

ชุดที่
1

ชุดฝึกทักษะเสริมการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 รหัสวิชา ค30203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

ทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลัง



นายเฉลิมพล คนชุม

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนละหานทรายรัชดาภิเษก สพม.32 จังหวัดบุรีรัมย์

คำชี้แจง

ชุดฝึกทักษะเสริมการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 รหัสวิชา ค30203
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ชุดที่ 1 เรื่อง ทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลัง หน่วยการเรียนรู้ที่ 1
 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ชุดนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้
 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โรงเรียนละหานทราย
 รัชดาภิเษก สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 โดยแบ่งเนื้อหาของหน่วยการ
 เรียนรู้ที่ 1 ออกเป็น 3 หน่วยย่อย โดยจัดทำชุดกิจกรรม 4 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 เรื่อง ทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลัง

ชุดที่ 2 เรื่อง ทบทวนความรู้เรื่องรากที่ n ของจำนวนจริง
 และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

ชุดที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ชุดที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันลอการิทึม

ชุดฝึกทักษะเสริมการเรียนรู้นี้ ใช้ประกอบการเรียนการสอนพร้อมกับแผนการจัดการ
 เรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 รหัสวิชา ค30203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และหนังสือ
 เรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ซึ่งในชุดฝึกทักษะนี้
 ประกอบด้วย คำชี้แจง ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ผังมโนทัศน์แสดงหน่วยการเรียนรู้ และหน่วยย่อย
 ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้รายชั่วโมง แบบทดสอบก่อนเรียน กิจกรรมการเรียนรู้
 กิจกรรมฝึกทักษะเสริมการเรียนรู้ แบบทดสอบหลังเรียนพร้อมเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน/
 หลังเรียน และเฉลยกิจกรรมฝึกทักษะเสริมการเรียนรู้

การใช้ชุดฝึกทักษะเสริมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพ สามารถช่วยยกระดับคุณภาพ
 การศึกษาให้สูงขึ้นได้ โดยครูใช้ชุดฝึกทักษะเป็นสื่อเสริมการเรียนรู้ทั้งในและนอกเวลาเรียน
 นักเรียนใช้เป็นแหล่งเรียนรู้ สำหรับศึกษาเพิ่มเติมด้วยตนเอง และประเมินความสามารถ
 จากการปฏิบัติกิจกรรมที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้รายชั่วโมงอย่างต่อเนื่อง จึงช่วย
 ให้เกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นายเฉลิมพล คนชุม

สารบัญ

เรื่อง

หน้า

คำชี้แจง

ผังมโนทัศน์แสดงหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : พังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและพังก์ชันลอการิทึม	1
ผลการเรียนรู้ หน่วยย่อยที่ 1 ทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลัง	2
จุดประสงค์การเรียนรู้รายชั่วโมง	2
แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยย่อยที่ 1 ทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลัง	3
ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	5
แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	9
ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ.....	13
แบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ.....	19
แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยย่อยที่ 1 ทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลัง	24
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน หน่วยย่อยที่ 1 ทบทวนความรู้เรื่องเลขยกกำลัง	26
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	27
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ.....	28
บรรณานุกรม	33

ขั้นตอนการใช้ชุดฝึกทักษะเสริมการเรียนรู้

1. ศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์การเรียนรู้



2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน



3. ดำเนินการใช้ชุดฝึกทักษะ



4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน



5. เฉลยแบบทดสอบ

ผังโน้ตค้นแสดงหน่วยการเรียนรู้ที่ 1



แบบทดสอบก่อนเรียน

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย × ทับอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

1. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 แล้ว รูปอย่างง่ายของ $(a^{-2}b^4)^3(a^2b^{-3})^2$ คือข้อใด

ก. a^2b^6

ข. a^6b^2

ค. $\frac{b^6}{a^2}$

ง. $\frac{a^6}{b^2}$

2. ถ้า x, y และ z เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 แล้ว $(3xy^2)^{-3}(4yz^3)^{-1}(xyz)^2$ ตรงกับข้อใด

ก. $108xyz$

ข. $\frac{108x}{y^2z}$

ค. $\frac{108}{xy^5z}$

ง. $\frac{1}{108y^5z}$

3. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 แล้ว $\frac{3}{b}$ เป็นรูปอย่างง่ายของจำนวนใด

ก. $\frac{24a^4b^3}{8a^4b^4}$

ข. $\frac{24a^4b^{-3}}{8a^{-4}b^4}$

ค. $\frac{24a^{-6}}{8b^7}$

ง. $\frac{3a^6b}{a^{-6}b^2}$

4. ข้อใดเป็นคำตอบในรูปอย่างง่ายของ $\left[\frac{12(p+2q)^{-3}}{6(p+2q)^{-8}} \right]^4$

ก. $16(p+2q)^{12}$

ข. $16(p+2q)^{20}$

ค. $16(p+2q)^{21}$

ง. $\frac{16}{(p+q)^{44}}$

5. ถ้าจำนวน $\dots x \dots (a+1)^{14}(b+2)^{14}$ เป็นรูปอย่างง่ายของ $\left[\frac{4(a+1)^3(b+2)^5}{(2a+2)^{-4}(3b+6)^{-2}} \right]^2$

แล้ว x มีค่าเท่าใด

ก. $2^{10} \cdot 3^5$

ข. $2^{12} \cdot 3^3$

ค. $2^{12} \cdot 3^4$

ง. $2^{14} \cdot 3^4$

6. ข้อใดเป็นคำตอบของจำนวน $9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}$

ก. 3

ข. 9

ค. $\frac{1}{3}$

ง. $\frac{1}{9}$

7. $(8 \cdot 27)^{\frac{2}{3}} - (2^6 \cdot 3^{12})^{\frac{1}{6}}$ มีค่าเท่าใด

ก. 12

ข. 18

ค. 27

ง. 36

8. สมการในข้อใดมีคำตอบเท่ากับ 16 และ $\frac{1}{16}$

ก. $x + 2x^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$

ข. $x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + 2 = 0$

ค. $x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{5}{4}} - 2 = 0$

ง. $x^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$

9. ข้อใดเป็นคำตอบของจำนวน $\frac{1}{8^{\frac{2}{3}}} - 3a^0 + (3a)^0 + 27^{\frac{1}{3}} - 1^{\frac{3}{2}}$

ก. $1\frac{1}{3}$

ข. $1\frac{1}{4}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. $\frac{1}{3}$

10. คำตอบของ $(2^6 \cdot 3^{12})^{\frac{1}{6}} + \frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{-\frac{3}{3}}}$ มีค่าเท่าใด

ก. 3

ข. 9

ค. 18

ง. 27



ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

บทนิยาม 1 ถ้า a เป็นจำนวนจริงและ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$ ตัว

บทนิยาม 2 $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$

บทนิยาม 3 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ $a \neq 0$

เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง เรียก a ว่าฐานของเลขยกกำลัง และ เรียก n ว่าเลขชี้กำลัง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม มีสมบัติตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1 ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 และ m, n เป็นจำนวนเต็ม จะได้

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. (ab)^n = a^n b^n$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5. a^m \div a^n = a^{m-n}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงทำให้เป็นรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

$$\begin{aligned} 1. (x^{-5}y^{-3}z^0)^{-4} \\ &= (x^{-5})^{-4}(y^{-3})^{-4}(z^0)^{-4} \\ &= x^{20}y^{12}z^0 \\ &= x^{20}y^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \frac{4^{-5}a^0b^{-3}c^{-4}}{2^{-3}a^{-4}b^{-7}c^3} \\ &= \frac{(2^2)^{-5}}{2^{-3}}a^{0-(-4)}b^{(-3)-(-7)}c^{(-4)-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2^{-10}}{2^{-3}}a^4b^4c^{-7} \\ &= \frac{2^{(-10)-(-3)}}{1}a^4b^4 \\ &= \frac{c^7}{2^{-7}a^4b^4} \\ &= \frac{c^7}{1} \\ &= \frac{a^4b^4}{2^7c^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \left(\frac{2^4 x^0 y^{-4}}{8^3 x^{-3} y^{-5}} \right)^{-2} \\
 &= \left(\frac{2^4}{2^9} x^3 y \right)^{-2} \\
 &= (2^{-5} x^3 y)^{-2} \\
 &= 2^{10} x^{-6} y^{-2} \\
 &= \frac{2^{10}}{x^6 y^2} \\
 4. \quad & \frac{x^{3n-2} \cdot y^{n+3}}{x^{n+4} \cdot y^{2n-5}} \\
 &= x^{(3n-2)-(n+4)} \cdot y^{(n+3)-(2n-5)} \\
 &= x^{2n-6} \cdot y^{-n+8} \\
 5. \quad & \frac{4x^{-2} - 4x^{-1} + 1}{2x^{-2} - x^{-1}} \\
 &= \frac{\frac{4}{x^2} - \frac{4}{x} + 1}{\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x}} \\
 &= \frac{4 - 4x + x^2}{2 - x} \\
 &= \frac{x^2}{2 - x} \\
 &= \frac{4 - 4x + x^2}{2 - x} \\
 &= \frac{(2 - x)(2 - x)}{2 - x} \\
 &= 2 - x \\
 6. \quad & \frac{6^{-n+2}}{15^{-n-1}} \cdot \frac{2^{n+3}}{5^{n+1}} \\
 &= \frac{(3 \cdot 2)^{-n+2}}{(3 \cdot 5)^{-n-1}} \cdot \frac{2^{n+3}}{5^{n+1}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3^{-n+2} 2^{-n+2}}{3^{-n-1} 5^{-n-1}} \cdot \frac{2^{n+3}}{5^{n+1}} \\
 &= \frac{3^{(-n+2)-(-n-1)} 2^{(-n+2)+(n+3)}}{5^{(-n-1)+(n+1)}} \\
 &= \frac{3^3 2^5}{5^0} \\
 &= 3^3 2^5 \\
 7. \quad & \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 2^{n-1}} \\
 &= \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^n \cdot 2^{-1}}{2^n - 2^n \cdot 2^{-1}} \\
 &= \frac{2^n (3 - \frac{4}{2})}{2^n (1 - \frac{1}{2})} \\
 &= \frac{6 - 4}{2 - 1} \\
 &= \frac{2}{1} \\
 &= 2 \\
 8. \quad & 81^6 \cdot 243^{-4} \cdot \left(\frac{1}{9} \right)^2 \\
 &= 3^{24} \cdot 3^{-20} \cdot (3^{-2})^2 \\
 &= 3^4 \cdot 3^{-4} \\
 &= 3^0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์(Scientific Notation)

บทนิยาม 4 จำนวนจริงบวกที่เขียนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ หมายถึง จำนวนที่เขียนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ หมายถึง จำนวนที่เขียนในรูปผลคูณของจำนวนจริง A โดยที่ $1 \leq A < 10$ กับจำนวนที่อยู่ในรูป 10^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

$$1. \quad 1,002,000,000 = 1.002 \times 10^9$$

$$2. \quad 0.0000004123 = 4.123 \times 10^{-7}$$

$$3. \quad 0.0078 = 7.8 \times 10^{-3}$$

$$4. \quad 17,600,000 = 1.76 \times 10^7$$

$$5. \quad 323 \times 10^5 = 3.23 \times 10^2 \times 10^5 \\ = 3.23 \times 10^7$$

$$6. \quad 6,000 \times 10^{-7} = 6 \times 10^3 \times 10^{-7} \\ = 6 \times 10^{-4}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$1. \quad \frac{(0.006)(0.008)}{0.0012} = \frac{(6 \times 10^{-3})(8 \times 10^{-3})}{12 \times 10^{-4}} \\ = \left(\frac{6 \times 8}{12} \right) \left(\frac{10^{-3} \times 10^{-3}}{10^{-4}} \right) \\ = 4 \times 10^{-2} \\ \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \\ =$$

$$2. \quad \frac{(220,000)(0.000009)}{0.00033} = \frac{(22 \times 10^4)(9 \times 10^{-6})}{33 \times 10^5} \\ = 6 \times 10^{-7} \\ = \frac{6}{10^7}$$

$$3. \frac{(0.0000064)(24,000,000,000)}{0.000000048} = \frac{(64 \times 10^{-7})(24 \times 10^9)}{48 \times 10^{-9}}$$

$$= 32 \times 10^{11}$$

$$4. \frac{(320,000)^2 (0.0009)}{(12,000)^2} = \frac{(32 \times 10^4)^2 (9 \times 10^4)}{(12 \times 10^3)^2}$$

$$= \frac{(32 \times 32 \times 10^8)(9 \times 10^4)}{(12 \times 12 \times 10^6)}$$

$$= 64 \times 10^6$$

$$= 6.4 \times 10 \times 10^6$$

$$= 6.4 \times 10^7$$



แบบฝึกทักษะที่ 1

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

1. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 $(x^4y^{-3})(x^{-2}y^6)$

=

=

=

1.2 $(2x^5y)(3y^3z^2)(4xyz^{-3})$

=

=

=

1.3 $(x^{-2}y^4)^3(x^2y^{-3})^2$

=

=

=

1.4 $(3xy^2)^{-3}(4yz^3)^{-1}(xyz)^2$

=

=

=

1.5 $\frac{24x^4y^3}{8x^4y^4}$

=

=

=

$$1.6 \quad \frac{27x^4y^3z^2}{18x^{-1}y^2z^3}$$

=

=

=

$$1.7 \quad \frac{4x^4y^6}{6z^5} \cdot \frac{9x^3z^6}{12y^7}$$

=

=

=

$$1.8 \quad \frac{7x^2y^2}{10yz^4} \cdot \frac{5z^2}{14x^2z^3}$$

=

=

=

$$1.9 \quad \left(\frac{4x^{-2}y}{3xy^{-3}} \right)^3$$

=

=

=

$$1.10 \quad \left(\frac{2xy^{-3}}{3x^{-2}y^2} \right)^2$$

=

=

=

$$1.11 \quad \left(\frac{3x^{-2}y^2z^{-3}}{9x^2y^3z} \right)^2$$

=

=

=

$$1.12 \frac{(4x^{-2}y^{-3})^{-2}(x^{-4}y^{-3})^2}{-3x^{-4}y^{-3}}$$

=

=

=

$$1.13 \left[\left(\frac{x^{-3}y^{-1}z^{-2}}{x^{-2}y^{-2}z} \right)^{-2} \right]^2$$

=

=

=

$$1.14 \left[\left(\frac{x^{-2}y^3z}{x^{-3}y^{-2}z^2} \right)^2 \right]^{-1}$$

=

=

=

$$1.15 \left[\frac{12(x+2y)^{-3}}{6(x+2y)^{-8}} \right]^4$$

=

=

=

$$1.16 \left[\left(\frac{6x^{-3}y^2z^{-2}}{18xy^{-2}z^3} \right)^{-1} \right]^2$$

=

=

=

$$1.17 \left[\left(\frac{25x^2y^3z^{-5}}{125x^5y^{-3}z^{-8}} \right)^2 \right]^{-2}$$

=
 =
 =

$$1.18 \left[\left(\frac{32x^{-3}y^2z}{8x^{-5}y^{-2}z^2} \right)^{-2} \right]^2$$

=
 =
 =

$$1.19 \left[\frac{4(x+1)^3(y+2)^5}{(2x+2)^{-4}(3y+6)^{-2}} \right]^2$$

=
 =
 =

$$1.20 \left[\frac{(4x+8)^{-2}(y+1)^3(3z+9)^{-1}}{(2x+4)^2(4y+4)^3(z+3)} \right]^{-1}$$

=
 =
 =



ใบความรู้ที่ 2

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

บทนิยาม ถ้า n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 1 x และ y เป็นจำนวนจริง y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$ เช่น 2 เป็นรากที่ 2 ของ 4 ก็ต่อเมื่อ $2^2 = 4$

บทนิยาม ให้ x เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n จะกล่าวว่า จำนวนจริง y เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ

1. y เป็นรากที่ n ของ x
2. $yx \geq 0$

และแทนค่าหลักของรากที่ n ของ x ด้วย $\sqrt[n]{x}$

ให้ m, n เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $m \geq 0$ และ $n > 0$ ถ้า a เป็นจำนวน ซึ่งหาค่า

$$a^{\frac{1}{n}} \text{ ได้แล้ว } a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m \quad \text{เช่น } 4^{\frac{3}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt{4})^3 = 2^3 = 8$$

$$27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2 = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$$

บทนิยาม ให้ a เป็นจำนวนจริง p, q เป็นจำนวนเต็ม $(p, q) = 1, q > 0$ และ $a^{\frac{1}{q}} \in \mathbb{R}$

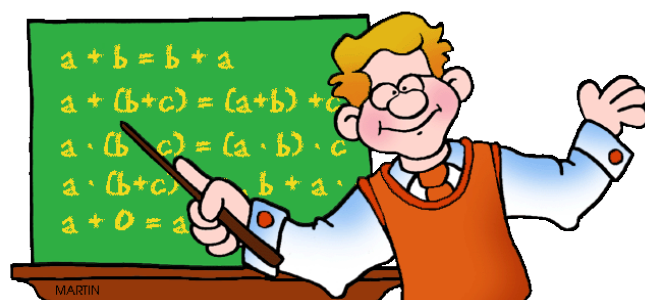
โดยเมื่อ $q < 0$ แล้ว a ต้องไม่เป็น 0 จะได้ว่า $a^{\frac{p}{q}} = (a^{\frac{1}{q}})^p$

$$\text{เช่น } 2^{\frac{2}{3}} = (2^{\frac{1}{3}})^2$$

$$9^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{9^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(9^{\frac{1}{2}})^3} = \frac{1}{((3^2)^{\frac{1}{2}})^3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ มีดังนี้

1. ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้ a^n เป็นจำนวนจริง แล้ว a^n จะมีรากที่ n
2. ถ้า m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^m และ a^n เป็นจำนวนจริง แล้ว $a^m \times a^n = a^{m+n}$
3. ถ้า m, n เป็นจำนวนตรรกยะและ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^m และ a^n เป็นจำนวนจริง แล้ว $(a^m)^n = a^{mn}$
4. ถ้า n เป็นจำนวนตรรกยะและ a, b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง แล้ว $(ab)^n = a^n b^n$
5. ถ้า n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a, b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง และ $b \neq 0$ แล้ว $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. ถ้า m, n เป็นจำนวนตรรกยะและ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^m และ a^n เป็นจำนวนจริง แล้ว $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
7. ถ้า $a < 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ แล้ว $(a^m)^{\frac{1}{n}} = |a|^{\frac{m}{n}}$
8. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ แล้ว $(a^m)^{\frac{1}{n}} = |a|^{\frac{m}{n}}$
9. ถ้า a เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a \neq 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $n \geq 2$ ซึ่ง $a^{\frac{1}{n}}$ และ $a^{\frac{1}{m}}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว $(a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$



ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$1. 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}$$

$$= 2^2$$

$$= 4$$

$$2. (-5)^{\frac{1}{3}} \cdot (-5)^{-\frac{4}{3}} = (-5)^{\frac{1}{3} + (-\frac{4}{3})}$$

$$= (-5)^{-1}$$

$$= \frac{1}{-5}$$

$$3. \frac{9^{\frac{3}{4}}}{9^{\frac{1}{4}}} = 9^{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}$$

$$= 9^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{9}$$

$$= 3$$

$$4. \left[\frac{(-3)^{\frac{3}{5}}}{(-3)^{\frac{2}{5}}} \right]^{10} = [(-3)^{\frac{3}{5} - \frac{2}{5}}]^{10}$$

$$= [(-3)^{\frac{1}{5}}]^{10}$$

$$= (-3)^2 = 9$$

$$5. ((32)^{\frac{1}{5}})^{\frac{5}{2}} = (2^5)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{(2^5)}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$$6. ((-8)^{\frac{2}{5}})^{-\frac{5}{3}} = (-8)^{-\frac{2}{3}}$$

$$= (\sqrt[3]{-8})^{-2}$$

$$= (-2)^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$7. [(-8)^4]^{\frac{1}{6}} = (-8)^{\frac{4}{6}}$$

$$= (-8)^{\frac{2}{3}}$$

$$= (\sqrt[3]{-8})^2$$

$$= (-2)^2$$

$$= 4$$

$$8. [(-3)^2(-4)^4]^{\frac{1}{4}}$$

$$= [(-3)^2]^{\frac{1}{4}} \cdot [(-4)^4]^{\frac{1}{4}}$$

$$= |-3|^{\frac{2}{4}} \cdot |-4|^{\frac{4}{4}}$$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงบวก แล้วจงหาคำตอบต่อไปนี้

$$1. \left(\frac{27a^3}{b^6} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{(3^3)^{\frac{2}{3}} \cdot (a^3)^{\frac{2}{3}}}{(b^6)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{3^2 a^2}{b^4}$$

$$= \frac{9a^2}{b^4}$$

$$2. \left(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{2}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{2}{3}}} \right) = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{2}{3}}}$$

$$= a^{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}$$

$$= b^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{b^5}}$$

$$= \frac{1}{b^{\frac{5}{6}} \sqrt[6]{b}}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$1. [(-1)^2]^{\frac{1}{2}} = |-1|^{\frac{2}{2}} = |1| = 1$$

$$2. [(-2)^2]^{\frac{1}{4}} = |-2|^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$3. [(-8)^4]^{\frac{1}{6}} = |-8|^{\frac{4}{6}} = 8^{\frac{2}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^2 = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$$

$$4. [(-8)^6]^{\frac{1}{4}} = |-8|^{\frac{6}{4}} = 8^{\frac{3}{2}} = (8^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt{8})^3 = 8\sqrt{8} = 16\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} 5. [(-3)^2(-4)^4]^{\frac{1}{4}} &= [(-3)^2]^{\frac{1}{4}} [(-4)^4]^{\frac{1}{4}} \\ &= |-3|^{\frac{2}{4}} |-4|^{\frac{4}{4}} \\ &= 3^{\frac{1}{2}} \cdot 4 = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 ถ้า x, y และ z เป็นจำนวนจริง แล้วจงหาคำตอบในข้อต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. (x^2y^6)^{\frac{1}{4}} &= (x^2)^{\frac{1}{4}} \cdot (y^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= |x|^{\frac{2}{4}} \cdot |y|^{\frac{6}{4}} \\ &= |x|^{\frac{1}{2}} \cdot |y|^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. [(-2)^{10}x^8y^4z^6]^{\frac{1}{2}} &= [(-2)^{10}]^{\frac{1}{2}} \cdot [x^8]^{\frac{1}{2}} \cdot [y^4]^{\frac{1}{2}} \cdot [z^6]^{\frac{1}{2}} \\ &= |-2|^5 \cdot |x|^4 \cdot |y|^2 \cdot |z|^3 \\ &= 32x^4y^2|z|^3 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาคำตอบในรูปอย่างง่ายของ $5^{\frac{1}{3}} - 40^{\frac{1}{3}} + 625^{\frac{1}{3}} + 15(\frac{27}{25})^{\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 5^{\frac{1}{3}} - 40^{\frac{1}{3}} + 625^{\frac{1}{3}} + 15(\frac{27}{25})^{\frac{1}{3}} &= 5^{\frac{1}{3}} - (2^3 \cdot 5)^{\frac{1}{3}} + (5^4)^{\frac{1}{3}} + 15(\frac{3^3}{5^2})^{\frac{1}{3}} \\ &= 5^{\frac{1}{3}} - 2 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 5(5^{\frac{1}{3}}) + (5 \cdot 3)(\frac{3}{5^{\frac{2}{3}}}) \\ &= 5^{\frac{1}{3}} - 2 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 5(5^{\frac{1}{3}}) + (9 \cdot 5^{\frac{1}{3}}) \\ &= (1 - 2 + 5 + 9)5^{\frac{1}{3}} \\ &= (14)5^{\frac{1}{3}} = 14\sqrt[3]{5} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลคูณในข้อต่อไปนี้

$$1. (x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}})$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}) &= (x^{\frac{1}{3}})^3 - (y^{\frac{1}{3}})^3 \\ &= x - y\end{aligned}$$

$$2. (x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}})^3$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}(x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}})^3 &= (x^{\frac{2}{3}})^3 + 3(x^{\frac{2}{3}})^2(y^{\frac{2}{3}}) + 3(x^{\frac{2}{3}})(y^{\frac{2}{3}})^2 + (y^{\frac{2}{3}})^3 \\ &= x^2 + 3x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{4}{3}} + y^2\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้สมการ $x - 13x^{\frac{1}{2}} + 36 = 0$

วิธีทำ

$$x - 13x^{\frac{1}{2}} + 36 = 0$$

$$(x^{\frac{1}{2}})^2 - 13x^{\frac{1}{2}} + 36 = 0$$

$$(x^{\frac{1}{2}} - 9)(x^{\frac{1}{2}} - 4) = 0$$

$$x^{\frac{1}{2}} - 9 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x^{\frac{1}{2}} - 4 = 0$$

$$x^{\frac{1}{2}} = 9 \quad \text{หรือ} \quad x^{\frac{1}{2}} = 4$$

$$x = 81 \quad \text{หรือ} \quad x = 16$$

ตัวอย่างที่ 8 จงแก้สมการ $x^{\frac{4}{3}} - 10x^{\frac{2}{3}} + 9 = 0$

วิธีทำ

$$x^{\frac{4}{3}} - 10x^{\frac{2}{3}} + 9 = 0$$

$$(x^{\frac{2}{3}})^2 - 10x^{\frac{2}{3}} + 9 = 0$$

$$(x^{\frac{2}{3}} - 9)(x^{\frac{2}{3}} - 1) = 0$$

$$x^{\frac{2}{3}} - 9 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x^{\frac{2}{3}} - 1 = 0$$

$$x^{\frac{2}{3}} = 9 \quad \text{หรือ} \quad x^{\frac{2}{3}} = 1$$

$$x = 27 \quad \text{หรือ} \quad x = 1$$



แบบฝึกทักษะที่ 2

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

1. จงหาค่าของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 $4^{\frac{1}{2}}$ = =

1.2 $(-27)^{\frac{1}{3}}$ = =

1.3 $-256^{\frac{1}{4}}$ = =

1.4 $16^{\frac{3}{2}}$ = =

1.5 $(-8)^{\frac{4}{6}}$ = =

1.6 $625^{\frac{6}{8}}$ = =

1.7 $-32^{\frac{3}{5}}$ = =

1.8 $16^{-\frac{5}{4}}$ = =

1.9 $9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}$ = =

1.10 $6^{\frac{4}{5}} \cdot 6^{\frac{6}{5}}$ = =

1.11 $\frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{4}{3}}}$ = =

1.12 $\frac{6^{\frac{7}{5}}}{6^{\frac{8}{5}}}$ = =

1.13 $(8 \cdot 27)^{\frac{2}{3}}$ = =

1.14 $(2^6 \cdot 3^{12})^{\frac{1}{6}}$ = =

$$1.15 \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$1.16 ((-10)^{\frac{2}{5}})^{\frac{5}{2}}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$1.17 (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$1.18 (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^2$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$1.19 (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^3$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$1.20 (x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}})$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

2. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงบวก และ a, b เป็นจำนวนจริง
จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนบวก(ข้อละ 1 คะแนน)

2.1 $(x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}})^3$

=

=

=

2.2 $\left(\frac{x^3 y^3}{x^{-3} y^{-5}} \right)^{\frac{1}{2}}$

=

=

=

2.3 $\left(\frac{x^4 \cdot y^{\frac{5}{3}} \cdot z^{\frac{4}{3}}}{x^2 \cdot y^{\frac{1}{3}} \cdot z^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{1}{4}}$

=

=

=

2.4 $(a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}}$

=

=

=

3. จงแก้สมการในข้อต่อไปนี้ (ข้อละ 2 คะแนน)

3.1 $x + 2x^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$

.....

.....

.....

$$3.2 \quad x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}} - 3 = 0$$

.....

.....

.....

$$3.3 \quad x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + 2 = 0$$

.....

.....

.....

$$3.4 \quad x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{5}{4}} - 2 = 0$$

.....

.....

.....

$$3.5 \quad x^{\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$$

.....

.....

.....

$$3.6 \quad \frac{x^{\frac{4}{5}} - 2}{x^{\frac{2}{3}} + 1} = 0$$

.....

.....

.....

.....

4. จงหาคำตอบอย่างง่าย (ข้อละ 1 คะแนน)

$$4.1 \quad 25^0 + (0.25)^{\frac{1}{2}} - 8^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} + (0.027)^{\frac{1}{3}}$$

.....

.....

.....

.....

$$4.2 \quad \frac{1}{8^{\frac{2}{3}}} - 3a^0 + (3a)^0 + 27^{\frac{1}{3}} - 1^{\frac{3}{2}}$$

.....

.....

.....

.....

$$4.3 \quad 5(16^{\frac{1}{3}}) - 256^{\frac{1}{6}} - 10\left(\frac{729}{16}\right)^{\frac{1}{6}} + 2(2^{\frac{1}{3}})$$

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบหลังเรียน

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย × ทับอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

1. ถ้า x, y และ z เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 แล้ว $(3xy^2)^{-3}(4yz^3)^{-1}(xyz)^2$ ตรงกับข้อใด

- | | |
|------------------------|------------------------|
| ก. $108xyz$ | ข. $\frac{108x}{y^2z}$ |
| ค. $\frac{108}{xy^5z}$ | ง. $\frac{1}{108y^5z}$ |

2. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 แล้ว $\frac{3}{b}$ เป็นรูปอย่างง่ายของจำนวนใด

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------------|
| ก. $\frac{24a^4b^3}{8a^4b^4}$ | ข. $\frac{24a^4b^{-3}}{8a^{-4}b^4}$ |
| ค. $\frac{24a^{-6}}{8b^7}$ | ง. $\frac{3a^6b}{a^{-6}b^2}$ |

3. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 แล้ว รูปอย่างง่ายของ $(a^{-2}b^4)^3(a^2b^{-3})^2$ คือข้อใด

- | | |
|----------------------|----------------------|
| ก. a^2b^6 | ข. a^6b^2 |
| ค. $\frac{b^6}{a^2}$ | ง. $\frac{a^6}{b^2}$ |

4. ถ้าจำนวน $\dots x \dots (a+1)^{14}(b+2)^{14}$ เป็นรูปอย่างง่ายของ $\left[\frac{4(a+1)^3(b+2)^5}{(2a+2)^{-4}(3b+6)^{-2}} \right]^2$

แล้ว x มีค่าเท่าใด

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| ก. $2^{10} \cdot 3^5$ | ข. $2^{12} \cdot 3^3$ |
| ค. $2^{12} \cdot 3^4$ | ง. $2^{14} \cdot 3^4$ |

5. ข้อใดเป็นคำตอบในรูปอย่างง่ายของ $\left[\frac{12(p+2q)^{-3}}{6(p+2q)^{-8}} \right]^4$

- | | |
|--------------------|----------------------------|
| ก. $16(p+2q)^{12}$ | ข. $16(p+2q)^{20}$ |
| ค. $16(p+2q)^{21}$ | ง. $\frac{16}{(p+q)^{44}}$ |

6. $(8 \cdot 27)^{\frac{2}{3}} - (2^6 \cdot 3^{12})^{\frac{1}{6}}$ มีค่าเท่าใด

- | | |
|-------|-------|
| ก. 12 | ข. 18 |
| ค. 27 | ง. 36 |

7. ข้อใดเป็นคำตอบของจำนวน $\frac{1}{8^{\frac{2}{3}}} - 3a^0 + (3a)^0 + 27^{\frac{1}{3}} - 1^{\frac{3}{2}}$

ก. $1\frac{1}{3}$

ข. $1\frac{1}{4}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. $\frac{1}{3}$

8. ข้อใดเป็นคำตอบของจำนวน $9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}$

ก. 3

ข. 9

ค. $\frac{1}{3}$

ง. $\frac{1}{9}$

9. คำตอบของ $(2^6 \cdot 3^{12})^{\frac{1}{6}} + \frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{4}{3}}}$ มีค่าเท่าใด

ก. 3

ข. 9

ค. 18

ง. 27

10. สมการในข้อใดมีคำตอบเท่ากับ 16 และ $\frac{1}{16}$

ก. $x + 2x^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$

ข. $x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + 2 = 0$

ค. $x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{5}{4}} - 2 = 0$

ง. $x^{\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

ก่อนเรียน		หลังเรียน	
ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ
1	ค	1	ง
2	ง	2	ก
3	ก	3	ค
4	ข	4	ค
5	ค	5	ข
6	ก	6	ข
7	ข	7	ก
8	ง	8	ก
9	ก	9	ง
10	ง	10	ง



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก (ข้อละ 1 คะแนน)

$$1.1 \quad (x^4 y^{-3})(x^{-2} y^6) = x^2 y^3$$

$$1.2 \quad (2x^5 y)(3y^3 z^2)(4xyz^{-3}) = \frac{24x^6 y^5}{z}$$

$$1.3 \quad (x^{-2} y^4)^3 (x^2 y^{-3})^2 = \frac{y^6}{x^2}$$

$$1.4 \quad (3xy^2)^{-3} (4yz^3)^{-1} (xyz)^2$$

$$1.5 \quad \frac{24x^4 y^3}{8x^4 y^4} = \frac{3}{y}$$

$$1.6 \quad \frac{27x^4 y^3 z^2}{18x^{-1} y^2 z^3} = \frac{3x^5 y}{2z}$$

$$1.7 \quad \frac{4x^4 y^6}{6z^5} \cdot \frac{9x^3 z^6}{12y^7} = \frac{x^7 z}{2y}$$

$$1.8 \quad \frac{7x^2 y^2}{10yz^4} \cdot \frac{5z^2}{14x^2 z^3} = \frac{y}{4z^5}$$

$$1.9 \quad \left(\frac{4x^{-2} y}{3xy^{-3}} \right)^3 = \frac{64y^{12}}{27z^9}$$

$$1.10 \quad \left(\frac{2xy^{-3}}{3x^{-2} y^2} \right)^2 = \frac{4x^6}{9y^{10}}$$

$$1.11 \quad \left(\frac{3x^{-2} y^2 z^{-3}}{9x^2 y^3 z} \right)^2 = \frac{1}{9x^8 y^2 z^8}$$

$$1.12 \quad \frac{(4x^{-2} y^{-3})^{-2} (x^{-4} y^{-3})^2}{-3x^{-4} y^{-3}} = -\frac{y^3}{48}$$

$$1.13 \quad \left[\left(\frac{x^{-3} y^{-1} z^{-2}}{x^{-2} y^{-2} z} \right)^{-2} \right]^2 = \frac{x^4 z^{12}}{y^4}$$

$$1.14 \quad \left[\left(\frac{x^{-2} y^3 z}{x^{-3} y^{-2} z^2} \right)^2 \right]^{-1} = \frac{z^2}{x^2 y^{10}}$$

$$1.15 \left[\frac{12(x+2y)^{-3}}{6(x+2y)^{-8}} \right]^4 = 16(x+2y)^{20}$$

$$1.16 \left[\left(\frac{6x^{-3}y^2z^{-2}}{18xy^{-2}z^3} \right)^{-1} \right]^2 = \frac{9x^8z^{10}}{y^8}$$

$$1.17 \left[\left(\frac{25x^2y^3z^{-5}}{125x^5y^{-3}z^{-8}} \right)^2 \right]^{-2} = \frac{625x^{12}}{y^{24}z^{12}}$$

$$1.18 \left[\left(\frac{32x^{-3}y^2z}{8x^{-5}y^{-2}z^2} \right)^{-2} \right]^2 = \frac{z^4}{256x^8y^{16}}$$

$$1.19 \left[\frac{4(x+1)^3(y+2)^5}{(2x+2)^{-4}(3y+6)^{-2}} \right]^2 = 2^{12} \cdot 3^4(x+1)^{14}(y+2)^{14}$$

$$1.20 \left[\frac{(4x+8)^{-2}(y+1)^3(3z+9)^{-1}}{(2x+4)^2(4y+4)^3(z+3)} \right]^{-1} = 12 \cdot 4^5(x+2)^4(z+3)^2$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

1. จงหาค่าของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ (ข้อละ 1 คะแนน)

$$1.1 \ 4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$1.2 \ (-27)^{\frac{1}{3}} = (-3^3)^{\frac{1}{3}} = -3$$

$$1.3 \ -256^{\frac{1}{4}} = \text{หาคำตอบไม่ได้}$$

$$1.4 \ 16^{\frac{3}{2}} = (2^4)^{\frac{3}{2}} = (2)^6 = 64$$

$$1.5 \ (-8)^{\frac{4}{6}} = (-2^3)^{\frac{4}{6}}$$

$$1.6 \ 625^{\frac{6}{8}} = (5^4)^{\frac{6}{8}} = 5^3 = 125$$

$$1.7 \quad -32^{\frac{3}{5}} = ((-2)^5)^{\frac{3}{5}} = (-2)^3 = -8$$

$$1.8 \quad 16^{\frac{5}{4}} = (2^4)^{\frac{5}{4}} = 2^{-5} = \frac{1}{32}$$

$$1.9 \quad 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = (3^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (3^2)^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$1.10 \quad 6^{\frac{4}{5}} \cdot 6^{\frac{6}{5}} = 6^{\frac{4}{5} + \frac{6}{5}} = 6^2 = 36$$

$$1.11 \quad \frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{-\frac{4}{3}}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{4}{3}} = 3^2 = 9$$

$$1.12 \quad \frac{6^{\frac{7}{5}}}{6^{-\frac{8}{5}}} = 6^{\frac{7}{5} + \frac{8}{5}} = 5^3 = 125$$

$$1.13 \quad (8 \cdot 27)^{\frac{2}{3}} = (2^3 \cdot 3^3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$1.14 \quad (2^6 \cdot 3^{12})^{\frac{1}{6}} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$1.15 \quad \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

$$1.16 \quad ((-10)^{\frac{2}{5}})^{\frac{5}{2}} = ((-10)^{\frac{2}{5}})^{\frac{5}{2}} = -10$$

$$1.17 \quad (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) = (x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{2}})^2 = x - y$$

$$1.18 \quad (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^2 = (x^{\frac{1}{2}})^2 - 2(x^{\frac{1}{2}})(y^{\frac{1}{2}}) + (y^{\frac{1}{2}})^2 = x - 2(x^{\frac{1}{2}})(y^{\frac{1}{2}}) + y$$

$$1.19 \quad (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^3 = (x^{\frac{1}{2}})^3 - 3(x^{\frac{1}{2}})^2(y^{\frac{1}{2}}) + 3(x^{\frac{1}{2}})(y^{\frac{1}{2}})^2 + (y^{\frac{1}{2}})^3$$

$$= x^{\frac{3}{2}} - 3xy^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}}y + y^{\frac{3}{2}}$$

$$1.20 \quad (x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}})$$

$$= (x^{\frac{1}{3}})^3 - (y^{\frac{1}{3}})^3 = x - y$$

2. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงบวก และ a, b เป็นจำนวนจริง จงทำให้
อยู่ในรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนบวก(ข้อละ 1 คะแนน)

$$2.1 \quad (x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}})^3 = x^2 \cdot y^{-1} = \frac{x^2}{y}$$

$$2.2 \quad \left(\frac{x^3 y^3}{x^{-3} y^{-5}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2}}}{x^{-\frac{3}{2}} y^{-\frac{5}{2}}}\right) = x^{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} = x^3 y^4$$

$$2.3 \left(\frac{x^4 \cdot y^{\frac{5}{3}} \cdot z^{\frac{4}{3}}}{x^2 \cdot y^{\frac{1}{3}} \cdot z^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{x^{\frac{4}{4}} \cdot y^{\frac{5}{12}} \cdot z^{\frac{4}{12}}}{x^{\frac{2}{4}} \cdot y^{\frac{1}{12}} \cdot z^{\frac{2}{12}}} \right) = \frac{x \cdot y^{\frac{5}{12}} \cdot z^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{12}} \cdot z^{\frac{1}{6}}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{2}} = \frac{(x \cdot y)^{\frac{1}{2}}}{z^{\frac{1}{2}}}$$

$$2.4 (a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} = (a^{\frac{2}{12}} \cdot b^{\frac{2}{12}})^{\frac{1}{6}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{6}}$$

3. จงแก้สมการในข้อต่อไปนี (ข้อละ 2 คะแนน)

$$3.1 \quad x + 2x^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + 4)(x^{\frac{1}{2}} - 2) = 0$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + 4) = 0, (x^{\frac{1}{2}} - 2) = 0$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + 4) = 0, x^{\frac{1}{2}} = -4, (x^{\frac{1}{2}})^2 = (-4)^2, x = 16$$

$$(x^{\frac{1}{2}} - 2) = 0, x^{\frac{1}{2}} = 2, (x^{\frac{1}{2}})^2 = (2)^2, x = 4$$

$$\text{แทนค่า } x \text{ ในสมการ } x + 2x^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$$

$$x = 16, 16 + 2(16)^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$$

$$16 + 2(4) - 8 \neq 0$$

$$x = 4, 4 + 2(4)^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$$

$$8 - 8 = 0$$

ค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง คือ 4

$$3.2 \quad x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}} - 3 = 0$$

$$(x^{\frac{1}{3}} - 3)(x^{\frac{1}{3}} + 1) = 0$$

$$x = 27, -1$$

$$\text{แทนค่า } x \text{ ในสมการ } x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}} - 3 = 0$$

$$x = 27, (3^{\frac{2}{3}})^{\frac{2}{3}} - 2(3^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} - 3 = 0$$

$$(3)^2 - 2(3) - 3 = 0$$

$$9 - 6 - 3 = 0$$

$$9 - 9 = 0$$

$$x = -1,$$

$$(-1^{\frac{2}{3}})^{\frac{2}{3}} - 2(-1^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} - 3 = 0$$

$$1 + 2 - 3 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

ค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง คือ 27 และ -1

$$3.3 \quad x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + 2 = 0$$

$$(x^{\frac{2}{3}} - 2)(x^{\frac{2}{3}} - 1) = 0$$

$$(x^{\frac{2}{3}} - 2) = 0, (x^{\frac{2}{3}} - 1) = 0$$

$$(x^{\frac{2}{3}} - 2) = 0, x = 8^{\frac{1}{2}}$$

$$(x^{\frac{2}{3}} - 1) = 0, x = 1$$

แทนค่า x ในสมการ $x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + 2 = 0$

ค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง

คือ $8^{\frac{1}{2}}$ และ 1

$$3.4 \quad x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{5}{4}} - 2 = 0$$

$$(x^{\frac{5}{4}} - 2)(x^{\frac{5}{4}} + 1) = 0$$

$$(x^{\frac{5}{4}} - 2) = 0, (x^{\frac{5}{4}} + 1) = 0$$

$$(x^{\frac{5}{4}} - 2) = 0, x^{\frac{5}{4}} = 2$$

$$(x^{\frac{5}{4}})^4 = (2)^4$$

$$x^5 = 16, x = 16^{\frac{1}{5}}$$

$$(x^{\frac{5}{4}} + 1) = 0, x^{\frac{5}{4}} = -1, x = -1$$

$$3.5 \quad x^{\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} = \frac{5}{2}$$

$$2x^{\frac{1}{2}} + 2 = 5x^{\frac{1}{4}}$$

$$2x^{\frac{1}{2}} - 5x^{\frac{1}{4}} + 2 = 0$$

$$(2x^{\frac{1}{4}} - 1)(x^{\frac{1}{4}} - 2) = 0$$

$$(2x^{\frac{1}{4}} - 1) = 0, (x^{\frac{1}{4}} - 2) = 0$$

$$(2x^{\frac{1}{4}} - 1) = 0, x = \frac{1}{16}$$

$$(x^{\frac{1}{4}} - 2) = 0, x = 16$$

$$x = 8^{\frac{1}{2}}, (8^{\frac{1}{2}})^{\frac{4}{3}} - 3(8^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} + 2 = 0$$

$$(8^{\frac{2}{3}}) - 3(8^{\frac{1}{3}}) + 2 = 0$$

$$(2^3)^{\frac{2}{3}} - 3(2^3)^{\frac{1}{3}} + 2 = 0$$

$$4 - 6 + 2 = 0$$

$$-2 + 2 = 0$$

$$x = 1, (1)^{\frac{4}{3}} - 3(1)^{\frac{2}{3}} + 2 = 0$$

$$1 - 3 + 2 = 0$$

$$-2 + 2 = 0$$

แทนค่า x ในสมการ $x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{5}{4}} - 2 = 0$

$$x = 1, (1)^{\frac{5}{2}} - (1)^{\frac{5}{4}} - 2 \neq 0$$

$$x = 16^{\frac{1}{5}}, (16^{\frac{1}{5}})^{\frac{5}{2}} - (16^{\frac{1}{5}})^{\frac{5}{4}} - 2 = 0$$

$$(2^4)^{\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2}} - (2^4)^{\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{4}} - 2 = 0$$

$$4 - 2 - 2 = 0$$

$$4 - 4 = 0$$

ค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง คือ $16^{\frac{1}{5}}$

$$(2x^{\frac{1}{4}} - 1) = 0, x = \frac{1}{16}$$

$$(x^{\frac{1}{4}} - 2) = 0, x = 16$$

แทนค่า x ในสมการ $x^{\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$

$$x = \frac{1}{16}, \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}, \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x = 16, (16)^{\frac{1}{4}} + (16)^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}, \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

ค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง คือ 16 และ $\frac{1}{16}$

$$3.6 \quad \frac{x^{\frac{4}{5}} - 2}{x^{\frac{2}{3}} + 1} = 0$$

$$x^{\frac{4}{5}} - 2 = 0$$

$$(x^{\frac{4}{5}})^5 = (2)^5$$

$$x^4 = 2^5$$

$$x = 2^{\frac{5}{4}}$$

$$\frac{x^{\frac{4}{5}} - 2}{x^{\frac{2}{3}} + 1} = 0$$

แทนค่า x ในสมการ

$$x = 2^{\frac{5}{4}}, \quad \frac{(2^{\frac{5}{4}})^{\frac{4}{5}} - 2}{(2^{\frac{5}{4}})^{\frac{2}{3}} + 1} = 0$$

$$\frac{2 - 2}{(2^{\frac{5}{4}})^{\frac{2}{3}} + 1} = 0$$

ค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง คือ $2^{\frac{5}{4}}$

4. จงหาคำตอบอย่างง่าย (ข้อละ 1 คะแนน)

$$4.1 \quad 25^0 + (0.25)^{\frac{1}{2}} - 8^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} + (0.027)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (2^3)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{3^3}{10^3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - 1 + \frac{3}{10} = \frac{1}{2} + \frac{3}{10}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} + \frac{3}{10}$$

$$= \frac{4}{5}$$

$$4.2 \quad \frac{1}{8^{\frac{2}{3}}} - 3a^0 + (3a)^0 + 27^{\frac{1}{3}} - 1^{\frac{3}{2}}$$

$$= 8^{\frac{2}{3}} - 3 + 1 + \frac{1}{3} - 1$$

$$= 2^2 - 3 + \frac{1}{3}$$

$$= 1 + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$$4.3 \quad 5(16^{\frac{1}{3}}) - 256^{\frac{1}{6}} - 10\left(\frac{729}{16}\right)^{\frac{1}{6}} + 2(2^{\frac{1}{3}})$$

$$= 5(2^4)^{\frac{1}{3}} - (4^4)^{\frac{1}{6}} - 10\left(\frac{3^6}{2^4}\right)^{\frac{1}{6}} + 2^{\frac{4}{3}}$$

$$= 3 \cdot 2^{\frac{7}{3}} - 2^{\frac{4}{3}} - 15 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2^{\frac{1}{3}}(3 \cdot 2^2 - 2 - 15)$$

$$= (-5)2^{\frac{1}{3}}$$

บรรณานุกรม

กนกวลี อุษณกรกุล และ รณชัย มาเจริญทรัพย์. แบบฝึกหัดและประเมินผลคณิตศาสตร์ ม.5

ค 013. กรุงเทพมหานคร : รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์. ม.ป.ป.

กมล เอกไทยเจริญ. สาระเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร :

ฐานบัณฑิต. 2537.

กระทรวงศึกษาธิการ. คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2556.

_____. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 4 – 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา

ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว,

2556.

กวิยา เนาวประทีป. เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์เลขยกกำลัง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

และฟังก์ชันลอการิทึม. กรุงเทพมหานคร : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์, 2548.

คณิต มงคลพิทักษ์สุข. คณิตศาสตร์ O-NET & PAT1 พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร :

สำนักพิมพ์ Science Center, 2552.

