้องทราบ t ก่อน

หา t จาก $s_x = u_x t$

$$t = \frac{s_x}{u_x}$$

$$t = \frac{160 \text{ m}}{320 \text{ m/s}}$$

$$t = 0.5 \text{ s}$$

หา s_y จาก $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$$s_y = (240 \text{ m/s})(0.5 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-10 \text{ m/s}^2)(0.5 \text{ s})^2$$

$$s_y = 120 - 1.25 \text{ m}$$

$$s_y = 118.75 \text{ m}$$

ตอบ ลูกกระสุนปืนใหญ่จะตกกระทบตึกคลังแสงที่ความสูง 118.75 เมตร ซึ่งเป็นตึกชั้น 12

ปัญหา 4 เครื่องบินลำหนึ่งบินในแนวระดับที่ความสูง 500 เมตร ด้วยความเร็วคงตัว 360 กิโลเมตร/ชั่วโมง ถ้าคนในเครื่องบินปล่อยถุงสัมภาระหนึ่งลงมา จงหาว่า เมื่อถุงสัมภาระตกถึงพื้น เครื่องบินอยู่ห่างจากตำแหน่งที่ปล่อยถุงสัมภาระในแนวระดับเท่าใด

วิธีคิด

จากโจทย์

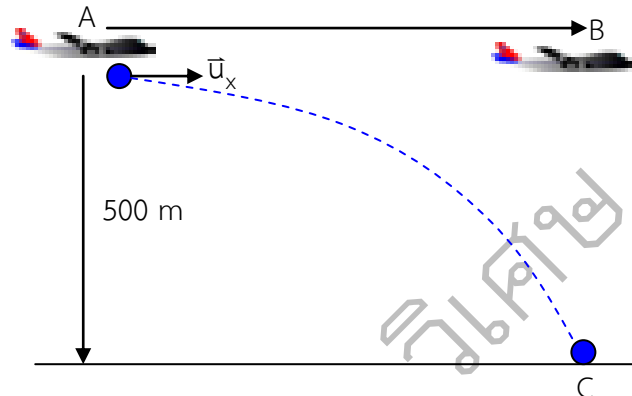
$$s_y = -500 \text{ m}$$

$$u_x = 360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$$

$$u_y = 0 \text{ m/s}$$

$$a_y = g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$s_x = ?$$



ระยะ AB เท่ากับ s_x ของถุงสัมภาระ และเวลาที่เครื่องบินเคลื่อนที่จาก A ไป B เท่ากับเวลาที่ถุงสัมภาระเคลื่อนที่ในอากาศ จึงหาระยะ AB จาก s_x ของถุงสัมภาระ
ต้องการหา s_x ต้องทราบ t ก่อน

$$\begin{aligned} \text{หา } t \text{ พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง จาก } s_y &= u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2 \\ -500 \text{ m} &= 0 + \frac{1}{2} (-10 \text{ m/s}^2) t^2 \\ -500 \text{ m} &= (-5 \text{ m/s}^2) t^2 \\ t^2 &= \frac{500 \text{ m}}{5 \text{ m/s}^2} \\ t^2 &= 100 \text{ s}^2 \\ t &= 10 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หา } s_x \text{ พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ จาก } s_x &= u_x t \\ &= (100 \text{ m/s})(10 \text{ s}) \\ &= 1000 \text{ m} \end{aligned}$$

ตอบ เมื่อถุงสัมภาระตกถึงพื้น เครื่องบินอยู่ห่างจากตำแหน่งที่ปล่อยถุงสัมภาระในแนวระดับ 1000 เมตร หรือ 1 กิโลเมตร

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4

ปัญหา 1 ถ้าพัชราภาต้องการโยนลูกเหล็กให้ได้ระยะตกไกลในแนวระดับเป็น $4\sqrt{3}$ เท่าของระยะสูงสุดในแนวตั้ง พัชราภาต้องโยนลูกเหล็กทำมุมเท่าใดกับแนวระดับ

วิธีคิด

จากโจทย์ $R = 4\sqrt{3} H$, $\theta = ?$

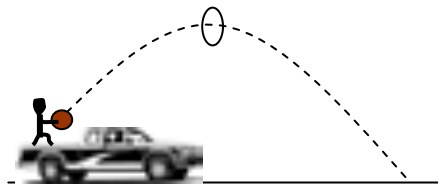
จาก $\frac{H}{R} = \frac{1}{4} \tan \theta$ จะได้ $\frac{H}{4\sqrt{3} H} = \frac{1}{4} \tan \theta$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

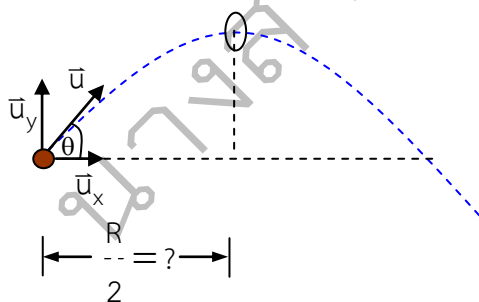
$$\therefore \theta = 30^\circ$$

ตอบ ต้องโยนลูกเหล็กทำมุม 30° กับแนวระดับ

ปัญหา 2 วีรภาพยืนบนรถที่มีความเร็ว 10 เมตร/วินาที ได้โยนลูกบอลลอดห่วง (ลูกบอลลอดห่วงขณะที่ถึงจุดสูงสุดพอดี) ดังภาพ ถ้าลูกบอลมีความเร็วต้นในแนวตั้ง 15 เมตร/วินาที จงหาว่าขณะเริ่มโยน ลูกบอลอยู่ห่างจากห่วงในแนวระดับเท่าใด



วิธีคิด เขียนรูป



จากโจทย์และรูป

$$u_x = u \cos \theta = 10 \text{ m/s}$$

$$u_y = u \sin \theta = 15 \text{ m/s}$$

$$\text{จาก } R = \frac{u^2 (2 \sin \theta \cos \theta)}{g}$$

$$R = \frac{2(u \sin \theta)(u \cos \theta)}{g}$$

$$R = \frac{2(15 \text{ m/s})(10 \text{ m/s})}{10 \text{ m/s}^2}$$

$$R = 30 \text{ m}$$

$$\frac{R}{2} = 15 \text{ m}$$

ตอบ ขณะเริ่มโยน ลูกบอลอยู่ห่างจากห่วงในแนวระดับ 15 เมตร

ปัญหา 3 ทหารปืนใหญยิงปืนใหญ่จากพื้นท่ามม 30 องศา กับแนวระดับ ลูกปืนกระทบเป้าที่ติดอยู่กับภูเขา ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ลูกปืนขึ้นไปได้สูงสุดพอดี ถ้าเป้าอยู่สูงจากพื้นในแนวตั้ง 500 เมตร ความเร็วต้นของลูกปืนเป็นเท่าใด

วิธีคิด

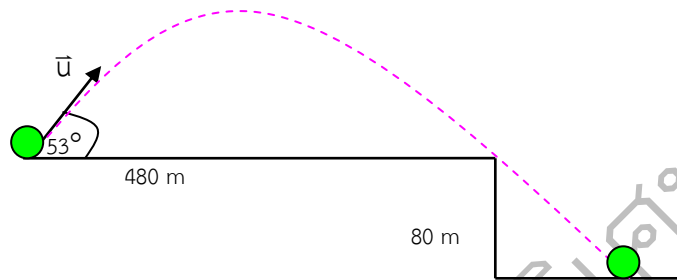
จากโจทย์ $\theta = 30^\circ$, $H = 500 \text{ m}$, $u = ?$

$$\begin{aligned} \text{จาก } H &= \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} & \text{จะได้ } u^2 &= \frac{2gH}{\sin^2 \theta} \\ u^2 &= \frac{2(10 \text{ m/s}^2)(500 \text{ m})}{\sin^2 30^\circ} \\ u^2 &= \frac{10000 \text{ (m/s)}^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \\ u^2 &= \frac{10000 \text{ (m/s)}^2}{\frac{1}{4}} \\ u^2 &= 40000 \text{ (m/s)}^2 \\ u &= 200 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ตอบ ความเร็วต้นของลูกปืนเป็น 200 เมตร/วินาที

ปัญหา 4 เอลิมชาติยิงปืนขึ้นจากพื้นทำมุม 53° องศา กับแนวระดับ จากจุดห่างจากขอบหน้าผา 480 เมตร ถ้าหน้าผามีความสูงจากพื้นล่าง 80 เมตร และลูกปืนตกเฉียดขอบหน้าผาพอดี แล้วตกถึงพื้นล่าง ขนาดความเร็วต้นของลูกปืนเป็นเท่าใด

วิธีคิด เขียนรูป



จากโจทย์

$$\theta = 53^\circ$$

$$R = 480 \text{ m}$$

$$u = ?$$

จาก
$$R = \frac{u^2 (2 \sin \theta \cos \theta)}{g}$$

$$480 \text{ m} = \frac{u^2 (2 \sin 53^\circ \cos 53^\circ)}{10 \text{ m/s}^2}$$

$$4800 \text{ (m/s)}^2 = u^2 \times 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5}$$

$$u^2 = 4800 \times \frac{25}{24} \text{ (m/s)}^2$$

$$u^2 = 5000 \text{ (m/s)}^2$$

$$u = 50\sqrt{2} \text{ m/s}$$

ตอบ ขนาดความเร็วต้นของลูกปืนเป็น $50\sqrt{2}$ เมตร/วินาที



1. ก
2. ข
3. ง
4. ข
5. ก
6. ก
7. ค
8. ค
9. ง
10. ข
11. ง
12. ง
13. ค
14. ค
15. ง