

ชุดการสอนที่ 6

เรื่อง การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค43202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 3 ชั่วโมง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนตัวแปรความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

2. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น

ค 4.2.6 เขียนกราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

3.1 ด้านความรู้

หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้

3.2 ด้านทักษะกระบวนการ

3.2.1 ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

3.2.2 ทักษะกระบวนการการให้เหตุผล

3.2.3 ทักษะกระบวนการการสื่อความหมาย และการนำเสนอ

3.3 ด้านคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

3.3.1 มีความรับผิดชอบ

3.3.2 มีการทำงานอย่างเป็นระบบรอบคอบ

4. การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

เมื่อกำหนดเส้นตรง L เป็นกราฟของสมการเชิงเส้น $ax + by = P$ เมื่อ P เป็นตัวแปรเสริม (Parameter) จะได้ว่า

1. ถ้า $b < 0$ แล้ว L ตัดแกน y ในตำแหน่งสูงขึ้น เมื่อ P เพิ่มขึ้น และ L ตัดแกน y ในตำแหน่งลดลง เมื่อ P ลดลง

2. ถ้า $b > 0$ แล้ว L ตัดแกน y ในตำแหน่งสูงขึ้น เมื่อ P ลดลง และ L ตัดแกน y ในตำแหน่งลดลง เมื่อ P เพิ่มขึ้น

ฟังก์ชันจุดประสงค์มีเงื่อนไขบังคับเป็นเซตที่มีขอบเขต (บริเวณที่มีพื้นที่จำกัด) จะมีทั้งค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด ซึ่งค่าทั้งสองจะเกิดขึ้นที่จุดมุมของกราฟ และในกรณีที่เงื่อนไขบังคับเขตไม่มีขอบเขต (บริเวณที่มีพื้นที่ไม่จำกัด) ฟังก์ชันจุดประสงค์จะมีค่าสูงสุด (ค่าต่ำสุด) หรือไม่ก็ได้ แต่ถ้ามีค่าแน่นอนจะเกิดขึ้นที่จุดมุมของกราฟเช่นกัน สำหรับในกรณีที่หาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ 2 จุด จะได้ว่าจุดที่อยู่ระหว่างจุดทั้งสองนั้นเป็นคำตอบที่เหมาะสมด้วย

การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด ของค่าที่ต้องการอันเนื่องมาจากทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ทำได้ดังนี้

1. นำอสมการข้อจำกัดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเขียนกราฟที่สอดคล้องกับระบบอสมการข้อจำกัดคือ อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (Feasible Region)

2. หาพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

3. นำพิกัดของจุดมุมในข้อ 2 แทนฟังก์ชันจุดประสงค์เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (ค่าที่สูงสุดหรือค่าที่ต่ำสุด)

เช่น จงหาค่าสูงสุดของ P ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้

$$P = 5x + 3y$$

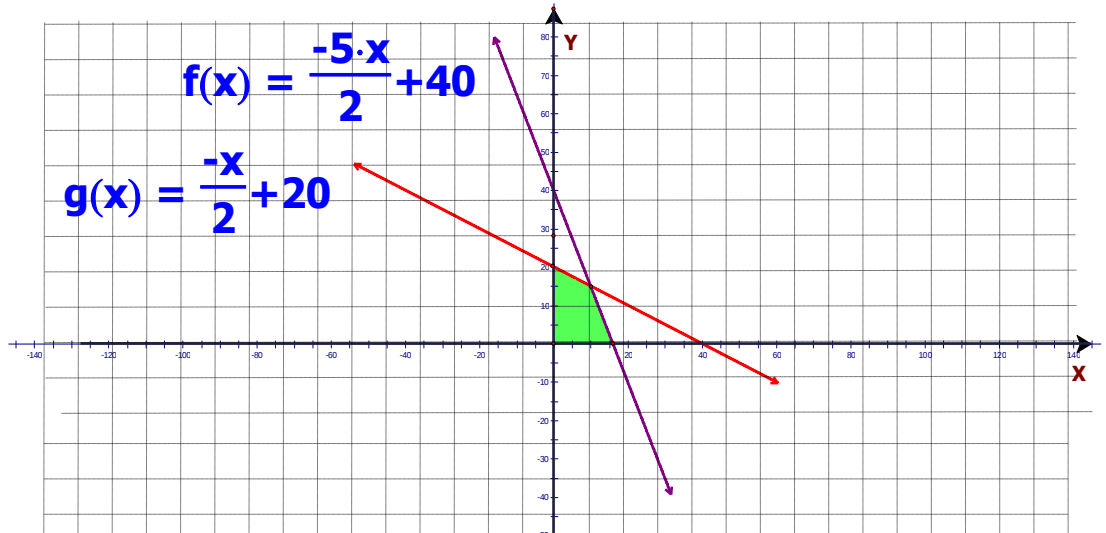
$$2x + 4y \leq 80$$

$$5x + 2y \leq 80$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการจะได้บริเวณที่แรเงาเป็นอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 0)$, $(16, 0)$, $(0, 20)$ และ $(10, 15)$ เมื่อแทนค่าฟังก์ชันของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า P ดังนี้

(x, y)	$P = 5x + 3y$
$(0, 0)$	0
$(16, 0)$	80
$(0, 20)$	60
$(10, 15)$	95

ดังนั้นจุดมุมของ $(10, 15)$ จะให้ค่า P สูงสุดและมีค่า เท่ากับ 95

การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าต่ำสุดมีวิธีการเหมือนกับการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดแต่คำตอบให้พิจารณาจุดมุมที่ให้ค่าต่ำสุด

5. กระบวนการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ขั้นนำ

1.1 ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบก่อนเรียนโดยใช้เวลาประมาณ 15 นาที ครูเป็นผู้ตรวจคำตอบและแจ้งคะแนนที่นักเรียนแต่ละคนได้

1.2 ครูทบทวนการพิจารณาคำตอบของระบบอสมการเชิงเส้นซึ่งจะแทนได้ด้วยบริเวณที่ซ้อนทับกันของกราฟของอสมการทั้งหมด

2. ขั้นสอน

จัดนักเรียนเข้ากลุ่มละความสามารถกลุ่มละ 4 คน แล้วให้นักเรียนจับคู่กันประจำเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อศึกษาการหาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนชุดที่ 6 และศึกษาใบความรู้ที่ 6 โดยมีครูคอยอธิบายคำตอบของระบบอสมการนั้นรวมทั้งจุดมุมบางบริเวณที่เป็นคำตอบ (slide 2-27)

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ของค่าที่ต้องการอันเนื่องมาจากทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด (slide 28) ทำได้ดังนี้

3.1 นำอสมการข้อจำกัดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเขียนกราฟที่สอดคล้องกับระบบอสมการข้อจำกัดคือ อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (Feasible Region)

3.2 หาพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

3.3 นำพิกัดของจุดมุมในข้อ 2 แทนฟังก์ชันจุดประสงค์เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (ค่าที่สูงสุดหรือค่าที่ต่ำสุด)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคู่ทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.1

ชั่วโมงที่ 2

1. ขั้นนำ

ครูทบทวนการหาคำตอบของระบบอสมการ บริเวณที่หาคำตอบได้และการหาจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

2. ขั้นสอน

ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกหัดเสริมทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.2 จำนวน 3 คู่ โดยมีครูและนักเรียนคู่อื่น ๆ ช่วยกันตรวจ และ ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าแบบฝึกหัดเสริมทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.2 เป็นการหาค่าสูงสุดและแก้ปัญหาเพื่อหาค่าต่ำสุดมีวิธีการเหมือนกับการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดแต่คำตอบให้พิจารณาจุดมุมที่ให้ค่าต่ำสุด (slide 29-31)

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ของค่าที่ต้องการอันเนื่องมาจากทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ทำได้ดังนี้

3.1 นำอสมการข้อจำกัดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเขียนกราฟที่สอดคล้องกับระบบอสมการข้อจำกัดคือ อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (Feasible Region)

3.2 หาพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

3.3 นำพิกัดของจุดมุมในข้อ 2 แทนฟังก์ชันจุดประสงค์เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (ค่าที่สูงสุดหรือค่าที่ต่ำสุด)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.2 และแบบฝึกหัดเสริมทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.3

ชั่วโมงที่ 3

1. ขั้นนำ

ครูทบทวน การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ของค่าที่ต้องการอันเนื่องมาจาก ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ทำได้ดังนี้

3.1 นำอสมการข้อจำกัดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเขียนกราฟที่สอดคล้องกับระบบ อสมการข้อจำกัดคือ อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (Feasible Region)

3.2 หาพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

3.3 นำพิกัดของจุดมุมในข้อ 2 แทนฟังก์ชันจุดประสงค์เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (ค่าที่ สูงสุดหรือค่าที่ต่ำสุด)

2. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำ แบบทดสอบหลังเรียน

6. วัสดุอุปกรณ์ สื่อ แหล่งการเรียนรู้

6.1 แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

6.2 ใบความรู้ที่ 6

6.3 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.1

6.4 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.2

6.5 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.3

6.6 ห้องคอมพิวเตอร์ของโรงเรียน

6.7 บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นที่สร้างโดยโปรแกรม Power Point

7. การวัดผลและการประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือที่ใช้วัด	เกณฑ์การประเมิน
1. หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้ 2.1 ทักษะกระบวนการการแก้ปัญหา 2.2 ทักษะกระบวนการการให้เหตุผล 2.3 ทักษะกระบวนการสื่อความหมาย และการนำเสนอ 3.1 มีความรับผิดชอบ 3.2 ทำงานเป็นระบบรอบคอบ	1.1 ตรวจแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.1,6.2,6.3 2. สังเกตการปฏิบัติกิจกรรมและกระบวนการกลุ่ม 3. สังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	1.1 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดที่ 6.1,6.2,6.3 2. แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการและกระบวนการกลุ่ม 3. แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	1. ระดับคุณภาพพอใช้ขึ้นไป 2. ระดับคุณภาพพอใช้ขึ้นไป 3. ระดับคุณภาพพอใช้ขึ้นไป

เกณฑ์การประเมินด้านความรู้

รายการประเมิน	5	4	3	2	1	น้ำหนักคะแนน	รวม
แบบฝึกทักษะชุดที่ 6.1	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์	การแสดงวิธีทำชัดเจนคำตอบถูกต้องครบถ้วน	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนคำตอบถูกต้องครบถ้วน	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำคำตอบถูกต้อง	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน	4	20
แบบฝึกทักษะชุดที่ 6.2	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์	การแสดงวิธีทำชัดเจนคำตอบถูกต้องครบถ้วน	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนคำตอบถูกต้องครบถ้วน	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำคำตอบถูกต้อง	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน	6	30
แบบฝึกทักษะชุดที่ 6.3	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์	การแสดงวิธีทำชัดเจนคำตอบถูกต้องครบถ้วน	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนคำตอบถูกต้องครบถ้วน	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำคำตอบถูกต้อง	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน	4	20
แบบทดสอบหลังเรียน	ตอบถูกต้องได้ข้อละ 1 คะแนน						10
รวม							80

เกณฑ์การประเมิน

คะแนน

ระดับคุณภาพ

70 - 80

ดีเยี่ยม

60 - 69

ดีมาก

50 - 59

ดี

40 - 49

พอใช้

0 - 39

ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่าน

ได้ระดับคุณภาพพอใช้ขึ้นไปถือว่าผ่านผลการประเมินด้านทักษะกระบวนการ

เกณฑ์การประเมินด้านทักษะกระบวนการ

รายการ ประเมิน	5	4	3	2	1	น้ำ หนัก คะแนน	คะแนน
ทักษะ กระบวนการ แก้ปัญหา	ใช้ยุทธวิธี ดำเนินการ แก้ไขปัญหาลำ สำเร็จ อย่างมี ประสิทธิภาพ อธิบายถึง เหตุผลในการ ใช้วิธีดังกล่าว ได้เข้าใจ ชัดเจน	ใช้ยุทธวิธี ดำเนินการ แก้ไขปัญหาลำ สำเร็จ แต่ น่าจะอธิบาย ถึงเหตุผล ในการใช้ วิธีการ ดังกล่าวได้ บางส่วน	มียุทธวิธี ดำเนินการ แก้ไขปัญหาลำ สำเร็จเพียง บางส่วน อธิบายถึง เหตุผลในการ ใช้วิธีการ ดังกล่าวได้ บางส่วน	มีร่องรอยการ ดำเนินการ แก้ไขปัญหาลำ บางส่วน เริ่ม คิดว่าทำไมจึง ต้องใช้วิธีการ เหล่านั้นแล้ว หยุด อธิบาย ต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่ สำเร็จ	ทำไม่ได้ถึง เกณฑ์ข้างต้น หรือไม่มี ร่องรอยการ ดำเนินแก้ไข ปัญหา	2	10
ทักษะ กระบวนการ การให้เหตุผล	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการ ตัดสินใจ อย่าง สมเหตุสมผล	มีการอ้างอิงที่ ถูกต้อง บางส่วน และ เสนอแนวคิด ประกอบ การตัดสินใจ	เสนอแนวคิด ไม่ สมเหตุสมผล ในการ ประกอบการ ตัดสินใจ	มีความ พยายามเสนอ แนวคิด ประกอบการ ตัดสินใจ	ไม่มีแนวคิด ประกอบการ ตัดสินใจ	2	10

เกณฑ์การประเมินด้านทักษะกระบวนการ(ต่อ)

รายการ ประเมิน	5	4	3	2	1	น้ำ หนัก คะแนน	คะแนน
ทักษะ กระบวนการ การสื่อ ความหมาย	ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง นำเสนอ แสดงข้อมูล ประกอบ ตามลำดับ ขั้นตอนได้ เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมี รายละเอียด สมบูรณ์	ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ นำเสนอโดย ใช้การแสดง ข้อมูล ประกอบ ตามลำดับ ขั้นตอนได้ ถูกต้อง	ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ แสดงข้อมูล ประกอบ ชัดเจน บางส่วน	ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ อย่างง่าย ๆ ไม่ได้และ การนำเสนอ ไม่ชัดเจน	ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ และนำเสนอ ไม่ได้	2	10
	รวม						30

เกณฑ์การประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ
	26 - 30	ดีเยี่ยม
	21 - 25	ดีมาก
	16 - 20	ดี
	11 - 15	พอใช้
	0 - 10	ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่าน ได้ระดับคุณภาพพอใช้ขึ้นไปถือว่าผ่าน

เกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

รายการ ประเมิน	5	4	3	2	1	น้ำหนัก คะแนน	รวม
มีความ รับผิดชอบ	ส่งงานก่อน หรือตรง กำหนดเวลา นัดหมาย รับผิดชอบ ในงานที่ ได้รับ มอบหมาย และปฏิบัติ เองจนเป็น นิสัย เป็น ระบบแก่ ผู้อื่น และ แนะนำ ชักชวนให้ ผู้อื่นปฏิบัติ	ส่งงานก่อน หรือตรง กำหนดเวลา นัดหมาย รับผิดชอบ ในงานที่ ได้รับ มอบหมาย และปฏิบัติ เองจนเป็น นิสัย เป็น ระบบแก่ ผู้อื่น	ส่งงานก่อน หรือตรง กำหนดเวลา นัดหมาย รับผิดชอบ ในงานที่ ได้รับ มอบหมาย และปฏิบัติ เองจนเป็น นิสัย	ส่งงานช้า กว่ากำหนด แต่ได้มีการ ติดต่อชี้แจง ครูผู้สอนมี เหตุผลที่รับ ฟังได้ รับผิดชอบ ในงานที่ ได้รับ มอบหมาย	ส่งงานช้า กว่ากำหนด ปฏิบัติงาน โดยต้อง อาศัยการ ชี้แนะ แนะนำ ตักเตือน หรือให้ กำลังใจ	2	10
รวม	รวม						20

เกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์(ต่อ)

รายการประเมิน	5	4	3	2	1	น้ำหนักคะแนน	รวม
ทำงานเป็นระบบ มีความรอบคอบ	มีการวางแผนการดำเนินงานเป็นระบบการทำงานมีครบทุกขั้นตอน จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน – หลัง ของงาน ถูกต้องครบถ้วน	มีการวางแผนการดำเนินงานเป็นระบบการทำงานมีครบทุกขั้นตอน จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน – หลัง ของงาน ถูกต้อง	มีการวางแผนการดำเนินงานการทำงานครบทุกขั้นตอน จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน – หลัง ของงานได้	มีการวางแผนการดำเนินงานการทำงานไม่ครบทุกขั้นตอน จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน – หลัง ของงานได้ เป็นบางส่วน	ไม่มีการวางแผนการดำเนินงานการทำงานไม่ครบทุกขั้นตอน จัดเรียงลำดับความสำคัญ ของงาน	2	10

เกณฑ์การประเมิน คะแนน ระดับคุณภาพ

18 - 20 ดีเยี่ยม

15 - 17 ดีมาก

12 - 14 ดี

9 - 11 พอใช้

0 - 8 ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่าน ได้ระดับคุณภาพพอใช้ขึ้นไปถือว่าผ่าน

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6

เรื่อง การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. ด้านความรู้

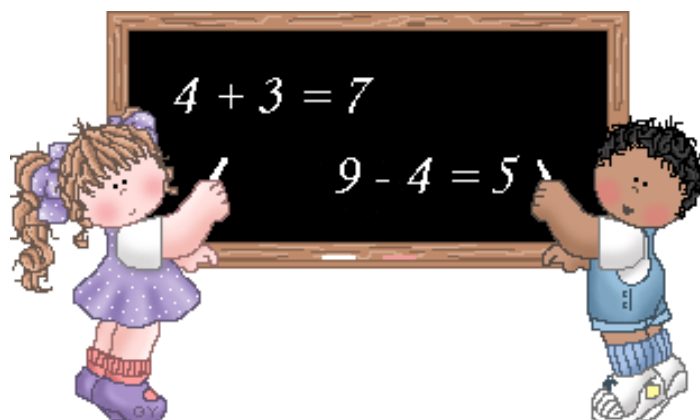
หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ

มีความสามารถในการแก้ปัญหา

3. ด้านคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

มีความรับผิดชอบ



1. จงหาค่าต่ำสุดของ L ภายใต้ข้อสมการข้อจำกัดต่อไปนี้

2. จงหาค่าต่ำสุดของ H ภายใต้ข้อสมการข้อจำกัดต่อไปนี้

$$H = 5x + 2y$$

$$x + y \leq 10$$

$$y \leq 5$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

$$y \geq 0$$

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features multiple sets of horizontal dashed lines spaced evenly down the page, providing a guide for handwriting practice. The lines are black and set against a plain white background. There are no margins, text, or other markings on the page.

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

1. จงหาค่าต่ำสุดของ L ภายใต้สมการข้อจำกัดต่อไปนี้

$$L = x + 0.9y$$

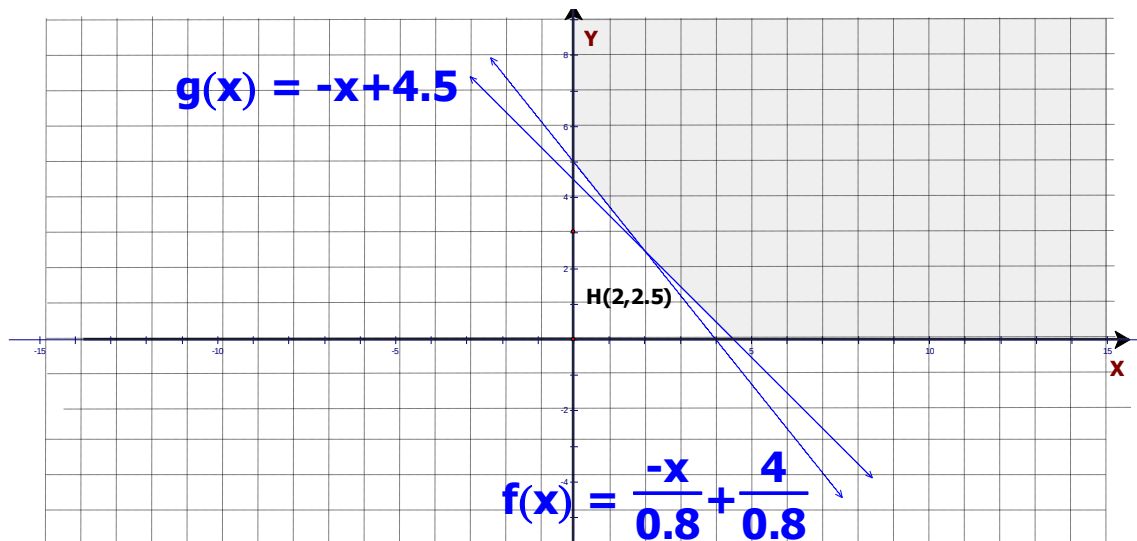
$$x + 0.8y \geq 4$$

$$x + y \geq 4.5$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการจะได้บริเวณที่แรเงาเป็นอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ดังรูป



(x, y)	$L = x + 0.9y$
$(0, 5)$	4.5
$(4.5, 0)$	4.5
$(2, 2.5)$	4.25

จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 5)$, $(4.5, 0)$ และ $(2, 2.5)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์ จะได้ค่า L ดังนี้

L มีค่าต่ำสุด เท่ากับ 4.25

2. จงหาค่าต่ำสุดของ H ภายใต้สมการข้อจำกัดต่อไปนี้

$$H = 5x + 2y$$

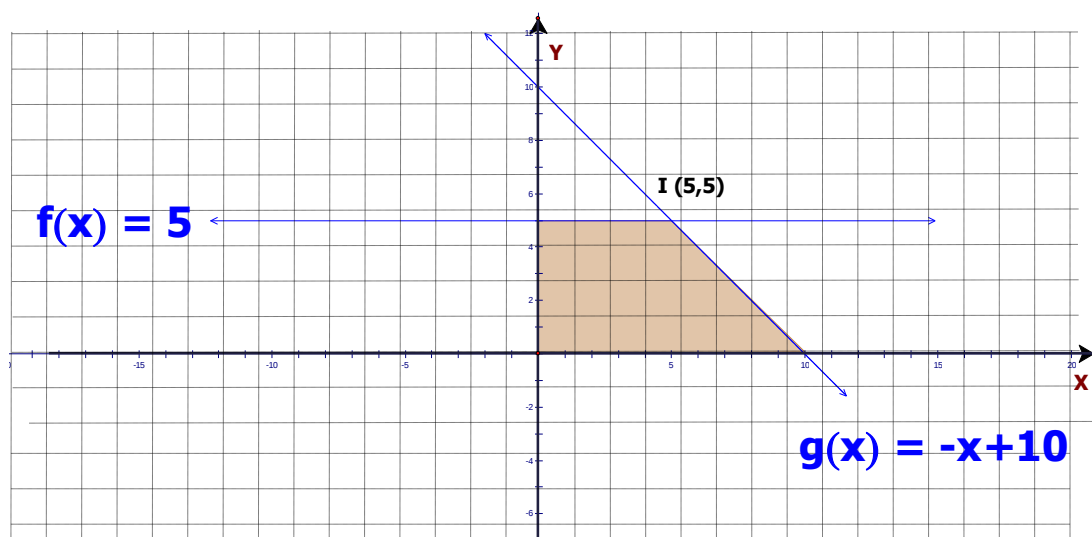
$$x + y \leq 10$$

$$y \leq 5$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการจะได้บริเวณที่แรเงาเป็นอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 0)$, $(10, 0)$, $(0, 5)$ และ $(5, 5)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า H ดังนี้

(x, y)	$H = 5x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(10, 0)$	50
$(0, 5)$	10
$(5, 5)$	35

H มีค่าสูงสุด เท่ากับ 50

ใบความรู้ที่ 6

เรื่อง การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

ความคิดพื้นฐานและเทคนิคการแก้ปัญหาในแต่ละสถานการณ์เป้าหมายต้องการปริมาณสูงสุด (หรือปริมาณต่ำสุด) โดยไม่ละเมิดข้อจำกัดที่มีอยู่ โดยการกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective function) และอสมการข้อจำกัด (Constraint inequalities) ขึ้น แล้วเขียนกราฟตามอสมการข้อจำกัด แรกอาจหาบริเวณที่เป็นไปได้ (Feasible region) คือ บริเวณที่ผลลัพธ์ของตัวแปรทั้งสองตัวเป็นคำตอบได้ ต่อไปคือการหาผลลัพธ์หรือคำตอบที่ดีที่สุดจากคำตอบที่อยู่ในอาณาบริเวณที่แรเงาไว้ โดยการแทนค่าจุดยอดมุม (Extreme points) ของรูปเหลี่ยมที่ปิดล้อมบริเวณที่แรเงาไว้ คำตอบคือค่าของตัวแปรที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงสุด (หรือต่ำสุด) ตามต้องการ หรืออีกวิธี ทำได้โดยการเลื่อนเส้นตรงที่สร้างจากฟังก์ชันจุดประสงค์ซึ่งผ่านจุด (0,0) เข้าไปในอาณาบริเวณที่แรเงา ถ้าพบจุดแรกจะได้ค่า (x, y) ที่ทำให้เกิดค่าต่ำสุด ถ้าพบจุดใดเป็นจุดสุดท้ายจะได้ค่า (x, y) ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดตามต้องการ ซึ่งบางครั้งอาจมีมากกว่า 1 จุด เช่น

$$P = 8x + 10y$$

$$2x + y \leq 50$$

$$x + 2y \leq 70$$

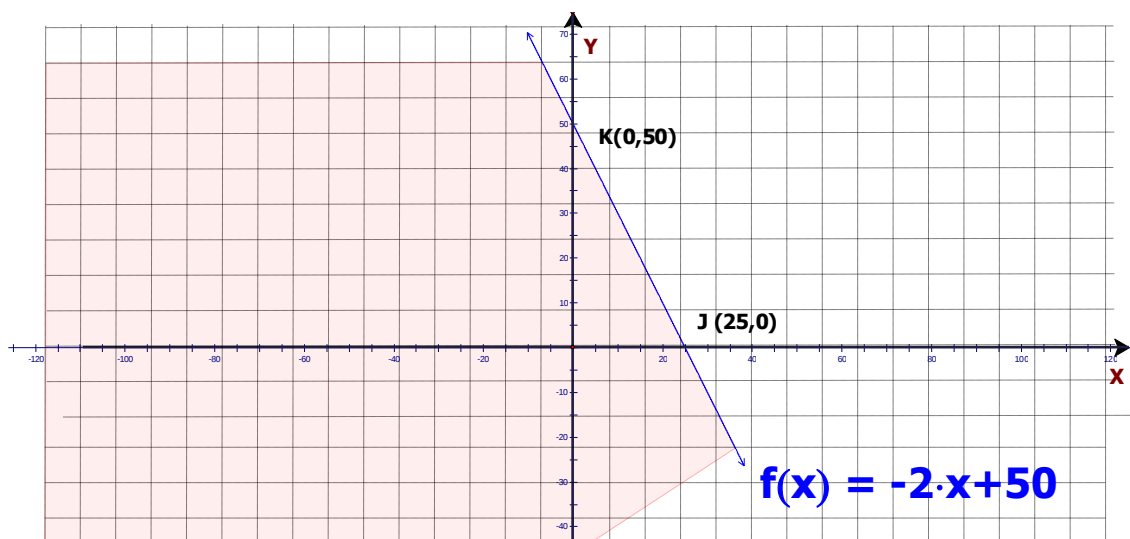
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

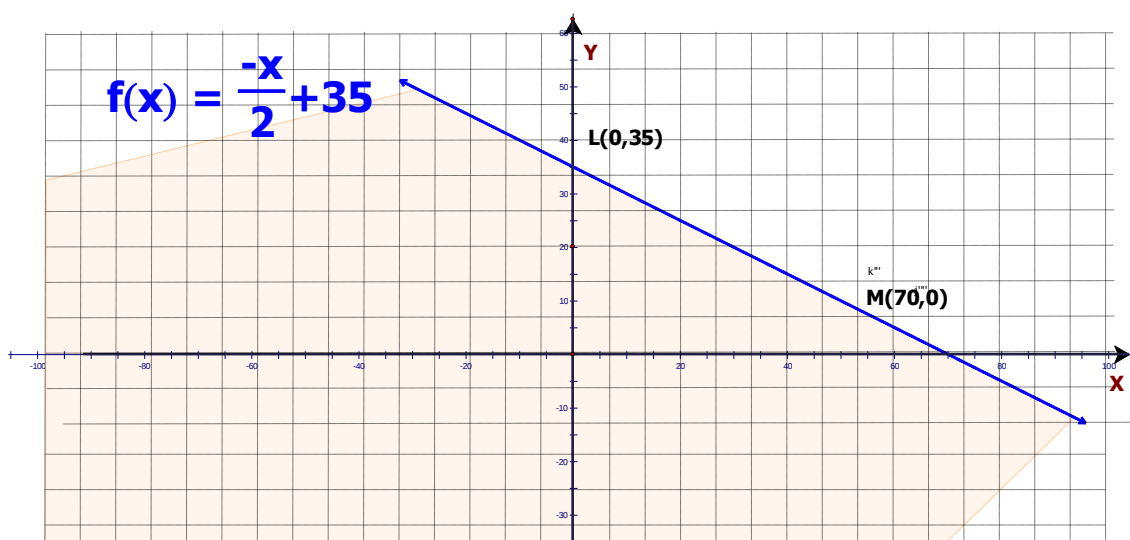
สมการแรกเรียกว่า “ฟังก์ชันจุดประสงค์” (Objective function) ส่วนอสมการทั้งหมดเรียกว่า “อสมการข้อจำกัด” (Constraint inequalities)

คำตอบของสถานการณ์ปัญหานี้ก็คือค่า x และ y ตามเงื่อนไขของอสมการข้อจำกัดที่ทำให้ P มีค่ามากที่สุด การหาคำตอบทำได้โดยพิจารณากราฟของอสมการข้อจำกัด ดังนี้

เซตของจุดที่สอดคล้องอสมการ $2x + y \leq 50$ และอสมการ $x + 2y \leq 70$ เมื่อพิจารณาแยกส่วน คือ อาณาบริเวณที่แรเงาในรูป 6.1 และ 6.2 ตามลำดับ

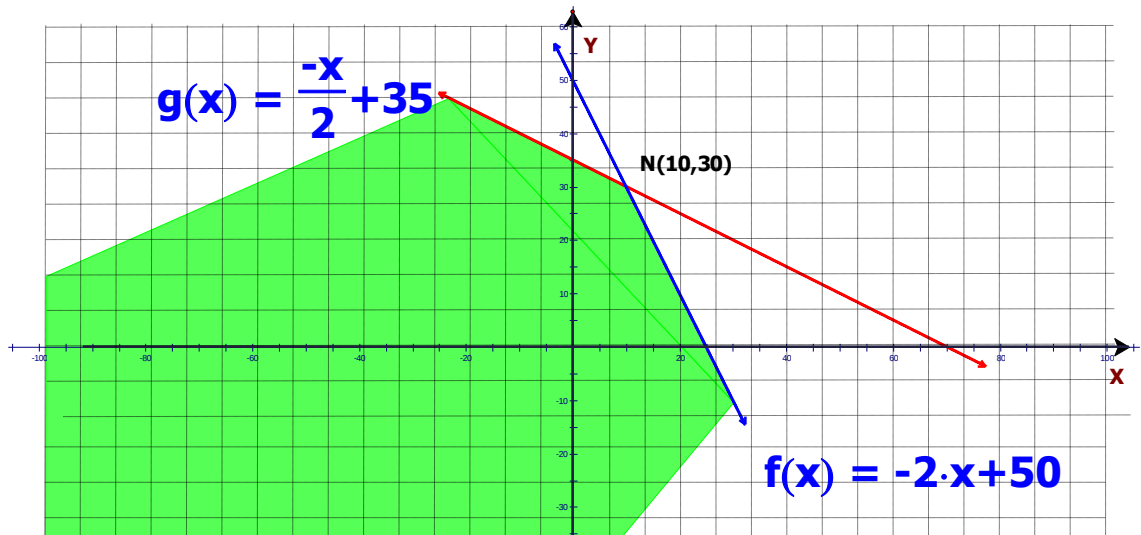


รูป 6.1



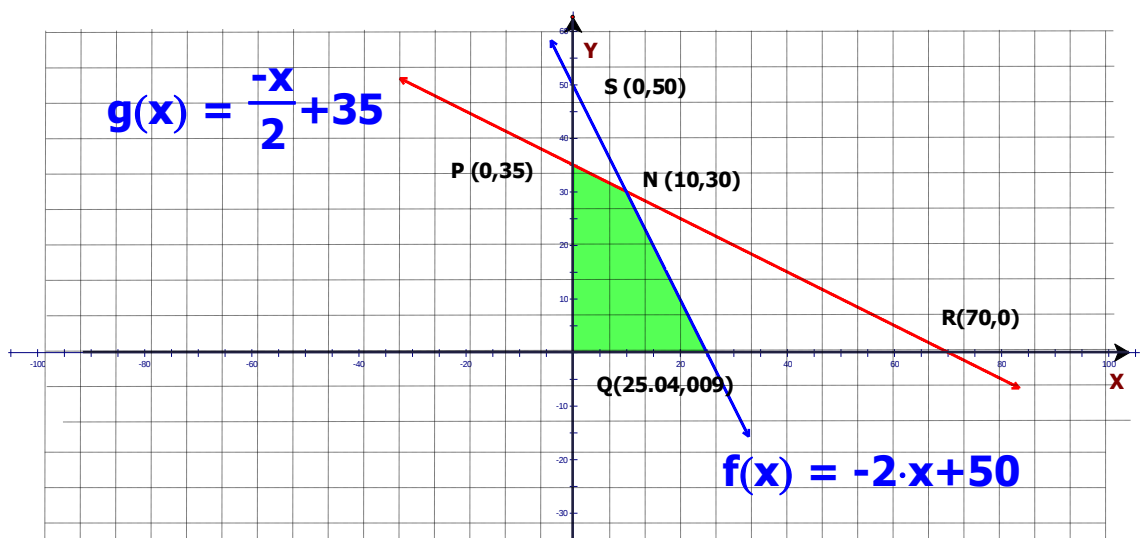
รูป 6.2

เมื่อพิจารณาเซตของจุดที่สอดคล้องสมการทั้งสอง จะได้บริเวณที่แรเงาในรูป 6.3



รูป 6.3

และเมื่อพิจารณาข้อจำกัด $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ ร่วมกัน จะได้ว่าเซตของจุดที่สอดคล้องสมการข้อจำกัด คือ อาณาบริเวณที่แรเงาในรูป 6.4



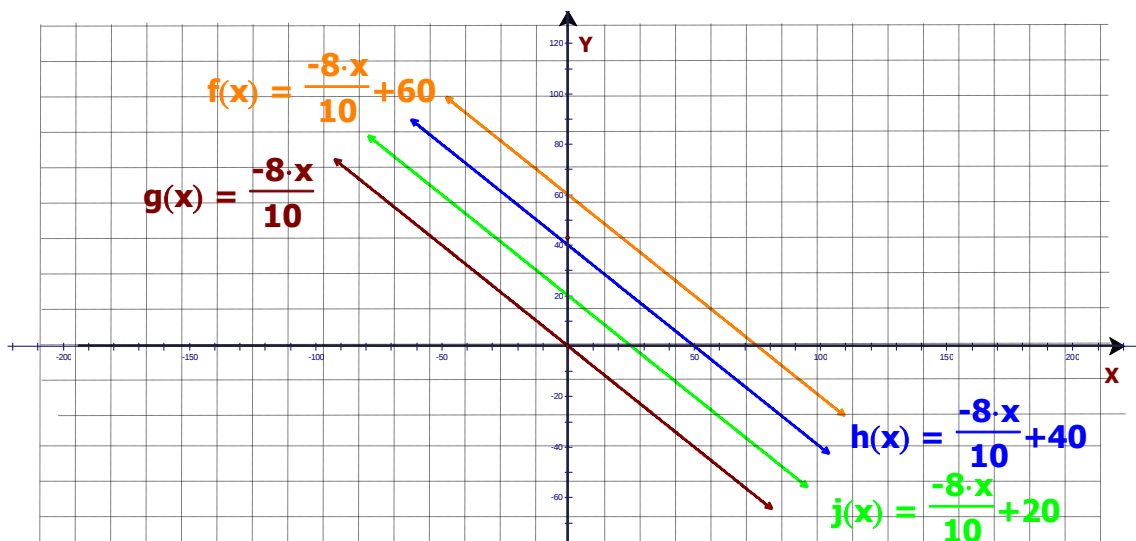
รูป 6.4

เซตของจุดที่อยู่บริเวณที่แรเงารวมทั้งจุดที่เส้นขอบเรียกว่า อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (Feasible region) ซึ่งจุดทุกจุดในอาณาบริเวณนี้สอดคล้องสมการข้อจำกัด

คำตอบของปัญหาได้จากจุดใดจุดหนึ่ง (หรือหลายจุด) ในอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ดังกล่าวซึ่งได้ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ $P = 8x + 10y$ สังเกตค่าของ P เมื่อกำหนดให้ P เป็นค่าคงตัวใด ๆ ค่า P ที่ต่างกันทำให้ได้กราฟเส้นตรงที่ขนานกันขึ้นชุดหนึ่ง เช่น

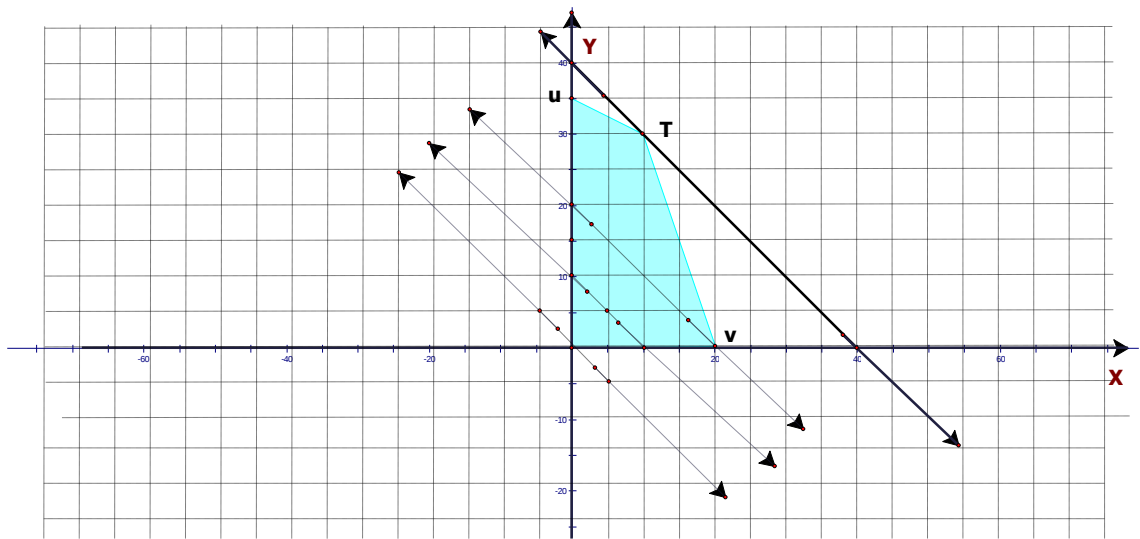
เมื่อ	$P = 0$	จะได้	$8x + 10y = 0$
	$P = 200$	จะได้	$8x + 10y = 200$
	$P = 400$	จะได้	$8x + 10y = 400$
	$P = 600$	จะได้	$8x + 10y = 600$

ซึ่งจากสมการข้างต้นจะได้กราฟดังรูป 6.5



รูป 6.5

เขียนกราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์ $P = 8x + 10y$ ให้ตัดกับอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ สังเกตว่าถ้าเลื่อนเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์ออกจากจุดกำเนิดมากขึ้น ค่าของ P จะเปลี่ยนไปโดยเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามไปด้วย และจะเป็นค่าที่มากที่สุด ณ ตำแหน่งจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ดังรูป 6.6



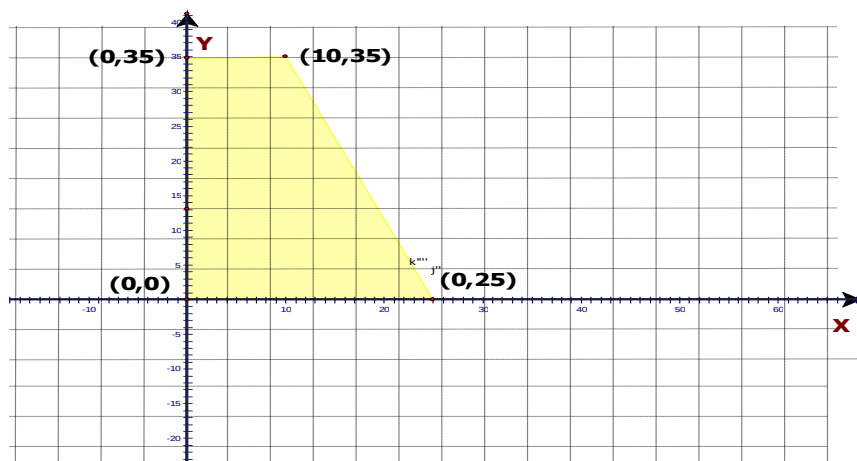
รูป 6.6

ในที่นี้จุด B คือคำตอบของปัญหาที่ทำให้ค่าของ P ในฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่ามากที่สุด พิกัดของ B ซึ่งหาได้จากการแก้ระบบสมการ $2x + y \leq 50$ และ $x + 2y \leq 70$ คือ $(10, 30)$ และเมื่อแทนค่า x และ y ในฟังก์ชันจุดประสงค์ $P = 8x + 10y$ ด้วย 10 และ 30 ตามลำดับ จะได้ $P = 380$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ค่า $x = 10$ และ $y = 30$ จะได้ค่า P สูงสุด และมีค่าเท่ากับ 380 ในตัวอย่างนี้ เราอาจตรวจสอบได้ว่าจุดอื่น ๆ ที่อยู่ในอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้นั้นจะให้ค่า P ที่จุด B(10, 30) ทั้งหมด

ดังได้แสดงแล้วข้างต้น คำตอบที่ต้องการจะอยู่ที่จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ดังนั้น ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น อาจแสดงวิธีทำอย่างกระชับโดยอาจเริ่มต้นด้วยการเขียนกราฟและระบุพิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ จากนั้นหาค่า P แล้วเปรียบเทียบค่า P ที่ได้จากจุดมุมแต่ละจุดว่าค่าใดคือค่าที่ต้องการ (มากที่สุดหรือน้อยที่สุดแล้วแต่สถานการณ์ปัญหา)

จากตัวอย่าง จุด O จุด A จุด B และจุด C คือจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ หาพิกัดของจุดมุมและค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้



จากการเปรียบเทียบค่า P พบว่าที่จุดมุม B(10 , 30) ให้ค่า P มากที่สุด

จุดมุม (x , y)	$P = 8x + 10y$
O(0 , 0)	0
A(0 , 35)	350
B(10 , 30)	380
C(25 , 0)	200

1. การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุด

เช่น จงหาค่าสูงสุดของ P ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้

$$P = 5x + y$$

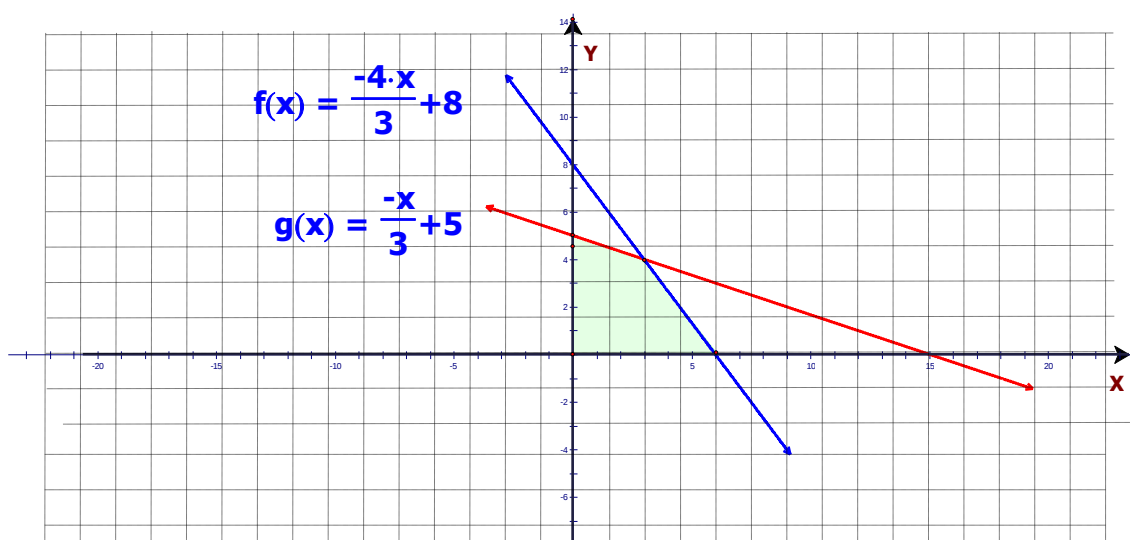
$$4x + 3y \leq 24$$

$$x + 3y \leq 15$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการจะได้บริเวณที่แรเงาเป็นอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(0, 5)$ และ $(3, 4)$ เมื่อแทนค่าฟังก์ชันของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า P ดังนี้

จุดมุม (x, y)	$P = 5x + y$
$(0, 0)$	0
$(6, 0)$	30
$(0, 5)$	5
$(3, 4)$	19

ดังนั้นจุดมุมของ $(6, 0)$ จะให้ค่า P

สูงสุดและมีค่า เท่ากับ 30

เมื่อกำหนดเส้นตรง 1 เป็นกราฟของสมการเชิงเส้น $ax + by = P$ เมื่อ P เป็นตัวแปรเสริม (Parameter) จะได้ว่า

1. ถ้า $b > 0$ แล้ว 1 ตัดแกน y ในตำแหน่งสูงขึ้น เมื่อ P เพิ่มขึ้น และ 1 ตัดแกน y ในตำแหน่งลดลง เมื่อ P ลดลง
2. ถ้า $b < 0$ แล้ว 1 ตัดแกน y ในตำแหน่งสูงขึ้น เมื่อ P ลดลง และ 1 ตัดแกน y ในตำแหน่งลดลง เมื่อ P เพิ่มขึ้น

ฟังก์ชันจุดประสงค์มีเงื่อนไขบังคับเป็นเซตที่มีขอบเขต (บริเวณที่มีพื้นที่จำกัด) จะมีทั้งค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด ซึ่งค่าทั้งสองจะเกิดขึ้นที่จุดมุมของกราฟ และในกรณีที่เงื่อนไขบังคับเขตไม่มีเขต (บริเวณที่มีพื้นที่ไม่จำกัด) ฟังก์ชันจุดประสงค์จะมีค่าสูงสุด (ค่าต่ำสุด) หรือไม่ก็ได้ แต่ถ้ามีค่านั้นจะเกิดขึ้นที่จุดมุมของกราฟเช่นกัน สำหรับในกรณีที่หาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ 2 จุด จะได้ว่าจุดที่อยู่ระหว่างจุดทั้งสองนั้นเป็นคำตอบที่เหมาะสมด้วย

จากตัวอย่างข้างต้นอาจสรุปลำดับขั้นตอนในการหาค่าสูงสุดได้ดังนี้

การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุด ของค่าที่ต้องการ อันเนื่องมาจากทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ทำได้ดังนี้

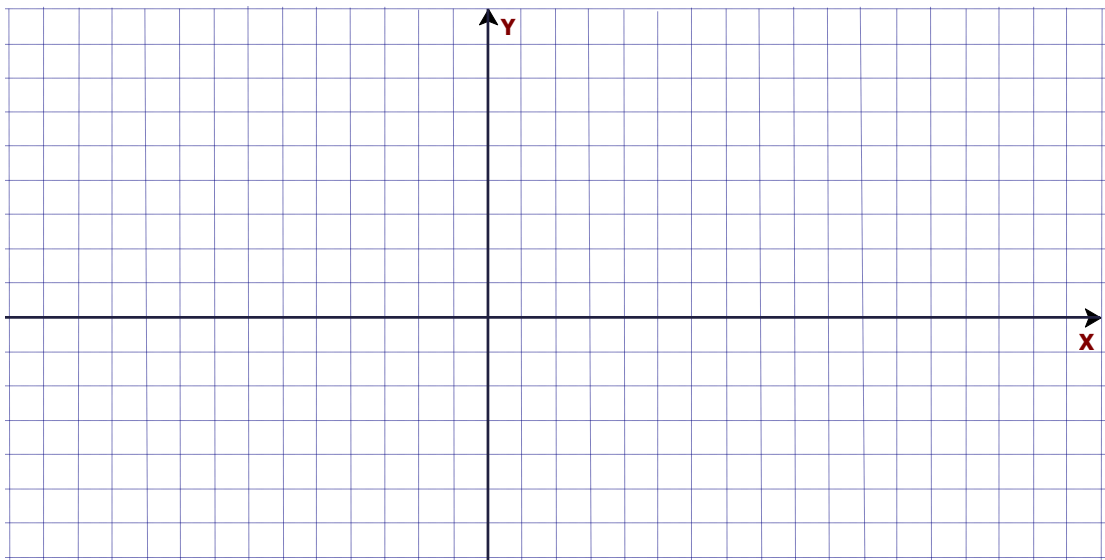
1. นำ.....จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเขียนกราฟที่สอดคล้องกับระบบสมการข้อจำกัดคือ อาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ (Feasible Region)
2. หาพิกัดของจุด.....ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้
3. นำพิกัดของจุด.....ในข้อ 2 แทน.....เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (ค่าที่สูงสุด)

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.1

จงหาค่าสูงสุดของ P ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้

1. $P = x + 2y$
 $4x + 3y \leq 12$
 $2y + x \leq 6$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ

เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า P ดังนี้

(x, y)	$P = x + 2y$

ดังนั้นจุดมุม..... จะให้ค่า P

สูงสุดและมีค่า เท่ากับ.....

2. $P = 6x + y$

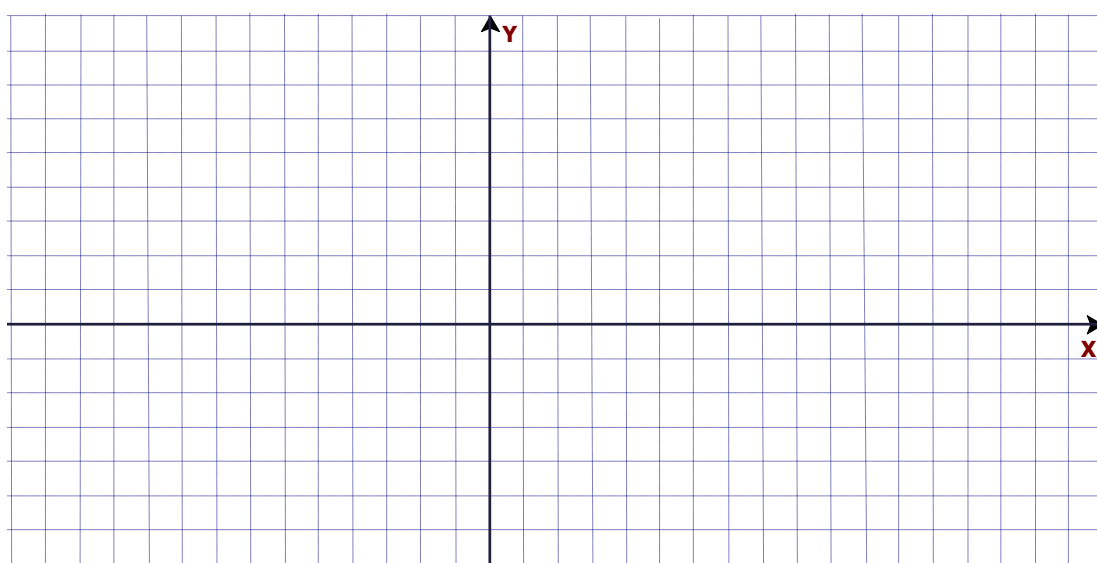
$$x + y \leq 8$$

$$2x - y \leq 4$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ

เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า P ดังนี้

(x, y)	$P = 6x + y$

ดังนั้นจุดมุม..... จะให้ค่า P

สูงสุดและมีค่าเท่ากับ.....

3. $P = 2x + y$

$$2x + 3y \leq 23$$

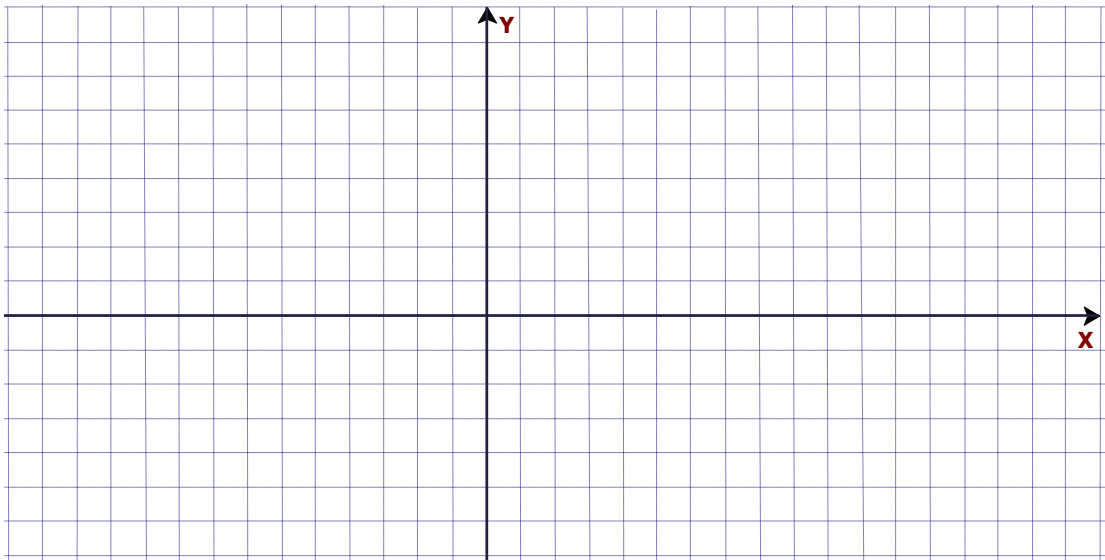
$$x + 4y \leq 24$$

$$2x + y \leq 24$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป

This image shows a single sheet of white paper with ten horizontal dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2. การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าต่ำสุด

การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าต่ำสุดมีวิธีการเหมือนกับการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดแต่คำตอบให้พิจารณาจุดมุมที่ให้ค่าต่ำสุด

จงหาค่าต่ำสุดของ M ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$M = x + 2y$$

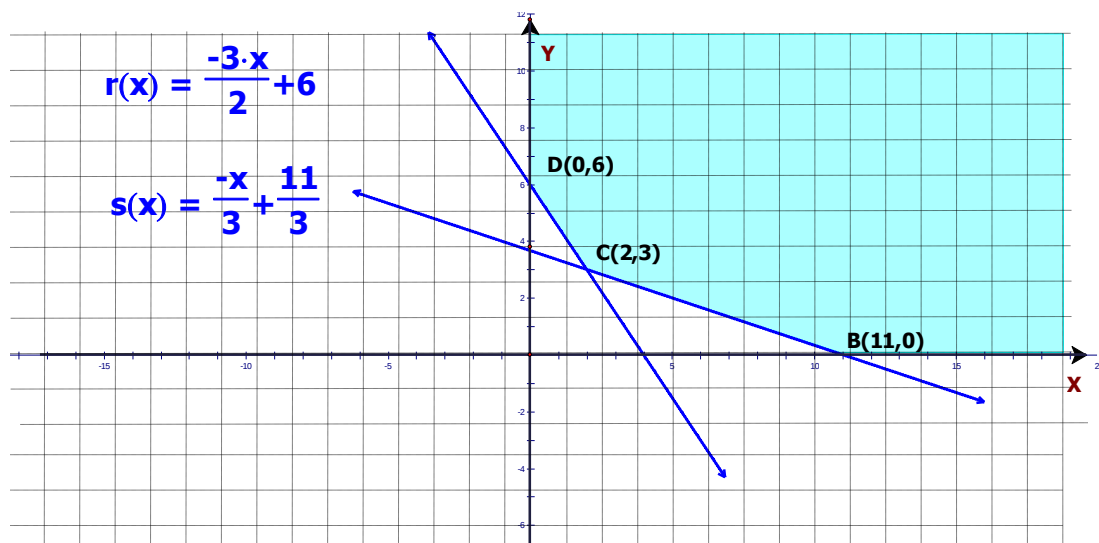
$$3x + 2y \leq 12$$

$$x + 3y \leq 11$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 6)$, $(2, 3)$ และ $(11, 0)$ เมื่อแทนค่าฟังก์ชันของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า M ดังนี้

(x, y)	$M = x + 2y$
$(0, 6)$	12
$(2, 3)$	8
$(11, 0)$	11

ดังนั้นจุดมุม $(2, 3)$ จะให้ค่า M

ต่ำสุด และมีค่า เท่ากับ 8

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.2

จงหาค่าต่ำสุดของ C ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $C = 10x + 6y$

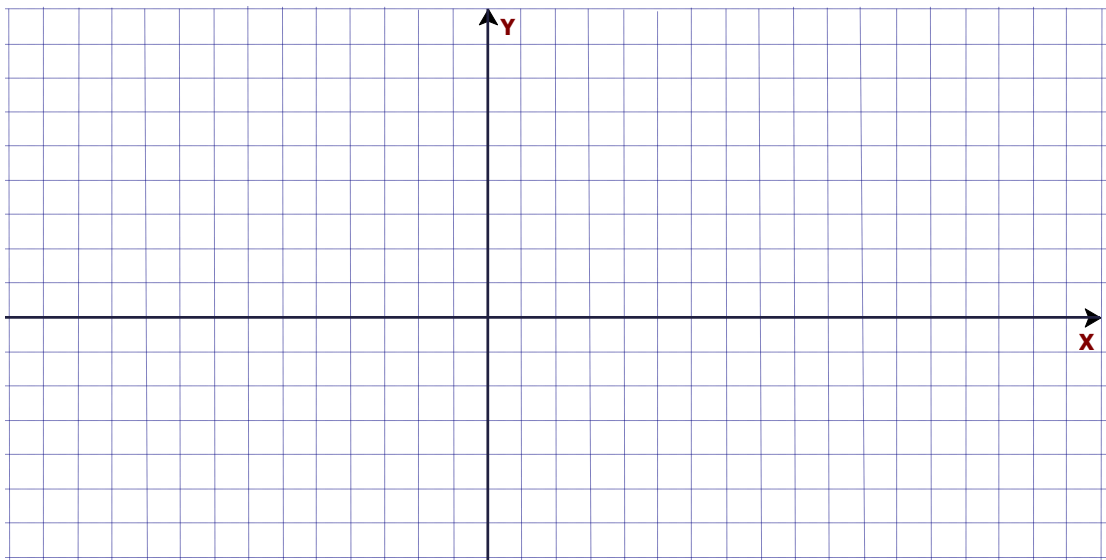
$$5x + y \geq 10$$

$$2x + y \geq 7$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ

เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า C ดังนี้

(x, y)	$C = 10x + 6y$

ดังนั้นจุดมุม..... จะให้ค่า C

ต่ำสุดและมีค่า เท่ากับ.....

2. $C = 2x - y$

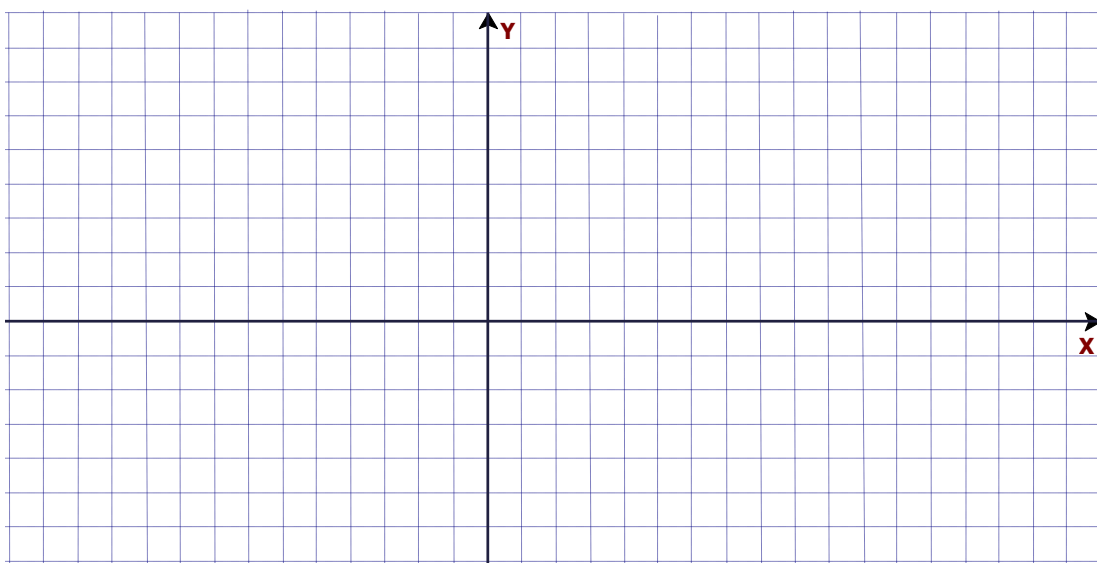
$$2x + 3y \geq 12$$

$$2x - 3y \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ

เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า C ดังนี้

(x, y)	$C = 2x - y$

ดังนั้นจุดมุม..... จะให้ค่า C

ต่ำสุดและมีค่า เท่ากับ.....

3. $C = 20x + 30y$

$$4x + y \geq 8$$

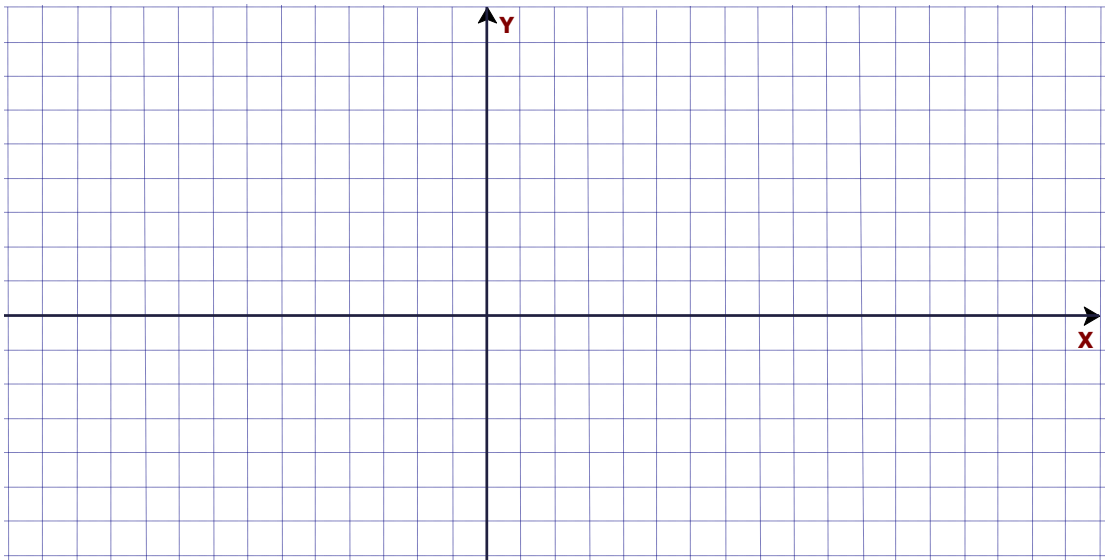
$$2x + 5y \geq 18$$

$$2x + 3y \geq 14$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ

เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า C ดังนี้

(x, y)	$C = 20x + 30y$

ดังนั้นจุดมุม..... จะให้ค่า C

ต่ำสุดและมีค่า เท่ากับ.....

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.3

1. จงหาค่าต่ำสุดของ L ตามอสมการข้อจำกัดต่อไปนี้

$$L = 2x + 3y$$

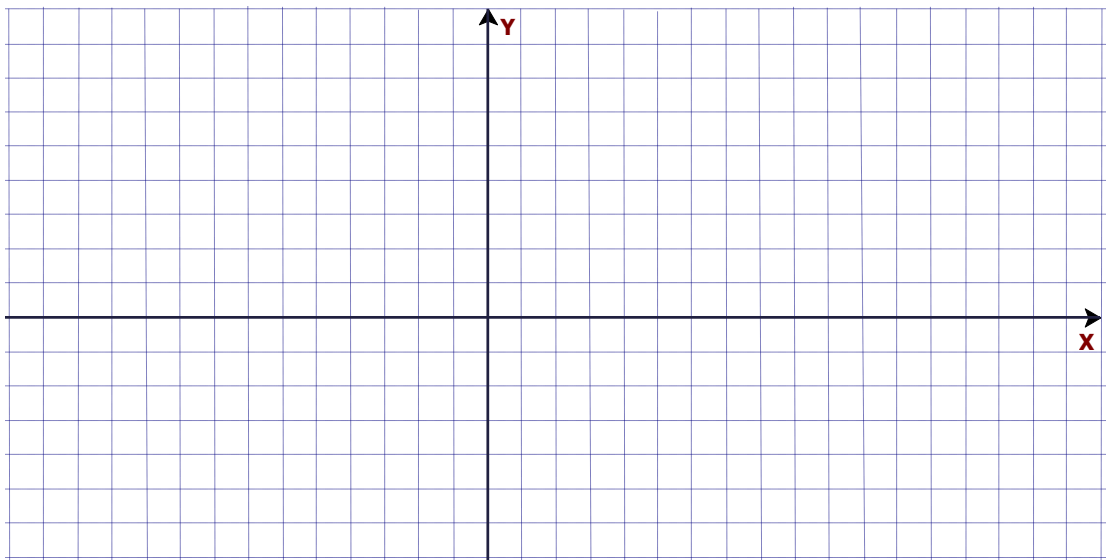
$$x + 2y \geq 4$$

$$x + y \geq 3$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ

เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า L ดังนี้

(x, y)	$L = 2x + 3y$

ดังนั้นจุดมุม..... จะให้ค่า L

ต่ำสุดและมีค่า เท่ากับ.....

2. จงหาค่าสูงสุดของ H ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้

$$H = 30x + 70y$$

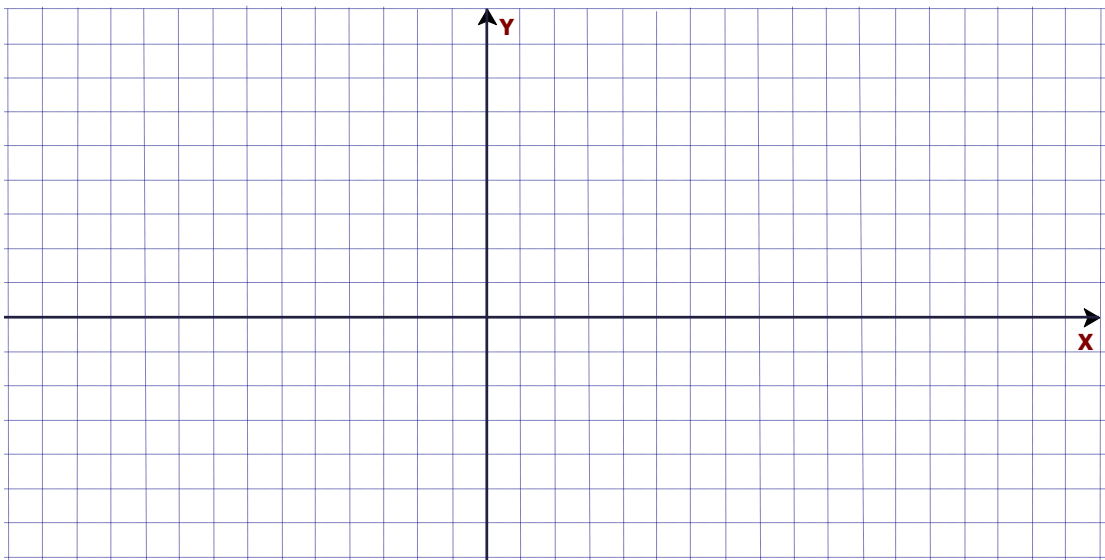
$$2x + y \leq 800$$

$$2x + 3y \leq 1200$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ

เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า H ดังนี้

(x , y)	$H = 30x + 70y$

ดังนั้นจุดมุม..... จะให้ค่า H

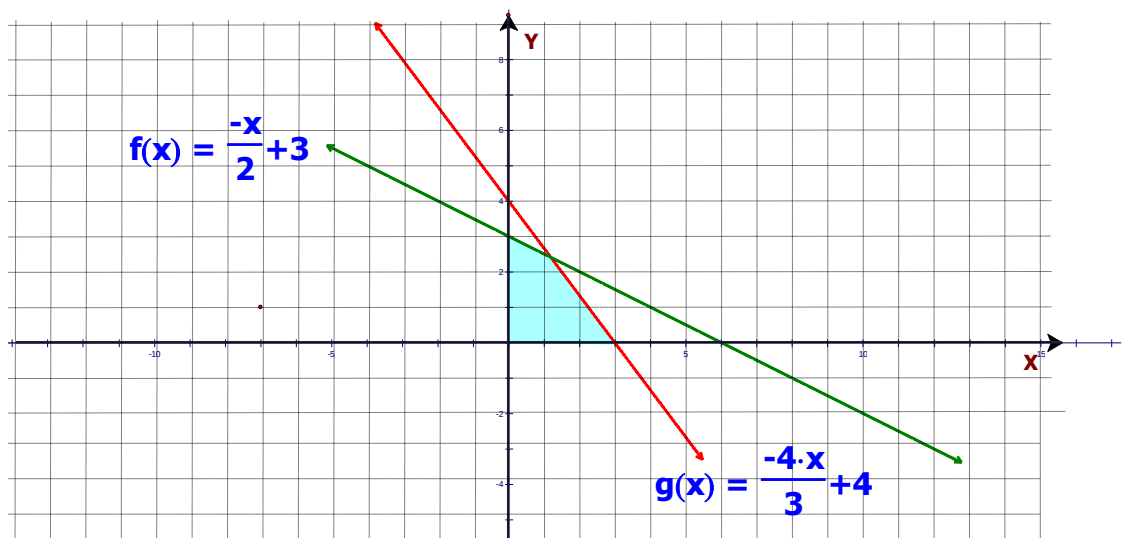
สูงสุดและมีค่า เท่ากับ.....

เฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.1

จงหาค่าสูงสุดของ P ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้

$$\begin{aligned} 1. \quad & P = x + 2y \\ & 4x + 3y \leq 12 \\ & 2y + x \leq 6 \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 0)$, $(0, 3)$, $(1.2, 2.4)$ และ $(3, 0)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า P ดังนี้

(x, y)	$P = x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(0, 3)$	6
$(1.2, 2.4)$	6
$(3, 0)$	3

ดังนั้นจุดมุม $(0, 3)$ หรือ $(1.2, 2.4)$ จะให้ค่า P สูงสุด และมีค่า เท่ากับ 6

2. $P = 6x + y$

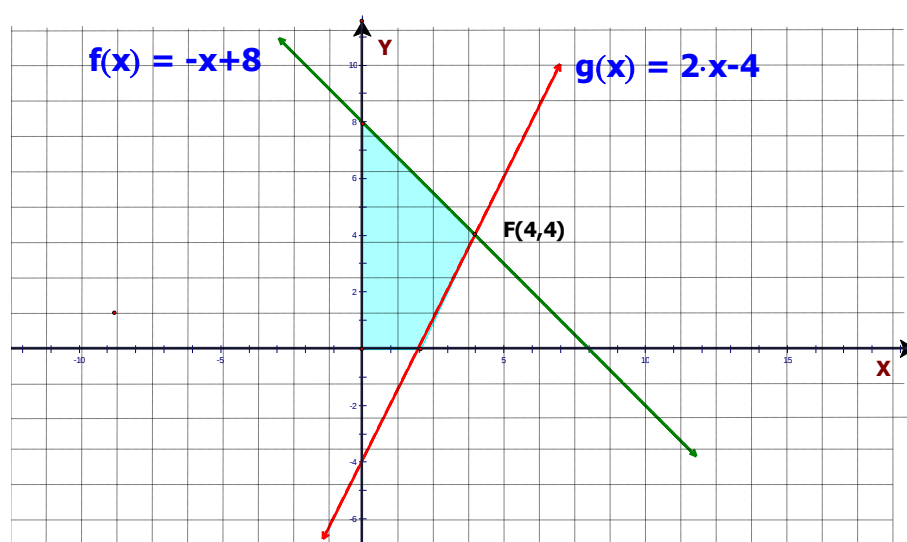
$$x + y \leq 8$$

$$2x - y \leq 4$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 0)$, $(0, 8)$, $(2, 0)$ และ $(4, 4)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า P ดังนี้

(x, y)	$P = 6x + y$
$(0, 0)$	0
$(0, 8)$	8
$(2, 0)$	12
$(4, 4)$	28

ดังนั้นจุดมุม $(4, 4)$ จะให้ค่า P สูงสุด และมีค่า เท่ากับ 28

3. $P = 2x + y$

$$2x + 3y \leq 23$$

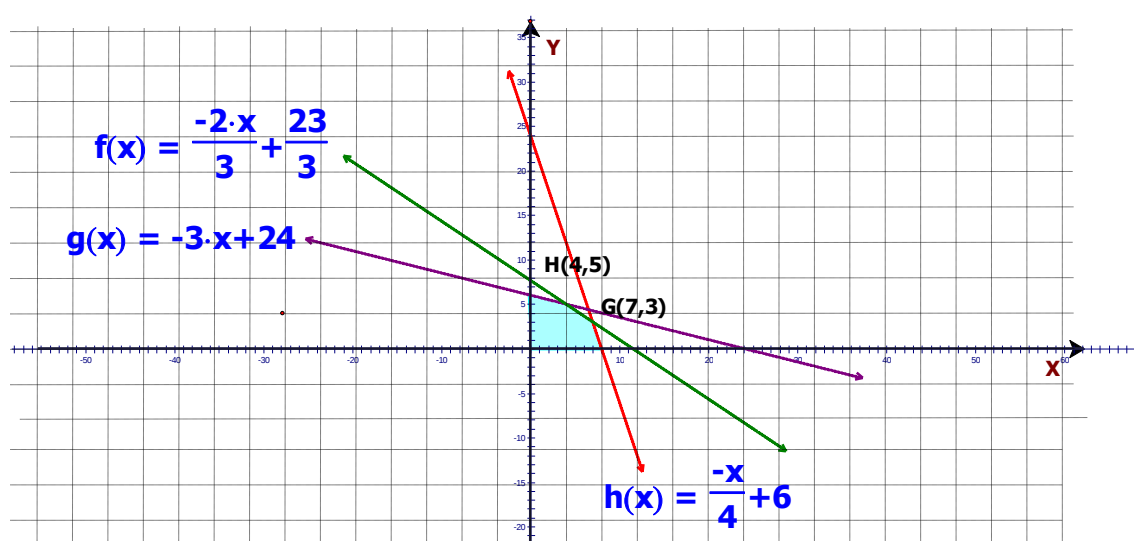
$$x + 4y \leq 24$$

$$3x + y \leq 24$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 0)$, $(0, 6)$, $(4, 5)$, $(7, 3)$ และ $(8, 0)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า P ดังนี้

(x, y)	$P = 2x + y$
$(0, 0)$	0
$(0, 6)$	6
$(4, 5)$	13
$(7, 3)$	17
$(8, 0)$	16

ดังนั้นจุดมุม $(7, 3)$ จะให้ค่า P
สูงสุด และมีค่า เท่ากับ 17

เฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.2

จงหาค่าต่ำสุดของ C ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $C = 10x + 6y$

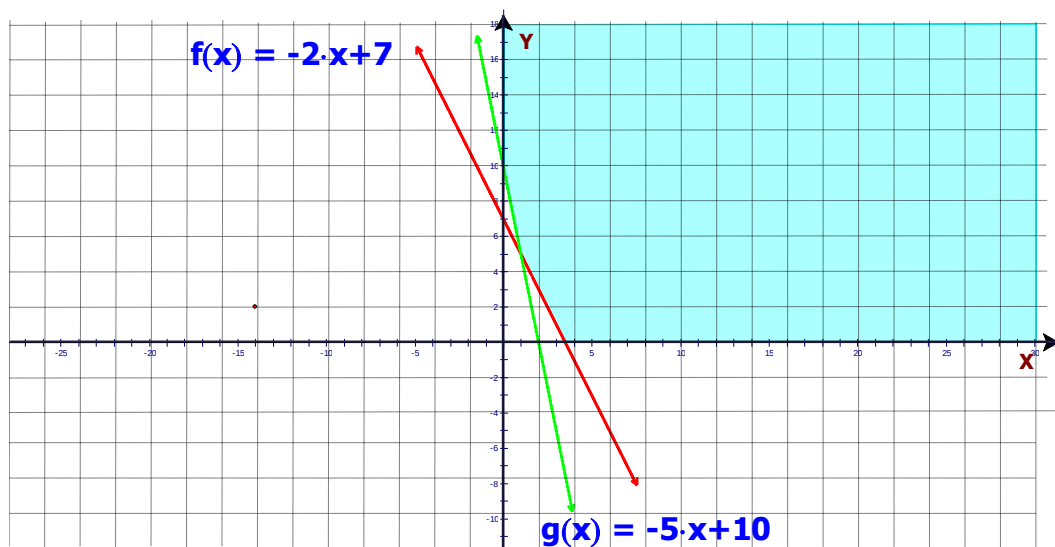
$$5x + y \geq 10$$

$$2x + y \geq 7$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



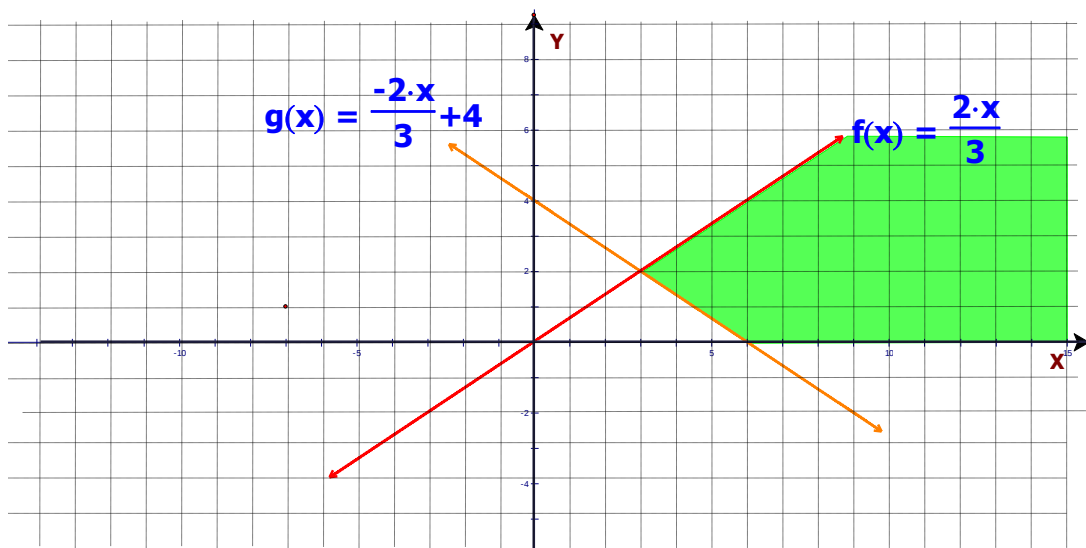
จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 10)$, $(1, 5)$ และ $(3.5, 0)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า C ดังนี้

(x, y)	$C = 10x + 6y$
$(0, 10)$	60
$(1, 5)$	40
$(3.5, 0)$	35

ดังนั้นจุดมุม $(3.5, 0)$ จะให้ค่า C ต่ำสุดและมีค่าเท่ากับ 35

$$\begin{aligned}
 2. \quad C &= 2x - y \\
 2x + 3y &\geq 12 \\
 2x - 3y &\geq 0 \\
 x &\geq 0 \\
 y &\geq 0
 \end{aligned}$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ (3, 2) และ (6, 0) เมื่อแทนค่าฟังก์ชันของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า C ดังนี้

(x, y)	$C = 2x - y$
(3, 2)	60
(6, 0)	40

ดังนั้นจุดมุม (3, 2) จะให้ค่า C
ต่ำสุดและมีค่า เท่ากับ 4

$$3. \quad C = 20x + 30y$$

$$4x + y \geq 8$$

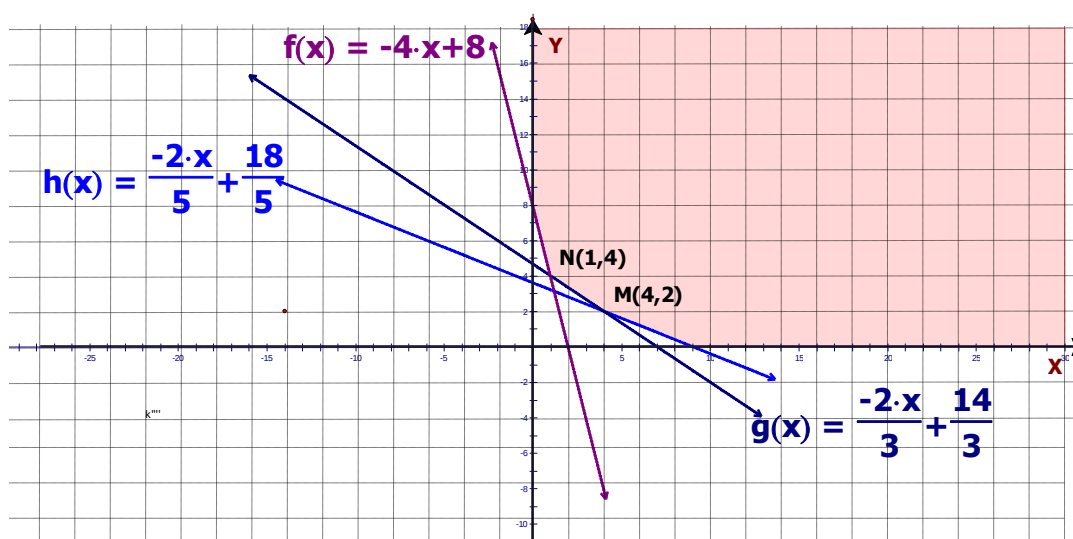
$$2x + 5y \geq 18$$

$$2x + 3y \geq 14$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 8)$, $(1, 4)$, $(4, 2)$ และ $(10, 0)$ เมื่อแทนค่าฟังก์ชันของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า C ดังนี้

(x, y)	$C = 20x + 30y$
$(0, 8)$	240
$(1, 4)$	140
$(4, 2)$	140
$(10, 0)$	200

ดังนั้นจุดมุม $(1, 4)$ และ $(4, 2)$ จะให้ค่า C ต่ำสุดและมีค่าเท่ากับ 140

เฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.3

1. จงหาค่าต่ำสุดของ L ตามอสมการข้อจำกัดต่อไปนี้

$$L = 2x + 3y$$

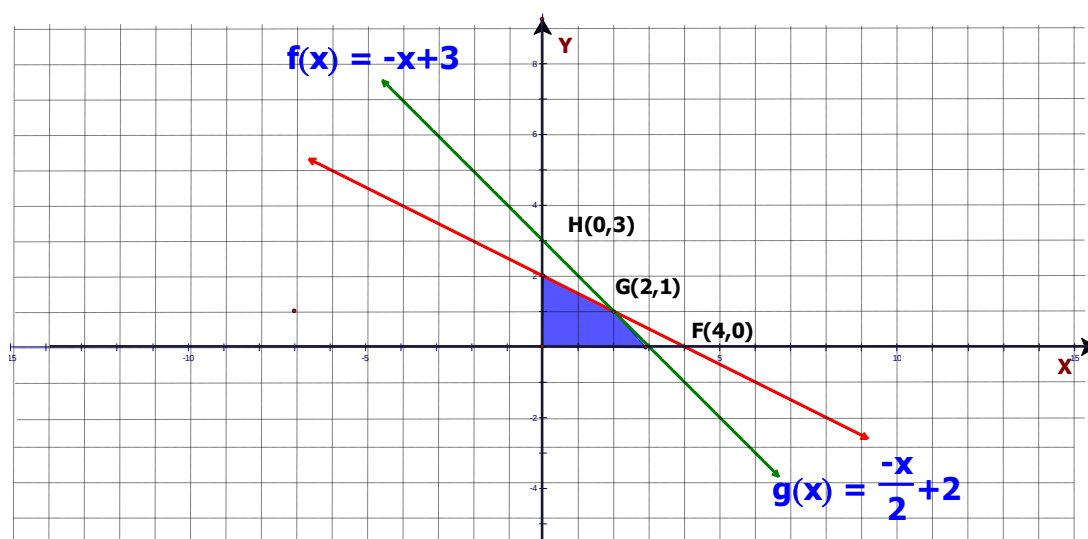
$$x + 2y \geq 4$$

$$x + y \geq 3$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 3)$, $(2, 1)$ และ $(4, 0)$ เมื่อแทนค่าฟังก์ชันของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า L ดังนี้

(x, y)	$L = 2x + 3y$
$(0, 3)$	9
$(2, 1)$	7
$(4, 0)$	8

ดังนั้นจุดมุม $(2, 1)$ จะให้ค่า L ต่ำสุดและมีค่าเท่ากับ 7

2. จงหาค่าสูงสุดของ H ตามอสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้

$$H = 30x + 70y$$

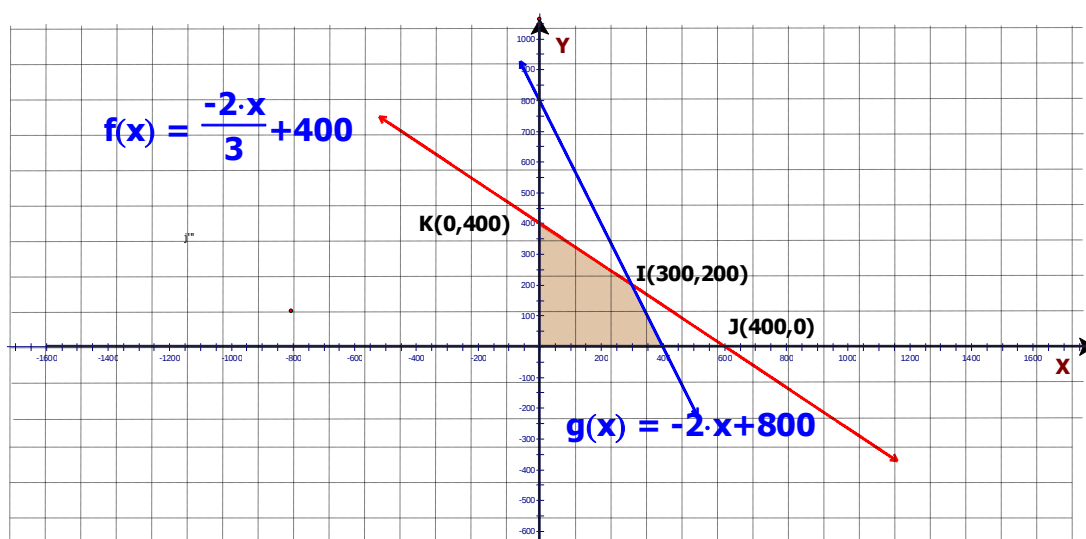
$$2x + y \leq 800$$

$$2x + 3y \leq 1200$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด ได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 400)$, $(300, 200)$ และ $(400, 0)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า H ดังนี้

(x, y)	$H = 30x + 70y$
$(0, 0)$	0
$(0, 400)$	28,000
$(300, 200)$	23,000
$(400, 0)$	12,000

ดังนั้นจุดมุม $(0, 400)$ จะให้ค่า H สูงสุด และมีค่า เท่ากับ 28,000

1. จงหาค่าต่ำสุดของ L ภายใต้เงื่อนไขของจำนวนจริง x และ y ดังต่อไปนี้

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

1. จงหาค่าต่ำสุดของ L ภายใต้เงื่อนไขของจำนวนจริง x และ y ดังต่อไปนี้

$$L = x + 0.9y$$

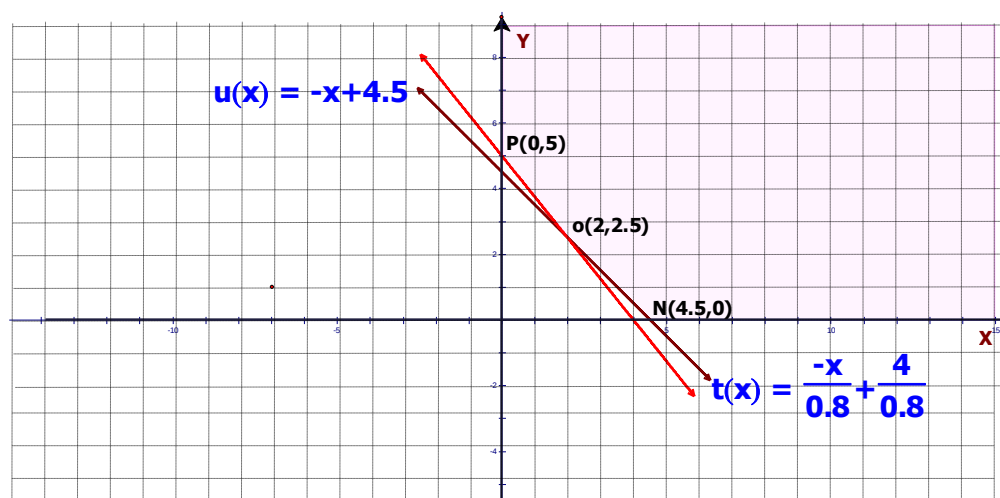
$$x + 0.8y \geq 4$$

$$x + y \geq 4.5$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการจะได้บริเวณที่แรเงาเป็นอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 5)$, $(4.5, 0)$ และ $(2, 2.5)$ เมื่อแทนค่าฟังก์ชันของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า L ดังนี้

(x, y)	$L = x + 0.9y$
$(0, 5)$	4.5
$(4.5, 0)$	4.5
$(2, 2.5)$	4.25

L มีค่าต่ำสุด เท่ากับ 4.25

2. จงหาค่าต่ำสุดของ H ภายใต้เงื่อนไขของจำนวนจริง x และ y ดังต่อไปนี้

$$H = 5x + 2y$$

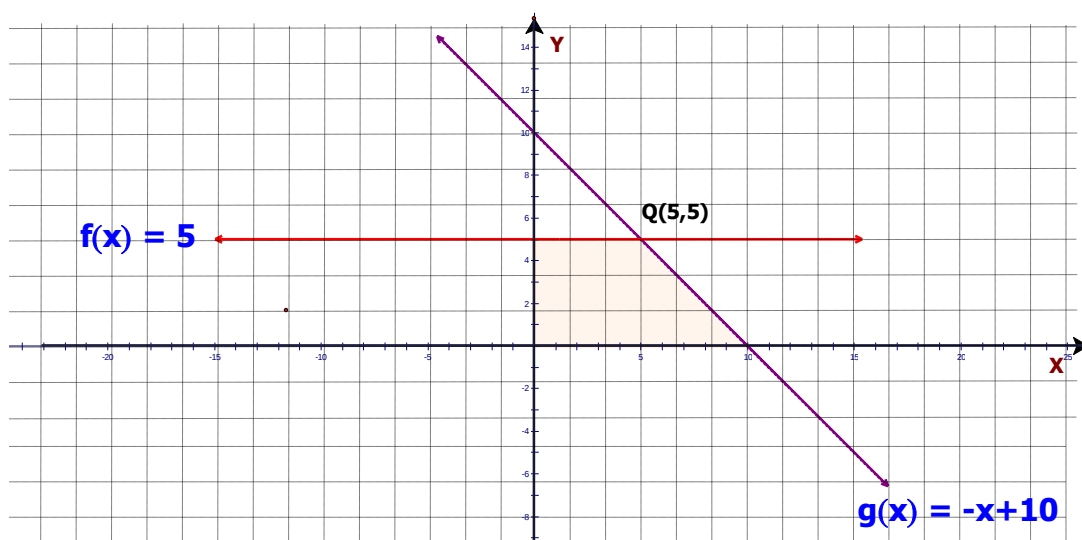
$$x + y \leq 10$$

$$y \leq 5$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการจะได้บริเวณที่แรเงาเป็นอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากกราฟอสมการข้อจำกัดคือ $(0, 0)$, $(10, 0)$, $(0, 5)$ และ $(5, 5)$ เมื่อแทนค่าพิกัดของจุดมุมข้างต้นในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ค่า H ดังนี้

(x, y)	$H = 5x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(10, 0)$	50
$(0, 5)$	10
$(5, 5)$	35

ดังนั้น H มีค่าสูงสุด เท่ากับ 50